



SS/WS 20<sup>11</sup> / <sup>12</sup>.....

Praktikum: (P1/P2) (Mo/Di/Mi/Do) Gruppe-Nr: Di-10

Name: Leonhard ..... Vorname: Tobias .....

Name: Vetter ..... Vorname: Andreas .....

Versuch: Geometrische Optik ..... (mit/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: David Gruia ..... Durchgeführt am: 20.12.2011

Abgabe am: 10. JAN. 2012 .....

Rückgabe am: .....

Begründung:

2. Abgabe am: .....

Ergebnis: (+ / 0 / -)

Fehlerrechnung: ja / nein

Datum: 10. JAN. 2012 .....

Handzeichen:

Bemerkungen:



Hier geht es um optischen Versuche, bei denen die geometrischen Abmessungen groß gegen die Wellenlänge sind und deshalb die Wellennatur des Lichts nicht auffällig zum Vorschein kommt.

Bei einigen Teilaufgaben geht es darum, bekannte optische Instrumente modellhaft aufzubauen und dabei das planvolle Einsetzen optischer Bauelemente zu üben. Bei anderen Aufgaben sollen Brennweite von Linsen und Linsensystemen bestimmt werden. Dabei wird deutlich, wie man die Absolutmessung von Größen (hier Gegenstands- und Bildweiten wegen nur ungenau feststellbarer Positionen der Linsenmitten bzw. unbekannter Hauptebenenlagen) vermeidet und stattdessen Verfahren benutzt, die mit einfacheren und genaueren Differenzmessungen auskommen. Im Zusammenhang mit der Brennweitenbestimmung werden auch gleich sphärische und chromatische Aberrationen untersucht.

**Achtung:** Gehen Sie bitte sehr sorgfältig mit dem Zubehör in der abgedunkelten Kabine um. Auch scheinbar simple optische Elemente wie Farbgläser und Diapositive sind sehr teuer. *Nicht direkt in einen sehr hellen Strahl hineinblicken! Blendungsgefahr!*

Allgemeiner Hinweis: Bei allen Versuchen, bei denen beleuchtete Objekte abgebildet werden, ist eine sorgfältige Justierung aller optischen Elemente, inklusive Beleuchtungssystem, nötig. Deshalb soll bei der Vorbereitung ein Strahlengang gezeichnet werden, in dem das Beleuchtungssystem nicht fehlen darf.

## **Aufgaben:**

### **1.) Brennweiten Bestimmungen**

**1.1 Kontrollieren Sie nur mit Hilfe eines Maßstabes und eines Schirmes die angegebene Brennweite einer dünnen Sammellinse.**

**1.2 Bestimmen Sie die Brennweite dieser Linse genau mit Hilfe des Besselschen Verfahrens. Untersuchen Sie gleichzeitig die sphärische und chromatische Aberration der Linse.**

Hinweise: Bilden Sie einen Gegenstand auf einen Transparenzschirm ab. Für einen festen Abstand  $e > 4f$  gibt es zwei Linsenstellungen, in denen ein scharfes vergrößertes bzw. verkleinertes Bild erscheint. Betrachten Sie das Bild zur Beurteilung der Schärfe nötigenfalls mit einer Lupe. Verwenden Sie die folgenden vier möglichen Versuchsbedingungen: rotes / blaues Licht und inneres / äußeres Linsengebiet. Dafür existieren Farbgläser sowie auf die Linsenfassung aufsteckbare Loch- und Scheibenblenden. Zur Erhöhung der Messgenauigkeit sind für jede Versuchsbedingung mehrere Messungen auszuführen:

- a) bei festem Abstand  $e$  zwischen Gegenstand und Bild wiederholte unabhängige Scharfeinstellungen
- b) Variationen von  $e$ .

Fragen: Warum muss  $e > 4f$  sein? Warum ist es nachteilig,  $e/f$  zu groß zu wählen?

**1.3 Bestimmen Sie mit Hilfe des Abbéschen Verfahrens die Brennweite eines Zweilinsensystems bei verschiedenen Linsenabständen. Bestimmen Sie bei einem festen Linsenabstand auch die Hauptebenenabstände.**

Hinweise: Bei jedem Linsenabstand sollen mindestens für sechs 'Gegenstand-Marke-Abständen' die Vergrößerungen gemessen werden. Die Marke ist ein beliebiger aber fester Ort am Linsensystem. Als Gegenstand ist eine geeichte Skala vorteilhaft und als Schirm wird Millimeterpapier verwendet. Zur Bestimmung der Hauptebenenabstände müssen Sie auch eine Messreihe mit dem um  $180^\circ$  gedrehten Linsensystem durchführen.

Schließen Sie aus den gemessenen Brennweiten des Systems bei mindestens zwei deutlich unterschiedlichen Linsenabständen auf die Brennweiten der beiden Einzellinsen. Es ist vorteilhaft, bei wesentlich mehr Linsenabständen zu messen und eine Ausgleichsrechnung vorzunehmen.

## 2.) Aufbau optischer Instrumente

**2.1 Bauen Sie ein Keplersches (astronomisches) Fernrohr mit wenigstens sechsfacher Vergrößerung und betrachten Sie damit entfernte Gegenstände.** Bauen Sie die Linsenkombination auf der leicht transportablen 'kleinen optischen Bank' auf. Messen Sie auf einfache Weise die Vergrößerung und vergleichen Sie sie mit dem errechneten Wert. Bauen Sie auch ein Galileisches Fernrohr auf und überprüfen Sie seine Funktion.

**2.2 Bauen Sie einen Projektionsapparat,** der  $24 \times 36 \text{ mm}^2$ -Diapositive ausleuchtet und in etwa 1,5 m Entfernung etwa zehnfache Vergrößerung aufweist. Projizieren Sie Diapositive und vergleichen Sie Ergebnis und Voraussage. Zeichnen Sie den prinzipiellen Strahlengang (mit Konstruktionslinien für die 'Beleuchtung' und für die 'Abbildung' und mit Lichtbündeln).

**2.3 Bauen Sie ein Mikroskop** mit  $>20$ -facher Vergrößerung und vergleichen Sie die näherungsweise gemessene Vergrößerung mit dem berechneten Wert. Skizzieren Sie den Strahlengang.

Frage: Warum hat es keinen Sinn, bei einem Mikroskop die Vergrößerung durch Einsatz von Linsen mit immer kleineren Brennweiten in der Hoffnung zu steigern, dann auch eine immer bessere 'Auflösung' zu erreichen?

### Zubehör:

Optische Bank mit Reitern

Glühlampe (6V;5A) im Gehäuse und mit Netzgerät

Kondensator

Sammellinsen (4 / 5 / 7 / 9 / 10 / 15 / 20 / 30 / 50 / 100cm, evtl. leicht abweichende Zusammenstellung)

Zerstreuungslinsen (-5 / -10cm)

Zweilinsensystem mit einstellbarem Linsenabstand

verstellbarer Spalt

Irisblende

auf die Linsen aufsteckbare Lochblende, dto. Scheibenblende

Rotfilter und Blaufilter

farbiges Testdiapositiv; Demonstrationsdiapositiv

diverse Gitter (20 Striche/cm bis 208 Striche/cm und Kreuzgitter)

Filterhalter; Blendenhalter

Mattscheibenschirm; mm-Papier

kleine optische Bank (gemeinsam für alle Versuche)

Millimeterskala

### Literatur:

Alle Lehrbücher der Optik und alle Optik-Kapitel

Speziell zu Bessel- und Abbéverfahren:

Walcher: *Praktikum der Physik*, 2. Aufl., Par. 4.1.2, 4.1.3

Bergmann, Schaefer: *Experimentalphysik*, Bd. 3, 6. Aufl., S. 99,100

Westphal: *Physikalisches Praktikum*, 13. Aufl., Aufg. 18 und 21

Zu optischen Instrumenten (besonders instruktiv: Projektionsapparat!):

Pohl: *Optik und Atomphysik*, 12. Aufl., §29 - §33

# Versuchsvorbereitung **Geometrische Optik**

Tobias Leonhard Gruppe Di-10

20. Dezember 2011

# Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen des Versuchs	6
2 Aufgabe 1; Bestimmung von Brennweiten	7
3 Aufbau optischer Instrumente	12
4 Literatur	17
5 Grundlagen des Versuchs	19
6 Aufgabe 1: Brennweitenbestimmungen	20
7 Aufbau optischer Instrumente	25
8 Literatur	29
9 Aufgabe 1: Brennweitenbestimmungen	34
10 Aufbau optischer Instrumente	43
11 Literatur	47

# 1 Grundlagen des Versuchs

In den Versuchen zur geometrischen Optik liegen die Schwerpunkte auf dem Aufbau von optischen Instrumenten, der Bestimmung von Brennweiten von Linsen, bzw. Linsensystemen und auf sphärischen und geometrischen Abberationen. Für alle Versuche soll der Lichtbündelquerschnitt im Verhältnis zur Wellenlänge des Lichtes groß sein, damit man Beugungseffekte vernachlässigen kann. Im folgenden werden kurz ein paar wenige Gesetze und Definitionen vorgestellt, die für die Versuche von Nutzen sind.

- In einem optisch homogenen Medium verlaufen die Lichtstrahlen geradlinig
- Mehrere sich schneidende Strahlenbündel beeinflussen sich nicht.
- Einfallswinkel ist gleich Ausfallswinkel:

$$\alpha_e = \alpha_a \quad (1)$$

- Das Snelliussche Brechungsgesetz:

$$n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta \quad (2)$$

- Grenzwinkel zur Totalreflexion:

$$\sin\alpha_{Grenz} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3)$$

Totalreflexion tritt dann auf wenn dieser Winkel beim Übergang von einem optisch dichteren in ein optisch dünneres Medium überschritten wird.

- Brennweiten  
Bei dünnen Linsen ist die Brennweite die Entfernung von der Linse zu ihrem Brennpunkt, bei dicken Linsen der Abstand der Hauptebene der Linse zum Brennpunkt.
- Charakteristische Strahlen zur zeichnerischen Konstruktion:

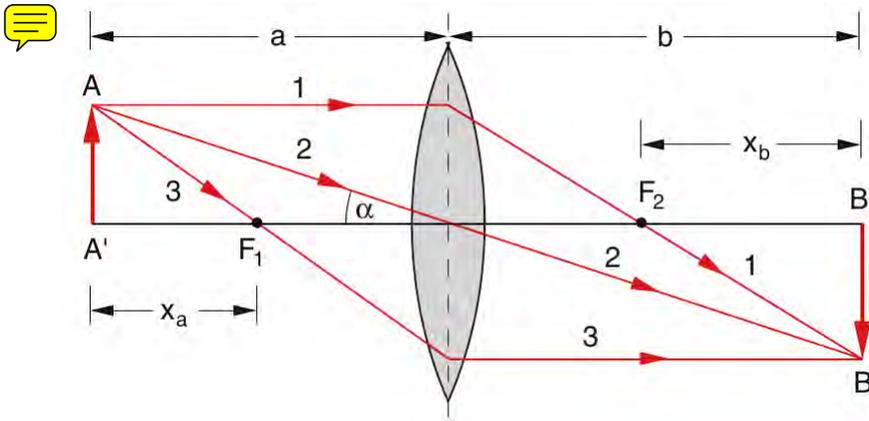


Abbildung 1: Brennweite und charakteristische Strahlen einer Linse

- Dünne Linsen:  
Dünne Linsen haben besondere Eigenschaften. Die beiden Grenzflächen haben zueinander einen kleinen Abstand gegenüber der Brennweite, und der Mittelpunktstrahl geht ohne Brechung durch die Linse. Der Abbildungsmaßstab einer dünnen Linse ist gegeben durch:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (4)$$

## 2 Aufgabe 1; Bestimmung von Brennweiten

### Brennweite einer dünnen Sammellinse

Die Brennweite einer dünnen Sammellinse soll nur mit Hilfe eines Maßstabes und eines Schirms bestimmt werden. Dazu betrachtet man einen achsenparallel einfallenden Strahl, der nach dem Durchgang durch die Linse durch deren Brennpunkt verläuft. Man verschiebt den Schirm also gerade so lange, bis der Lichtpunkt auf dem Schirm den kleinsten Durchmesser hat. Der Abstand vom Schirm zur Linse ist die Brennweite und diese soll mit der angegebenen Brennweite verglichen werden. Es ist durch Linsenfehler als auch durch unvermeidbare Messungenauigkeiten mit großen Abweichung zu rechnen.

