



SS/WS 20.10./11

Praktikum: (P1/~~P2~~) (Mo/~~Di~~/~~Mi~~/~~Do~~) Gruppe-Nr: 20

Name: Reis Vorname: Daniel

Name: Schmid Vorname: Alexander

Versuch: $\frac{e}{m}$ - Bestimmung (mit/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: Braun, Marco Durchgeführt am: 17.01.10

Abgabe am: 21. JAN. 2010

Rückgabe am:

Begründung:

2. Abgabe am:

Ergebnis: (+ / 0 / -)

Fehlerrechnung: ja / nein

Datum: 25.1.2011

Handzeichen: JB

Bemerkungen: sehr gut!



Versuche P1-72, 74, 75: Bestimmung von e/m des Elektrons

Raum F1-14

Sie bestimmen bei diesem Versuch die spezifische Ladung des Elektrons nach zwei verschiedenen Methoden, von denen jede ihre besonderen Vor- und Nachteile hat. Der Versuch bietet Gelegenheit zur Beschäftigung mit der Bewegung geladener Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern, mit dem Magnetfeld stromdurchflossener Leiter und mit dem Hallgenerator als Magnetfeldsonde.

Hinweis: Es werden gefährliche elektrische Spannungen verwendet. Während des Aufbaus und während aller Veränderungen an den Schaltungen dürfen daher keine Geräte eingeschaltet sein. Bei jeder neuen Schaltung ist das erste Einschalten nur nach Kontrolle durch den Betreuer erlaubt.

Aufgaben:

1. e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

1.1 Bauen Sie vor dem Plexiglastasten mit Helmholtzspulen und Fadenstrahlrohr die zusätzliche Helmholtzspule mit Meßplatte so auf, dass sich die Meßplatte in der Mittelebene zwischen zwei Spulen befindet. Die Anordnung gleicht der Spulenanordnung, in der sich das Fadenstrahlrohr befindet. Die Spulen beiderseits der Meßplatte sind in Reihe zu schalten. Die Anschlüsse der betreffenden Spule im Plexiglastasten sind an extra Buchsen herausgeführt. Die Meßplatte kann an etlichen vorgesehenen Stellen die Hallsonde aufnehmen.

Messen Sie die Hallspannungen an den vorgesehenen Stellen für die Spulenströme 1,0; 1,5; und 2,0A.

Hinweis: Lassen Sie die Hallsonde nicht allzu lange eingeschaltet, damit sie nicht überhitzt. Dadurch vermeiden Sie eine temperaturabhängige Drift der Hallspannung.

1.2 Eichen Sie die Hallsonde mit Hilfe des berechenbaren Feldes der langen Eichspule. Messen Sie etwa 10 Wertepaare (Hallspannung/Spulenstrom) und berechnen Sie daraus die Eichgerade $B(U_{\text{Hall}})$. Der Bereich der hier gemessenen Hallspannungen sollte zum Bereich der bei Aufgabe 1.1 gemessenen passen.

1.3 Vergleichen Sie den gemessenen Wert des Mittenfeldes zwischen den Helmholtzspulen mit dem berechneten Wert. Überprüfen Sie die Feldhomogenität bei der vorliegenden Spulenanordnung. Unter der Voraussetzung Spulenradius = Spulenabstand = R gilt für das Mittenfeld

$$B = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R}$$

Dabei ist n die Windungszahl der Spule und I der Strom in der Spule.

1.4 Messen Sie den Durchmesser der Elektronenkreisbahnen im Fadenstrahlrohr

a) in Abhängigkeit der Anodenspannung (z.B. 100; 125; ... 250V) bei zwei Spulenströmen (z.B. 1A und 2A),
b) in Abhängigkeit vom Spulenstrom (z.B. 1,0; 1,2; ... 2,0A) bei zwei Anodenspannungen (z.B. 125V und 250V).

Dabei ist die Zusatzspule wieder abgebaut. Fadenstrahlrohr und Spulen sind entsprechend Schaltung-1 angeschlossen. An den vorgesehenen Stellen sind die Sicherheitskabel zu benutzen. Die Durchmesserbestimmung erfolgt parallaxenfrei mittels verschieblicher Marken vor und eines Spiegels hinter dem Fadenstrahlrohr. Die Röhre muß in der Halterung so gedreht werden, daß sich Kreisbahnen und nicht Spiralen ergeben. Tragen Sie die Ergebnisse zur Kontrolle der theoretischen Abhängigkeiten zunächst in geeignete nach 1.4a und 1.4b getrennte Koordinatensysteme ein. Fassen Sie dann alle Ergebnisse in einem geeigneten Koordinatensystem zusammen und entnehmen Sie diesem den Wert von e/m .

2. e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch

2.1 Vorbereitende Versuche: Schließen Sie die Kathodenstrahlröhre und die sie umgebende Spule nach Schaltung-2 an die Versorgungsgeräte an. Stellen Sie niedrige Beschleunigungsspannung (ca. 500V) ein. Wählen Sie beim Spulenstrom $I=0$ die Deflektorwechselspannung so, dass ein maximal langer Strich erscheint. Stellen Sie die Strahlintensität (Spannung an g_1) und die Strahlschärfe (Spannung an g_3) sinnvoll ein. Steigern Sie dann langsam den Spulenstrom und beobachten Sie die resultierenden Bildveränderungen. Diskutieren Sie deren Zustandekommen. Stellen Sie schließlich den Spulenstrom so ein, daß alle Elektronen

den Schirm auf einem möglichst kleinen Fleck treffen. Versuchen Sie, einen höheren Spulenstrom einzustellen, bei dem abermals der Strich zu einem kleinen Fleck wird.

2.2 Messen Sie den für Einstellungen wie bei 2.1 nötigen Spulenstrom I für Beschleunigungsspannungen U von 500 bis etwa 700V in 25V-Schritten. Tragen Sie U über I² auf und ermitteln Sie e/m aus der Geradensteigung. Bedenken Sie, daß die Spule nicht 'lang' und folglich $B < \mu_0 \cdot n \cdot I/L$ ist. Sie müssen längs der Strecke vom Deflektorzentrum bis zum Leuchtschirm über

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2L} \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}} \right)$$

mitteln. Dabei ist a der Abstand des Feldortes von einem Spulenende und R der mittlere Radius der Spulenwicklung. Bei geschickter Wahl der Feldorte kommen Sie mit drei berechneten B-Werten aus!

Hinweise:

Vermeiden Sie hohe Leuchtdichte am Leuchtschirm der Oszillographenröhre. Der Schirm brennt leicht ein! Der mechanische Aufbau im Innern der Oszillographenröhre ist nicht so perfekt, daß ohne Ablenkkräfte der Strahl die Schirmmitte treffen müßte. Das ist kein 'Fehler' am Gerät.

Zubehör:

Für die Messungen mit Fadenstrahlrohr:

Fadenstrahlrohr (Glühkathode mit indirekter Heizung 6,3V~; Wehneltzylinder; kegelförmige Anode; Ablenkplattenpaar, unbenutzt; gefüllt mit Wasserstoffgas, ca. 0,013mbar)

Helmholtzspulenpaar (Windungszahl je n=130; mittl. Radius R = mittl. Spulenabstand 2a = 15cm; I_{max}=2A)

Vorrichtung zum parallaxenfreien Messen von Elektronenstrahl-Kreisdurchmessern (Spiegel und Schiebemarken). Die vorgenannten Geräte sind zur Vermeidung von Implosionsgefahren in einem Plexiglastasten eingebaut.

Zusätzliche einzelne Helmholtzspule auf Brett und mit Meßplatte (Bohrungen für die Hallsonde in 3cm-Abständen)

Hallsonde

Eichspule für die Hallsonde (L=300mm; Ø=20mm; n=750 Windungen ±1%)

Netzgerät für den Strom durch die Helmholtzspulen oder durch die Eichspule (max. 15V; max. 5A; zulässiger Helmholtzspulenstrom jedoch nur max. 2A, zulässiger Eichspulenstrom nur max. 0,8A)

Netzgerät für das Fadenstrahlrohr (0 - 300V= als Anodenspannung und -20 - 0V= als Wehneltspannung, wobei der Frontplattenschalter nach oben zeigen muß; außerdem 6,3V~ als Heizspannung)

Für die Messungen nach Busch:

Oszillographenröhre (Typ DG7-32; Abstände der beiden Deflektorzentren d₁ und d₂ vom Leuchtschirm S d₁-S = (88±1)mm, d₂-S = (70±1)mm), eingebaut symmetrisch zur d₁-S-Strecke in eine Zylinderspule (L=(180±0,5)mm; R=(42±0,5)mm; n=9970), d.h. das Deflektorzentrum d₁ ist vom einen Spulenende genau so weit entfernt wie der Leuchtschirm S vom anderen Spulenende

Netzgerät für die Oszillographenröhre (0 - 1000V= als Beschleunigungsspannung; 220V= als Versorgung für das Schaltkästchen 'Fokussierung und Intensitätsregelung'; 6,3V~ als Heizspannung)

Schaltkästchen 'Fokussierung und Intensitätsregelung' (mit Reglern, anzuschließen nach Schaltung 2)

Netzgerät für die Spule (0 - 75V=, max. 150mA oder 0 - 90V=, max. 200mA)

Netzgerät für die Ablenkspannung (max. 2x 35V~ oder max. 2x 40V~, symmetrisch, erdfrei, der Mittelabgriff darf auf ein Potential bis zu 800V= gegen Erde gelegt werden)

