



SS/~~WS~~ 20.10.../.....

Praktikum: (~~P1~~/P2) (~~Mo~~/~~Di~~/~~Mi~~/Do) Gruppe-Nr: 10...

Name: Feigl ..... Vorname: Daniela .....

Name: Herb ..... Vorname: Stefanie .....

Versuch: ideales und reales Gas (mit/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: Lukas Pfaffmann ..... Durchgeführt am: 24.06.10.....

Abgabe am: .....

Rückgabe am: ..... Begründung:

2. Abgabe am: .....

Ergebnis: (+/0/-)

Fehlerrechnung: ja/nein

Datum: 01.07.10 .....

Handzeichen: Pf .....

Bemerkungen: in Aufgabe 1 gibt es eine falsche Spalten Beschriftung, die mich zuerst etwas verwirrte. Sonst vorbildhaft.



Sinn dieses Experimentes ist es, durch Anschauung das Verständnis für Begriffe aus der Wärmelehre zu fördern. Experimentell kommt es vor allem darauf an, die notwendigen Versuchsbedingungen (z.B. 'adiabatisch' oder 'Gleichgewichtszustand') einzuhalten und notwendige Korrekturen zu erkennen und bei der Auswertung zu berücksichtigen (z.B. beim Gasthermometer).

**Hinweis:**

- 1) Die Glasgeräte, ganz besonders die Gasthermometer-Kapillare und die Dampfdruckapparatur, aber auch die Schwingungsröhre, sind sehr bruchempfindlich. Bitte sehr vorsichtig handhaben!
- 2) Nicht bei Feuchtigkeit in den eingeschalteten Heizpilz fassen. Keine perfekte Isolierung.
- 3) Der Versuch darf erst nach Erläuterungen durch den Betreuer begonnen werden.

**Aufgaben:**

**1. Bestimmen Sie mit dem Jollyschen Gasthermometer den Spannungskoeffizienten  $\alpha$  für Luft, und berechnen Sie daraus die Celsius-temperatur des absoluten Nullpunkts.**

Die Fehler durch thermische Ausdehnung und schädlichen Raum des Gasthermometers sind mit Hilfe einer weiteren Messung zu eliminieren. Wenn sich das Gasthermometer abkühlt, muß das bewegliche Manometerrohr bis zum Anschlag nach unten geschoben werden, da sonst Quecksilber in das Gefäß überfließt. Ein Diagramm 'Siedetemperatur des Wassers bei reduziertem Barometerstand' befindet sich am Arbeitsplatz. Verwenden Sie destilliertes Wasser. Vergessen Sie nicht, das Barometer abzulesen.

**2.1 Bestimmen Sie für Luft das Verhältnis der spezifischen Wärmen,  $\kappa = c_p/c_v$ , nach der Methode von Clement-Desormes.**

Skizzieren Sie den Prozeß im p-V-Diagramm. Ablesungen dürfen nur vorgenommen werden, wenn sich ein Gleichgewicht eingestellt hat. Bis zu 15 Minuten Wartezeit müssen eingehalten werden. Zum Erzeugen von Überdruck (geringem! Nicht die Flüssigkeit aus dem U-Rohr treiben! Welcher Überdruck ist sinnvoll?) Dreiwegehahn am Blasebalg in Stellung 'vorn' bringen. Zur Messung Hahn um  $180^\circ$  drehen. Messungen zu den Aufgaben 2.1 und 2.2 können schon neben solchen zu Aufgabe 1 ausgeführt werden.

**2.2 Überzeugen Sie sich durch einige Vergleichsmessungen mit verschieden schnellem Druckausgleich davon, daß bei der Messung in Aufgabe 2.1 die Entspannung ausreichend adiabatisch erfolgt.**

**2.3 Bestimmen Sie dasselbe Verhältnis  $\kappa$  nach der Methode von Rüchard aus der Schwingungsdauer einer Stahlkugel, die im Glasrohr auf einem Luftpolster schwingt.**

Die Qualität der Messung hängt sehr stark von folgenden Bedingungen ab:

- a) Das Glasrohr muß innen extrem sauber sein.
- b) Alle Stopfen müssen dicht schließen.
- c) Das Glasrohr muß recht gut senkrecht stehen. Das kann durch Drehen des Stopfens gut erreicht werden.
- d) Die Stahlkugel muß sehr sauber sein. Schon kleine Verunreinigungen führen zu starker Bremsung. Die Kugel deshalb vor jeder Messung mit fusselfreiem Tuch (kein Zellstoff) reinigen. Bis zu 17 Schwingungen sind erreicht worden.

Die Schwingungsdauer muß sorgfältig bestimmt werden. Sie geht quadratisch in das Ergebnis ein.

Das Luftvolumen unter der Kugel beträgt 10,58 Liter  $\pm 0,3\%$ .

### **3. Messen Sie die Dampfdruckkurve einer Flüssigkeit zwischen Zimmertemperatur und 0°. Berechnen Sie aus der Dampfdruckkurve die Verdampfungswärme der Flüssigkeit.**

Achten Sie darauf, daß zu Beginn im Gefäß keine Flüssigkeit außerhalb des Temperaturbades niedergeschlagen ist. Das kugelförmige Gefäß muß immer kälter sein als die anderen Teile der Apparatur. Vor der Messung Gleichgewicht abwarten. Die Meßkurven müssen für fallende und für steigende Temperatur übereinstimmen. Die Verdampfungswärme kann aus der Dampfdruckkurve graphisch ermittelt werden (Clausius-Clapeyron-Gleichung mit  $V_{\text{Flüss}} \ll V_{\text{Dampf}}$  und mit  $pV = RT$ , integriert).

Bei der Flüssigkeit handelt es sich um n-Hexan. Warmes Wasser bereiten Sie mit dem Gerät von Versuch 1. Verwenden Sie destilliertes Wasser.

#### **Stichworte:**

Ideales Gas und reales Gas, Zustandsgleichungen, Thermodynamische Definition der Temperatur, spezifische Wärmen  $c_p$  und  $c_v$ , Isotherme, Adiabate, Polytrope, Kreisprozeß, Gleichgewichtszustände zwischen verschiedenen Phasen, Dampfdruckkurve, Tripelpunkt, Clausius-Clapeyron-Gleichung.

#### **Zubehör:**

Jollysches Gasthermometer,  
Kathetometer für die Ablesung,  
Heizpilz (320 W),  
Becherglas, Rührer,  
2 Glasflaschen, 10 Liter,  
U-Rohr-Manometer,  
Blasebalg-Gummiball zur Überdruckerzeugung,  
Dreiwegehahn,  
Dampfdruckgefäß mit n-Hexan-Füllung und Hg-Manometer,  
Thermometer 0-50 Grad Celsius,  
2 Liter-Wassergefäß,  
Präzisionsglasrohr (60cm lang) mit gut passender Stahlkugel (16mm $\varnothing$   $\pm 0,5\%$ ; 16,68g  $\pm 0,1\%$ ),  
Barometer (mit Bedienungsanweisung) im Versuchsraum.

#### **Literatur:**

Walcher: *Praktikum der Physik*  
Krafft: GfK-Fortbildungskurs *Physikalische Grundlagen der Vakuumtechnik*  
Pohl: *Mechanik, Akustik, Wärmelehre*  
Gerthsen, Kneser, Vogel: *Physik*  
Westphal: *Physikalisches Praktikum*  
Falk: *Theoretische Physik*, Bd. IIa

Versuch P2-47

# Ideales und reales Gas

-Vorbereitung-

Gruppe Do-10

Daniela Feigl

1465301

Daniela.Feigl@web.de

Stefanie Herb

1467067

Herby89@gmx.net

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	ideales Gas . . . . .	3
1.1.1	Das Gesetz von Boyle-Mariotte . . . . .	3
1.1.2	Das Gesetz von Gay-Lussac . . . . .	3
1.1.3	Der absolute Nullpunkt . . . . .	4
1.1.4	Thermodynamische Definition der Temperatur . . . . .	4
1.1.5	Die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	5
1.2	Reales Gas . . . . .	5
1.3	Zustandsgleichungen . . . . .	5
1.3.1	Isotherm . . . . .	6
1.3.2	Isochor . . . . .	6
1.3.3	Adiabatisch . . . . .	7
1.3.4	Isobar . . . . .	7
1.3.5	Adiabatisch oder isentrop . . . . .	8
1.3.6	Polytrop . . . . .	8
1.4	Spezifische Wärme $c_p$ und $c_v$ . . . . .	8
1.5	Kreisprozesse . . . . .	9
1.6	Gleichgewichtszustände zwischen verschiedenen Phasen . . . . .	10
1.7	Dampfdruckkurve . . . . .	10
1.8	Tripelpunkt . . . . .	11
1.9	Clausius-Clapeyron-Gleichung . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Spannungskoeffizient für Luft und absoluter Nullpunkt</b>	<b>12</b>
2.1	Jollysches Gasthermometer . . . . .	12
2.2	Bestimmung des Spannungskoeffizienten . . . . .	13
2.3	Durchführung . . . . .	14
2.4	Bestimmung des absoluten Nullpunkts . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Messung des Verhältnis der spezifischen Wärmen</b>	<b>14</b>
3.1	Methode nach Clement-Desormes . . . . .	15
3.1.1	Durchführung . . . . .	17
3.2	Vergleichsmessung . . . . .	17
3.3	Methode nach Rüchard . . . . .	17
3.3.1	Durchführung . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Dampfdruckkurve von n-Hexan</b>	<b>18</b>
4.1	Durchführung . . . . .	20

# 1 Theorie

## 1.1 ideales Gas

Das ideale Gas bezeichnet eine Modellvorstellung eines Gases, welche dieses idealisiert. Nach der kinetischen Gastheorie gelten für eine ideales Gas die folgenden Eigenschaften:

- Atome bzw. Moleküle sind Massepunkte
- Atome bzw. Moleküle bewegen sich mit statistisch verteilten Geschwindigkeiten
- Wechselwirkungen finden nur bei direkter Berührung statt
- bei Stößen untereinander oder mit der Wand gelten sowohl Energie- als auch Impulserhaltung

Trotz dieser idealisierten Vorstellung lassen sich viele thermodynamische Prozesse durch dieses Modell beschreiben und verstehen.