## Bestimmung der Linse nach dem Besselschen Verfahren

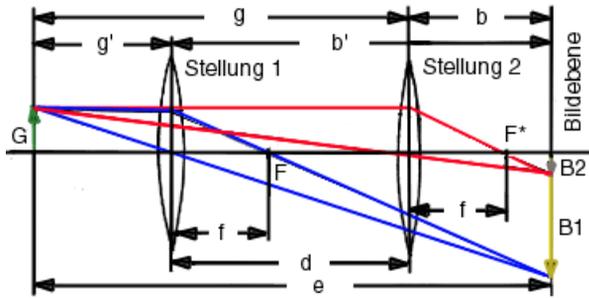


Abbildung 2: Bestimmung der Brennweite nach dem Besselschen Gesetz

Das Besselsche Verfahren ist eine recht genaue Messmethode bei der der Abstand  $e$  zwischen dem Gegenstand und dem Schirm  $e > 4f$  gewählt werden muss. Dann gibt es genau zwei Linseneinstellungen in denen ein scharfes vergrößertes und ein scharfes verkleinertes Bild entsteht. Der Abstand zwischen den beiden Linsenpositionen  $g_1$  und  $g_2$  sei  $d$ .

Es gelten die Beziehungen:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (5)$$

$$e = b + g \quad (6)$$

$$d = |g_1 - g_2| \quad (7)$$

Setzt man Gleichung (6) in (5) ein erhält man:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{e - g} = \frac{1}{f} \quad (8)$$

$$g^2 - eg + ef = 0 \quad (9)$$

$$\Rightarrow g_{1,2} = \frac{e}{2} \pm \sqrt{\frac{e^2}{4} - ef} \quad (10)$$

und daraus mit Gleichung (7):

$$f = \frac{1}{4} \left( e - \frac{d^2}{e} \right) \quad (11)$$

Bei der Aufnahme der Messdaten sollen vier Versuchsbedingungen realisiert werden: Verwendung von rotem und blauem Licht sowie Messungen im inneren und äußeren Linsengebiet.

Um die Brennweite nun endgültig zu messen, unterscheidet man zwischen zwei Verfahren. Zum einen hält man  $e$  konstant, stellt das Bild mehrmals unabhängig scharf und mittelt dann die Werte. Zum anderen kann  $e$  variiert

werden.

Beantwortung der Fragen:

Um die zwei notwendigen Lösungen der Gleichung (10) zu erhalten muss gerade  $e > 4f$  gelten.

Wählt man  $e/f$  hingegen zu groß erkennt man aus

$$g_{1,2} = \frac{e}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right) \quad (12)$$

dass  $g_1$  gegen  $e$  und  $g_2$  gegen 0 geht. Das Bild kann folglich nicht mehr scharf gestellt werden, weil sich die Linse direkt am Schirm, bzw. direkt am Gegenstand befindet.

### sphärische Aberration

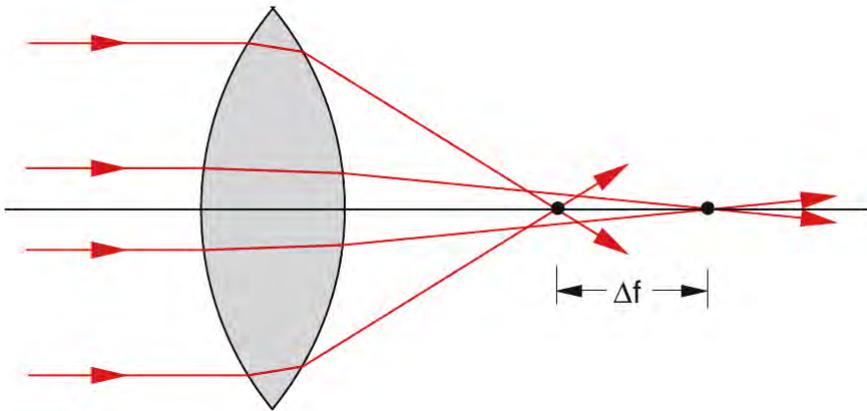


Abbildung 3: sphärische Aberration

Bei sphärischer Aberration handelt es sich um einen Abbildungsfehler, der bei sphärischen Linse auftritt, wenn die Brennweite vom Abstand der parallel einfallenden Strahlen zur optischen Achse abhängt.

Die Brennweite achsferner Strahlen ist kleiner als die der achsnahen Strahlen, was zur Unschärfe auf dem Schirm führt, da sich die Strahlen nicht mehr in einem Brennpunkt schneiden. Dieses Problem wird durch Ausblendung achsferner Strahlen oder durch Verwendung von nicht-sphärischen Linsen und Linsensystemen behoben.

## chromatische Aberration

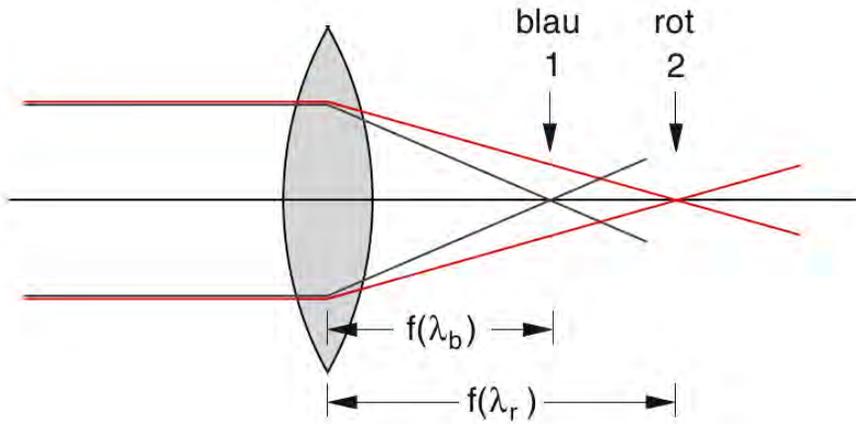


Abbildung 4: chromatische Aberration

Chromatische Aberration bezeichnet einen Farbfehler, der durch Dispersion hervorgerufen wird. Die Brechzahl der Linse ist abhängig von der Wellenlänge des einfallenden Lichtes, wodurch die einzelnen Farben unterschiedliche Brennweiten haben ( $f(\lambda)$ ). Blaues Licht wird an der Linse stärker gebrochen als rotes und hat deshalb eine kleinere Brennweite. Verwendet man Linsensysteme mit unterschiedlichen Brechzahlen können diese Fehler verringert werden.

### Bestimmung der Brennweite nach dem Abbeschen Verfahren

Durch das Abbesche Verfahren soll die Brennweite eines Zweilinsensystems bestimmt werden, sowie die der Abstand zwischen den Hauptebenen. Dabei gilt eine dicke Linse als ein Zweilinsensystem, weil sie als Kombination zweier dünner Linsen dargestellt werden kann. Die Brennweite wird bei verschiedenen Linsenabständen untersucht.

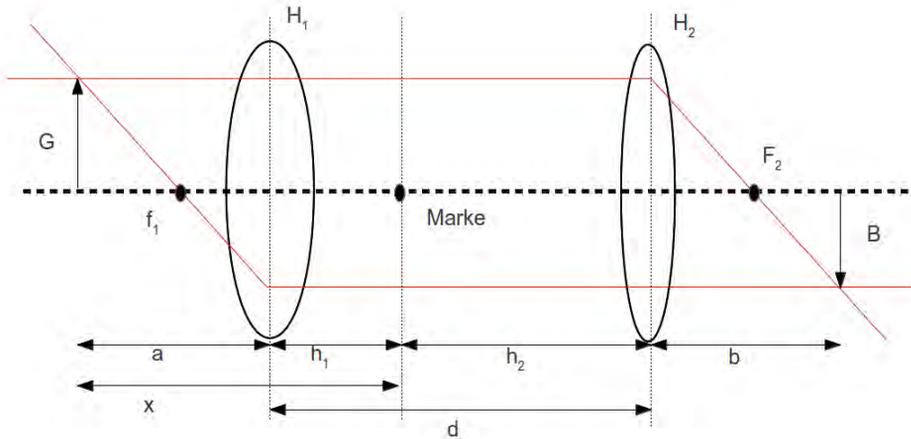


Abbildung 5: Bestimmung der Brennweite nach Abbe

Man bestimmt auf der optischen Bank eine feste Marke K im Linsensystem. Für jeden Linsenabstand sollen mindestens sechs verschiedene Abstände zwischen Gegenstand und der Marke K eingestellt werden und dabei die Vergrößerung  $\gamma_1$  aufgenommen werden.

Die Marke K hat zur Hauptebene  $H_1$  der ersten Linse den Abstand  $h_1$ , zur zweiten Hauptebene  $H_2$  der zweiten Linse den Abstand  $h_2$ .  $x_1$  sei der Abstand des Gegenstandes zu K und  $d$  der Abstand zwischen den beiden Linsen. Für die Bestimmung der Hauptebenenabstände wird die Messung unter einem  $180^\circ$  gedrehten Linsensystem mit  $x_2$  und  $\gamma_2$  wiederholt. Wir setzen die die Größen zueinander in Beziehung:

$$x_1 = g + h_1 \quad (13)$$

$$\gamma_1 = \frac{B_1}{G_1} = \frac{b_1}{g_1} \quad \gamma_2 = \frac{B_2}{G_2} = \frac{b_2}{g_2} \quad (14)$$

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (15)$$

Setzt man (14) in (15) ein, folgt:

$$\frac{1}{\gamma_{1,2}} = \frac{g_{1,2}}{f} - 1 \Rightarrow g_{1,2} = f \left( \frac{1}{\gamma_{1,2}} + 1 \right) \quad (16)$$

Mit Gleichung (13) ergibt sich für die Abstände  $x_{1,2}$ :

$$x_{1,2} = f \cdot \left( \frac{1}{\gamma_{1,2}} + 1 \right) + h_{1,2} \quad (17)$$

Diese Gleichung ist die Gleichung einer Geraden mit  $x_{1,2}$  als Ordinate und  $(\frac{1}{\gamma_{1,2}}$  als Abszisse. Die Steigung dieser Regressionsgeraden ist dann die Brennweite  $f$  und  $h_{1,2}$  der y-Achsenabschnitt.

Die einzelnen Brennweiten der beiden Linsen werden über die Beziehung für dünne Linsen errechnet:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \quad (18)$$

mit  $d=h_1 + h_2$ .

### 3 Aufbau optischer Instrumente

#### Keplersches Fernrohr

Das Keplersche Fernrohr besteht aus einem System mit zwei Linsen und wird zur Vergrößerung von weit entfernten Objekten verwendet. Die bikonvexe Linse 1 ist das Objektiv mit einer sehr großen Brennweite  $f_1$ . Sie erzeugt ein verkleinertes, reelles Zwischenbild, welches dann durch das Okular, die Linse 2 (Lupe), vergrößert wird. Charakteristisch für das Keplersche Fernrohr ist das auf dem Kopf stehende, virtuelle Bild, das durch den überkreuzten Strahlengang beim Zwischenbild verursacht wird.

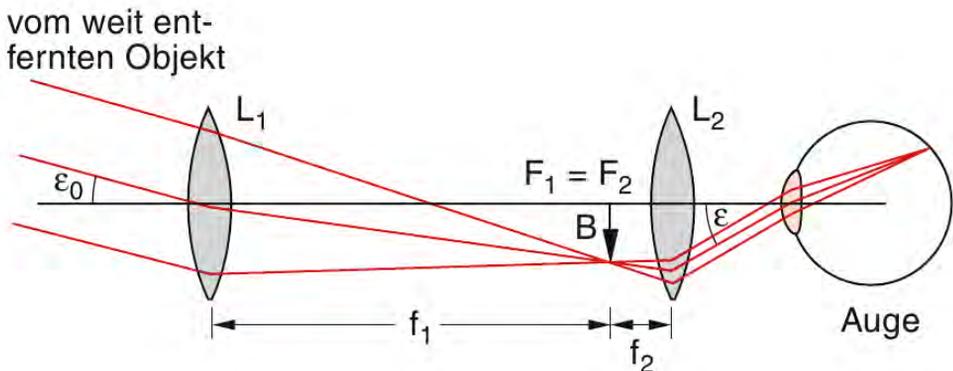


Abbildung 6: Keplersches Fernrohr

Ist der Gegenstand sehr weit entfernt fallen die Brennpunkte zusammen und es für den Abstand  $d$  zwischen den Linsen gilt:

$$d = f_1 + f_2 \quad (19)$$

Die Vergrößerung  $\gamma$  erhält man über das Verhältnis der Winkel  $\epsilon_0$  und  $\epsilon$  zu:

$$\gamma = \frac{f_1}{f_2} \quad (20)$$

Das Fernrohr wird in diesem Versuch auf der kleinen optischen Bank aufgebaut und es soll den Gegenstand mindesten sechs Mal vergrößern. Die experimentellen Ergebnisse sind mit den theoretischen Werten zu vergleichen.