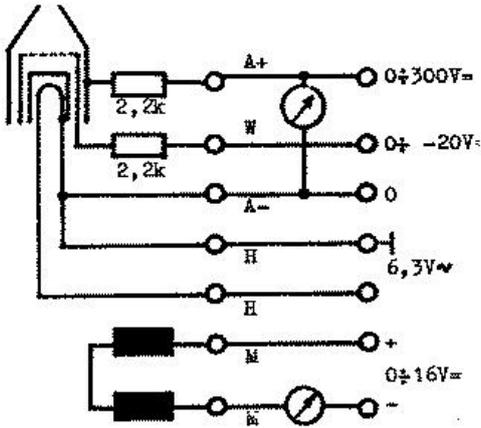
Für alle Messungen:

2 Vielfachmeßinstrumente (Genauigkeit in den U= - und I= - Bereichen ±1%) **Achtung:** Gebrauchslage beachten!

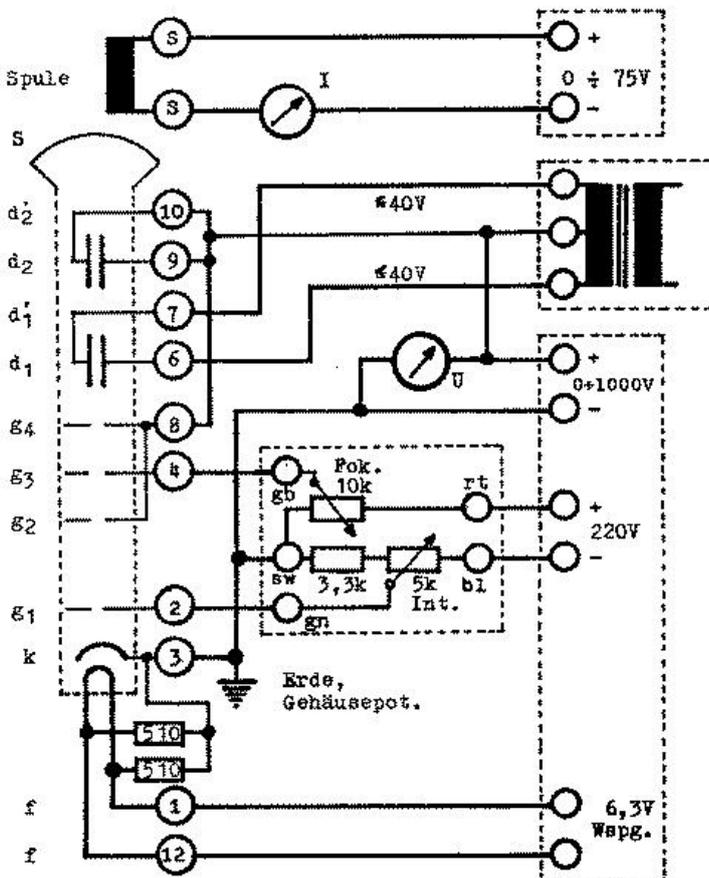
Sammelschiene für Erdleitungen; mm-Maßstab; Taschenlampe

Literatur:

- Schpolski: *Atomphysik*, Bd. 1
- Bergmann, Schaefer: *Experimentalphysik*; Bd. 2
- Gerthsen, Kneser, Vogel: *Physik*
- Walcher: *Praktikum der Physik*
- Siering: *Atomphysik in Experimenten*
- Geiger, Scheel: *Handbuch der Physik*, Bd. 22
- Müller, Pouillet: *Lehrbuch der Physik*, Bd. 4.1

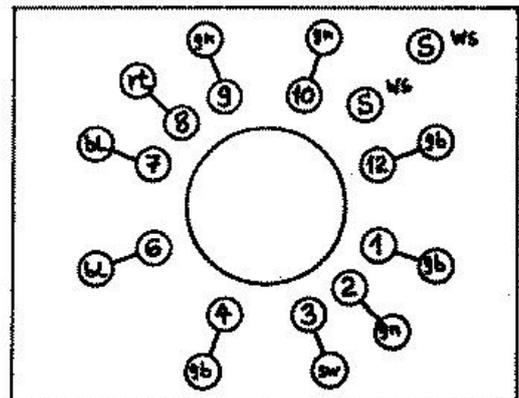


Schaltung 1:
Anschlüsse des Fadenstrahlrohrs.
Die zusätzlich vorhandenen Anschlüsse für ein Ablenkenplattenpaar werden nicht benutzt.

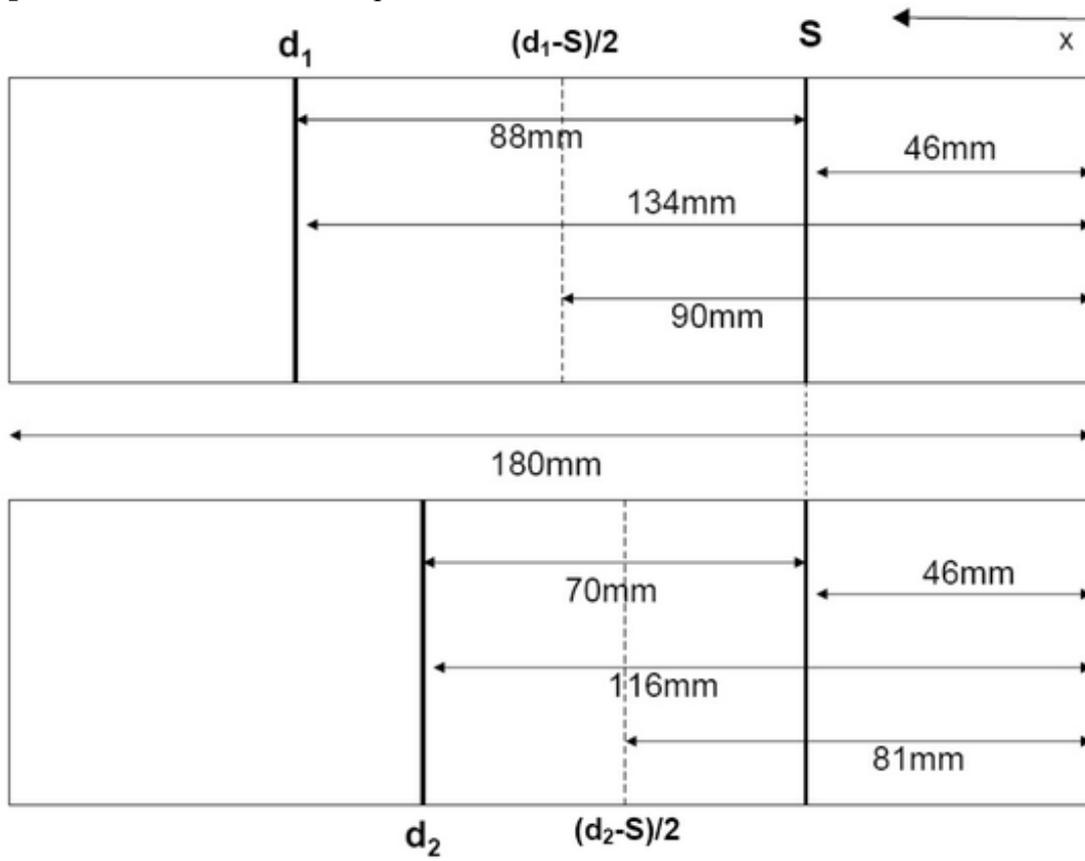


Schaltung 2:
Anschlußschema für die
Oszillographenröhre.
Die Gleichspannung 0+1000V soll
nur bis 750V verwendet werden.
Die Benutzung des Ablenkenplatten-
paares d_2-d_2' anstelle von d_1-d_1'
ist möglich und bei ausführlicher
Fehlerrechnung auch zusätzlich
verlangt.

Zu Schaltung 2:
Buchsenplatte an der
Oszillographenröhre



Graphik-1: Position der Ablenkplatten beim Verfahren nach Busch:



Version: Juni 09

Vorbereitung
e/m-Bestimmung

Daniel Reis
Gruppe Mo-20

27. Januar 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr	2
2.1	Bestimmung des verwendeten Magnetfelds	2
2.2	Die Hallsonde	2
2.2.1	Eichung der Hallsonde	2
2.3	Vergleich der Messwerte	3
2.4	e/m - Bestimmung über Radius r der Kreisbahn	3
3	e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch	4
3.1	Die Kathodenstrahlröhre	4
3.2	e/m-Bestimmung über die Kathodenstrahlröhre	4

1 Einleitung

In diesem Versuch bestimmen wir die spezifische Elektronenladung mit zwei verschiedenen Methoden (Bestimmung mit dem Fadenrohr (Abschnitt 2) und durch die Methode von Busch (Abschnitt 3)). Dabei werden wir die Vorteile und Nachteile der beiden Methoden kennen lernen und uns mit der Bewegung geladener Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern beschäftigen.

2 e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

Bei dieser Methode werden beschleunigte Elektronen in ein bekanntes Magnetfeld gebracht. Da die Elektronen die Elementarladung e_- tragen werden sie in dem Magnetfeld abgelenkt und beschreiben bei geeignetem Magnetfeld einen Kreis. Nun bestimmt man den Radius dieses Kreises und erhält durch verschiedene Zusammenhänge (im Folgenden erklärt) die spezifische Elektronenladung $\frac{e}{m}$.