Für das ideale, Gas gilt die allgemeine Gasgleichung:

$$pV = nRT \quad (1)$$

Hierbei beschreibt  $p$  den Druck,  $V$  das Volumen,  $n$  die Stoffmenge,  $R$  die universelle Gaskonstante und  $T$  die Temperatur.

Die Eigenschaften des idealen Gases lassen sich auch aus den Hauptsätzen der Thermodynamik herleiten. Des Weiteren fasst die allgemeine Gasgleichung mehrere in der Thermodynamik geltende Gesetzmäßigkeit zusammen.

### 1.1.1 Das Gesetz von Boyle-Mariotte

Die allgemeine Gasgleichung beinhaltet beispielsweise des Gesetz von Boyle-Mariotte, das besagt, dass bei konstanter Temperatur, konstanter Masse des abgeschlossenen Systems und konstanter Molmasse der Druck proportional zum Kehrwert des Volumens ist:

$$p \sim \frac{1}{V} \Rightarrow pV = \text{const.} \quad (2)$$

Aus diesem Zusammenhang lässt sich herleiten, dass sich die Dichten eines Gases verhalten wie die dazugehörigen Drücke und somit folgende Beziehung gilt:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (3)$$

### 1.1.2 Das Gesetz von Gay-Lussac

Gase dehnen sich bei konstantem Druck und zunehmender Temperatur aus, das heißt sie erfahren eine Volumenänderung. Bei idealen Gasen gilt für diese Änderung das Gesetz von Gay-Lussac. Auch hier sind bestimmte Voraussetzungen wie auch bei dem Gesetz von Boyle-Mariotte zu erfüllen, nämlich ein konstanter Druck, eine konstante Masse des abgeschlossenen Systems und eine gleichbleibende Molmasse. Dann gilt:

$$V_T = V_0 \cdot (1 + \gamma T) \quad (4)$$

Dabei bezeichnet  $\gamma$  den isobaren Volumenausdehnungskoeffizienten.  $V_0$  steht für das Volumen bei  $0^\circ\text{C}$ . Somit gilt für die Beziehung zwischen Volumenzunahme und Temperatur:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot T \quad (5)$$

### 1.1.3 Der absolute Nullpunkt

An der obigen Gleichung (5) lässt sich erkennen, dass die Temperatur noch von den Anfangsvolumina abhängt, für welche bei idealen folgender Zusammenhang gilt:

$$\frac{V'_T}{V'_0} = \frac{V_T}{V_0} = 1 + \gamma = \frac{273,15^\circ\text{C} + T}{273,15^\circ\text{C}} \quad (6)$$

An dieser Beziehung lässt sich sehen, dass sich die Ausdehnunggeraden für verschiedene Anfangsvolumina immer in einem Punkt schneiden, nämlich bei einer Temperatur von  $-273,15^\circ\text{C}$ . Diese wird als absoluter Nullpunkt festgelegt.

### 1.1.4 Thermodynamische Definition der Temperatur

Die Temperatur ist nach Definition der Thermodynamik nichts anders als ein Maß für die kinetische Energie. Ihre Einheit ist Kelvin. Man erhält sie über die kinetische Gastheorie und Überlegungen, welche Teilchen mit welchem Impuls stoßen. Der Gasdruck entsteht durch die Impulsübertragung der Moleküle auf die Wand. Die Moleküle kann man sich in einem Kasten vorstellen, der die Grundfläche  $A$  bzgl. der Wand besitzt und eine Höhe  $vdt$ . Dieser enthält  $nAvdt$  Moleküle. Der dritte Teil dieser Moleküle hat eine Flugrichtung, die senkrecht zur Wand steht. Von diesem wiederum geht man aus, dass die Hälfte, also  $\frac{1}{6}$  sich zur Wand hinbewegt. Diese erreichen in der Zeit  $dt$  die Wand. Daraus resultiert die Stoßzahl  $z$  pro Flächen- und Zeiteinheit:

$$z = \frac{1}{6} \frac{nvd t}{dt} = \frac{n}{6}v \quad (7)$$

Jedes dieser Moleküle, das mit der Wand zusammenstößt, überträgt bei dem Aufprall und der nachfolgenden Reflexion den Impuls  $2mv$  auf die Wand. Nimmt man nun alle Stöße zusammen, so wird ein Impuls pro Zeit- und Flächeninhalt auf die Wand übertragen:

$$z \cdot 2mv = \frac{n}{6}v \cdot 2mv = \frac{1}{3}nmv^2 \quad (8)$$

Somit ergibt sich für den Druck:

$$p = \frac{1}{3}nmv^2 \quad (9)$$

An dieser Stelle muss man noch  $v^2$  durch  $\overline{v^2}$  ersetzen. Somit gilt:

$$p = \frac{1}{3}nm\overline{v^2} = \frac{2}{3}n \cdot \underbrace{12nm\overline{v^2}}_{E_{\text{kin}}} \quad (10)$$

Daraus folgt:

$$p = nkT \quad (11)$$

Der Temperaturnullpunkt befindet sich bei 0 K oder bei  $-273,15^\circ\text{C}$ . Nach der Definition der Temperatur würde das bedeuten, dass sich am Temperaturnullpunkt alle Teilchen in Ruhe befinden. Dieser Zustand kann aber nie erreicht werden, was auch die Aussage des 3. Hauptsatzes der Thermodynamik ist.

### 1.1.5 Die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung

Bisher hat man bei den vorgenommenen Betrachtungen eine einheitliche Geschwindigkeit angenommen. Diese, entspricht aber nur dem Quadratmittel aller Geschwindigkeiten. Die verschiedenen Geschwindigkeiten der Moleküle resultieren daraus, dass sie ständig miteinander stoßen und sich dadurch ihre Geschwindigkeiten ändern. Diese wiederum sind statistisch verteilt und folgen der Maxwell-Verteilung:

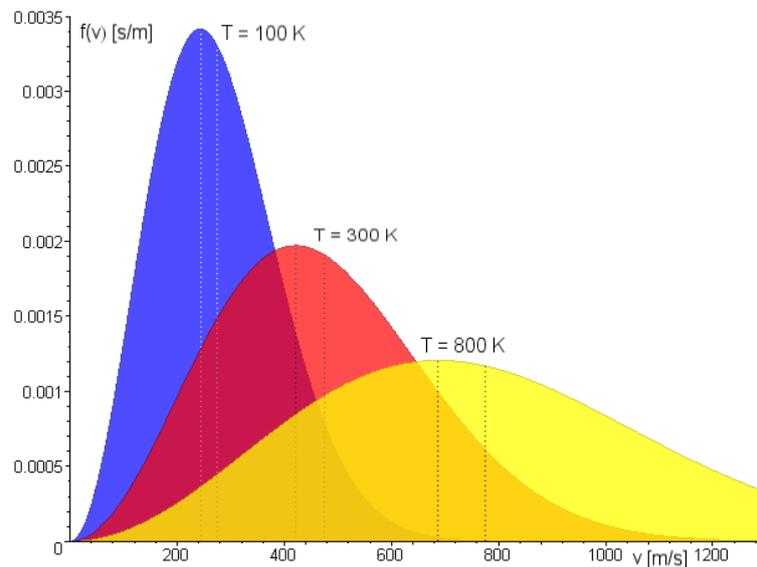


Abbildung 1: Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung bei unterschiedlichen Temperaturen  
Quelle: Wikipedia

Diese Verteilung ist unsymmetrisch und stark temperaturabhängig. Des Weiteren ist sie aus statistischen Überlegungen hergeleitet und lässt sich im eindimensionalen auf die Gauß-Verteilung zurückführen.

### 1.2 Reales Gas

Das reale Gas berücksichtigt im Gegensatz, zum idealen Gas das Eigenvolumen oder auch Kovolumen  $b$  des Gases. Die Atome bzw. Moleküle werden nicht mehr als Massepunkte betrachtet, sondern sind starre Kugeln mit dem Radius  $r$ , zwischen denen ein Mindestabstand von  $2r$  herrscht. Des Weiteren wird der Binnendruck  $p_B$  berücksichtigt. Dieser beschreibt die gegenseitigen Anziehungskräfte zwischen den Gasatomen. Aus diesem Grund kann man die allgemeine Gasgleichung dahingehend verändern, dass die eben erwähnten Phänomene berücksichtigt werden. Dies geschieht mittels der Van-der-Waals-Gleichung:

$$(p + p_B) \cdot (V_{\text{mol}} - b) = RT \quad (12)$$

Kennt man das Kovolumen  $b$  eines Gases, so kann man aus diesem die Molekülgröße und somit der Radius eines Moleküls abschätzen. Damit ist es wiederum möglich die mittlere freie Weglänge  $\lambda$  eines Moleküls anzugeben. Diese beschreibt, wie weit sich ein Molekül im Mittel bewegen kann bis es mit einem anderen Molekül zusammenstößt.