### Galileisches Fernrohr

Das Galileische Fernrohr hat den Vorteil, dass das Bild aufrecht dargestellt wird. Wie beim Keplerschen Fernrohr besteht es aus einer bikonvexen Linse 1, dem Objektiv; allerdings ersetzt man die als Lupe wirkende Linse 2 durch eine Zerstreuungslinse L 2 mit negativer Brennweite  $f_2$ . Sie ist so positioniert, dass sich die Strahlen nicht im Zwischenbild schneiden und die Brennpunkt  $F_1'$  und  $F_2$  zusammenfallen. Dann gilt für den Abstand  $d$  zwischen den beiden Linsen:

$$d = f_1 - |f_2| \quad (21)$$

Für die Vergrößerung  $\gamma$  gilt:

$$\gamma = \frac{f_1}{f_2} \quad (22)$$

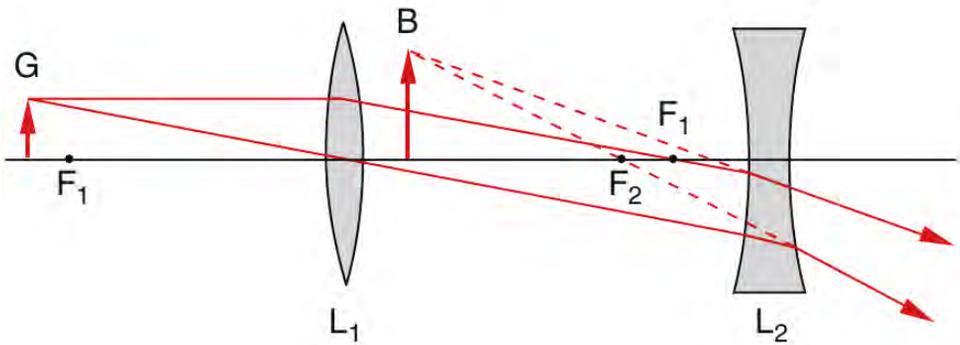
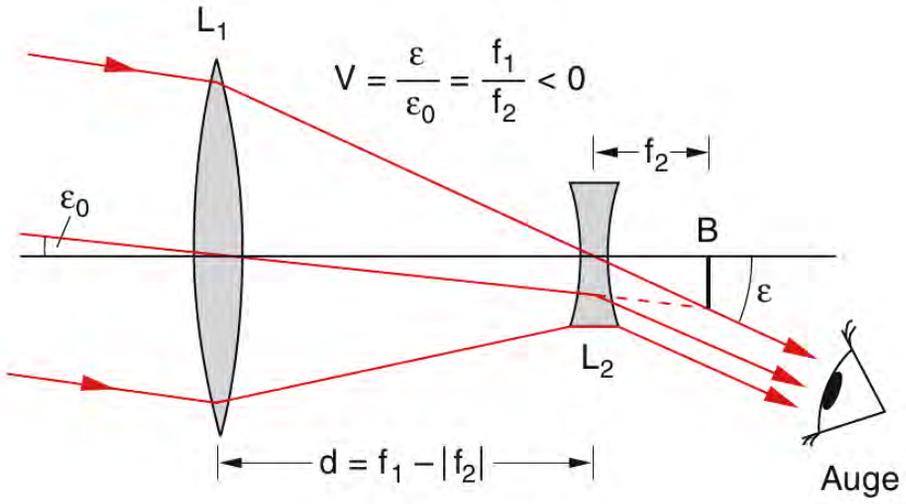


Abbildung 7: Galileisches Fernrohr

## Projektionsapparat

Ein Diaprojektor wird zur Vergrößerung und Projektion von transparenten Objekten, den Diapositiven; auf eine Leinwand eingesetzt. Dabei ist es wichtig, dass das Dia möglichst gut und gleichmäßig ausgeleuchtet wird. Dies wird zum einen durch eine zusätzlich Linse, dem Kondensator, realisiert, der zwischen Lichtquelle und Dia positioniert wird, zum anderen durch einen geringen Abstand zwischen Kondensator und Dia.

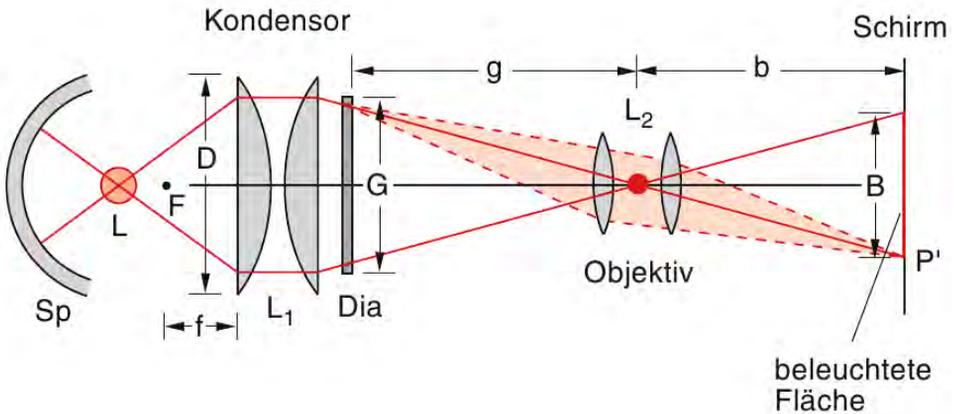


Abbildung 8: Projektionsapparat

Ein Projektions-Objektiv bildet den Gegenstand auf dem Schirm ab. Zur Verbesserung der Bildhelligkeit wird oft das rückwärtsabgestrahlte Licht durch einen Hohlspiegel in die Richtung des Dias zurück reflektiert.

Durch dieses Art der Apparaturanordnung von Kondensator, Dia und Projektions-Objektiv entsteht der sogenannte Köhlersche Strahlengang. Er setzt sich aus zwei verketteten Strahlengängen, dem Beleuchtungsstrahlengang und dem Abbildungsstrahlengang zusammen.

Für diesen Versuchen werden  $24 \times 36\text{mm}^2$ -Diapositive verwendet und im Abstand  $d$  zwischen Schirm und Dia zehnfach vergrößert projiziert werden. Daraus kann man berechnen:

$$d = g + b = 1,5\text{m} \quad (23)$$

$$\gamma = \frac{b}{g} = 10 \quad (24)$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{b}{d - b} \quad (25)$$

Für die Bildweite  $b$  erhält man  $b=1,364\text{m}$  und für die Gegenstandsweite  $g=0,1364\text{m}$

Mit

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f} \quad (26)$$

ist die Brennweite  $f=0,124\text{m}$ .

Abschließend soll noch der prinzipielle Strahlengang gezeichnet werden.

## Mikroskop

Das Mikroskop besteht aus zwei Linsen, dem Objektiv und dem Okular und wird zur Vergrößerung von sehr kleinen Objekten nahe des Objektivs eingesetzt. Das Objektiv hat als erste Linse der Anordnung eine kleine Brennweite und erzeugt ein reelles Zwischenbild in der Brennebene der zweiten Linse. Durch die Lage in der Brennebene des als Lupe fungierenden Okulars, gelangen die Strahlen parallel ins Auge des Betrachters. Der Gegenstand erscheint im Auge als liege er im Unendlichen.

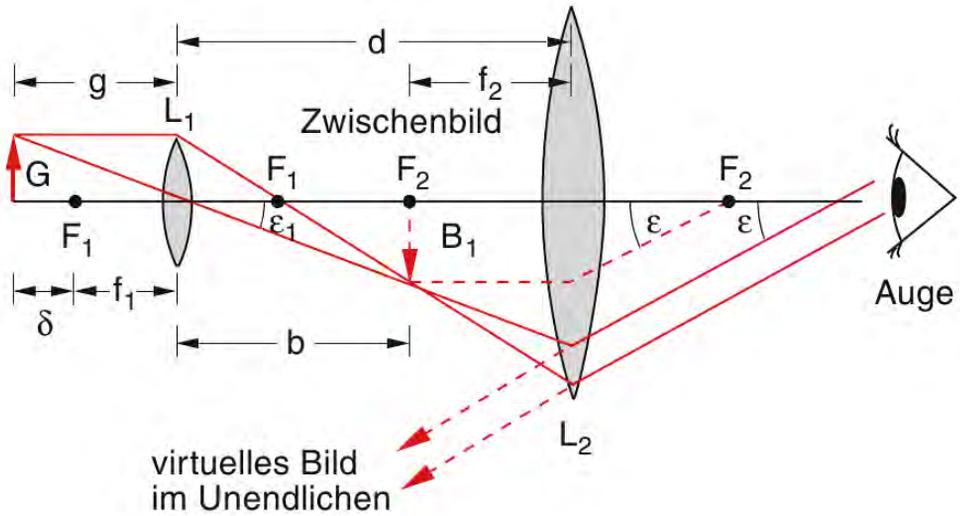


Abbildung 9: Mikroskop

Aus der Zeichnung kann man einige Gleichungen herleiten:  
Der Abstand  $d$  zwischen den beiden Linsen ist

$$d = b + f_2 \quad (27)$$

und durch kurze Distanz des Objekts zum Objektiv:

$$g \approx f_1 \quad (28)$$

Legt man  $s_0$  als Abstand des Gegenstandes zum Auge fest, ergibt sich für die Vergrößerung  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{b \cdot s_0}{g \cdot f_2} \quad (29)$$

Mit (27) und (28) erhält man daraus:

$$\gamma \approx \frac{(d - f_2) \cdot s_0}{f_1 \cdot f_2} \quad (30)$$

Antwort zur Frage: Je kleiner die Brennweite der Linse, desto mehr spielen Beugungs- und Interferenzerscheinungen eine Rolle. Diese sind jedoch gerade in diesen Veruchen durch geeignete Versuchsanordnungen zu vermeiden. Außerdem treten Linsenfehler auf, die die Messergebnisse erheblich beeinflussen.

## 4 Literatur

- **Praktikum der Physik**, von Wilhelm Walcher, 8. Auflage
- **Musterprotokoll**, von Marco D'Ambrosio und Andreas Schwartz
- **Das Neue Physikalische Grundpraktikum**, von H. J. Eichler, H.-D. Kronfeldt und J. Sahn, 2. Auflage
- **Demtröder Experimentalphysik 2**, Elektrizität und Optik, 3. Aufl. Springer, 2006

### Bildverzeichnis

- **Abbildung 1: Brennweite**; Bildquelle: Demtröder Band 2, S. 269
- **Abbildung 2: Besselsches Verfahren**, [phyta.net/images/bessel](http://phyta.net/images/bessel)
- **Abbildung 3: Sphärische Aberration**, Demtröder 2 S. 274
- **Abbildung 4: Chromatische Aberration**, Demtröder 2 S. 273
- **Abbildung 5: Abbesche Methode**
- **Abbildung 6: Keplersches Fernrohr**, Demtröder 2 S. 350
- **Abbildung 7: Galileische Fernrohr**, Demtröder 2 S. 351
- **Abbildung 8: Projektionsapparat**, Demtröder 2 S. 357
- **Abbildung 9: Mikroskop**, Demtröder 2 S. 348

Versuchsvorbereitung **Geometrische  
Optik**

Andreas Vetter Gruppe Di-10, Matrikelnummer 1602491

20. Dezember 2011

## 5 Grundlagen des Versuchs

Bei diesem Versuch geht es darum, optische Instrumente aufzubauen und zu testen, wobei theoretische Grundlagen mit der Praxis verglichen werden sollen. Auch das planvolle Einsetzen optischer Bauelemente soll geübt werden. Allgemein gilt, dass die geometrischen Abmessungen groß gegenüber der Wellenlänge sind, wodurch Beugungs- und Interferenzerscheinungen nur einen vernachlässigbaren Einfluss aufweisen. Daraus folgt auch, dass der Strahlengang umkehrbar ist. Untersucht werden sollen auch Abbildungsfehler (sphärische und chromatische Aberrationen).

### Linsen

Linsen sind ein optisches Bauteil, das aus zwei lichtbrechenden Flächen besteht. Sie werden u.a. für optische Abbildungen verwendet und werden aus transparenten Stoffen, beispielsweise Glas oder Kunststoff, hergestellt. Bei den folgenden Versuchen werden sphärische Linsen verwendet, das heißt sie sind Oberflächenabschnitte einer Kugel. Die folgende Grafik gibt Überblick über verwendete Linsenformen<sup>1</sup>. Generell unterscheidet man Sammellinsen, die

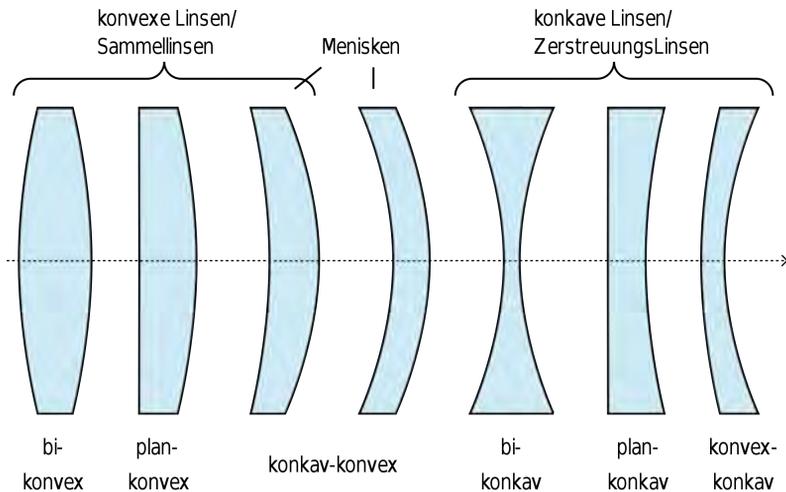


Abbildung 10: verschiedene Linsenformen im Überblick

mindestens eine konvexe Fläche besitzen, und Zerstreuungslinsen, mit mindestens einer konkaven Fläche.