2.1 Bestimmung des verwendeten Magnetfelds

Da die verwendete Anordnung aus Helmholtzspulen in einem verschlossenen Plexiglkasten ist (um Implosionsgefahren durch das verwendete Wasserstoffgas zu Vermeiden) müssen wir das Magnetfeld zwischen den Spulen durch einen Umweg bestimmen. Wir benutzen deshalb eine baugleiche Spule und erstellen mit einer der inneren Spulen ein Helmholtzspulenpaar, indem wir die Spule von aussen auf den Abstand $d = R$ an die inneren Spulen heranbringen und in Reihe schalten - R ist hier der Radius der Spulen. Eine Helmholtzspulenordnung besitzt durch den Abstand der beiden Spulen die Besonderheit, das das Magnetfeld entlang der Symmetrieachse in der Mitte der Anordnung in sehr guter Näherung homogen ist. Durch diese Homogenität vereinfachen sich viele Rechnungen. Nun müssen wir das Magnetfeld bestimmen. Dies gelingt uns mithilfe der Messplatte, die wir in der (homogenen) Mitte der Anordnung anbringen. An den auf der Messplatte vorgesehenen Stellen bestimmen wir mit einer Hall-Sonde die Hall-Spannung U_H an diesen Stellen. Diese Messungen können wir, nachdem wir die Hall-Sonde geeicht haben (Abschn. 2.2), auf das Magnetfeld zurückführen.

2.2 Die Hallsonde

Bei einer Hallsonde handelt es sich um eine Leiterplatte, die bei einer Spannung U von einem Strom I durchflossen wird. Bringt man die Hallsonde so in ein Magnetfeld, das der in ihr fließende Strom senkrecht zu dem Magnetfeld steht (maximal Ausschlag der Hallspannung), führt das Magnetfeld dazu, dass die fließenden Elektronen in eine Richtung abgelenkt werden und sich an einer Seite der Leiterplatte sammeln. Diese Ansammlung macht sich über eine messbare Spannung U_H zwischen den Seiten bemerkbar. Es stellt sich also bei konstanter Betriebsspannung U und konstantem Magnetfeld B eine Spannung U_H proportional zum Magnetfeld B ein (Herleitung unten) - U_H wächst solange bis sie die Lorentzkraft aufhebt.

2.2.1 Eichung der Hallsonde

In dem oben beschriebenen Fall gilt:

$$\begin{aligned} F_{Lorentz} &= F_{elektr.} \\ e \cdot v \cdot B &= e \cdot E \\ v \cdot B &= \frac{U_H}{d} \end{aligned}$$

löst man diese Gleichung nach B auf erhält man:

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{v \cdot d} \cdot U_H \\ B &= m \cdot U_H \end{aligned} \tag{1}$$

Dabei ist $m = \frac{1}{v \cdot d}$ eine von der verwendeten Betriebsspannung abhängige konstante. Nun bringen wir unsere Hallsonde in das bekannte Magnetfeld einer langen Spule und notieren das Wertepaar I_{Spule} und U_H . Diese Messung wiederholen wir etwa 10 mal bei steigendem Strom I an der langen Spule (Länge L , Windungszahl N) und tragen die gemessene Spannung über dem jeweiligen Magnetfeld B_{Spule} auf. Das Magnetfeld der Spule erhält man leicht über:

$$B_{Spule} = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot I_{Spule} \tag{2}$$

Nun können wir durch eine Regressionsgerade durch diese Messwerte die spezifische Steigung m der Hallsonde berechnen und dadurch die in Abschn. 2.1 erhaltenen Messwerte interpretieren.

2.3 Vergleich der Messwerte

In den vorigen Abschnitten haben wir die benötigten Grundlagen erhalten um Aussagen zu dem Magnetfeld des Helmholtzspulenpaares treffen und verifizieren zu können. Dazu berechnen wir aus unseren Messwerten (1.1) das jeweilige Magnetfeld. Diese Werte können wir mit den theoretischen Werten für das Mittelfeld des Helmholtzspulenpaares vergleichen. Es gilt:

$$B_{Mitte} = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot N \cdot \frac{I}{R} \quad (3)$$

mit den aus der Vorbereitungsmappe bekannten Werten der Spulen ($N = 130$, $R = 15\text{cm}$, $I_1 = 1,0\text{ A}$, $I_2 = 1,5\text{ A}$ und $I_3 = 2,0\text{ A}$) erhalten wir die theoretischen Werte:

Stromstärke I	Magnetfeld B
$I_1 = 1,0\text{ A}$	$7,79 \cdot 10^{-4}\text{ T}$
$I_2 = 1,5\text{ A}$	$11,69 \cdot 10^{-4}\text{ T}$
$I_3 = 2,0\text{ A}$	$15,59 \cdot 10^{-4}\text{ T}$

2.4 e/m - Bestimmung über Radius r der Kreisbahn

Wir schießen nun Elektronen über die Glühkathode und den Wehneltzylinder in das Magnetfeld der beiden Helmholtzspulen. Dabei leuchtet das Wasserstoffgas angeregt durch die Elektronen, sodass wir deren Bahn beobachten und den aufgrund der Lorentzkraft beschriebenen Kreis ausmessen können. Hier ist es wichtig, dass wir die Elektronen wirklich senkrecht zum Magnetfeld einschließen und ein ebener Kreis - keine Spiralbahn - entsteht. Mithilfe der Vorrichtung zum parallaxenfreien Messen des Kreisradius können wir nun den Radius r bestimmen. Dabei benötigen wir die Vorrichtung, da wir den Maßstab nicht direkt an der Bahn anlegen können und so Fehler, die durch unseren Blickwinkel entstehen verhindern müssen (siehe Wikipedia-Artikel zu Parallaxenfehlern¹). Für die Bahn des Elektron gilt:

$$\begin{aligned} F_{\text{zentrifetal}} &= F_{\text{Lorentz}} \\ \frac{m_e \cdot v^2}{r} &= e \cdot v \cdot B \\ \frac{e}{m_e} &= \frac{v}{r \cdot B} \end{aligned} \quad (4)$$

Aus dieser Gleichung ist uns nur die (Einschuss-)Geschwindigkeit der Elektronen unbekannt. Da wir die Elektronen aber über die Anodenspannung U_A beschleunigt haben, haben wir ihnen über das Feld kinetische Energie zugeführt. Es gilt:

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= E_{\text{elektr.}} \\ \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 &= e \cdot U_A \\ \Rightarrow v^2 &= 2 \cdot U \cdot \frac{e}{m_e} \end{aligned} \quad (5)$$

Quadriert man nun (4) und setzt (5) ein erhält man direkt:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2 \cdot U}{r^2 \cdot B^2} \quad (6)$$

Durch diese Gleichung ist es uns nun möglich die gesuchte spezifische Elektronenladung aus unseren Messergebnissen zu berechnen.

¹<http://de.wikipedia.org/wiki/Parallaxenfehler>

3 e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch

Bei dieser Methode werden Elektronen „schräg“ in ein homogenes Magnetfeld geschossen. Wie im vorigenversuch werden sie durch die Lorentzkraft beeinflusst und beschreiben (durch die zu B parallele Komponente der Einschussrichtung) spiralbahnen. Dabei ist die Umlaufdauer einer kompletten „Schraube“ der Spiralbahn auf dem Abstand „Eintritt in das Magnetfeld“ bis Schirm charakteristisch für das Teilchen und hängt von der Anfangsgeschwindigkeit (\rightarrow Beschleunigungsspannung) und der Stärke des Magnetfelds ab. Diese Charakteristika werden wir uns im folgenden Versuch zunutze machen um daraus den gesuchten Wert e/m zu bestimmen.

3.1 Die Kathodenstrahlröhre

Bei einer Kathodenstrahlröhre werden Elektronen durch eine Glühkathode über eine Beschleunigungsspannung (Anodenspannung U_A) beschleunigt und durch ein senkrechtes homogenes Magnetfeld geschossen. Nach Durchlauf der Anordnung treffen sie auf einen Schirm, dessen Abstand d wir als Abstand zwischen Eintrittspunkt in das Magnetfeld und Auftreffpunkt des Schirms angeben. Dabei hat man die Möglichkeit den Elektronenstrahl über Ablenkplatten (durch anlegen einer Spannung) zu beeinflussen. Über dieses Verfahren wollen wir unsere Kathodenstrahlröhre bei einer geringen Beschleunigungsspannung von $U_A = 500V$ und ausgeschaltetem Magnetfeld so einstellen, dass wir auf dem Schirm einen möglichst langen Strich (Veränderung der vertikal ablenkenden Spannung - Deflektorwechselspannung) erreichen. Für diesen Strich wollen wir trotzdem fordern, dass der Winkel α zwischen der Eintrittsrichtung der „obersten“ Elektronen zur Horizontalen klein ist. Zudem stellen wir die Fokussierung (Spannung an Eingang g_1) des Elektronenstrahls und die Strahlintensität (Spannung an Eingang g_3) so gut wie möglich ein. Ist uns dies gelungen steigern wir langsam den Spulenstrom und beobachten die Bildveränderung. Da wie schon erwähnt die Elektronen durch das Magnetfeld in eine Kreisbahn (die durch die Ablenkspannung nicht senkrecht einfallenden Elektronen eine Spiralbahn) gezwungen werden, werden wir beobachten, dass sich der Strahl langsam dreht. Dies geschieht, da die Umlaufdauer nach (7) abhängig ist von der Stärke des Magnetfeldes. Die Elektronen befinden sich also bei stärkerem Magnetfeld nach der Strecke d auf einer anderen „Position“ der Kreisbahn. Stellen wir nun das Magnetfeld ein, bei dem die Elektronen bis zum Schirm gerade eine ganze Kreisbahn durchlaufen haben, werden wir einen „Punkt“ beobachten. Wie wir aus (8) durch die Näherung für kleine Winkel sehen ist die Umdrehungsdauer unabhängig von dem Eintrittswinkel, der Abstand der einzelnen Elektronen ist in diesem Punkt zudem sehr klein, sodass sie nach einer kompletten Kreisbahn wieder in diesem Abstand auf dem Schirm auftreffen - Man kann mit dem Auge deswegen nur einen Punkt ausmachen. Wie wir an (8) sehen, können wir die Zeit T auch durch Veränderung der Eintrittsgeschwindigkeit v (die Anodenspannung U_A) verändern, dies machen wir uns im nächsten Abschnitt zunutze.