### 1.3 Zustandsgleichungen

In der Thermodynamik unterscheidet man vier verschiedene Zustände:

### 1.3.1 Isotherm

Bei isothermen Vorgängen ist die Temperatur konstant. Dies hat zur Folge, dass die innere Energie konstant ist:

$$U = \text{const.} \Rightarrow dU = 0 \quad (13)$$

$$\Rightarrow dQ = pdV \quad (14)$$

Dies bedeutet, dass die dem System zugeführte Wärme vollständig in Volumenarbeit  $pdV$  umgewandelt wird. Somit folgt aus der allgemeinen Gasgleichung das Boyle-Mariotte-Gesetz:

$$pV = \text{const.} \quad (15)$$

Den ganzen Vorgang kann man sich auch in einem  $pV$ -Diagramm für verschiedene Temperaturen veranschaulichen. Dabei erhält man Hyperbeln, die so genannten Isothermen:

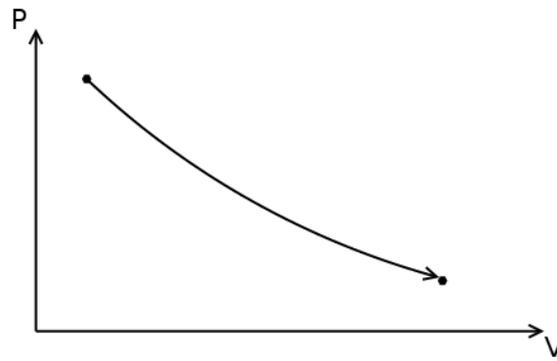


Abbildung 2: Isotherme  
Quelle: Wikipedia

Betrachtet man den isothermen Zustand so, dass die Temperatur  $\vartheta = \vartheta_1$  ist, so muss beim Erwärmen eines Gases in einem Kolben, um die Temperatur auf dem gleichen Wert zu halten, das Volumen verändert werden. Somit gilt für die isotherme Zustandsänderung das bereits oben beschriebene Gesetz von Boyle-Mariotte:

$$\vartheta = \vartheta_1 \quad (16)$$

$$p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \quad (17)$$

### 1.3.2 Isochor

In diesem Fall ist das Volumen konstant. Das heißt, es gilt:

$$dV = 0 \Rightarrow dQ = dU = c_v dT \quad (18)$$

Somit wird die von außen zugeführte Wärmemenge  $dQ$  vollständig zur Erhöhung der inneren Energie  $dU = c_v dT$  verwendet. Dadurch ergibt sich für die spezifische Wärmekapazität, auf die noch im Folgenden näher eingegangen wird, folgender Ausdruck:

$$c_v = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad (19)$$

Eine andere Herangehensweise an eine isochore Zustandsänderung ist folgende: Man geht davon aus, dass sich ein Gas in einem abgeschlossenen Kolben befindet mit dem

Volumen  $V_1$ , wobei sich der Kolben in diesem Fall nicht verschieben lässt. Daraus ergibt sich, dass der Druck  $p$  und die Temperatur  $T$  in folgendem Zusammenhang stehen:

$$V = V_1 \quad (20)$$

$$p = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta) \quad (21)$$

Dabei bezeichnet  $p_0$  den Druck des Gases bei einer Temperatur von  $0^\circ\text{C}$  und  $\alpha$  den Spannungskoeffizienten.

### 1.3.3 Adiabatisch

Tauscht das System keine Wärme mit der Umgebung aus, d.h. ist  $dQ=0$ , so handelt es sich um einen adiabatischen Prozess. Somit gilt für die innere Energie folgender Zusammenhang:

$$dU = c_v dT = -pdV \quad (22)$$

Mit Hilfe der allgemeinen Gasgleichung und Trennung der Variablen erhält man:

$$c_v \frac{dT}{T} = -R \frac{dV}{V} \quad (23)$$

Durch anschließende Integration und Wurzel ziehen ergibt sich dann die Adiabatengleichung:

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const.} \quad (24)$$

oder in anderer Form:

$$p \cdot V^\kappa = \text{const.} \quad (25)$$

### 1.3.4 Isobar

Liegt ein isobarer Prozess vor, so ist der Druck konstant. Betrachtet man in diesem Zusammenhang den ersten Hauptsatz, so erhält man die folgende Gleichung:

$$dQ = dU + pdV = c_p \cdot dT \quad (26)$$

Mit Hilfe der Enthalpie  $H = U + pV$  kann man dies folgendermaßen umschreiben:

$$dH = dU + pdV = dQ \quad (27)$$

An dieser Gleichung erkennt man, dass bei isobaren Prozessen die Enthalpiezunahme  $dH$  der zugeführten Wärmemenge  $dQ$  entspricht. Daraus ergibt sich für die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  bei konstantem Druck der folgende Zusammenhang:

$$c_p = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \quad (28)$$

Eine andere Herleitung von isobaren Zustandsänderungen ist wie auch oben die Voraussetzung, dass der Druck konstant ist. Dies hat aber zur Folge, dass das Volumen von der Temperatur abhängt:

$$p = p_1 \quad (29)$$

$$V = V_0 \cdot (1 + \beta \cdot \vartheta) \quad (30)$$

Dabei steht  $V_0$  für das Volumen bei einer Temperatur von  $0^\circ\text{C}$  und  $\beta$  für den Ausdehnungskoeffizienten. Der bereits oben erwähnte Spannungskoeffizient  $\alpha$  steht in etwa mit dem Ausdehnungskoeffizienten  $\beta$  in folgendem Zusammenhang:

$$\alpha = \beta = \frac{1}{273,15\text{K}} \quad (31)$$

### 1.3.5 Adiabatisch oder isentrop

Verhindert man beispielsweise durch schnelle Durchführung des Versuchs, dass ein System mit seiner Umgebung Wärme austauscht, so kann man die Änderung von Druck und Temperatur wie folgt beschreiben:

$$\Delta Q = 0 \quad (32)$$

$$pV^{\kappa_0} = p_0V_0^{\kappa_0} \quad \text{adiabatische Zustandsänderung oder} \quad (33)$$

$$TV^{\kappa_0-1} = T_0V_0^{\kappa_0-1} \quad \text{isentropie Zustandsänderung} \quad (34)$$

Hierbei bezeichnet  $\kappa_0$  den Adiabatenkoeffizienten  $\frac{c_p}{c_v}$ , der das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten ausdrückt.

### 1.3.6 Polytrop

Tauscht das System während eines Prozesses Wärme mit seiner Umgebung aus, so liegt eine polytrophe Zustandsänderung vor. Für diese gelten die folgenden Gleichungen:

$$\Delta Q \neq 0 \quad (35)$$

$$pV^\kappa = p_0V_0^\kappa \quad \text{oder} \quad (36)$$

$$TV^{\kappa-1} = T_0V_0^{\kappa-1} \quad \text{oder} \quad (37)$$

$$pT^{-\frac{\kappa}{\kappa-1}} = p_0T_0^{-\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (38)$$

Dabei bezeichnet  $\kappa$ , den Polytropenexponenten. In diesen Gleichungen sind die Spezialfälle von oben enthalten:

- $\kappa = 0 \Rightarrow$  Isobare
- $\kappa = 1 \Rightarrow$  Isotherme
- $\kappa = \kappa_0 \Rightarrow$  Adiabate
- $\kappa = \infty \Rightarrow$  Isochore

## 1.4 Spezifische Wärme $c_p$ und $c_v$

Die Wärmekapazität bezeichnet allgemein das Vermögen eines Körpers, Energie in Form von Wärme zu speichern. Sie wird über die Wärmemenge  $Q$  definiert, die einem Körper zugeführt werden muss, um ein Anstieg der Temperatur  $T$  des Körpers zu erreichen:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (39)$$

Die spezifische Wärmekapazität  $c$  bezieht sich auf 1 kg des Stoffes. Das bedeutet, sie beschreibt die Wärmemenge  $\Delta Q$ , die notwendig ist, um ein 1 kg des Stoffes um 1 K zu erhöhen. Somit gilt der folgende Zusammenhang:

$$\Delta Q = C \cdot \Delta T = c \cdot m \cdot \Delta T \quad (40)$$

Bei der spezifischen Wärmekapazität muss man des Weiteren noch zwei Fälle unterscheiden:

- **Molare Wärmekapazität  $c_v$  bei konstantem Volumen:**

Für die innere Energie gilt der folgende Zusammenhang:

$$U = N_a \cdot f \cdot \frac{1}{2} \cdot k_B \cdot T \quad (41)$$

Hierbei beschreibt  $N_A$  die Avogadro-Konstante,  $f$  die Anzahl der Freiheitsgrade pro Atom,  $k_B$  die Boltzmann-Konstante und  $T$  die Temperatur. Die zugeführte Wärmemenge entspricht bei konstantem Volumen der Änderung der inneren Energie, wodurch sich folgende Gleichung ergibt:

$$\Delta Q = \Delta U \quad (42)$$

$$= N_a \cdot f \cdot \frac{1}{2} \cdot k_B \cdot \Delta T \quad (43)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot f \cdot R \cdot \Delta T \quad (44)$$

$$= c_v \cdot \Delta T \quad (45)$$

Somit ergibt sich für die molare Wärmekapazität  $c_v$  bei konstantem Volumen:

$$c_v = \frac{1}{2} \cdot f \cdot R \quad (46)$$

- **Molare Wärmekapazität  $c_p$  bei konstantem Druck:**

Bei konstantem Druck muss berücksichtigt werden, dass ein Teil der zugeführten Energie  $\Delta Q$  in Volumenarbeit umgewandelt wird. Aus diesem Grund ist die molare Wärmekapazität  $c_v$  bei konstantem Volumen auch kleiner als die bei konstantem Druck. Damit der gleiche Druck in einem Gefäß vorliegt muss bei Wärmezufuhr das Volumen vergrößert werden. Somit gilt für die zugeführte Wärmemenge:

$$\Delta Q = c_v \Delta T + p dV \quad (47)$$

Diesen Ausdruck kann man mit Hilfe der allgemeinen Gasgleichung  $pV = nRT$  folgendermaßen umschreiben:

$$\Delta Q = c_v \Delta T + R \cdot \Delta T \quad (48)$$

$$= (c_v + R) \cdot \Delta T \quad (49)$$

$$= c_p \cdot \Delta T \quad (50)$$

Somit erhält man für die molare Wärmekapazität  $c_p$  bei konstantem Druck:

$$c_p = c_v + R \quad (51)$$

$$= \frac{1}{2}(f + 2) \cdot R \quad (52)$$

Über die beiden molaren Wärmekapazitäten definiert sich auch der Adiabatenindex  $\kappa$ :