<sup>1</sup>Bildquelle: [upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/49/Linsenarten.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/49/Linsenarten.svg)

## 6 Aufgabe 1: Brennweitenbestimmungen

Die Brennweite ist eine charakteristische Eigenschaft z.B. von Linsen; sie beschreibt bei einer dünnen Linse den Abstand von der Linse zum Brennpunkt, bei einer dicken Linse der Abstand des Brennpunkts von der zugehörigen Hauptebene. Der Brennpunkt<sup>2</sup> einer optischen Linse ist der Ort, in dem Lichtstrahlen, die parallel zur optischen Achse einfallen, gebündelt werden.

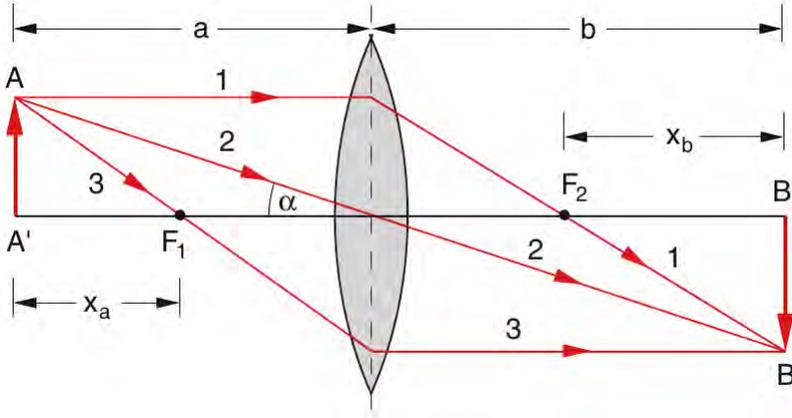


Abbildung 11: Brennpunkte  $F_1$  und  $F_2$  einer dünnen Linse; Gegenstandsweite  $a$ , Bildweite  $b$ ; Parallelstrahl 1, Mittelpunktstrahl 2, Brennpunktstrahl 3

Bei einer “dünnen” Linse wird vernachlässigt, dass es durch die Dicke zu einem Parallelversatz des Mittelpunktstrahls kommt. Diese Näherung ist ausreichend für Linsen, bei denen die Dicke der Linse klein gegenüber der Brennweite ist.

Es gilt die Abbildungsgleichung dünner Linsen mit der Brennweite  $f$ , der Gegenstandsweite  $a$  und der Bildweite  $b$ :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (31)$$

### Brennweitenbestimmung einer dünnen Sammellinse

Nun soll die Brennweite einer solchen dünnen Sammellinse experimentell bestimmt werden, wobei als Hilfsmittel nur ein Schirm und ein Maßstab zur Verfügung stehen. Wie oben erwähnt, fokussiert die Linse parallel einfallendes Licht im Brennpunkt; die Linse wird also in paralleles Licht, z.B. Sonnenlicht oder Licht aus einer weit entfernten Lichtquelle oder einer Lichtquelle mit Kondensator, gehalten und der Abstand zum Schirm hinter der

<sup>2</sup>Bildquelle: Demtröder Band 2, S. 269

Linse wird so verändert, dass das Licht auf einen möglichst kleinen Punkt fokussiert wird. Der Abstand der Linse vom Schirm entspricht dann gerade der Brennweite und wird mit dem Maßstab abgemessen. Natürlich ist diese Methode sehr ungenau, da es zu Ablesefehlern und Linsenfehlern kommt.

### genaue Bestimmung der Brennweite mithilfe des Besselschen Verfahrens

Dieses Verfahren erlaubt eine weitaus bessere und genauere Bestimmung der Brennweite. Bei einem festen Abstand  $e$  eines Gegenstands, beispielsweise einer punktförmigen Lichtquelle, vom Schirm auf einer optischen Bank gibt es zwei Linseneinstellungen mit einem scharfen Bild<sup>3</sup>. Zur Messung werden

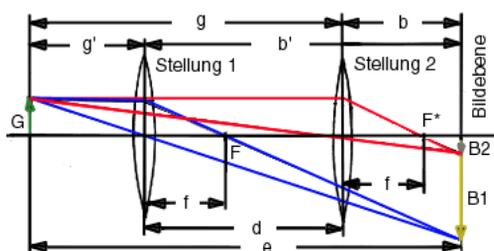


Abbildung 12: zwei Linsenpositionen Stellung 1 und Stellung 2

unterschiedliche Versuchsbedingungen dargestellt: rotes bzw. blaues Licht und inneres bzw. äußeres Linsengebiet.

Mit der Skizze sieht man, dass folgendes gilt:

$$\begin{aligned} e &= g + b \\ d &= |g_1 - g_2| \end{aligned} \tag{32}$$

Setzt man die obere Gleichung in (31) ein, so folgt mit  $g = a$ :

$$\begin{aligned} b &= e - g \\ \frac{1}{f} &= \frac{1}{g} + \frac{1}{e - g} \\ \frac{1}{f} &= \frac{e}{g(e - g)} \end{aligned} \tag{33}$$

$$g^2 - eg + ef = 0$$

$$\Rightarrow g_{1/2} = \frac{e}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right)$$

<sup>3</sup>Bildquelle: [phyta.net/images/bessel.gif](http://phyta.net/images/bessel.gif)

Setzt man diese Gleichung in (32) ein, so folgt daraus für die Brennweite:

$$f = \frac{1}{4} \left( e - \frac{d^2}{e} \right) \quad (34)$$

Die Messungen werden wiederholt durchgeführt, und zwar

- bei festem Abstand  $e$  und unabhängigen Scharfstellungen
- bei Veränderung von  $e$ .

Zur Frage:

Aus Gleichung (33) erkennt man, dass  $e > 4f$  sein muss, da sonst keine reelle Lösung existiert. Wenn  $\frac{e}{f}$  jedoch zu groß gewählt wird, geht die Gegenstandsweite gegen 0 bzw. gegen  $e$ , d.h. der Abstand der Linse vom Gegenstand bzw. dem Schirm ist gering, das Bild kann nicht mehr richtig scharfgestellt werden. Aus den Messungen wird ein Mittelwert gebildet und mit der Brennweite aus Aufgabenteil 1.1 verglichen.

Zudem soll noch die sphärische und chromatische Aberration der Linse verglichen werden.

### **sphärische Aberration**

Die Brennweite einer Linse mit sphärischen Grenzflächen hängt im Allgemeinen von dem Abstand der Lichtstrahlen von der Achse ab, d.h. achsnahe und achsferne Strahlen treffen sich nicht mehr im selben Brennpunkt, sondern der Brennpunkt achsferner Strahlen liegt der Linse näher als der Brennpunkt achsnaher Strahlen. Dadurch kommt es zu einer Unschärfe, die beispielsweise durch Blenden verringert werden kann, die nur achsnahe Strahlen durchlassen. Eine andere Möglichkeit ist das Verwenden einer Plan-Konvex-Linse, bei der die konvexe Seite in Richtung des parallel einfallenden Lichtbündels zeigt<sup>4</sup>.

### **chromatische Aberration**

Die Brechzahl  $n(\lambda)$  der Linse hängt von der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichts ab, sodass unterschiedliche Farben unterschiedliche Brechzahlen haben. Bei normaler Dispersion in Glas nimmt die Brechzahl von rot nach blau zu, sodass beispielsweise bei weißem Licht der Brennpunkt der roten Komponente weiter von der Linse entfernt als der Brennpunkt der blauen Komponente<sup>5</sup>.

---

<sup>4</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 274

<sup>5</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 273

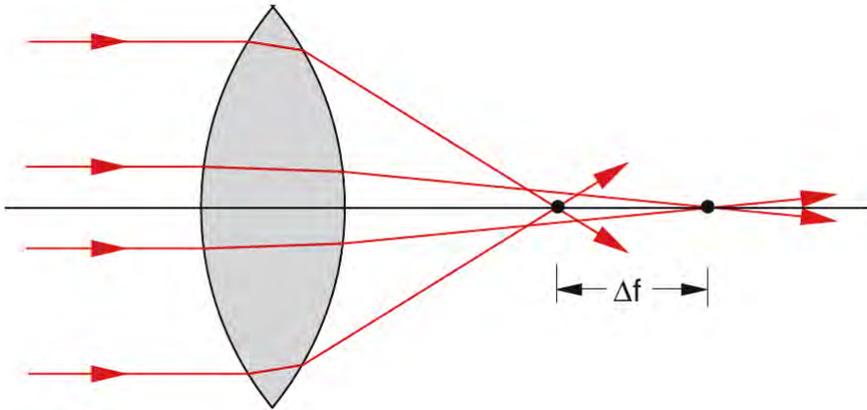


Abbildung 13: Sphärische Aberration einer Bikonvexlinse

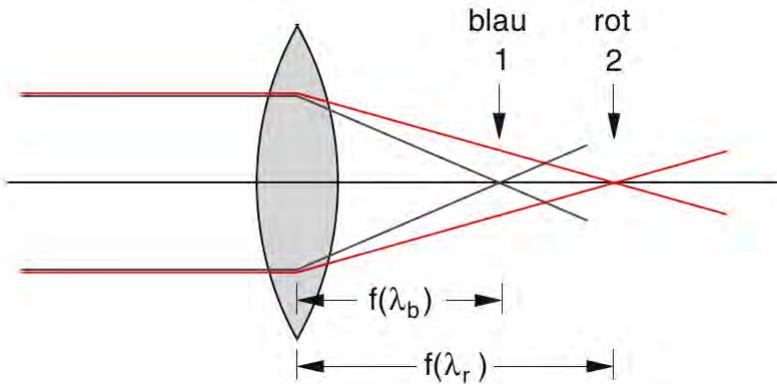


Abbildung 14: Chromatische Aberration einer Bikonvexlinse

### Bestimmung der Brennweite eines Zweilinsensystems mit dem Abbéschen Verfahren

Das Abbé-Verfahren ist eine Messmethode zur Bestimmung der Gesamtbrennweite und der Lage der Hauptebenen. Hier soll die Brennweite eines Zweilinsensystems bei verschiedenen Linsenabständen gemessen werden. Die Bild- und Gegenstandsweite müssen in Abhängigkeit von den Hauptebenen bestimmt werden; da diese erst noch bestimmt werden müssen, wird auf der optischen Bank ein Punkt markiert ("Marke"), der während der ganzen Messungen gleich bleibt. Bild- und Gegenstandsweite werden dann von dort gemessen.

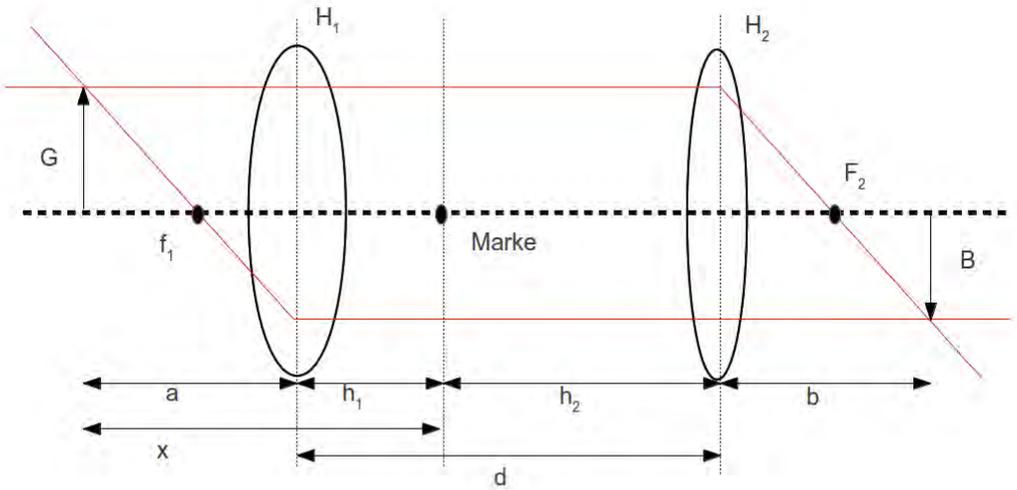


Abbildung 15: Skizze zum Abbéschen Verfahren

Gemessen wird die Vergrößerung des Linsensystems, sodass als Gegenstand eine geeichte Skala und als Schirm Millimeterpapier verwendet wird. Die Vergrößerung ist folgendermaßen definiert:

$$\gamma = \frac{B}{G} = \frac{b}{a} \quad (35)$$

Außerdem gilt nach der Skizze:

$$a = x - h_1 \quad (36)$$

Setzt man nun Gleichung (31) ein und formt um, so folgt:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{a}{f} - 1 \quad (37)$$

Und mit  $a = x - h_1$  dann

$$x = f \cdot \left( \frac{1}{\gamma} + 1 \right) + h_1 \quad (38)$$

Lineare Regression von mindestens sechs Messungen liefert dann die Brennweite des Gesamtsystems, der Offset entspricht dem Abstand der Hauptebene  $H_1$  vom Marker. Nun wird das Linsensystem um  $180^\circ$  gedreht und auf die gleiche Art und Weise die Werte für  $H_2$  ermittelt.