3.2 e/m-Bestimmung über die Kathodenstrahlröhre

Um durch die oben gemachten Effekte die spezifische Elektronenladung e/m zu bestimmen müssen wir uns den Zusammenhang der Umlaufdauer T zu dem Magnetfeld, dem Abstand d des Schirms, der Eintrittsgeschwindigkeit v und dem Eintrittswinkel α klar machen. Für die Kreisbahn gilt wie oben:

$$\begin{aligned} F_{Lorentz} &= F_{zentripetal} \\ e \cdot v \cdot B &= \frac{m_e \cdot v^2}{r} \\ \frac{v}{r} &= \frac{e}{m} \cdot B = \omega \end{aligned}$$

Für die Kreisfrequenz ω gilt aber ebenfalls:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ \Rightarrow T &= \frac{2\pi}{\omega} \\ \Rightarrow T &= \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \cdot m_e}{e \cdot B} \end{aligned} \quad (7)$$

Damit nun nach genau einer Umdrehung auf dem Schirm auftreffen, muss für die Zeit T ebenfalls gelten:

$$T \stackrel{!}{=} \frac{d}{v_s}$$

mit der Geschwindigkeitskomponente v_s in horizontaler Richtung und dem Abstand d von dem mittigen Eintrittspunkt und Schirm. Es ist ersichtlich, dass gilt:

$$v_s = \cos(\alpha) \cdot v \stackrel{\alpha \ll 1}{\approx} v$$

Damit erhalten wir für kleine Winkel die Beziehung:

$$T = \frac{d}{v} \quad (8)$$

Damit können wir (7) nach e/m auflösen und (8) einsetzen und erhalten:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi \cdot v}{B \cdot d} \quad (9)$$

Nun fehlt uns nurnoch ein Wert für v , diesen erhalten wir aus der Formel (5) aus Abschnitt 2.4. Wir quadrieren auch hier (9) und setzen (5) ein, damit erhalten wir:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot U_A}{B^2 \cdot d^2} \quad (10)$$

Da wir es hier nicht mit einer langen Spule zu tun haben, müssen wir das Magnetfeld B über folgende Formel Mitteln:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot n}{2 \cdot L} \underbrace{\left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right)}_m \cdot I \quad (11)$$

Dabei ist a der Abstand des Feldortes von einem Spulenende und R der mittlere Radius der Spulenwicklung. Aufgrund der Symmetrie der Spule können wir mit 3 Werten (an einem Ende, der Mitte und $\frac{L}{4}$) einen guten Wert für den Mittelwert \bar{m} der Vorfaktoren m an den genannten Stellen bestimmen. Wir steigern nun die Spannung U_A von 500V bis 700V in 25V-Schritten und stellen jedesmal die Stromstärke I so ein, dass wir auf dem Schirm einen punktförmigen Fleck sehen. Als nächstes tragen wir U_A über den ermittelten Werten I^2 auf. Wir sollten eine Gerade mit der Steigung k erhalten, die wir über Regression bestimmen können. Mit (10) und (11) erhalten wir:

$$\begin{aligned} U_A &= k \cdot I^2 \\ \Rightarrow \frac{e}{m} &= \frac{k \cdot 8\pi^2}{\bar{m}^2} \end{aligned} \quad (12)$$

Bestimmung der spezifischen Ladung eines Elektrons
Versuchsvorbereitung

Alexander Schmid
Gruppe Mo-20

17. Januar 2011

1 Grundlagen

In diesem Abschnitt sollen einige grundlegende Zusammenhänge erklärt werden, die das Verstehen der Aufgaben erleichtern.

1.1 Hallsonde

Eine Hallsonde ist ein Messgerät für Magnetfeldstärken. Hauptbestandteil ist ein Plättchen mit rechteckiger Oberfläche, das in Längsrichtung von einem Strom durchflossen wird. Bringt man dieses Plättchen so in ein Magnetfeld, dass der B -Feld-Vektor senkrecht zur Oberfläche des Plättchens steht, werden die fließenden Ladungsträger im Plättchen auf eine Seite abgelenkt. Es entsteht also eine messbare Spannung zwischen den Seiten des Plättchens, die sogenannte Hallspannung U_H . Die Ladungsverschiebung erfolgt so lange, bis sich ein Kräftegleichgewicht zwischen Kraft des Magnetfelds und Abstoßung der Ladungsträger einstellt:

$$F_B = F_E$$
$$vB = E$$

(Dies gilt nur, wenn das Magnetfeld senkrecht zur Längsseite des Plättchens ist)

Wir können die Anordnung als Kondensator betrachten, deshalb gilt:

$$E = \frac{U_H}{d}$$

Daraus folgt:

$$B = \frac{U_H}{vd}$$

Unbekannt ist nun noch die Driftgeschwindigkeit v der Ladungsträger. Diese ist vom Strom I und Eigenschaften des Plättchens (Maße, Ladungsträgerdichte n) abhängig. Wir können sie über die Stromdichte folgendermaßen herleiten:

$$j = \frac{I}{A} = qnv$$
$$\Rightarrow v = \frac{I}{qnA}$$

Eingesetzt in die obere Beziehung erhalten wir für die zu bestimmende Feldstärke

$$B = U_H \cdot \underbrace{\frac{qnA}{Id}}_{=: \lambda}$$

Den Proportionalitätsfaktor λ kann man aus den angegebenen Größen bestimmen. Einfacher und sicherer ist es aber, ihn bei bekannten Magnetfeldstärken experimentell zu bestimmen, wie wir es später auch tun werden.

1.2 Fadenstrahlrohr

Ein Fadenstrahlrohr besteht aus einem druchsichtigen, abgeschlossenen Gehäuse, das mit einem bestimmten Gas (hier: Wasserstoff) gefüllt ist, einer Elektronenquelle und einer beschleunigenden Anode. Die Elektronenquelle (bei uns: Stromkreis mit Glühkathode) erzeugt bei Betrieb freie Elektronen, sodass eine Elektronenwolke um die Kathode entsteht. Sie erfahren durch angelegte Beschleunigungsspannung eine Kraft in Richtung der kegelförmigen Anode und werden durch sie hindurch „geschossen“. So entsteht ein Elektronenstrahl. Dieser regt die Wasserstoffmoleküle an, wodurch sie lumineszieren. So wird der Elektronenstrahl sichtbar gemacht.

Die Elektronen haben eine gewisse Geschwindigkeit, die sich über die Energierhaltung aus der Beschleunigungsspannung herleiten lässt. Bestimmen wir die Geschwindigkeit allerdings experimentell, können wir die spezifische Masse ermitteln:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU$$
$$\Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{v^2}{2U}$$

1.3 Magnetfeld der Helmholtzspulen

Eine Helmholtzanordnung besteht aus zwei kurzen Spulen, die auf der gleichen Achse angeordnet sind (wir nennen sie x-Achse). Dabei ist der Abstand zwischen den beiden Spulen genau gleich dem Radius von ihnen. Das Magnetfeld einer der Spulen (Radius R, Windungszahl N) auf dieser Achse ist gegeben durch

$$\vec{B}_{(x)} = \frac{1}{2} N \mu_0 I \frac{R^2}{\sqrt{x^2 + R^2}^3} \cdot \vec{e}_x$$

Ordnen wir die Spulen wie beschrieben an, ergibt sich im Mittelpunkt zwischen den Spulen (bei Stromfluss in die gleiche Richtung) folgendes Magnetfeld:

$$\begin{aligned} B_{ges} &= B_{(-\frac{R}{2})} + B_{(+\frac{R}{2})} \\ &= \frac{1}{2} N \mu_0 I \cdot \left(\frac{R^2}{\sqrt{(-\frac{R}{2})^2 + R^2}^3} + \frac{R^2}{\sqrt{(+\frac{R}{2})^2 + R^2}^3} \right) \\ &= N \mu_0 I \cdot \frac{R^2}{\sqrt{\frac{5}{4} R^2}^3} \\ &= \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} N \mu_0 I \frac{1}{R} \\ &= 0,7155 N \mu_0 I \frac{1}{R} \end{aligned}$$

Der Vorteil dieser Anordnung ist, dass man durch die Überlagerung der inhomogenen Magnetfelder der einzelnen Spulen ein Feld erzeugt, das nahe der x-Achse recht homogen und deshalb gut zur Durchführung von Versuchen geeignet ist.