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (53)$$

$$= \frac{f + 2}{2} \quad (54)$$

## 1.5 Kreisprozesse

Unter einem Kreisprozess versteht man allgemein ein System, das nach mehreren Zustandsänderungen wieder in seinen Ausgangszustand zurückkehrt. Handelt es sich um einen reversiblen Kreisprozess, so kann dieser in beide Richtungen ablaufen. Das wohl bekannteste Beispiel aus der Thermodynamik ist der Carnot-Prozess.

## 1.6 Gleichgewichtszustände zwischen verschiedenen Phasen

Stoffe treten in drei verschiedenen Zuständen auf, welche man als Aggregatzustände bezeichnet: fest, flüssig und gasförmig. Während die Moleküle bei festen Körpern nur eine Schwingung um die Gleichgewichtslage ausführen können, sind sie im flüssigen Zustand in der Lage ihre Plätze zu tauschen. Im gasförmigen Zustand können sie ihre gegenseitige Anziehungskraft ganz überwinden. Um einen Zustand in einen anderen zu überführen, muss dem Stoff Energie zugeführt werden, welche man auch als latente Wärme bezeichnet.

Betrachtet man nun beispielsweise ein Stück Eis. Erwärmt man dieses, also führt man ihm gleichmäßig Wärme zu, so steigt dessen Temperatur auf  $0^{\circ}\text{C}$  an und bleibt dann konstant bis das Eis vollständig geschmolzen ist. Das bedeutet, dass die Wärme, die dem Eis zugeführt wird, keine Temperaturerhöhung zu diesem Zeitpunkt mit sich bringt, sondern nur dazu verwendet wird, das Eis zum Schmelzen zu bringen. Diese Temperatur wird deshalb auch als Schmelzpunkt bezeichnet. Dreht man den Vorgang um und kühlt das Wasser bis es zu Eis erstarrt, verhält es sich genauso. Das Wasser kühlt ab bis zu einer Temperatur von  $0^{\circ}\text{C}$  und bleibt dann konstant bei dieser Temperatur bis nur noch Eis vorhanden ist, erst dann ändert sich wieder die Temperatur. Diese sogenannte Erstarrungswärme entspricht der Schmelzwärme, während auch die Erstarrungstemperatur mit dem Schmelzpunkt übereinstimmt.

Betrachtet man nun eine Wassermenge, die konstant erhitzt wird. So steigt ihre Temperatur auf ungefähr  $100^{\circ}\text{C}$ , bleibt dann konstant, auf dieser Siedetemperatur bis das Wasser vollständig verdampft ist und somit zu Wasserdampf geworden ist. Die Wärme, die zu diesem Vorgang nötig ist, bezeichnet man als Verdampfungswärme. Diese entspricht wiederum der „Kondensationswärme“ des umgekehrten Vorgangs.

## 1.7 Dampfdruckkurve

Die Dampfdruckkurve resultiert daraus, dass die Moleküle in der Flüssigkeit miteinander stoßen, dadurch erhöht sich ihre kinetische Energie und somit ihre Geschwindigkeit. Ist die kinetische Energie einiger Moleküle größer als die Oberflächenenergie, so sind diese Moleküle in der Lage die Flüssigkeit zu verlassen. Sie werden also zu Gasmolekülen, die sich frei bewegen können. Den Austritt der Moleküle aus der Flüssigkeit kann man als Druck, den so genannten Dampfdruck auffassen. Dieser wächst mit zunehmender Temperatur, da in diesem Fall auch die Anzahl der Moleküle zunimmt, die in den gasförmigen Zustand übergehen. Des Weiteren ist der Dampfdruck von der Oberfläche abhängig: Je größer die Oberfläche, desto größer ist der Dampfdruck. Weiter ist noch der Luftdruck zu beachten, ist dieser größer als der Dampfdruck, so können nur Moleküle, die sich an der Oberfläche befinden, in den gasförmigen Zustand übertreten. Sind jedoch der Luft- und der Dampfdruck gleich, so ist der Siedepunkt erreicht. Das bedeutet, dass auch Teilchen aus dem Inneren der Flüssigkeit aufsteigen und aus der Flüssigkeit austreten können. Daraus lässt wiederum für den Siedepunkt folgern, dass dieser sich mit dem vorherrschenden Druck ändert.

Betrachtet man einen abgeschlossenen Behälter und erwärmt eine Flüssigkeit, so bildet sich eine Dampfphase über der Flüssigkeit. Dies liegt daran, dass Moleküle, die bereits aus der Flüssigkeit ausgetreten sind, auch wieder in sie eintreten können. Liegt eine konstante Temperatur vor, so stellt sich ein konstanter Sättigungsdruck ein. Bei diesem existieren die flüssige und die gasförmige Phase gleichzeitig stabil nebeneinander. Das bedeutet, dass Flüssigkeit und Dampf im Gleichgewicht sind, was zur Folge hat, dass pro Zeiteinheit genauso viele Flüssigkeitsmoleküle verdampfen, wie Dampf-moleküle

kondensieren. Das heißt, der Druck des Dampfes über der Flüssigkeit ist genauso hoch wie der Dampfdruck der Flüssigkeit im Gleichgewicht. Aus diesen Vorgängen ergibt sich die so genannte Dampfdruckkurve:

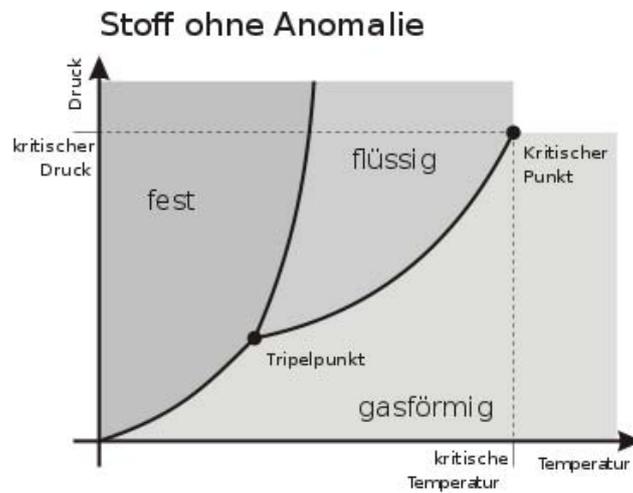


Abbildung 3: Dampfdruckkurve  
Quelle: Wikipedia

Die Koexistenz von Flüssigkeit und Gas sind nur bis zu einem bestimmten Punkt möglich. Das bedeute die Dampfdruckkurve endet im kritischen Punkt. Ab diesem Punkt sind die beiden Phasen - flüssig und gasförmig- nicht mehr voneinander unterscheidbar. Betrachtet man einen festen Körper, so kann auch dieser direkt in den gasförmigen Zustand übergehen. Diesen Vorgang bezeichnet man als Sublimation. Aus diesem Grund besitzen auch feste Körper eine Dampfdruckkurve.

## 1.8 Tripelpunkt

Der Tripelpunkt ist der Schnittpunkt der beiden Dampfdruckkurven. In diesem Punkt können alle drei Phasen gleichzeitig vorliegen. Aus diesem Grund spricht man auch von der Koexistenz der drei Phasen in diesem Punkt.

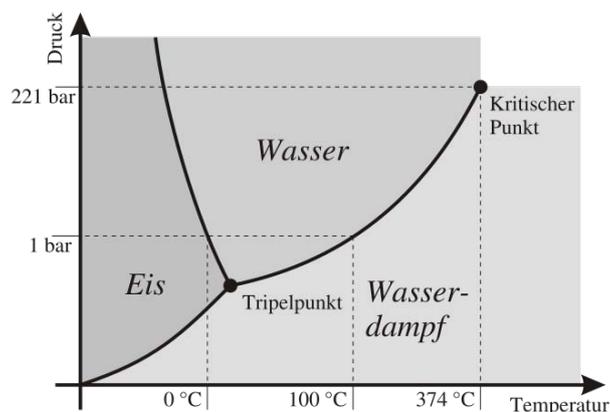


Abbildung 4: Tripelpunkt  
Quelle: Wikipedia

Betrachte man das Schaubild, so kann man noch eine dritte Kurve erkennen, und zwar zwischen fester und flüssiger Phase. Diese beschreibt den Schmelzpunkt in Abhängigkeit vom vorliegenden Druck. Somit ergeben sich insgesamt drei Phasen. Je nachdem welche Temperatur und welchen Druck man wählt, kann nur eine dieser drei Phasen existieren.