Nun soll noch auf die Brennweiten der Einzellinsen geschlossen werden. Es gilt für dünne Linsen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{(h_1 + h_2)}{f_1 \cdot f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \quad (39)$$

Gemessen wird bei mehreren Linsenabständen und anschließend wird eine Ausgleichsrechnung vorgenommen.

## 7 Aufbau optischer Instrumente

### Keplersches Fernrohr

Das Keplersche Fernrohr<sup>6</sup> besteht prinzipiell aus einem System von zwei Linsen. Linse 1 hat eine sehr große Brennweite und erzeugt ein reelles Zwischenbild, das von der Linse 2 vergrößert und betrachtet wird.

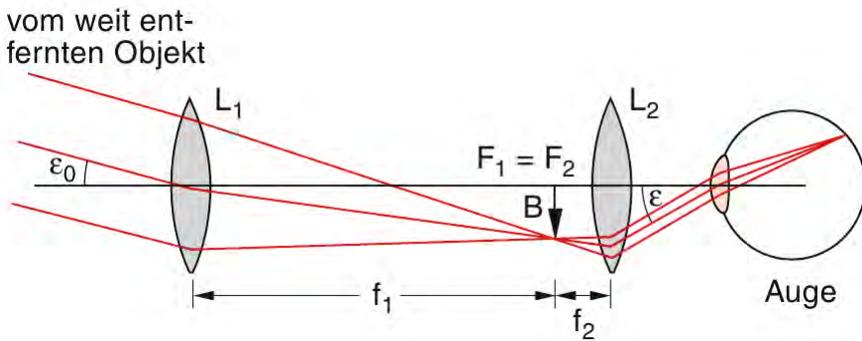


Abbildung 16: Skizze zum Keplerschen Fernrohr

Es gilt:

$$\epsilon = \frac{B}{f_2} \quad (40)$$

$$V_F = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{B}{f_2 \epsilon_0} = \frac{f_1 \epsilon_0}{f_2 \epsilon_0} = \frac{f_1}{f_2}$$

Es wird eine Linsenkombination aufgebaut, die wenigstens sechsfache Vergrößerung aufweist; beispielsweise hat die Kombination zweier Linsen mit einer Brennweite von 50 cm und 5 cm theoretisch eine zehnfache Vergrößerung.

<sup>6</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 350

## Galileisches Fernrohr

Das Galileische Fernrohr<sup>7</sup> besteht aus einer Bikonvex- und einer Bikonkavlinse. Das Galileische Fernrohr stellt den Gegenstand im Gegensatz zum Keplerschen Fernrohr aufrecht dar, besitzt jedoch auch ein kleineres Sehfeld.

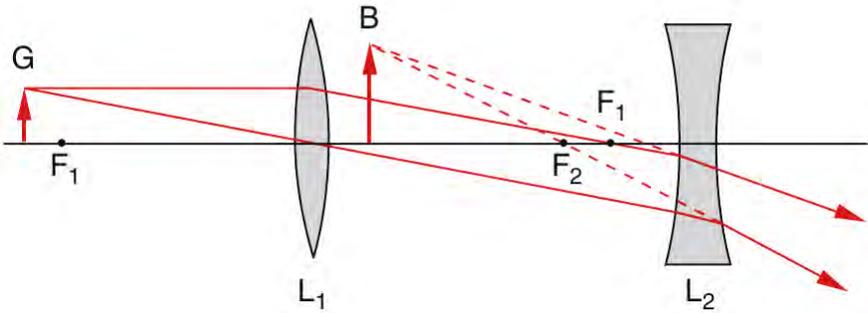
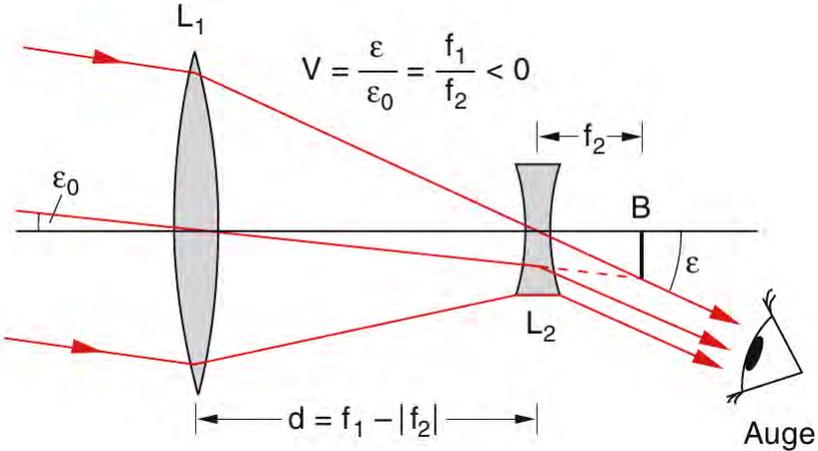


Abbildung 17: Skizze zum Galileischen Fernrohr

Zu beachten ist, dass die Zerstreulinse (Okular) eine negative Brennweite hat. Beide Brennweiten fallen zusammen, der Abstand der Linsen beträgt  $d = f_1 - |f_2|$ . Die Vergrößerung berechnet sich analog zum Keplerschen Fernrohr, ist hier allerdings negativ, d.h. das Bild ist wie oben beschrieben umgekehrt.

$$V_G = \frac{f_1}{f_2} < 0 \quad (41)$$

<sup>7</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 351

## Projektionsapparat

Hier soll ein Projektionsapparat<sup>8</sup> aufgebaut werden, der  $24 \times 36 \text{ mm}^2$ -Diapositive ausleuchtet und in etwa 1,5 m eine zehnfache Vergrößerung hat.

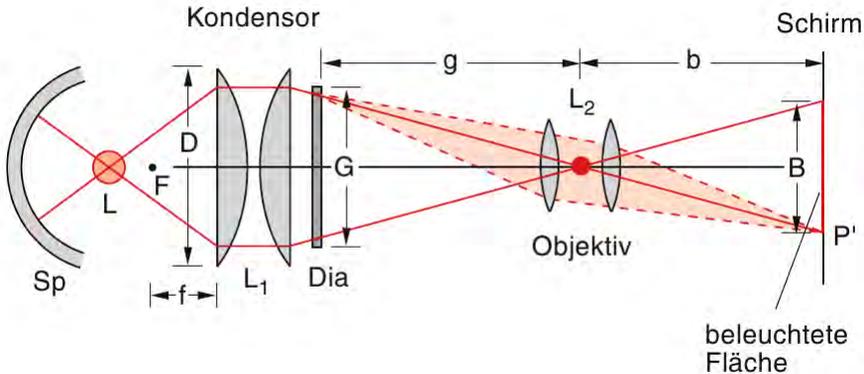


Abbildung 18: Skizze zum Projektionsapparat

Eine gleichmäßige Ausleuchtung des Dias wird durch einen Kondensator vor der Lichtquelle erreicht. Außerdem wird das Dia nahe am Kondensator platziert, um eine volle Ausleuchtung zu erhalten. Hier sind zwei Strahlengänge eingezeichnet: der Beleuchtungsstrahlengang und der Abbildungsstrahlengang.

Die Vergrößerung soll nun  $\gamma = 10$  betragen; es gilt:

$$\begin{aligned}
 d &= g + b = 1,5 \text{ m} \\
 \gamma &= \frac{b}{g} = 10 \\
 \Rightarrow g &= 13,6 \text{ cm} \\
 \Rightarrow b &= 136,4 \text{ cm} \\
 \Rightarrow f &= 12,4 \text{ cm}
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

## Mikroskop

Das Mikroskop<sup>9</sup> besteht aus zwei Linsen: Die erste Linse wird Objektiv genannt und wirft ein reelles Zwischenbild in die Brennebene der zweiten Linse, die Okular genannt wird. Auf's Auge treffen parallele Strahlenbündel von jedem Punkt des Gegenstands, wodurch das Auge ein virtuelles Bild im Unendlichen sieht. Nun soll ein Mikroskop mit mindestens zwanzigfacher Vergrößerung gebaut werden.

<sup>8</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 357

<sup>9</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 348

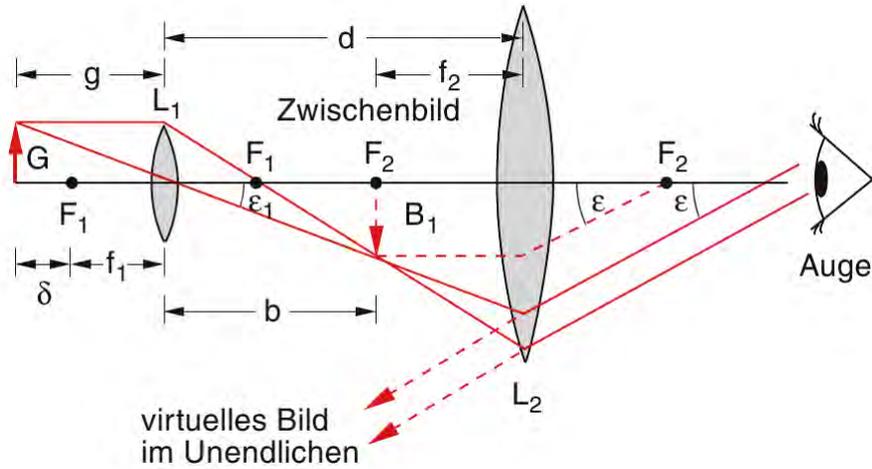


Abbildung 19: Strahlengang im Mikroskop

Es gilt für die Linse  $L_1$ :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{g \cdot f_1}{g - f_1} = \frac{g f_1}{\delta} \quad (43)$$

Das Zwischenbild wird durch das Okular wie bei einer Lupe vergrößert:

$$\tan \epsilon = \frac{B_1}{f_2} = \frac{G \cdot b}{g \cdot f_2} \quad (44)$$

Es gilt für den Sehwinkel  $\epsilon_0$  mit der Bezugssehweite  $s_0 = 25 \text{ cm}$ :

$$\tan \epsilon_0 = \frac{G}{s_0} \quad (45)$$

Somit ist die Vergrößerung des Mikroskops:

$$V_M = \frac{G b s_0}{G g f_2} = \frac{b s_0}{g f_2} \quad (46)$$

Aus der Skizze ist ersichtlich, dass  $d = b + f_2$ ; außerdem ist  $g \approx f_1$ :

$$V_M \approx \frac{(d - f_2) s_0}{f_1 f_2} \quad (47)$$

Zur Frage:

Wie im Vorwort thematisiert, können bei der geometrischen Optik Beugungs- und Interferenzerscheinungen vernachlässigt werden; werden Linsen mit kleineren Brennweiten eingesetzt, spielen diese Effekte sehr wohl eine große Rolle. Es ist technisch auch schwierig, gute Linsen mit kleiner Brennweite zu bauen.

## 8 Literatur

- **Praktikum der Physik**, von Wilhelm Walcher, 8. Auflage
- **Musterprotokoll**, von Marco D'Ambrosio und Andreas Schwartz
- **Das Neue Physikalische Grundpraktikum**, von H. J. Eichler, H.-D. Kronfeldt und J. Sahm, 2. Auflage
- **Demtröder Experimentalphysik 2**, Elektrizität und Optik, 3. Aufl. Springer, 2006

# Aufgabe 1

1.1

theor. | gemessene Brennweite

10 cm | 10,2 cm

~~10~~

1.2

blau  $e = 55,6 \text{ cm}$

Messung von d.