2 $\frac{e}{m}$ -Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

2.1 Aufbau und Vorbereitungen

Wir wollen in diesem Abschnitt das Magnetfeld zwischen den Helmholtzspulen bestimmen. Dazu benutzen wir die zusätzliche Spule mit Messplatte, die wir wie in der Vorbereitungsmappe beschrieben aufbauen. Dann schalten wir den Strom für die Helmholtzspulen ein. Bei verschiedenen Stromstärken (1; 1,5; 2A) messen wir an den vorgesehen Stellen mit der Hallsonde die Hallspannungen U_H . Dabei achten wir wie in Abschnitt 1.1 beschrieben darauf, dass das Magnetfeld senkrecht zur Oberfläche des Plättchens steht.

2.2 Eichen der Hallsonde

Um aus den gemessenen Hallspannungen das Magnetfeld bestimmen zu können, fehlt uns noch der Proportionalitätsfaktor λ (vgl. Abschnitt 1.1). Diesen wollen wir nun ermitteln, indem wir die Hallsonde in das Feld einer Eichspule bringen. In Abhängigkeit vom Strom I_S durch die Eichspule (N Windungen, Länge l) erhalten wir ein Magnetfeld von

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l}$$

Wir messen nun die Hallspannung U_H für verschiedene Magnetfelder. Dabei achten wir darauf, dass wir den Spulenstrom so einstellen, dass wir Hallspannung im Bereich von denen aus Abschnitt 2.1 erhalten. In der Auswertung tragen wir dann B über U_H auf und legen eine Ausgleichsgerade durch die Punkte. Weil wie oben hergeleitet

$$B = \lambda U_H$$

gilt, entspricht der Proportionalitätsfaktor der Steigung der Ausgleichsgeraden.

2.3 Feldstärke und Feldhomogenität

Nun vergleichen wir die gemessenen Werte des Magnetfelds mit dem theoretischen Wert, der wir in Abschnitt 1.3 auf

$$B = 0,7155 N \mu_0 I \frac{1}{R}$$

bestimmt haben. Außerdem überprüfen wir, in welchem Bereich das Magnetfeld zwischen den Spulen konstant ist, um einen Arbeitsbereich für die Bestimmung der spezifischen Ladung zu finden.

2.4 Durchmesser der Elektronenkreisbahn

Nun haben wir alle Vorbereitungen getroffen und können uns dem eigentlichen Versuch widmen. Bei abgebauter Zusatzspule messen wir den Durchmesser der Kreisbahn, auf die die Elektronen durch das Magnetfeld der Spulen gezwungen werden. Den Versuch führen wir auf verschiedene Weisen durch:

1. Wir wählen einen festen Spulenstrom (d.h. ein festes Magnetfeld B) und variieren die Beschleunigungsspannung (also die Geschwindigkeit v der Elektronen). Den Versuch führen wir für $I = 1A$ und $I = 2A$ durch.
2. Nun lassen wir die Beschleunigungsspannung konstant und variieren den Spulenstrom. Dies führen wir für $U = 125V$ und $U = 250V$ durch.

Aus den eingestellten Werten und dem gemessenen Durchmesser der Kreisbahn können wir die spezifische Ladung bestimmen. Die entsprechende Formel leiten wir über das Kräftegleichgewicht von Zentrifugalkraft und Kraft durch das Magnetfeld her:

$$\begin{aligned} F_Z &= F_{\text{magn}} \\ \frac{mv^2}{d} &= evB \\ \Rightarrow \frac{e}{m} &= \frac{2v}{Bd} \end{aligned}$$

Aus Abschnitt 1.2 wissen wir, dass

$$v^2 = 2U \frac{e}{m}$$

Wir quadrieren deshalb die obige Gleichung und setzen v^2 ein. Daraus ergibt sich nach ein paar Umstellungen

$$\frac{e}{m} = 8 \frac{U}{B^2 d^2}$$

Nun ersetzen wir noch das Magnetfeld durch folgenden Ausdruck, den wir in Abschnitt 1.3 hergeleitet haben:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} N \mu_0 I \frac{1}{R}$$

Daraus erhalten wir die finale Auswerteformel

$$\frac{e}{m} = \frac{125}{8} \cdot \frac{UR^2}{d^2 N^2 \mu_0^2 I^2}$$

Für die folgenden Ausführungen setzen wir

$$\gamma = \frac{125}{8} \frac{R^2}{N^2 \mu_0^2}$$

Nun überlegen wir, welche Grafiken wir bei den einzelnen Versuchen erstellen, um $\frac{e}{m}$ gut ablesen zu können:

1. **I konstant, U variabel:** Die Auswerteformel können wir folgendermaßen umstellen:

$$\frac{d^2 I^2}{\gamma} = \frac{1}{m} \cdot U$$

Wir tragen also in einem Diagramm $\frac{d^2 I^2}{\gamma}$ über U auf und legen eine Ausgleichsgerade durch die Punkte.

2. **U konstant, I variabel:** Für diesen Fall stellen wir die Auswerteformel anders um:

$$\frac{\gamma U}{d^2} = \frac{e}{m} I^2$$

Dementsprechend zeichnen wir hier $\frac{\gamma U}{d^2}$ über I^2 . Auch hier wenden wir lineare Regression an.

Diese beiden Auswertungen dienen nicht der Bestimmung der spezifischen Ladung, sondern nur der groben Kontrolle, ob die Messungen passen (Ausgleichsgeraden müssen sinnvoll sein).

Aus den Werten, die wir in den beiden Versuchen gesammelt haben, errechnen wir jeweils die Quotienten $\frac{I^2}{U}$ und tragen darüber $\frac{\gamma}{d^2}$ auf. Weil

$$\frac{\gamma}{d^2} = \frac{e}{m} \cdot \frac{I^2}{U}$$

gilt, entspricht die spezifische Ladung der Steigung der Ausgleichsgeraden, die wir durch die Punkte legen.

3 Methode nach Busch

Bei diesem Versuch ist ein Magnetfeld parallel zur Flugrichtung der Elektronen angelegt, die diesmal durch mehrere Anoden hindurch beschleunigt werden. Hinter den Anoden befindet sich ein Kondensator (=Deflektor), der eine Kraft senkrecht zur Flugrichtung auf die Elektronen wirken lässt. Dadurch werden sie beschleunigt und durch die Lorentzkraft abgelenkt. Betrachtet man dies aus Sicht der Anode, werden die e^- auf eine Kreisbahn gezwungen. Durch Überlagerung dieser Kreisbahn mit der linearen Grundbewegung ergibt sich eine Spiralbahn, aus deren Eigenschaften (Radius, Ganghöhe) man die spezifische Ladung bestimmen kann.

3.1 Vorbereitungen

Zu Beginn legen wir den Spulenstrom auf $I = 0$, verzichten also auf das Magnetfeld. Dadurch dass der Deflektor mit Wechselspannung betrieben wird, erhalten wir auf dem Schirm keinen Punkt, sondern einen Strich. Um die Genauigkeit des Versuchs zu maximieren, wählen wir die Deflektorspannung so, dass wir einen maximal langen Strich erhalten. Über die Regelung der Spannungen an den einzelnen Anoden optimieren wir Strahlintensität und Strahlschärfe. Dann fahren wir den Spulenstrom hoch und beobachten das Verhalten auf dem Schirm. Der Strahl sollte sich immer mehr krümmen, bis schließlich nur noch ein Punkt im Zentrum zu sehen ist (genau ein Umlauf auf der Spiralbahn). Bei weiterer Steigerung der Stromstärke wird sich wieder eine Linie ausbilden. Erhöhen wir weiter, wird sich das Verhalten wiederholen.

3.2 Bestimmung von $\frac{e}{m}$

Um die spezifische Ladung bestimmen zu können, müssen wir die physikalischen Hintergründe zuerst in Formeln zusammenfassen. Für die Kreisbahn, die sich aus „Anodensicht“ ergibt, gilt wieder das Kräftegleichgewicht

$$\begin{aligned}F_Z &= F_B \\ \frac{mv_{\perp}^2}{r} &= ev_{\perp}B \\ \Rightarrow \frac{e}{m} &= \frac{v_{\perp}}{Br}\end{aligned}$$

Da B , e und m konstant sind, geht aus dieser Gleichung hervor, dass v_{\perp} proportional zu r ist. Da das Magnetfeld die Geschwindigkeit nicht ändert, gilt für v_{\perp} :

$$v_{\perp} = \frac{2\pi r}{T}$$

Aufgrund der Proportionalität von v_{\perp} und r folgt, dass die Periodendauer (und damit auch die Ganghöhe der Spirale) unabhängig von der Ablenkung durch den Deflektor ist. Deshalb erscheint nur noch ein Punkt auf dem Schirm des Oszilloskops, wenn Spulenstrom und Beschleunigungsspannung so eingestellt sind, dass der Abstand zwischen Deflektor und Schirm einem beliebigen Vielfachen der Ganghöhe entspricht. Setzen wir den Ausdruck für v_{\perp} in die obige Formel ein, erhalten wir

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi}{BT} \quad (1)$$

Die Periodendauer T entspricht auch der Zeit, in der das Elektron in Magnetfeldrichtung die Strecke zwischen Deflektor und Schirm zurückgelegt hat:

$$T = \frac{h}{v_{\parallel}}$$

Dabei ist v_{\parallel} die Geschwindigkeit der Elektronen, die sie aus der Beschleunigung zwischen Kathode und der letzten Anode erhalten haben. Wir können sie über Energieerhaltung herleiten:

$$\begin{aligned}eU &= \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 \\ \Rightarrow v_{\parallel}^2 &= 2\frac{eU}{m}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{h^2 m}{2eU}$$