## 1.9 Clausius-Clapeyron-Gleichung

Betrachtet man nun nochmals das Erwärmen einer Flüssigkeit in einem abgeschlossenen Gefäß. Liegt ein Gleichgewicht zwischen Dampf und Flüssigkeit vor, so kondensieren pro Zeiteinheit genauso viele Dampfmoleküle wie Flüssigkeitsmoleküle verdampfen. Somit liegt ein gesättigter Dampfdruck vor. Dieser ist unabhängig von herrschenden Volumen und somit im  $pV$ -Diagramm betrachtet, eine Parallele zur  $V$ -Achse. Jedoch hängt dieser Sättigungsdampfdruck von der Temperatur ab. Was auch dadurch verständlich wird, dass bei einer höheren Temperatur mehr Flüssigkeitsmoleküle verdampfen und somit auch mehr Dampfmoleküle kondensieren müssen. Diese Temperaturabhängigkeit beschreibt die Clausius-Clapeyron-Gleichung:

$$\frac{dp_s}{dT} = \frac{1}{T} \frac{\Lambda_{v,molar}}{V_{d,molar} - V_{fl,molar}} \quad (55)$$

## 2 Spannungskoeffizient für Luft und absoluter Nullpunkt

### 2.1 Jollysches Gasthermometer

Das Jollysche Gasthermometer hat den folgenden Aufbau:

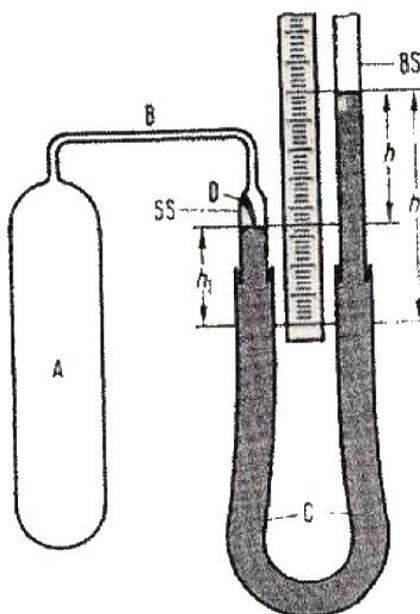


Abbildung 5: Jollysches Gasthermometer

Dabei ist A der Rezipient, B ein Kapillarrohr und C ein Quecksilbermanometer. Mittels des obigen Aufbaus kann der Druck des Gases im Rezipienten A bestimmt werden. Kennt man diesen Druck, so kann man Rückschlüsse auf die dort herrschende Temperatur ziehen unter der Voraussetzung, dass ein konstantes Volumen vorliegt. Das konstante Volumen des Rezipienten wird durch die Eigenschaften des Quecksilbermanometers erreicht. Dieses besteht aus einem U-Rohr mit starrem und beweglichem Schenkel. Diese Konstruktion macht es möglich, die Quecksilbersäule im starren Schenkel immer auf der

gleichen Höhe zu halten, wodurch im Rezipienten ein unverändertes Volumen vorliegt. Somit handelt es sich bei diesem Prozess um eine isochore Zustandsänderung. Bei dieser gilt:

$$p = p_0(1 + \alpha \cdot \vartheta) \quad (56)$$

Dabei beschreibt  $p_0$  den Druck bei  $0^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta$  die Temperatur in  $^\circ\text{C}$  und  $\alpha$  den Spannungskoeffizienten. Der Spannungskoeffizient gibt allgemein an, wie sich der Druck eines Gases mit der Temperatur verändert, wobei das Volumen konstant ist. Durch die Höhendifferenz der beiden Quecksilbersäulen kann dann der vorliegende Druck und darüber die Temperatur bestimmt werden. Um dies zu bewerkstelligen muss allerdings der Spannungskoeffizient  $\alpha$  bekannt, welcher im folgenden Versuch bestimmt werden soll.

## 2.2 Bestimmung des Spannungskoeffizienten

Zuerst ermittelten wir den Gesamtdruck  $b$  bei Zimmertemperatur. Dazu stellten wir den beweglichen Schenkel des Manometers so ein, dass sich die Quecksilbersäule genau am Dorn befand. Anschließend tauchten wir den Rezipienten in ein Eisbad und bestimmten dann wieder die Höhe der beiden Quecksilbersäulen. Zu der dadurch bestimmte Druckdifferenz  $\Delta p_1$  muss noch der Umgebungsdruck  $b$  hinzuaddiert werden, wodurch man dann den Gesamtdruck  $p_1$  erhält:

$$p_1 = b + \Delta p_1 \quad (57)$$

Anschließend brachte man den Rezipienten in ein Dampfbad. Zuerst nur über siedendem Wasser und anschließend tauchten wir den Rezipienten in das Wasser ein. Dabei erhält man den Gesamtdruck  $p_2$ , welcher sich aus dem Umgebungsdruck und der gemessenen Druckdifferenz  $\Delta p_2$  zusammensetzt:

$$p_2 = b + \Delta p_2 \quad (58)$$

Der unkorrigierte Spannungskoeffizient ergibt sich dann aus der Formel aus der Vorbereitung:

$$\alpha = \frac{p_2 - p_1}{p_1} \frac{1}{\vartheta_b} \quad (59)$$

wobei  $\vartheta_b$  in diesem Fall die Siedetemperatur von Wasser unter der Berücksichtigung des Umgebungsdrucks  $b$  beschreibt. Jedoch ist bei dieser Gleichung zu berücksichtigen, dass für das ganze Luftvolumen dieselbe Temperatur vorliegen muss. Dies kann aber bei der Durchführung des Versuchs nicht gewährleistet werden, da beispielsweise in der Kapillare  $B$  Zimmertemperatur  $T_Z$  herrscht. Somit muss das so genannte schädliche Volumen  $V_S$  berücksichtigt werden. In diesem findet zwar eine Druckänderung, aber keine Temperaturänderung statt, da sich das Volumen außerhalb des Rezipienten befindet. Des Weiteren sei  $V_1$  das Volumen des Rezipienten im Eisbad und  $V_2$  im Dampfbad. Betrachtet man nun die allgemeine Gasgleichung  $pV = nRT$ , so ergibt sich:

$$nR = p_1 \left( \frac{V_1}{T_{Eis}} + \frac{V_S}{T_Z} \right) = p_2 \left( \frac{V_2}{T_{Sied}} + \frac{V_S}{T_Z} \right) \quad (60)$$

Hierbei beschreibt  $T_{Sied}$  die Siedetemperatur des Wassers und  $T_{Eis}$  die Schmelztemperatur des Eises. Die Gleichung lässt sich folgendermaßen umformen:

$$\frac{p_1 V_1}{T_{Eis}} \left( 1 + \frac{V_S T_{Eis}}{V_1 T_Z} \right) = \frac{p_2 V_2}{T_{Sied}} \left( 1 + \frac{V_S T_{Sied}}{V_1 T_Z} \right) \quad (61)$$

Nun muss noch die Ausdehnung des Glasgefäß beachtet werden. Für diese gilt folgender Zusammenhang:

$$V_2 = V_1 \cdot (1 + \gamma \cdot (T_{Sied} - T_{Eis})) \quad (62)$$

Dabei steht  $\gamma$  für den thermischen Ausdehnungskoeffizienten und ist für unterschiedliche Glassorten definiert:

Glassorte	$\gamma \cdot K \cdot 10^{-7}$
Duran	96
Geräteglas 20	147
AR-Glas	276

Verwendet man nun diesen Zusammenhang und die Beziehung  $\alpha = \frac{1}{T_{Eis}}$ , so ergibt sich für die obige Gleichung (61):

$$\alpha = \frac{p_2 - p_1}{p_1} \cdot \frac{1}{T_{Eis} - T_{sied}} + \frac{p_2}{p_1} \left( \gamma + \frac{V_S}{V_{Eis}} \cdot \frac{1}{T_Z} \right) \quad (63)$$

### 2.3 Durchführung

An dieser Stelle soll nochmals zusammengefasst werden, wie der Versuch durchzuführen ist. Zunächst besitzt der Rezipient Zimmertemperatur. Der bewegliche Schenkel des U-Rohrs soll dabei so angebracht werden, dass der Meniskus den Dorn, also die Ablesemarke, berührt. Anschließend wird die Höhendifferenz der beiden Quecksilbersäulen bestimmt:

$$h(Z) = h_r - h_l \quad (64)$$

Anschließend taucht man den Rezipienten in ein Eisbad. Dadurch erhält man die Höhendifferenz  $h(1)$ . Danach bringt man ihn in ein Dampfbad über siedendem Wasser und bekommt dadurch  $h(2)$ . Dabei muss beachtet werden, dass das Wasserbad erst dann entfernt werden darf, wenn man den Schenkel wieder in die ursprüngliche Lage, in diesem Fall die Ausgangsstellung, gebracht hat. Des Weiteren benötigt man zur Berechnung des Spannungskoeffizienten noch den herrschenden Luftdruck  $b$ . Auch muss der schädliche Raum  $V_S$ , der sich aus dem Kapillar und dem luftgefüllten Teil des Manometers zusammensetzt, näherungsweise bestimmt werden. Die Zimmertemperatur ergibt sich über:

$$\frac{p(Z)}{p_1} = \frac{T_Z}{273,15K} \quad (65)$$

### 2.4 Bestimmung des absoluten Nullpunkts

Anschließend soll mittels des bestimmten Spannungskoeffizienten der absolute Nullpunkt bestimmt werden. An diesem Punkt verschwinden sowohl Temperatur als auch Druck und es gilt:

$$\vartheta_0 = -\frac{1}{\alpha} \quad (66)$$

## 3 Messung des Verhältnis der spezifischen Wärmen

In diesem Teil des Versuchs soll das Verhältnis zwischen der spezifischen Wärmekapazitäten  $c_v$  und  $c_p$  von Luft bestimmt werden. Diese definieren den so genannten Adiabatenindex  $\kappa_0 = \frac{c_p}{c_v}$ . Wie der Name schon sagt, handelt es sich bei diesem Versuch um

einen adiabatischen Vorgang, d.h. für die polytropen Gleichungen muss  $\kappa = \kappa_0$  gelten, wodurch die Adiabtengleichungen gelten:

$$pV^{\kappa_0} = \text{const.} \quad (67)$$

$$TV^{\kappa_0-1} = \text{const.} \quad (68)$$

### 3.1 Methode nach Clement-Desormes

Bei der Methode nach Clement-Desormes verwendet man ein sehr großes Gefäß  $A$ :