Messung	P1	P2	d
1	88,3	117,1	28,8 cm
2	88,4	117,2	28,8 cm
3	88,2	117,0	28,8 cm
4	88,3	117,2	28,9 cm
5	88,6	117,0	28,4 cm

rot

$e = 55,6 \text{ cm}$

Messung	P1	P2	d
1	88,5	117	28,5 cm
2	88,3	117,1	28,8 cm
3	88,4	117,1	28,7 cm
4	88,3	116,9	28,6 cm
5	88,4	116,9	28,5 cm

nur achsennahe Strahlen

$e = 55,6 \text{ cm}$

Messung	P1	P2	d
1	88,5	117,3	28,8 cm
2	88,6	117,2	28,6 cm
3	88,4	117,2	28,9 cm
4	88,1	116,8	28,7 cm
5	88,7	116,8	28,1 cm

nur achsferne Strahlen

$e = 55,6 \text{ cm}$

Messung	P1	P2	d
1	87,9	117,3	29,4
2	88,0	117,3	29,3
3	87,6	117,3	29,7
4	87,9	117,3	29,5
5	88,1	117,3	29,2

varierte e:

77

e	P1	P2	d
63,7	79,6	177,6	38,6
69,3	73,5	171,9	44,4
74,6	68,0	118,3	50,3
42,6	703,6	114,7	11,1
45,9	99,9	115,2	15,3

## Fernrohr

Blöcke vertikal geschnitten: 70  
 Blöcke quer geschnitten: 30

Kepler: 50 cm / 65 cm

5 quer  
 16 hoch

Galilei: konvex: 50 cm  
 konkav: 5 cm

1 quer  
 2 hoch

## Aufgabe 2 Abbe-Verfahren

Linse 1	x in cm	$\beta$	gedreht Linse 2	x in cm
	<del>21,0</del>			
	20,0	4,6		14
	27,0	1,8		15
	28,0	2,1		16
	18,0			13
	16,0			12
	14,0			15,0
	19,0			18,0
		Linienabstand $\approx 15,6$ cm		
				1,9
				0,8
				0,1
				1,1
				2,4
				0,7

Linsenabstand  $\approx 10,25$  cm gedreht Linse 2

Linse 1		Linse 2	
$x$	$z$	$x$	$z$
15	1,6	18	0,7
16	1,5	17	0,8
17	1,3	16	0,9
18	1,1	15	1,1
19	1,1	14	1,1
16,5	1,4	13	1,2

## 2.2 Diaprojektor

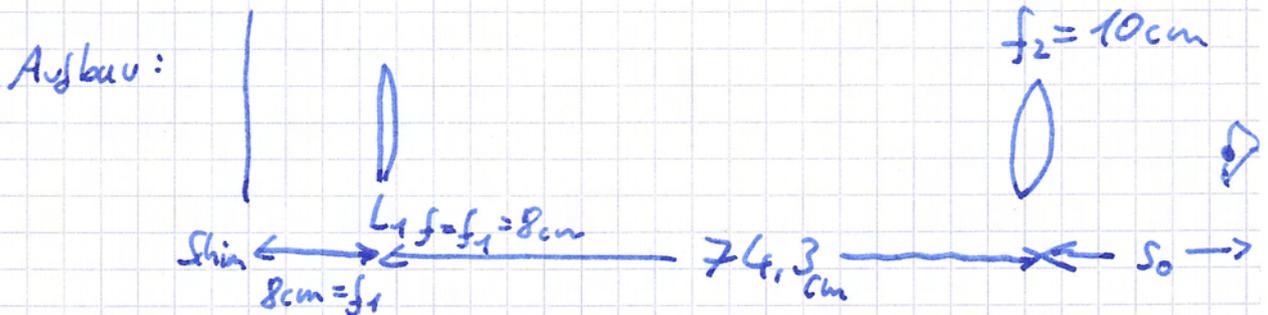
Vergrößerung  $z = 10$  gewesen

bikonvexlinse  $f = 10$  cm

$g = 10,2$  cm  $\rightarrow$  Abstand Dia-Linse

$b = 110$  cm  $\rightarrow$  Abstand Linse-Schirm

## 2.3 Mikroskop



geschätzt ohne Mikroskoplinsen nur mit 2 Blenden:

Bildbreite 46 mm

durchs Mikroskop etwa 2 mm  $\Rightarrow z = 23$

Versuchsauswertung  
**Geometrische Optik**

Tobias Leonhard, Andreas Vetter Gruppe Di-10

20. Dezember 2011

## 9 Aufgabe 1: Brennweitenbestimmungen

### Brennweitenbestimmung einer dünnen Sammellinse

Nun soll die Brennweite einer solchen dünnen Sammellinse experimentell bestimmt werden, wobei als Hilfsmittel nur ein Schirm und ein Maßstab zur Verfügung stehen. Wie oben erwähnt, fokussiert die Linse parallel einfallendes Licht im Brennpunkt; die Linse wird also in paralleles Licht, z.B. Sonnenlicht oder Licht aus einer weit entfernten Lichtquelle oder einer Lichtquelle mit Kondensator, gehalten und der Abstand zum Schirm hinter der Linse wird so verändert, dass das Licht auf einen möglichst kleinen Punkt fokussiert wird. Der Abstand der Linse vom Schirm entspricht dann gerade der Brennweite und wird mit dem Maßstab abgemessen. Dabei wird der Kondensator so eingestellt, dass parallele Lichtbündel auf die Sammellinse treffen.

Eine Sammellinse mit einer angegebenen Brennweite von 10 cm wird vor dem Schirm aufgebaut. Bei einem Abstand von 10,2 cm wird das Licht auf einen möglichst kleinen Punkt fokussiert, dies entspricht der experimentell bestimmten Brennweite; die Abweichung zum theoretischen Wert beträgt 2%. Natürlich ist diese Methode sehr ungenau, da es zu Ables- und Linsenfehlern kommt. Deshalb wird die Brennweite bei der folgenden Aufgabe mit einer anderen Methode ermittelt und dann mit der hier verwendeten verglichen.

### genaue Bestimmung der Brennweite mithilfe des Besselschen Verfahrens

Dieses Verfahren erlaubt eine weitaus bessere und genauere Bestimmung der Brennweite. Bei einem festen Abstand  $e$  eines Gegenstands, beispielsweise eine punktförmige Lichtquelle, vom Schirm auf einer optischen Bank gibt es zwei Linseneinstellungen mit einem scharfen Bild<sup>10</sup>. Zur Messung werden

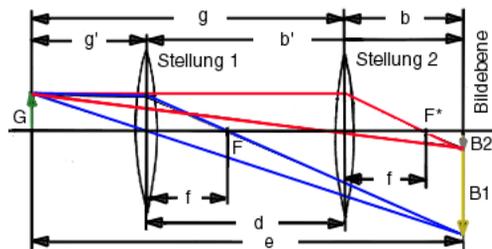


Abbildung 20: zwei Linsenpositionen Stellung 1 und Stellung 2

unterschiedliche Versuchsbedingungen dargestellt: rotes bzw. blaues Licht

<sup>10</sup>Bildquelle: [phyta.net/images/bessel.gif](http://phyta.net/images/bessel.gif)

und inneres bzw. äußeres Linsengebiet.

Für blaues Licht und bei einem Abstand  $e$  zwischen Gegenstand und Bild von  $e = 55,6 \text{ cm}$  werden fünf unabhängige Scharfeinstellungen durchgeführt. Dabei ergeben sich folgende Werte für den Abstand  $d$  der beiden Linsenpositionen:

Messung	d in cm
1	28,8
2	28,8
3	28,8
4	28,9
5	28,4

Daraus ergibt sich ein Mittelwert von  $\bar{d}_{blau} = 28,74 \text{ cm}$ .

Wie in der Versuchsvorbereitung beschrieben, gilt dann für die Brennweite:

$$f_{blau} = \frac{1}{4} \left( e - \frac{\bar{d}^2}{e} \right) \approx 10,19 \text{ cm} \quad (48)$$

Für rotes Licht und bei einem Abstand  $e$  zwischen Gegenstand und Bild von  $e = 55,6 \text{ cm}$  werden wieder fünf unabhängige Scharfeinstellungen durchgeführt. Dabei ergeben sich folgende Werte für den Abstand  $d$  der beiden Linsenpositionen:

Messung	d in cm
1	28,5
2	28,8
3	28,7
4	28,6
5	28,5

Daraus ergibt sich ein Mittelwert von  $\bar{d}_{rot} = 28,62 \text{ cm}$ .

Für die Brennweite gilt:

$$f_{rot} = \frac{1}{4} \left( e - \frac{\bar{d}^2}{e} \right) \approx 10,22 \text{ cm} \quad (49)$$

Hier sieht man, dass - wie in der Versuchsvorbereitung beschrieben - der Brennpunkt für blaues Licht um etwa  $\Delta f = f(\lambda_b) - f(\lambda_r) \approx 0,03 \text{ cm}$  näher an der Linse liegt als für rotes Licht<sup>11</sup>.

---

<sup>11</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 273

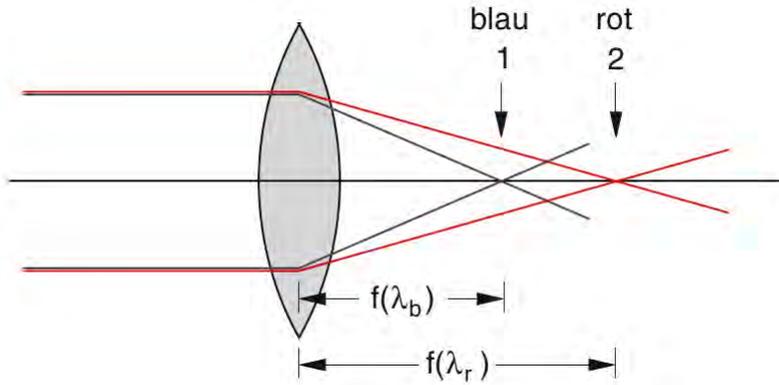


Abbildung 21: Chromatische Aberration einer Bikonvexlinse

Für achsnahe Strahlen und bei einem Abstand  $e$  zwischen Gegenstand und Bild von  $e = 55,6 \text{ cm}$  werden wieder fünf unabhängige Scharfeinstellungen durchgeführt. Dabei ergeben sich folgende Werte für den Abstand  $d$  der beiden Linsenpositionen:

Messung	$d$ in cm
1	28,8
2	28,6
3	28,8
4	28,7
5	28,1

Daraus ergibt sich ein Mittelwert von  $\bar{d}_{nah} = 28,6 \text{ cm}$ . Für die Brennweite gilt:

$$f_{nah} = \frac{1}{4} \left( e - \frac{\bar{d}^2}{e} \right) \approx 10,22 \text{ cm} \quad (50)$$

Für achsferne Strahlen und bei einem Abstand  $e$  zwischen Gegenstand und Bild von  $e = 55,6 \text{ cm}$  werden wieder fünf unabhängige Scharfeinstellungen durchgeführt. Dabei ergeben sich folgende Werte für den Abstand  $d$  der beiden Linsenpositionen:

Messung	$d$ in cm
1	29,4
2	29,3
3	29,7
4	29,5
5	29,2

Daraus ergibt sich ein Mittelwert von  $\bar{d}_{fern} = 29,42 \text{ cm}$ . Für die Brennweite gilt:

$$f_{fern} = \frac{1}{4} \left( e - \frac{\bar{d}^2}{e} \right) \approx 10,01 \text{ cm} \quad (51)$$

Hier sieht man sehr schön die sphärische Aberration: der Brennpunkt der achsfernen Strahlen liegt um  $\Delta f = f_{nah} - f_{fern} \approx 0,21 \text{ cm}$  näher an der Linse<sup>12</sup>.

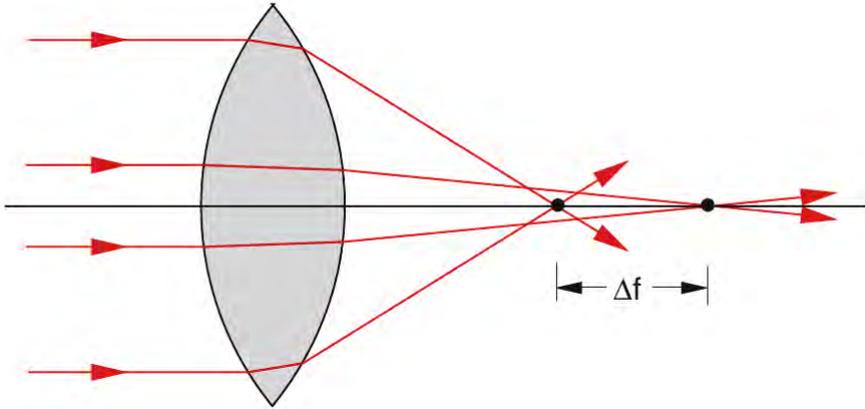


Abbildung 22: Sphärische Aberration einer Bikonvexlinse

Nun wird noch mit weißem Licht gemessen, wobei nun  $e$  variiert wird. Dabei ergeben sich folgende Werte für  $e$ ,  $d$  und mit Gleichung (34) für  $f$ :

$e$ in cm	$d$ in cm	$f$ in cm
63,7	38,0	10,26
69,3	44,4	10,21
74,6	50,3	10,17
42,6	11,1	9,93
45,9	15,3	10,20

Daraus berechnet sich ein Mittelwert von  $\bar{f} \approx 10,15 \text{ cm}$ . Die Abweichung vom im Aufgabenteil 1.1 gemessenen Wert zu diesem beträgt etwa 0,5 %.

## Bestimmung der Brennweite eines Zweilinsensystems mit dem Abbéschen Verfahren

Das Abbé-Verfahren ist eine Messmethode zur Bestimmung der Gesamtbrennweite und der Lage der Hauptebenen. Hier soll die Brennweite eines Zweilinsensystems bei verschiedenen Linsenabständen gemessen werden. Die Bild- und Gegenstandsweite müssen in Abhängigkeit von den Hauptebenen

<sup>12</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 274

bestimmt werden; da diese erst noch bestimmt werden müssen, wird auf der optischen Bank ein Punkt markiert (“Marke”), der während der ganzen Messungen gleich bleibt. Bild- und Gegenstandsweite werden dann von dort gemessen.