Wir quadrieren Gleichung (1) und setzen die Beziehung für T^2 ein. Nach Kürzen und Umformen erhalten wir die folgende Formel für die spezifische Ladung:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{B^2 h^2}$$

Nun fehlt uns nur noch die Bestimmung des Magnetfelds. Da die Spule nicht als „lang“ angesehen werden kann, können wir die Formel $B = \mu_0 I \frac{N}{l}$ nicht verwenden. Stattdessen berechnen wir B über

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2L} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}} \right)$$

Das Magnetfeld ist inhomogen. Wir möchten allerdings einen Effektivwert haben, den wir in die obige Formel einsetzen können. Daher benutzen wir die Simpsonregel. Diese nähert das Integral über eine Funktion (bei uns $B_{(a)}$) durch Näherung an eine Parabel. Die Simpsonregel hat für unseren Fall die Formel

$$\bar{B} = \frac{1}{6} \cdot (B_{(a_1)} + 4B_{(\frac{a_2 - a_1}{2})} + B_{(a_2)})$$

Diese Näherung ist in unserem Fall sinnvoll, da das Magnetfeld in Abhängigkeit von a folgendermaßen aussieht:

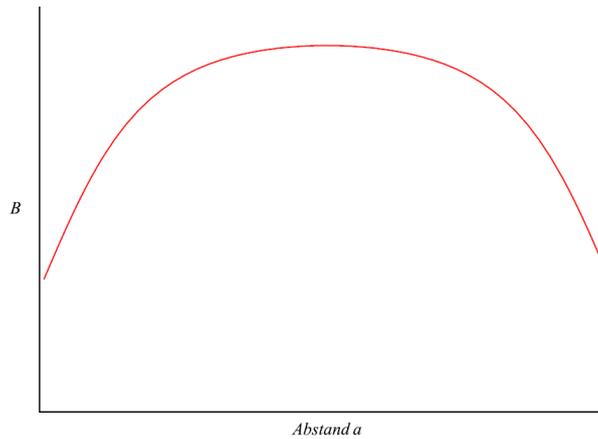


Abbildung 1: Magnetfeld in Abhängigkeit von a

Wählen wir den Deflektor $d1$ zur Ablenkung, erhalten wir folgenden Mittelwert für das Magnetfeld

$$\bar{B} = 8835,8 \cdot \mu_0 \frac{I}{l}$$

Setzen wir dies in die Formel für die spezifische Ladung ein, erhalten wir

$$\frac{e}{m} = \frac{\beta U l^2}{\mu_0^2 I^2 h^2}$$

mit dem rein numerischen Wert $\beta = 1,011337 \cdot 10^{-6}$. Dies ist jetzt die endgültige Formel für die Auswertung.

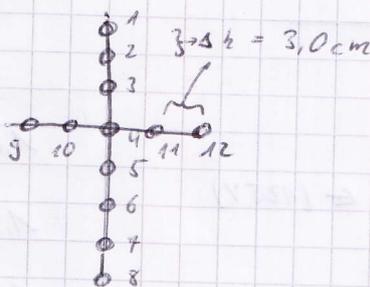
Im Versuch erhöhen wir die Beschleunigungsspannung U von 500V aufwärts in 25V-Schritten und passen den Spulenstrom I so an, dass der Abstand zwischen Deflektor und Schirm genau der Ganghöhe entspricht (möglichst kleiner Fleck auf dem Schirm). In diesem Fall gilt unsere Auswerteformel. Wir stellen diese folgendermaßen um:

$$\frac{e}{m} I^2 = \frac{\beta U l^2}{\mu_0^2 h^2}$$

Wir tragen in der Auswertung also den Term $\frac{\beta U l^2}{\mu_0^2 h^2}$ über I^2 auf und legen eine Ausgleichsgerade durch die Punkte. Deren Steigung entspricht dann der spezifischen Ladung $\frac{e}{m}$.

Messprotokoll - e/m - Bestimmung

1.1. Bestimmung des verwendeten Magnetfeldes



Messbereich:

$15 \pm 0,15 \text{ mV}$
($\times 1$ und $\times 1,5A$)

Messbereich
 $0,5 \text{ mV (2A)}$

Punkt	U_H [mV] Strom [A]	$U_{H,1,5}$ [mV] $U_{H,1,5}$ [mV]	$U_{H,2,0}$ [mV]
1	0,082	0,120 0,120	0,155
2	0,087	0,128	0,165
3	0,085	0,130	0,170
4	0,085	0,130	0,170
5	0,086	0,131	0,170
6	0,088	0,130	0,170
7	0,084	0,124	0,160
8	0,070	0,103	0,135
9	0,087	0,128	0,167
10	0,088	0,130	0,170
11	0,088	0,130	0,170
12	0,087	0,128	0,170

1.2. Eichung der Hallsonde

$0,15 \text{ mV}$

Nr.	Strom [A]	U_H [mV]	Nr.	Strom [A]	U_H [mV]
1	0,18	0,057	10	0,58	0,2
2	0,222	0,072			
3	0,25	0,080			
4	0,332	0,109			
5	0,388	0,128			
6	0,418	0,138			
7	0,437	0,1455			
8	0,49	0,165			
9	0,525	0,175			

$0,5 \text{ mV}$

1.4 a)

Anodenspannung: [V]	d [cm] Strom [mA]	d [cm] [Strom 2A]	Spaltenstrom [A]	d [cm] $U_A = \frac{1250}{150V}$	d [cm] $d_A = 250V$
100	—	—	1	9,75	1
127,6	8,0	3,9 ← (125V)	1,4	9,1	1,1
150	9,5	4,4	1,2	8,6	1,2
175	10,3	5,3	1,2	7,9	1,4
200	11,6	5,9	1,8	7,3	1,6
225	13,35	6,3	1,4	6,4	1,8
250	—	6,8	2,0	6,1	2,0
			1,5	5,2	6,8
			1,8	4,4	
			2,0		

A2 Methode v. Busch.

2.2

U/V	I/A
500	0,084
525	0,086
550	0,089
575	0,091
600	0,094
625	0,095
650	0,097
675	0,099
700	0,101

PR

Bestimmung der spezifischen Masse eines Elektrons
Versuchsauswertung

Daniel Reis, Alexander Schmid
Gruppe Mo-20

26. Januar 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Bestimmung des verwendeten Magnetfelds	2
1.1	Das Magnetfeld der Helmholtzspulen	2
1.2	Eichung der Hallsonde	2
1.3	Vergleich der Messwerte	3
1.4	e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr	3
2	Methode nach Busch	6
2.1	Vorbereitungen	6
2.2	Bestimmung der spezifischen Masse	6
3	Anhang	8

1 Bestimmung des verwendeten Magnetfelds

1.1 Das Magnetfeld der Helmholtzspulen

In diesem Versuch bestimmten wir mithilfe der Hallsonde die an verschiedenen Punkten der Messplatte (siehe Abb. 1) auftretende Hallspannung U_H . Dabei erhielten wir in Abhängigkeit des fließenden Spulenstromes I die in Abb. 2 dargestellten Messwerte. Um aus diesen Daten das Magnetfeld bestimmen zu können, mussten wir zunächst die Hallsonde in einem bekannten Magnetfeld eichen. Aber schon bevor wir das tatsächliche Magnetfeld berechnen können, sieht man anhand der Messwerte, dass das Feld in einem Radius von mindestens 6cm sehr homogen ist. Sichtbare Abweichungen treten nur an Punkt 8 im Abstand von 12cm zur Mitte auf, wobei sich diese Entwicklung auch schon an den Punkten 1 und 7 im Abstand von 9cm sehen lässt. Im späteren Versuch bewegten wir uns aber immer unter Radien von 7cm, weshalb wir sehr gut von einem homogenen Magnetfeld ausgehen können.

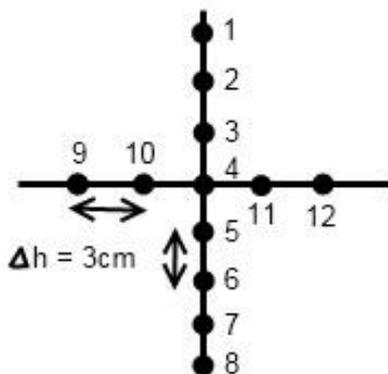


Abbildung 1: Bezeichnung der Messpunkte

	$I=1,0A$	$I=1,5A$	$I=2,0A$
Punkt	U_H [mV]	U_H [mV]	U_H [mV]
1	0,08	0,120	0,155
2	0,09	0,128	0,165
3	0,09	0,130	0,170
4	0,09	0,130	0,170
5	0,09	0,131	0,170
6	0,09	0,130	0,170
7	0,08	0,124	0,160
8	0,070	0,103	0,135
9	0,09	0,128	0,167
10	0,09	0,130	0,170
11	0,09	0,130	0,170
12	0,09	0,129	0,170

Abbildung 2: Messwerte an den Punkten

1.2 Eichung der Hallsonde

Um die Hallsonde zu eichen, gingen wir gemäß der Vorbereitung vor und bestimmten die Hallspannung U_H in der Mitte der zur Verfügung gestellten Spule ($L = 300mm$; $r = 10mm$; $n = 750$ Windungen) bei verschiedenen Stromstärken I . Durch Kenntnis der Maße der Spule konnten wir außerdem über die Formel

$$B_{Spule} = \mu_0 \cdot \frac{n}{L} \cdot I$$

das Magnetfeld B_{Spule} der Spule bei der jeweiligen Stromstärke bestimmen. Somit erhielten wir die in Abb. 3 aufgelisteten Messwerte:

I [A]	U_H [mV]	B_{Spule} [mT]
0,180	0,057	0,565650
0,222	0,072	0,697635
0,250	0,080	0,785625
0,332	0,109	1,043310
0,388	0,128	1,219290
0,418	0,138	1,313565
0,437	0,146	1,373273
0,490	0,165	1,539825
0,525	0,175	1,649813
0,580	0,200	1,822650

Abbildung 3: Eichmesswerte der Hallsonde

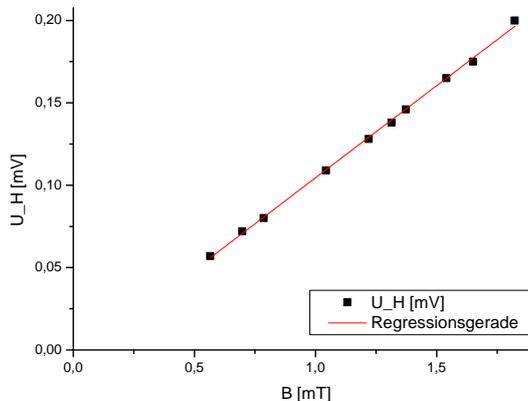


Abbildung 4: Eichmessung Auswertung

Wir trugen diese Werte über dem Magnetfeld auf (vgl. Abb. 4) und konnten mithilfe von Origin den in der Vorbereitung diskutierten Steigungsfaktor m bestimmen. Wir erhielten:

$$m = 0,1118 \frac{mV}{mT} = 0,1118 \frac{V}{T}$$

Damit war es uns nun möglich, aus den zuvor erhaltenen Messwerten das Magnetfeld der Helmholtzspulen zu berechnen.

1.3 Vergleich der Messwerte

In der Vorbereitung haben wir bereits die Soll-Werte aus der Formel ($B = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R} = k \cdot I$) und den Angaben der Spule berechnet und können diese nun mit unseren Messwerten aus Abschn. 1.1 vergleichen. Mithilfe dieses Vergleiches können wir den im späteren relevanten Vorfaktor $k = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot \frac{n}{R}$ bestätigen. Dazu verwendeten wir jeweils den Mittelwert der Messpunkte 3,4,5,10 und 11, um das Magnetfeld der Spule bei dem jeweiligen Spulenstrom zu berechnen. Wir verwendeten dazu die Beziehung:

$$\begin{aligned} U_H &= m \cdot B \\ \Rightarrow B &= \frac{U_H}{m} \end{aligned}$$

Wir erhielten die in Abb. 5 dargestellten Messwerte. Um die Messwerte mit den theoretisch erwarteten Werten vergleichen zu können, berechneten wir jeweils die prozentuale Abweichung des Messwertes von dem erwarteten Wert. Wir können die theoretischen Werte für alle drei Stromstärken ($I = 1,0 / 1,5 / 2,0A$) mit Abweichungen unter 2,5% sehr gut bestätigen. Da Messunsicherheiten durch Ablesefehler an den Messgeräten für die Spulenstromstärke sowie der Hallspannung auftreten können und sich zusätzliche Fehler aus der Eichung der Hallsonde fortpflanzen können, sind wir mit dem Ergebnis sehr zufrieden.

Stromstärke I	Magnetfeld B_theo	Magnetfeld B_Mess	Abweichung
[A]	[mT]	[mT]	[%]
1,0	0,779	0,760	2,4
1,5	1,169	1,163	0,53
2,0	1,559	1,521	2,46

Abbildung 5: Vergleich der Messungen mit den theoretischen Werten

1.4 e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

In den vorigen Abschnitten bestätigten wir die in der Vorbereitung genutzten Eigenschaften der Versuchsanordnung. Somit konnten wir nun mit dem Hauptversuch beginnen. Wir verschalteten die Apparatur gemäß der Vorbereitung und stellten den Spulenstrom sowie die Anodenspannung ein. Es stellte sich ein sichtbarer Elektronenstrahl in dem Glaskolben ein. Wir achteten darauf, dass der Elektronenstrahl in einer Ebene verlief und wir keine Spirale erhielten. Dann begannen wir mit Aufgabenteil a und veränderten die Anodenspannung von 125V – 250V in 25V-Schritten (bei $I = 1,0A$ und $I = 2,0A$). In den Versuchen ermittelten wir folgende Messwerte:

	I=1,0A	I=2,0A
U [V]	d [cm]	d [cm]
125	-	3,9
127,6	8	-
150	9,5	4,4
175	10,3	5,3
200	11,6	5,9
225	13,35	6,3
250	-	6,8

Abbildung 6: Messwerte variable Anodenspannung

Dabei bestimmten wir jeweils mithilfe der Messanordnung zur Vermeidung von Parallaxenfehlern den Durchmesser des Elektronenkreises. Bei der Versuchsdurchführung konnten wir nicht alle in der Aufgabenstellung geforderten Anodenspannungen zur Versuchsdurchführung nutzen, da bei Anodenspannungen unter 125V der Elektronenstrahl zusammenbrach. Auch bei einigen Wertepaaren (z.B. $U_A = 250V$;

$I = 1A$) stießen wir auf die Grenzen unseres Versuchsaufbaus, da der Radius des Elektronenstrahls unseren Messbereich überschritt. Ansonsten hatten wir bei der Versuchsdurchführung ein gutes Gefühl und konnten recht zuverlässige Werte bestimmen. Zunächst wollen wir prüfen, ob die gemessenen Werte im Sinne der theoretischen Vorhersagen sinnvoll sind. Dazu tragen wir die Messwerte der Teilaufgabe a in Schaubilder der Form U_H über $r^2 \cdot I^2$ auf. Hierdurch sollten wir einen linearen Verlauf der Messpunkte feststellen. Grundlage dieser Erwartungen ist die Formel aus der Vorbereitung:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2 \cdot U}{r^2 \cdot B^2}$$

$$\Rightarrow U \propto r^2 \cdot I^2 \cdot \frac{e}{m_e}$$

Unsere Schaubilder für die Teilaufgabe a bestätigen diesen Verlauf (verdeutlicht durch die Ausgleichsgeraden):

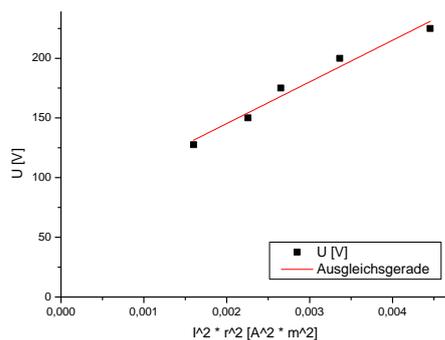


Abbildung 7: U über $r^2 \cdot I^2$; $I = 1A$

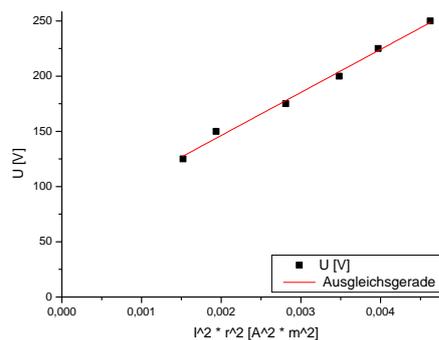


Abbildung 8: U über $r^2 \cdot I^2$; $I = 2A$

In Aufgabenteil b veränderten wir den Spulenstrom von $1A - 2A$ in $0,1A$ - bzw. $0,2A$ -Schritten bei fester Beschleunigungsspannung $U_A = 150V$ und $U_A = 250V$. Daraus erhielten wir folgende Messwerte:

	U=150V	U=250V
I [A]	d [cm]	d [cm]
1	9,75	-
1,1	9,1	12,8
1,2	8,6	10,6
1,3	7,9	-
1,4	7,3	9,6
1,5	6,4	-
1,6	6,1	8,7
1,8	5,2	7,6
2	4,4	6,8

Abbildung 9: Messwerte variable Spulenstromstärke

Auch hier erwarten wir einen linearen Verlauf, wenn wir $\frac{1}{I^2}$ über $\frac{r^2}{U}$ auftragen. Grundlage dieser Vermutung ist die schon oben genannte Formel aus der Vorbereitung, die wir folgendermaßen umstellen können:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2 \cdot U}{r^2 \cdot B^2}$$

$$\stackrel{b}{\Rightarrow} \frac{1}{I^2} \propto \frac{r^2}{U} \cdot \frac{e}{m_e}$$

Wir tragen also die Messwerte der Teilaufgabe b in Schaubilder der Form $\frac{1}{I^2}$ über $\frac{r^2}{U}$ auf. Auch hier können wir den linearen Verlauf anhand der Schaubilder bestätigen (siehe Abb. 10 und 11 auf der nächsten Seite).