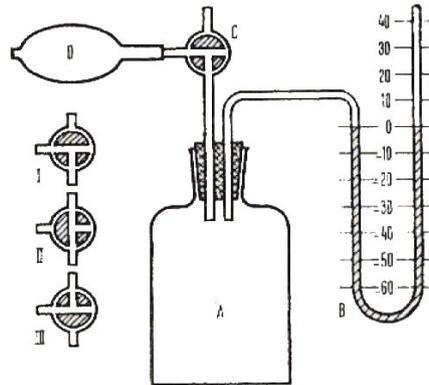


Abbildung 6: Versuchsaufbau

Dieses ist an ein U-Manometer  $B$  und einen Dreiwegehahn  $C$ , welcher wiederum mit einem Blasbalg  $D$  verbunden ist, angeschlossen. Das durchzuführende Verfahren weist 4 Schritte auf:

1. Zuerst bringt man den Dreiwegehahn in Stellung I. Damit verbindet man den Rezipienten mit dem Blasbalg, mit dessen Hilfe man einen Überdruck  $\Delta p_1$  erzeugt, da man langsam Luft in den Behälter  $A$  pumpt. Der Überdruck sollte etwa bei 100mm der Ölsäule liegen, während sich die Temperatur nicht erhöhen sollte. Somit gelten die folgenden Gleichungen:

$$V = V_0 \quad p = b + \Delta p_1 \quad T = T_0 \quad (69)$$

wobei  $V_0$  Anfangsvolumen,  $b$  den Luftdruck und  $T_0$  die Zimmertemperatur beschreibt.

2. Nun bringt man den Dreiwegehahn in Stellung II. Dies bewirkt eine adiabatische Expansion und somit einen Druckausgleich. Das wiederum hat zur Folge, dass das Gas Arbeit verrichtet und somit die Temperatur des Gases sinkt:

$$V = V_0 + \Delta V \quad p = b \quad T = T_0 - \Delta T \quad (70)$$

3. Hat der Druckausgleich stattgefunden, so muss der Dreiwegehahn unverzüglich in Stellung III gebracht, also zugedreht werden. Somit gelten folgende Gleichungen für diesen isotherm und isobaren Schritt:

$$V = V_0 \quad p = b \quad T = T_0 - \Delta T \quad (71)$$

4. Im letzten Schritt findet ein Wärmeaustausch statt. Die Luft im Gefäß erwärmt sich, wodurch der Druck im Inneren steigt. Dieser Prozess findet innerhalb von 10 Sekunden statt und ist isochor:

$$V = V_0 \quad p = b + \Delta p_2 \quad T = T_0 \quad (72)$$

Betrachtet man das  $pV$ -Diagramm, so sieht, dies folgendermaßen aus:

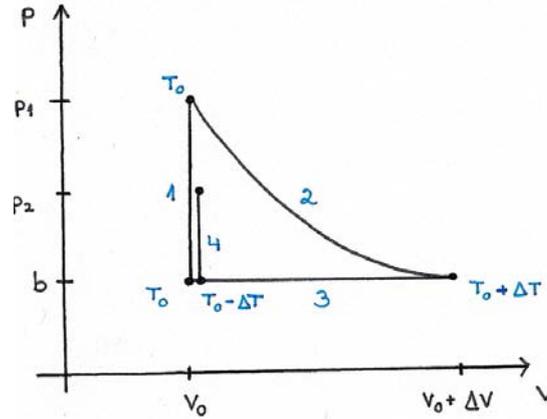


Abbildung 7:  $pV$ -Diagramm

Der zweite Prozessschritt muss recht schnell ausgeführt werden und ist dadurch adiabatische, wodurch die folgenden Gleichungen, die auch als Poissonsche Gleichungen bekannte sind, gelten:

$$(b + \Delta p_1) \cdot V_0^\kappa = b \cdot (V_0 + \Delta V)^\kappa \quad (73)$$

$$T_0 V^{\kappa-1} = (T_0 - \Delta T) \cdot (V_0 + \Delta V)^{\kappa-1} \quad (74)$$

Da  $\Delta V \ll V_0$  gilt, ergibt sich:

$$(V_0 + \Delta V)^\kappa = V_0^\kappa \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right)^\kappa \approx V_0^\kappa + \kappa \cdot V_0^{\kappa-1} \cdot \Delta V \quad (75)$$

Gleichung (73) und (74) umformen zu:

$$\frac{\Delta p_1}{b} = \kappa \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \quad (76)$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = (\kappa - 1) \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \quad (77)$$

Woraus sich dann schließlich ergibt:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{\Delta p_1}{b} \quad (78)$$

Die Temperatur ist jedoch in dem Sinne keine Messgröße, weshalb sie noch eliminiert werden muss. Für den letzten Schritt des oben durchgeführten Prozesses gilt die Gasgleichung  $\frac{p \cdot V}{T} = \text{const.}$  Berücksichtigt man noch das konstante Volumen, erhält man:

$$\frac{b}{b + \Delta p_2} = 1 - \frac{\Delta T}{T_0} \quad (79)$$

Somit ergibt sich letztendlich für den Adiabatenkoeffizienten:

$$\kappa_0 = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2} \quad (80)$$

### 3.1.1 Durchführung

Zur Durchführung ist Folgendes anzumerken: Man führe die oben beschriebenen vier Schritte nacheinander aus:

1. Drehwegehahn in Stellung I und Erzeugung eines Überdrucks  $\Delta p_1$
2. Drehwegehahn in Stellung II und Ausgleich des Überdrucks
3. Drehwegehahn sofort nach Druckausgleich in Stellung III
4. Abwarten eines neuen Überdrucks  $\Delta p_2$ , welcher nach dem Temperatenausgleich nicht mehr sinken sollte

### 3.2 Vergleichsmessung

Im anschließenden Teil sollen noch Vergleichsmessungen durchgeführt werden bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten für den Druckausgleich. Vermuten lässt sich, dass bei langsamem Druckausgleich der Prozess nicht mehr als adiabatisch angesehen werden kann, wodurch sich auch keine Temperaturdifferenz einstellen wird.

### 3.3 Methode nach Rüchard

Bei der Methode nach Rüchard verwendet man wieder ein sehr großes Gefäß  $A$ :

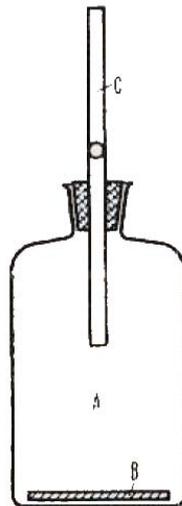


Abbildung 8: Versuchsaufbau

Dieses ist, wie die Abbildung zeigt, mit einem Präzessionsglasrohr  $C$  verbunden, in welchem sich eine Stahlkugel befindet. Stößt man die Kugel an, so schwingt diese und führt somit eine Schwingung aus. Des Weiteren wird in diesem Versuch ausgenutzt, dass die kurze bzw. schnelle Kompression von Luft ein adiabater Prozess ist. Somit kann man auch hier die Poissonschen Gleichungen verwenden:

$$p_0 \cdot V_0^\kappa = (p_0 + \Delta p) \cdot (V_0 + \Delta V)^\kappa \quad (81)$$

Dabei gilt wieder die Näherung  $\Delta V \ll V_0$  und es muss beachtet werden, dass  $\Delta p < 0$  und  $\Delta V > 0$  gilt, wodurch sich umgekehrte Vorzeichen ergeben:

$$\Delta p = -\kappa \cdot p_0 \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \quad (82)$$

Mit  $p = \frac{F}{a}$  und Multiplikation mit der Querschnittsfläche  $A$  des Rohrs  $C$  erhält man eine Bewegungsgleichung für die Stahlkugel mit der rücktreibenden Kraft  $\Delta F$  und der Auslenkung  $\Delta x$  aus der Gleichgewichtslage:

$$\Delta F = -\kappa \cdot p_0 \cdot \frac{A^2 \cdot \Delta x}{V_0} \quad (83)$$

Somit kann die Schwingung durch einen harmonische Oszillator beschrieben werden, wodurch sich für die Periodendauer  $T$  folgender Ausdruck ergibt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot V_0}{\kappa \cdot p_0 \cdot A^2}} \quad (84)$$

Durch Umformen ergibt sich für den Adiabatenkoeffizient folgende Gleichung:

$$\kappa = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{m \cdot V_0}{p_0 \cdot A^2} \quad (85)$$