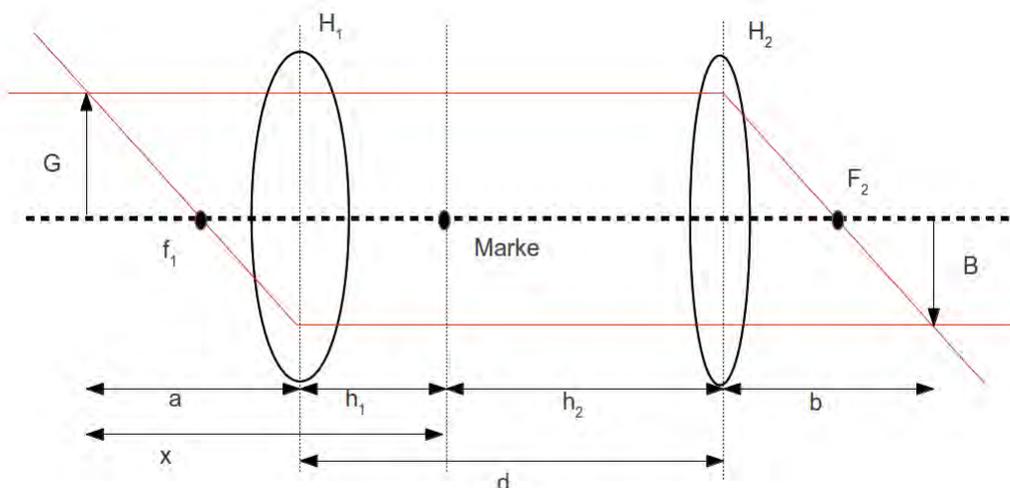


Abbildung 23: Skizze zum Abbéschen Verfahren

Gemessen wird die Vergrößerung des Linsensystems, sodass als Gegenstand eine geeichte Skala und als Schirm Millimeterpapier verwendet wird. Die Vergrößerung ist folgendermaßen definiert:

$$\gamma = \frac{B}{G} = \frac{b}{a} \quad (52)$$

Außerdem gilt nach der Skizze:

$$a = x - h_1 \quad (53)$$

Setzt man nun Gleichung (31) ein und formt um, so folgt:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{a}{f} - 1 \quad (54)$$

Und mit  $a = x - h_1$  dann

$$x = f \cdot \left( \frac{1}{\gamma} + 1 \right) + h_1 \quad (55)$$

Folgende Werte werden bei einem Linsenabstand von  $\approx 15,6$  cm gemessen:

Drehung 0°: x in cm	$\gamma_1$	Drehung 180°: x in cm	$\gamma_2$
20,0	1,6	14,0	1,0
22,0	1,8	15,0	0,9
18,0	2,1	16,0	0,8
16,0	3,0	13,0	1,1
14,0	5,6	12,5	1,2
19,0	1,8	17,0	0,7

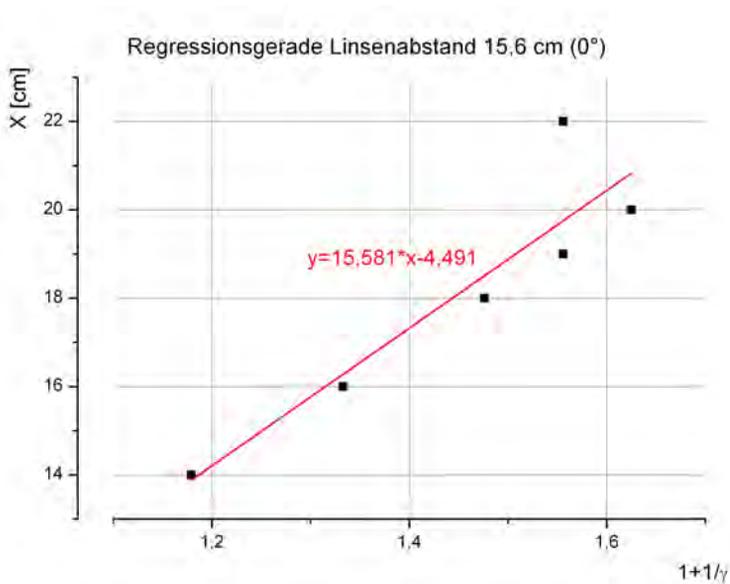


Abbildung 24: Regressionsgerade für 15,6 cm bei 0° Drehung

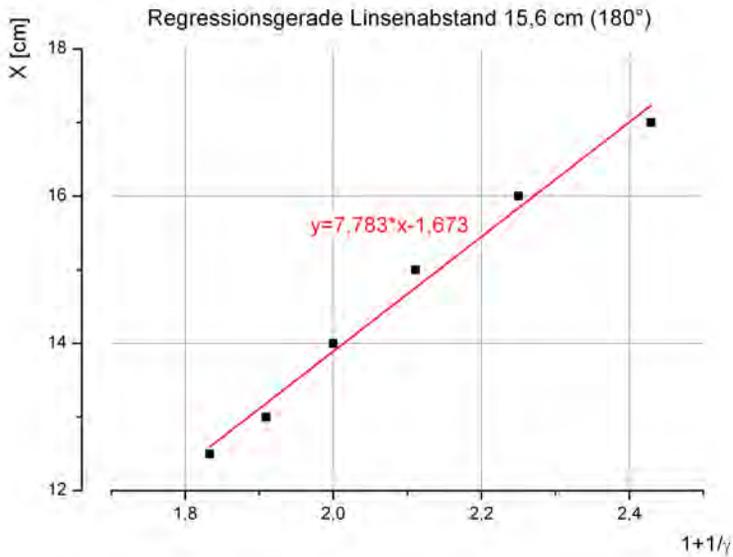


Abbildung 25: Regressionsgerade für 15,6 cm bei 180° Drehung

Lineare Regression liefert als Ausgleichsgerade für 0°  $y = 15,58 \cdot x - 4,49$  und für 180°  $y = 7,78 \cdot x - 1,67$ ; es ergibt sich also für die mittlere Gesamtbrennweite des ersten Systems

$$f_{ges,1} = \frac{1}{2}(m_{0^\circ} + m_{180^\circ}) = 11,68 \text{ cm} \quad (56)$$

und für die Hauptebenenabstände  $h_1 = -4,49 \text{ cm}$  und  $h_2 = -1,67 \text{ cm}$  bzw. für  $d_1 = -6,16 \text{ cm}$ .

Man sieht, dass die Gesamtbrennweiten sehr stark voneinander abweichen; deshalb ist das Ergebnis mit Vorsicht zu betrachten. Mögliche Fehlerquellen sind Schwierigkeiten bei der Einstellung des Linsensystems und das Ablesen des Vergrößerungsfaktors. Auch Messfehler des Abstands Bild-Marke sind denkbar.

Folgende Werte ergibt die Messung bei einem Linsenabstand von  $\approx 10,25 \text{ cm}$ :

Drehung 0°: x in cm	$\gamma_1$	Drehung 180°: x in cm	$\gamma_2$
15,0	1,6	18,0	0,7
16,0	1,5	17,0	0,8
17,0	1,3	16,0	0,9
18,0	1,1	15,0	1,0
19,0	1,1	14,0	1,1
16,5	1,4	13,0	1,2

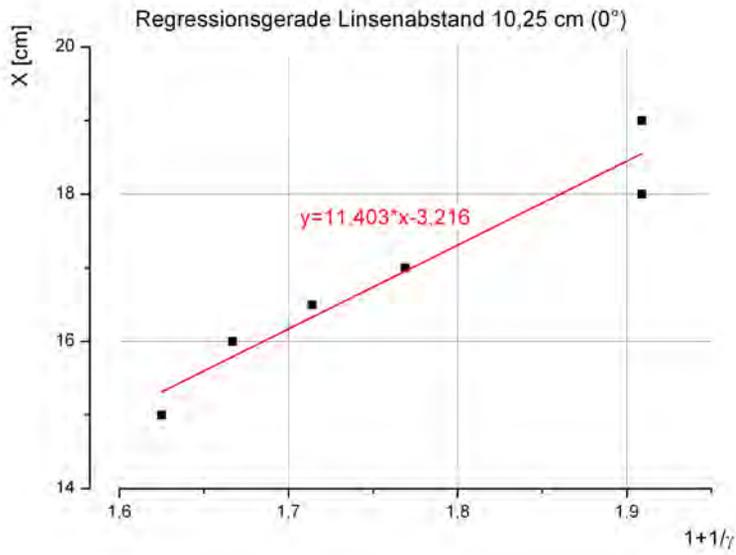


Abbildung 26: Regressionsgerade für 10,25 cm bei 0° Drehung

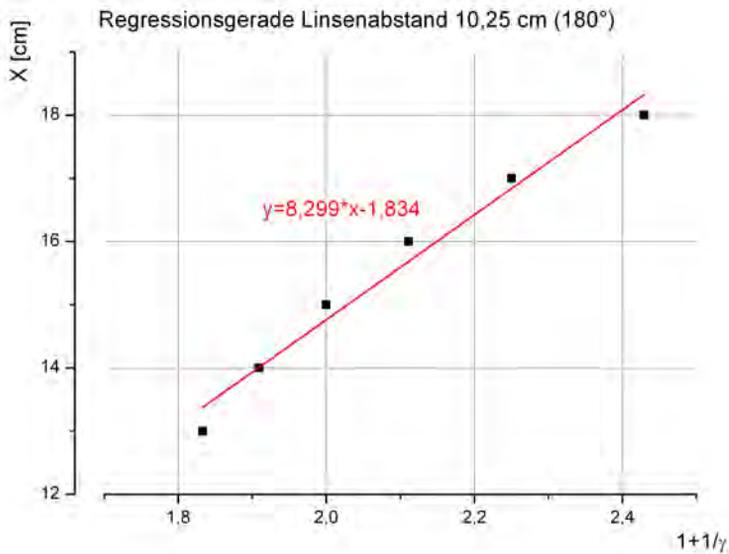


Abbildung 27: Regressionsgerade für 10,25 cm bei 180° Drehung

Lineare Regression liefert als Ausgleichsgerade für  $0^\circ$   $y = 11,40 \cdot x - 3,22$  und für  $180^\circ$   $y = 8,30 \cdot x - 1,83$ ; es ergibt sich also für die mittlere Gesamtbrennweite des zweiten Systems

$$f_{ges,2} = \frac{1}{2}(m_{0^\circ} + m_{180^\circ}) = 9,85 \text{ cm} \quad (57)$$

und für die Hauptebenenabstände  $h_1 = -3,22 \text{ cm}$  und  $h_2 = -1,83 \text{ cm}$  bzw.  $d_2 = -5,05 \text{ cm}$ . Hier decken sich die Werte für die Gesamtbrennweite relativ gut.

Nun soll noch auf die Brennweiten der Einzellinsen geschlossen werden. Es gilt für dünne Linsen:

$$\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{(h_1 + h_2)}{f_1 \cdot f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \quad (58)$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_{ges,1}} &= \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d_1}{f_1 f_2} \\ \frac{1}{f_{ges,2}} &= \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d_2}{f_1 f_2} \\ \Rightarrow \frac{1}{f_2} &= \frac{1}{f_{ges,2}} - \frac{1}{f_1} + \frac{d_2}{f_1 f_2} \\ \frac{1}{f_{ges,1}} &= \frac{1}{f_{ges,2}} - \frac{d_1 - d_2}{f_1 f_2} \\ \Rightarrow f_1 f_2 &= \frac{-(d_1 - d_2)}{\frac{1}{f_{ges,1}} - \frac{1}{f_{ges,2}}} = -69,154 \text{ cm}^2 \\ \Rightarrow f_2 &= \frac{-69,154 \text{ cm}^2}{f_1} \\ \frac{1}{f_2} &= \frac{1}{f_{ges,2}} - \frac{1}{f_1} + \frac{d_2}{f_1 f_2} = \frac{-69,154 \text{ cm}^2}{f_1} \\ \Rightarrow f_1^2 + 1,38 \cdot \text{cm} \cdot f_1 - 69,154 \text{ cm}^2 &= 0 \\ \Rightarrow f_1 = 7,65 \text{ cm} \quad \Rightarrow f_2 = -9,03 \text{ cm} \end{aligned} \quad (59)$$

Man sieht, dass die eine Linse eine Konvexlinse mit einer Brennweite von  $\approx 7,7 \text{ cm}$  und die andere eine Zerstreuungslinse mit einer Brennweite von  $\approx -9 \text{ cm}$  ist. Wie oben beschrieben, ist der Wert für die Gesamtbrennweite  $f_{ges,1}$  sehr ungenau, dieser Fehler wirkt sich natürlich auch auf diesen Wert aus.

Eine dritte Linseneinstellung hätte ein genaueres Endergebnis geliefert.

## 10 Aufbau optischer Instrumente

### Keplersches Fernrohr

Das Keplersche Fernrohr<sup>13</sup> besteht prinzipiell aus einem System von zwei Linsen. Linse 1 hat eine sehr große Brennweite und erzeugt ein reelles Zwischenbild, das von der Linse 2 vergrößert und betrachtet wird.