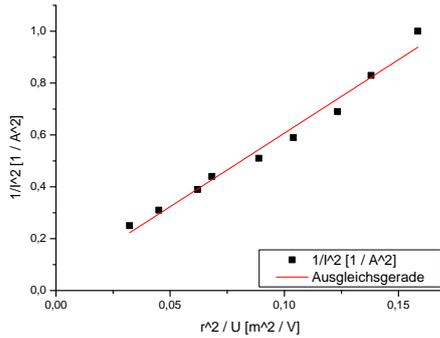


Abbildung 10: $\frac{1}{I^2}$ über $\frac{r^2}{U}$; $U = 150V$

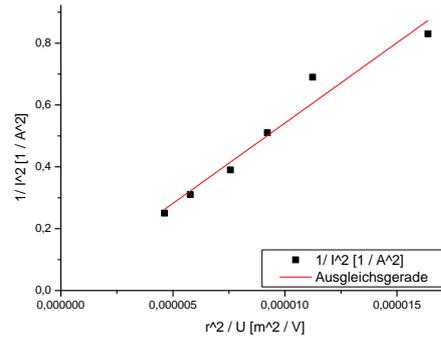


Abbildung 11: $\frac{1}{I^2}$ über $\frac{r^2}{U}$; $U = 250V$

Da wir nun überzeugt sind, dass das Verfahren die theoretische Beziehung wie erwartet widerspiegelt, können wir die Messreihen der beiden Teilaufgaben zusammentragen und mithilfe der im vorigen schon verwendeten Grundlagen die spezifische Elektronenladung $\frac{e}{m}$ anhand der Steigung berechnen. Wir entscheiden uns für die Beziehung:

$$U = r^2 \cdot I^2 \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot k^2 \cdot \frac{e}{m_e}}_s \quad (1)$$

Dementsprechend tragen wir unsere Messwerte in der Form U über $r^2 \cdot I^2$ auf. Dabei ist

$$k = 7,79 \cdot 10^{-4} \frac{T}{A}$$

der Vorfaktor, der die Beziehung zwischen dem Spulenstrom I und dem Magnetfeld B der Helmholtzspulen herstellt. Diesen Vorfaktor bestätigten wir bereits experimentell in Abschn. 1.3. Unsere zusammengetragenen Messwerte sind noch einmal gemeinsam in Abb. 15 (siehe Anhang) aufgelistet. Diese Werte trugen wir mit dem Vorfaktor gemäß der Beziehung (1) in einem Schaubild auf und legten eine Regressionsgerade durch die Punkte:

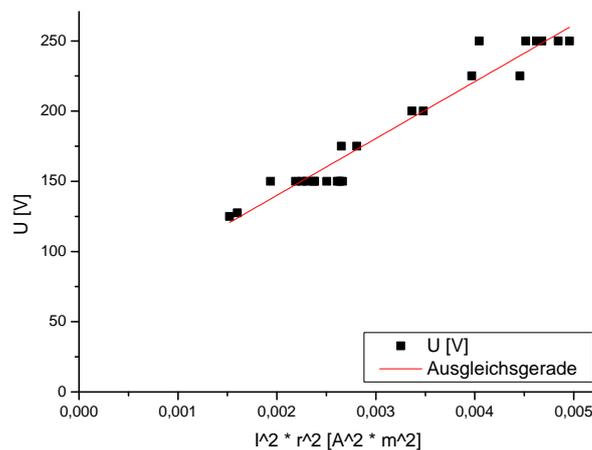


Abbildung 12: Schaubild mit Ausgleichsgerade

Dann berechneten mithilfe des Analyseprogramms Origin die Steigung s dieser Geraden. Es gilt:

$$s = \frac{1}{2} \cdot k^2 \cdot \frac{e}{m_e}$$

$$\Rightarrow \frac{e}{m_e} = \frac{2 \cdot s}{k^2}$$

Aus unseren Messwerten bestimmten wir s zu:

$$s = 40488,74763 \frac{V}{A^2 \cdot m^2}$$

Daraus folgt:

$$\frac{e}{m} = 1,33 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Vergleichen wir diesen Wert mit dem Literaturwert $\frac{e}{m} = 1,759 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$, müssen wir leider eine Abweichung von etwa 25 % feststellen. Diese Abweichung können wir uns nicht erklären. Anhand des Schaubildes der Messungen aus Teil a und b konnte man diese Entwicklung bereits absehen, da die Punkte sehr verstreut um die Ausgleichsgerade liegen und somit kein gutes Ergebnis zu erwarten war. Dennoch wundert uns das Ergebnis, da wir mit der Methode recht genau den Radius der Kreisbahn abmessen konnten und wir auch trotz der analogen Messgeräte eine höhere Genauigkeit erwartet haben. Zusammenfassend muss man sagen, dass diese Methode nur zu einer groben Abschätzung der spezifischen Masse benutzt werden kann.

2 Methode nach Busch

2.1 Vorbereitungen

Wir haben den Versuch wie in der Vorbereitungsmappe beschrieben zusammengesteckt. Zuerst stellten wir die Ablenkspannung so ein, dass wir einen maximal langen Strich auf dem Schirm bekamen. Dann steigerten wir den Spulenstrom und beobachteten, wie sich der Strich mehr und mehr krümmte und am Ende im Mittelpunkt des Schirms konzentriert wurde. Erhöhten wir das Magnetfeld weiter, bildete sich wieder eine Linie aus.

2.2 Bestimmung der spezifischen Masse

Nun stellten wir für Beschleunigungsspannungen zwischen 500 und 700V den Spulenstrom so ein, dass wir auf dem Schirm einen Punkt bekamen. Dies entspricht dem Durchlauf einer Periode der Elektronen auf der Spiralbahn. Wir haben daraus folgende Messdaten erhalten:

U [V]	I [A]
500	0,084
525	0,086
550	0,089
575	0,091
600	0,094
625	0,095
650	0,097
675	0,099
700	0,101

Abbildung 13: Messdaten zur Methode nach Busch

Zur Auswertung verwenden wir die Formel aus der Vorbereitung von Alexander Schmid

$$\frac{e}{m} = \frac{\beta U l^2}{\mu_0^2 I^2 h^2}$$

mit dem dimensionslosen Wert $\beta = 1,011337 \cdot 10^{-6}$.

Wir stellen die Formel um auf

$$\frac{e}{m} I^2 = \frac{\beta U l^2}{\mu_0^2 h^2}$$

Den konstanten Faktor $\frac{\beta l^2}{\mu_0^2 h^2}$ benennen wir in b um. Nun tragen wir den Term $b \cdot U$ über I^2 in einem Diagramm auf. Dann legen wir eine Ausgleichsgerade durch die Punkte, deren Steigung der gesuchten spezifischen Masse entspricht. Dies ist in der Abb. 14 auf der nächsten Seite zu sehen.

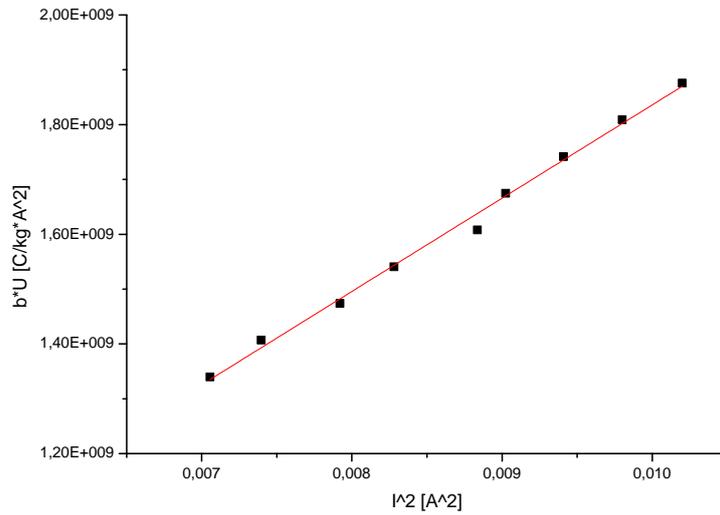


Abbildung 14: Diagramm zur Auswertung

Das Analyseprogramm Origin gibt uns für die Steigung der Geraden einen Wert von

$$\frac{e}{m} = 1,70 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

aus. Der Literaturwert der spezifischen Masse beträgt

$$\frac{e}{m} = 1,759 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Das heißt, unser Ergebnis hat eine Abweichung von 3,34%. Dieses gute Ergebnis hat uns überrascht, da zum Beispiel der Wert des Spulenstroms auf dem analogen Messgerät einigermaßen ungenau abzulesen war und dieser Wert auch noch quadriert in die Rechnung einging. Außerdem haben wir aufgrund des unbefriedigenden Ergebnisses aus den Messungen mit dem Fadenstrahlrohr auch hier ein ungenaueres Ergebnis erwartet.

3 Anhang

I [A]	U [V]	d [cm]	r [cm]
1	127,5	8	4,00
1	150	9,5	4,75
1	175	10,3	5,15
1	200	11,6	5,80
1	225	13,35	6,68
1	150	9,75	4,88
1,1	150	9,1	4,55
1,1	250	12,8	6,40
1,2	150	8,6	4,30
1,2	250	10,6	5,30
1,3	150	7,9	3,95
1,4	150	7,3	3,65
1,4	250	9,6	4,80
1,5	150	6,4	3,20
1,6	150	6,1	3,05
1,6	250	8,7	4,35
1,8	150	5,2	2,60
1,8	250	7,6	3,80
2	125	3,9	1,95
2	150	4,4	2,20
2	150	4,4	2,20
2	175	5,3	2,65
2	200	5,9	2,95
2	225	6,3	3,15
2	250	6,8	3,40
2	250	6,8	3,40

Abbildung 15: Messdaten a) und b)