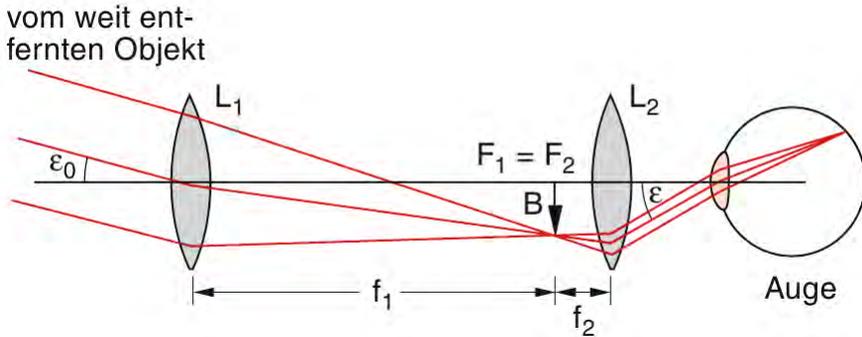


Abbildung 28: Skizze zum Keplerschen Fernrohr

Nach Aufgabenblatt soll nun ein Keplersches Fernrohr mit wenigstens sechsfacher Vergrößerung gebaut werden. Als Objektivlinse wird eine Konvexlinse mit  $f_1 = 50 \text{ cm}$  verwendet, als Okularlinse eine Konvexlinse mit  $f_2 = 6,5 \text{ cm}$ . Der Abstand zwischen den Linsen beträgt  $d = f_1 + f_2 = 56,5 \text{ cm}$ .

Für die Vergrößerung gilt nach Gleichung (40):

$$\begin{aligned} V_{F,theo} &= \frac{f_1}{f_2} \\ &= \frac{50 \text{ cm}}{6,5 \text{ cm}} \approx 7,7 \end{aligned} \quad (60)$$

Als Vergleichsmessung wird die Ziegelsteinwand des gegenüberliegenden Gerthsen-Hörsaals durch ein Fenster betrachtet. Ohne Fernrohr sieht man in der Höhe etwa 70, in der Breite etwa 30 Ziegelsteine.

Wenn man die Wand nun durch das aufgebaute Fernrohr betrachtet, sieht man in der Breite etwa noch 5 Ziegelsteine; die gemessene Vergrößerung beträgt also etwa  $V_{F,exp} \approx 6$ ; die Abweichung vom theoretischen Wert beträgt etwa 22%.

### Galileisches Fernrohr

Das Galileische Fernrohr<sup>14</sup> besteht aus einer Bikonvex- und einer Bikonkavlinse. Das Galileische Fernrohr stellt den Gegenstand im Gegensatz zum

<sup>13</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 350

<sup>14</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 351

Keplerschen Fernrohr aufrecht dar, besitzt jedoch auch ein kleineres Sehfeld.

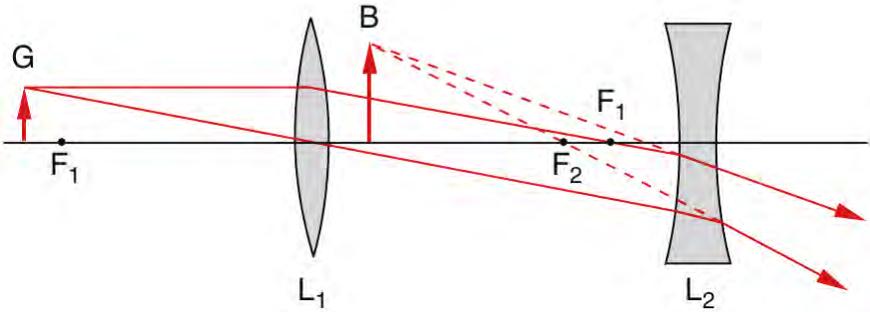
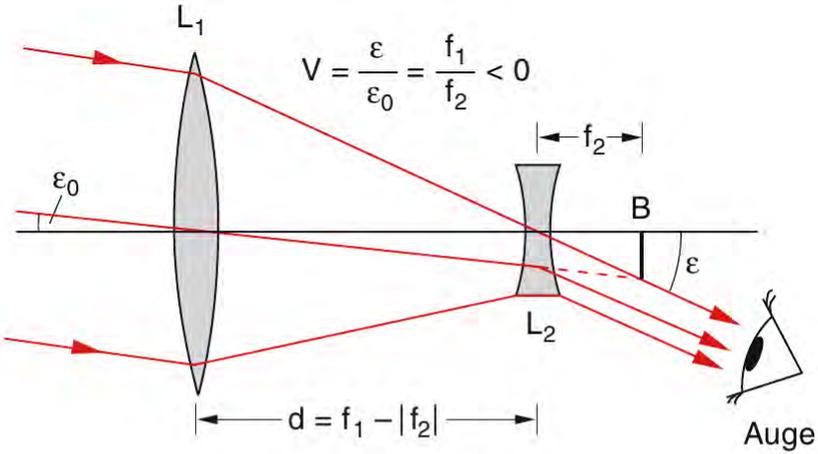


Abbildung 29: Skizze zum Galileischen Fernrohr

Zu beachten ist, dass die Zerstreulinse (Okular) eine negative Brennweite hat. Beide Brennweiten fallen zusammen. Die Vergrößerung berechnet sich analog zum Keplerschen Fernrohr, ist hier allerdings negativ, d.h. das Bild ist wie oben beschrieben umgekehrt.

Hier wird nun eine Konvexlinse mit  $f_1 = 50 \text{ cm}$  für das Objektiv und eine Konkavlinse mit  $f_2 = -5 \text{ cm}$  für das Okular verwendet. Der Abstand der Linsen beträgt  $d = f_1 - |f_2| = 45 \text{ cm}$ .

$$V_{G,theo} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{50 \text{ cm}}{-5 \text{ cm}} = -10 \quad (61)$$

Wieder wird die gegenüberliegende Wand durch das Fernrohr betrachtet; in der Breite sieht man einen Stein, in der Höhe zwei; damit beträgt die

Vergrößerung 30-fach bzw. 35-fach, was eine sehr große Abweichung vom theoretischen Wert darstellt. Allerdings wird die gegenüberliegende Wand nur grob geschätzt, und durch das Fernrohr ist es sehr schwierig, die Steine zu unterscheiden. Dadurch erklärt sich die große Abweichung.

## Projektionsapparat

Hier soll ein Projektionsapparat<sup>15</sup> aufgebaut werden, der  $24 \times 36 \text{ mm}^2$ -Diapositive ausleuchtet und in etwa 1,5 m eine zehnfache Vergrößerung hat.

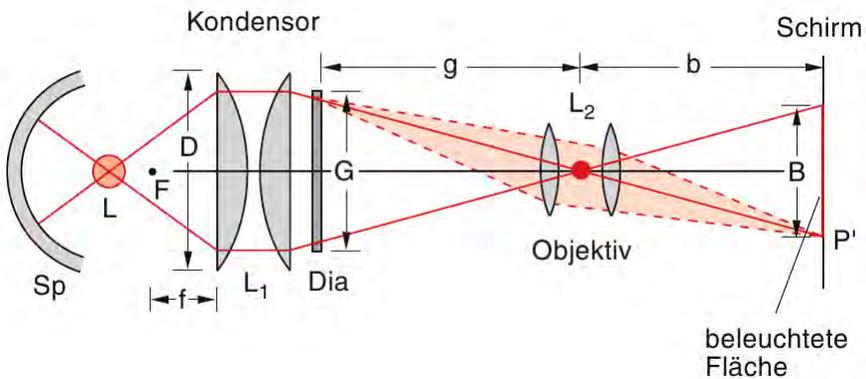


Abbildung 30: Skizze zum Projektionsapparat

Eine gleichmäßige Ausleuchtung des Dias wird durch einen Kondensator vor der Lichtquelle erreicht. Außerdem wird das Dia nahe am Kondensator platziert, um eine volle Ausleuchtung zu erhalten. Hier sind zwei Strahlengänge eingezeichnet: der Beleuchtungsstrahlengang und der Abbildungsstrahlengang.

Es wird eine Bikonvexlinse mit einer Brennweite von  $f = 10 \text{ cm}$  verwendet; die Gegenstandsweite beträgt  $g = 10,2 \text{ cm}$  und ein scharfes Bild ergibt sich bei einer Bildweite  $b = 110,0 \text{ cm}$ . Daraus folgt:

$$d = g + b = 1,202 \text{ m}$$

$$\gamma_{theo} = \frac{b}{g} \approx 10,78 \quad (62)$$

Dies stimmt sehr gut mit der gemessenen zehnfachen Vergrößerung ( $\gamma_{exp} \approx 10$ ) überein, wobei zum Ermitteln der Vergrößerung das Dia mit der Millimeterskala verwendet wird. Die Abweichung vom theoretischen Wert beträgt etwa 7,2 %.

<sup>15</sup>Bildquelle: Dentröder 2 S. 357

## Mikroskop

Das Mikroskop<sup>16</sup> besteht aus zwei Linsen: Die erste Linse wird Objektiv genannt und wirft ein reelles Zwischenbild in die Brennebene der zweiten Linse, die Okular genannt wird. Auf's Auge treffen parallele Strahlenbündel von jedem Punkt des Gegenstands, wodurch das Auge ein virtuelles Bild im Unendlichen sieht. Nun soll ein Mikroskop mit mindestens zwanzigfacher Vergrößerung gebaut werden.

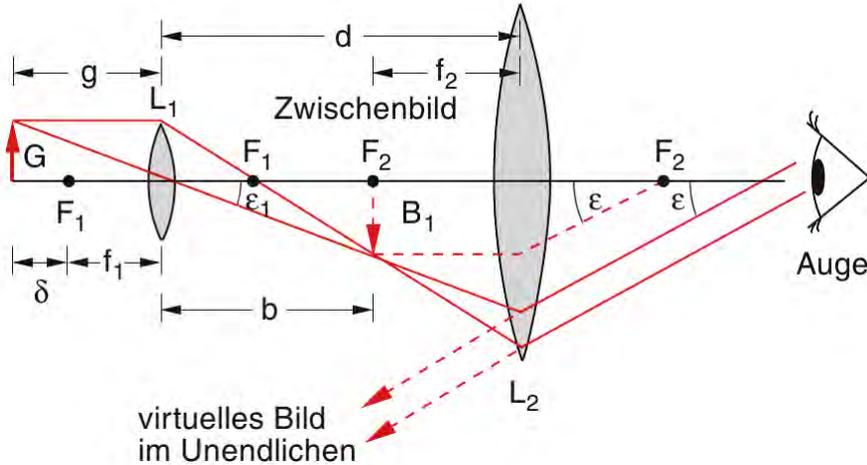


Abbildung 31: Strahlengang im Mikroskop

Um die geforderte Vergrößerung von  $> 20$  zu erreichen, werden für das Objektiv eine Konvexlinse mit der Brennweite von  $f_1 = 8 \text{ cm}$  und fürs Okular eine Konvexlinse mit der Brennweite von  $f_2 = 10 \text{ cm}$  verwendet. Der Abstand des abzubildenden Gegenstands von der Linse  $L_1$  beträgt  $g = f_1 = 8 \text{ cm}$ , und der Abstand der beiden Linsen beträgt  $d = 74,3 \text{ cm}$ . Die Bezugssehweite ist  $s_0 = 25 \text{ cm}$ .

Wie in der Vorbereitung hergeleitet (Gleichung (47)), gilt folglich für die Vergrößerung des Mikroskops:

$$\begin{aligned}
 V_{M,theo} &\approx \frac{(d - f_2)s_0}{f_1 f_2} \\
 &\approx \frac{(74,3 \text{ cm} - 10 \text{ cm}) \cdot 25 \text{ cm}}{10 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}} \\
 &\approx 20,1
 \end{aligned} \tag{63}$$

Dies deckt sich mit der gemessenen Vergrößerung: von einem 46 mm breiten Bild sind durchs Mikroskop etwa 2 mm zu sehen, somit beträgt die gemessene

<sup>16</sup>Bildquelle: Demtröder 2 S. 348

Vergrößerung etwa  $V_{M,exp} \approx 23$ . Die Abweichung vom theoretischen Wert beträgt etwa 14,4 %.

Zur Frage:

Wie im Vorwort thematisiert, können bei der geometrischen Optik Beugungs- und Interferenzerscheinungen vernachlässigt werden; werden Linsen mit kleineren Brennweiten eingesetzt, spielen diese Effekte sehr wohl eine große Rolle. Es ist technisch auch schwierig, gute Linsen mit kleiner Brennweite zu bauen.

## 11 Literatur

- **Praktikum der Physik**, von Wilhelm Walcher, 8. Auflage
- **Musterprotokoll**, von Marco D'Ambrosio und Andreas Schwartz
- **Das Neue Physikalische Grundpraktikum**, von H. J. Eichler, H.-D. Kronfeldt und J. Sahn, 2. Auflage
- **Demtröder Experimentalphysik 2**, Elektrizität und Optik, 3. Aufl. Springer, 2006