Hierbei beschreibt  $T$  die Periodendauer der Schwingung der Stahlkugel,  $M$  die Masse der Stahlkugel,  $V_0$  das Volumen des Gefäßes A,  $A$  den Querschnitt des Glasrohrs C und  $p_0$  den Luftdruck. Bei  $p_0$  muss beachtet werden, dass der Druck sich aus dem Umgebungsdruck und dem Druck, der durch die Gewichtskraft der Kugel entsteht, zusammensetzt:

$$p_0 = b + p_k \quad (86)$$

$$= b + \frac{mg}{A} \quad (87)$$

$$= b + \frac{16,69g \cdot 9,81 \frac{N}{kg^2}}{\pi \cdot (8mm^2)} \quad (88)$$

$$= b + 814Pa \quad (89)$$

### 3.3.1 Durchführung

Vor der Messung muss sowohl das Glasrohr als auch die Stahlkugel gereinigt werden. Danach muss das Glasrohr, das sich auf einem durchbohrten Gummistopfen befindet, auf die Öffnung des Gefäßes gesetzt werden und dieses luftdicht verschließen. Anschließend beginnt der Versuch, indem man die Kugel in das Glasrohr fallen lässt. Dabei misst man sowohl die Anzahl der Schwingungen (mindestens 5) der Kugel als auch die Zeit, in der die Kugel diese ausführt. Dies führt man 5 bis 10 mal durch. Nach jeder Messung verschließt man das Glasrohr mit einem Stopfen, bevor man es von dem Gefäß wieder entfernt. Des Weiteren ist noch der Umgebungsdruck  $b$  zu ermitteln.

## 4 Dampfdruckkurve von n-Hexan

Im letzten Teil des Versuchs soll experimentell die Dampfdruckkurve von n-Hexan bestimmt werden. Zur Messung des Sättigungsdampfdrucks verwendet man ein Quecksilber-U-Manometer:

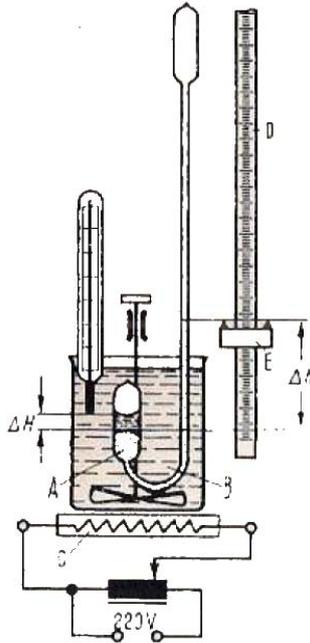


Abbildung 9: Versuchsaufbau

Das untere Ende dieses Manometers befindet sich soweit im Wasserbad bis der kürzere Schenkel vollständig in Wasser eintaucht. Die Temperatur des Wasserbads wird mit Hilfe eines Quecksilberthermometers ermittelt. Durch die Erwärmung mittels des Wasserbads stellt sich im Manometer der zur jeweils vorliegenden Temperatur gehörenden Sättigungsdampf ein. Dieser wird durch den Differenzdruck  $\Delta h$  des Manometers angezeigt. Der Sättigungsdampf soll zwischen Zimmer- und Siedetemperatur des Wasser zu der jeweils zu diesem Zeitpunkt herrschenden Temperatur bestimmt werden. Dies soll einmal bei steigender und einmal bei fallender Temperatur durchgeführt werden, wodurch bei der Auswertung über diese gemittelt werden soll. Des Weiteren muss beachtet werden, dass von dem Quecksilberdifferenzdruck  $\Delta H$  der hydrostatische Druck der zweiten Quecksilbersäule abzuziehen ist.

Den genauen Verlauf der Dampfdruckkurve erhält man dann durch die Clausius-Clapeyron-Gleichung, die die Steigung der Kurve angibt:

$$\Lambda = T \cdot \frac{dp}{dT} (V_d - V_{fl}) \quad (90)$$

Verwendet man die Näherung

$$V_d = \frac{RT}{p} \gg V_{fl} \quad (91)$$

so ergibt sich durch Trennung der Variablen und anschließende Integration:

$$\Lambda \cdot \int \frac{dT}{T^2} = R \cdot \int \frac{dp}{p} \quad (92)$$

$$\frac{1}{T} = -\frac{R}{\Lambda} \cdot \ln \left( \frac{p}{p_0} \right) + \text{const.} \quad (93)$$

Dadurch kann bei der Auswertung eine lineare Regression angewandt werden, über die dann die Steigung bestimmt werden kann.

## 4.1 Durchführung

Zuerst taucht man das Manometer bis über den weiten, kürzeren Schenkel in das Wasserbad. Dann sollen die Temperatur des Wasserbads vor Einschalten der Wärmeplatte mittels des Quecksilberthermometers und die Stände des Quecksilbers im engen und weiten Schenkel, sowie die Höhe der Wassersäule  $\Delta H$  gemessen werden. Als nächstes erwärmt man das Wasser mittels der Heizplatte und liest in 2K-Schritten die Temperatur sowie den Quecksilberstand im engeren Schenkel ab. Beginnt das Wasser zu siedend, so ermittelt man nochmals den Stand des Quecksilbers im weiteren Schenkel des Manometers. Anschließend misst man bei fallender Temperatur wieder in 2K-Schritten sowie den Quecksilberstand im engeren Schenkel.

24.06.10

Messprotokoll

Pf

Daniela Feigl

1465301

Stefanie Herb

1467067

} Gruppe 10-10

A1 Spannungskoeffizient und abs. Nullpunkt

	$h_r$	$h_e$	
Zimmertemp.	9,5 cm	2,7 cm	
Eisbad	6,9 cm	6,6 cm	$T = 0^\circ\text{C}$
Dampfbad	17,9 cm	2,5 cm	$T_{\text{sied}} = 99,5^\circ\text{C}$
	28,9 cm	1,5 cm	Kugel in Wasser

$$b = 1001 \pm 2 \text{ bar}$$

$$d(\text{Kugel}) = 12 \text{ cm}$$

$$d(\text{Kapillare}) = 2 \text{ mm}$$

$$l(\text{Kapillare}) = 10,5 \text{ cm} + 16,5 \text{ cm} + 25,5 \text{ cm} \pm 0,5 \text{ cm}$$

$$\text{Höhe (Dorn)} = 2,5 \text{ cm}$$

A3 Dampfdruckkurve

Temperatur	$h_1$	$h_2$
$0,^\circ\text{C}$	35,20	24,40
$2,0^\circ\text{C}$	35,10	24,10
$4,0^\circ\text{C}$	35,65	24,00
$6,0^\circ\text{C}$	35,30	24,80
	34,95	24,75

=> neue Messung durchgeführt

A3 Dampfdruckkurve (neue Messung)

Temperatur	$h_1$	$h_2$
0,0°C	35,5	23,70
2,0°C	34,92	23,70
4,0°C	34,78	24,48
6,0°C	34,49	24,58
8,0°C	34,15	24,82
10,0°C	34,05	25,14
12,0°C	33,71	25,54
14,0°C	32,61	25,90
16,0°C	32,19	26,12
18,0°C	31,56	26,53
20,0°C	30,98	27,12

## A2.3 Methode nach Rüchard

5 Perioden

$$t = 4,72 \text{ s}$$

Pf

## A2.1 Methode nach Clement - Desormes

$h_1$	$h_2$	$\Delta t = 2 \text{ s}$
3,4 cm	11,3 cm	durch Überdruck
6,4 cm	8,5 cm	nach 5 min
6,4 cm	8,6 cm	nach 10 min
6,3 cm	8,5 cm	nach 15 min

## A2.2 Vergleichsmessung

$h_1$	$h_2$	$\Delta t$	
6,8 cm	7,6 cm	10 s	nach 5 min
9,1 cm	10,1 cm	5 s	nach 5 min
6,8 cm	7,8 cm	15 s	nach 5 min
3,2 cm	11,3 cm	10 s	Überdruck $p_1$
3,5 cm	13,2 cm	5 s	Überdruck $p_1$
1,9 cm	13,2 cm	15 s	Überdruck $p_1$

### zu A1

Bestimmung der Siedetemperatur in  $^{\circ}\text{C}$

$$t_s = 100 + 0,03687 (p - 760) - 0,000022 (p - 760)^2$$

$p$  in Torr

$$1 \text{ Torr} = 1 \text{ mm Quecksilber} = 133,32 \text{ Pa}$$

Versuch P2-47

# Ideales und reales Gas

-Auswertung-

Gruppe Do-10

Versuchsdurchführung: Donnerstag, 24.06.10

Daniela Feigl  
1465301  
Daniela.Feigl@web.de

Stefanie Herb  
1467067  
Herby89@gmx.net

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Spannungskoeffizient für Luft und absoluter Nullpunkt</b>	<b>3</b>
1.1	Jollysches Gasthermometer . . . . .	3
1.2	Bestimmung des Spannungskoeffizienten . . . . .	3
1.3	Bestimmung des absoluten Nullpunkts . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Messung des Verhältnis der spezifischen Wärmen</b>	<b>6</b>
2.1	Methode nach Clement-Desormes . . . . .	6
2.2	Vergleichsmessungen . . . . .	7
2.3	Methode nach Rüchard . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Dampfdruckkurve von n-Hexan</b>	<b>8</b>

# 1 Spannungskoeffizient für Luft und absoluter Nullpunkt

## 1.1 Jollysches Gasthermometer

Das Jollysche Gasthermometer hatte den folgenden Aufbau:



Abbildung 1: Jollysches Gasthermometer



Abbildung 2: Jollysches Gasthermometer

## 1.2 Bestimmung des Spannungskoeffizienten

Zuerst ermittelten wir den Gesamtdruck  $b$  bei Zimmertemperatur. Dazu stellten wir den beweglichen Schenkel des Manometers so ein, dass sich die Quecksilbersäule genau am Dorn befand. Anschließend tauchten wir den Rezipienten in ein Eisbad und bestimmten

dann wieder die Höhe der beiden Quecksilbersäulen. Zu der dadurch bestimmte Druckdifferenz  $\Delta p_1$  muss noch der Umgebungsdruck  $b$  hinzuaddiert werden, wodurch man dann den Gesamtdruck  $p_1$  erhält:

$$p_1 = b + \Delta p_1 \quad (1)$$

Anschließend brachte man den Rezipienten in ein Dampfbad. Zuerst nur über siedendem Wasser und anschließend tauchten wir den Rezipienten in das Wasser ein. Dabei erhält man den Gesamtdruck  $p_2$ , welcher sich aus dem Umgebungsdruck und der gemessenen Druckdifferenz  $\Delta p_2$  zusammensetzt:

$$p_2 = b + \Delta p_2 \quad (2)$$

Der unkorrigierte Spannungskoeffizient ergibt sich dann aus der Formel aus der Vorbereitung:

$$\alpha = \frac{p_2 - p_1}{p_1} \cdot \frac{1}{\vartheta_b} \quad (3)$$

Bei der Durchführung ergaben sich die folgenden Messwerte:

	$h_1$ in [torr]	$h_2$ in [torr]
Zimmertemperatur	95	27
Eisbad	69	67
über Dampfbad	179	25
Kugel im Dampfbad	289	15

Somit ergeben sich für den jeweiligen Gesamtdruck:

$p_1$ in [Pa]	1,004E+05
$p_{2,D}$ in [Pa]	1,206E+05
$p_{2,iD}$ in [Pa]	1,366E+05

Die Siedetemperatur von Wasser berechnet sich unter der Berücksichtigung des Umgebungsdrucks  $b$  über folgenden Formel:

$$\vartheta_b = 100 + 0,03687 \cdot (b - 760) - 0,000022 \cdot (b - 760)^2 \quad (4)$$

Wir verwendeten zur Berechnung des Spannungskoeffizienten die folgenden Werte:

- $b = 100100$  Pa
- $d_{Kapillar} = 0,002$ m
- $l_{Kapillar} = 0,525$ m
- $V_S = 2\pi d_{Kapillar}^2 \cdot l_{Kapillar} = 1,649 \cdot 10^{-6}$  m<sup>3</sup>
- $r_{Kugel} = 0,06$ m
- $V_{Eis} = 0,015$  m<sup>3</sup>
- $\vartheta_{Sied} = 107,608$ °C
- $\gamma = 147 \cdot 10^{-7} \frac{1}{K}$

Den gesuchte Spannungskoeffizient erhält man über die folgende Gleichung:

$$\alpha = \frac{p_2 - p_1}{p_1} \cdot \frac{1}{T_{Eis} - T_{sied}} + \frac{p_2}{p_1} \left( \gamma + \frac{V_S}{V_{Eis}} \cdot \frac{1}{T_Z} \right) \quad (5)$$

Somit ergeben sich die folgenden Werte und Abweichungen vom Literaturwert, der bei  $\alpha_{exakt} = 3,66 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ C}$  liegt:

	berechneter Wert	Abweichung in %
$\alpha_{unkorr,D}$ in $[\frac{1}{^\circ C}]$	1,876E-03	48,73
$\alpha_{unkorr,iD}$ in $[\frac{1}{^\circ C}]$	3,358E-03	8,26
$\alpha_{korr,D}$ in $[\frac{1}{^\circ C}]$	1,894E-03	48,24
$\alpha_{korr,iD}$ in $[\frac{1}{^\circ C}]$	3,378E-03	7,70

Wie man an den berechneten Werten gut erkennen kann, weicht der Wert für die Messung über dem Dampfbad doch deutlich von dem Literaturwert ab. Dies kann daran liegen, dass der Rezipient doch zu weiter über dem siedenden Wasser angebracht war und somit noch nicht die Temperatur des siedenden Wasser hatte. Für die Werte des Rezipienten im Wasserbad ergeben sich dagegen nur geringe Abweichungen von ungefähr 8% vom Literaturwert. Diese Abweichung lässt sich beispielsweise durch Ablesefehler bzw Parallaxefehler erklären.

### 1.3 Bestimmung des absoluten Nullpunkts

Nun sollte noch mittels der eben bestimmten Spannungskoeffizienten der absolute Nullpunkt bestimmt werden. An diesem Punkt verschwinden sowohl Temperatur als auch Druck und es gilt:

$$\vartheta_0 = -\frac{1}{\alpha} \quad (6)$$

Es ergaben sich die folgenden Werte, wobei der Literaturwert für den absoluten Nullpunkt bei  $273,15^\circ C$  liegt:

	berechneter Wert	Abweichung in %
$T_{unkorr,D}$ in $[^\circ C]$	532,95	95,11
$T_{unkorr,iD}$ in $[^\circ C]$	297,83	9,03
$T_{korr,D}$ in $[^\circ C]$	527,84	93,24
$T_{korr,iD}$ in $[^\circ C]$	296,01	8,37

Auch hier lassen sich die gleichen Beobachtungen wie im vorangegangenen Teil treffen. Die Werte für die Messung über dem Dampfbad zeigen eine große Abweichung, wohingegen auch hier die Abweichungen für die Messung im Dampfbad im akzeptablen Bereich liegen.

## 2 Messung des Verhältnis der spezifischen Wärmen

In diesem Teil des Versuchs sollte das Verhältnis zwischen der spezifischen Wärmekapazitäten  $c_v$  und  $c_p$  von Luft bestimmt werden. Diese sind durch den Adiabatenindex  $\kappa_0 = \frac{c_p}{c_v}$  festgelegt.

### 2.1 Methode nach Clement-Desormes

Bei der Methode nach Clement-Desormes verwendete man folgenden Versuchsaufbau:

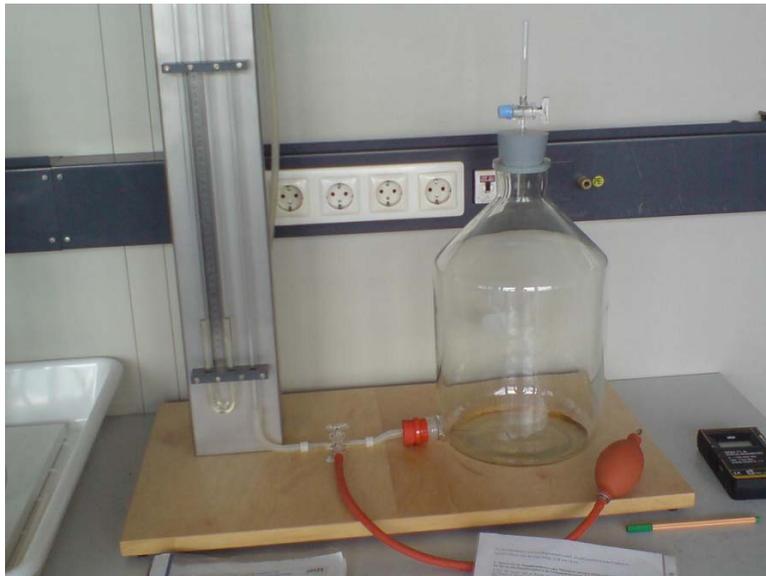


Abbildung 3: Versuchsaufbau

Der Versuch wurde, wie in der Vorbereitung beschrieben, durchgeführt. Bei der ersten Messung entwich die Luft innerhalb von 2s, so dass man adiabatische Bedingungen erhielt. Es ergaben sich die folgenden Messwerte, wobei sich der gesuchte Adiabatenindex über folgende Gleichung berechnete:

$$\kappa_0 = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2} \quad (7)$$

$\Delta p_1$ in [torr]	$\Delta p_2$ in [torr]	Wartezeit beim Ablesen in [min]	$\kappa$	Abweichung in %
79	21	5	1,36	2,86
79	22	10	1,39	0,71
79	22	15	1,39	0,71

Der Literaturwert für den Adiabatenkoeffizient liegt bei 1,40. Somit zeigt sich, wie in der Tabelle berechnet, nur eine sehr geringe Abweichung. Dadurch kann man auch von einem adiabatischen Vorgang ausgehen. Auch zeigen die Werte bei einer längeren Wartezeit keine zu großen Veränderungen, weshalb wir bei den Vergleichsmessungen im folgenden nur noch 5min warteten und dann die Werte ablasen. Des Weiteren lassen sich die geringen Abweichungen durch Ablesefehler erklären.

## 2.2 Vergleichsmessungen

Im anschließenden Teil sollten noch Vergleichsmessungen durchgeführt werden bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten für den Druckausgleich. Dabei ergaben sich in diesem Fall die folgenden Messwerte:

$\Delta p_1$ in [torr]	$\Delta p_2$ in [torr]	$\Delta t$ in [s]	$\kappa$	Abweichung in %
97	10	5	1,11	20,71
81	8	10	1,11	20,71
113	10	15	1,10	21,43

An den Ergebnissen der Messung lässt sich erkennen, dass sich durch einen länger andauernden Druckausgleich das Ergebnis verschlechtert. Dadurch kann man von keinem adiabatischen Vorgang mehr ausgehen.

## 2.3 Methode nach Rüchard

Bei der Methode nach Rüchard verwendet man wieder ein großes Gefäß:



Abbildung 4: Versuchsaufbau

Der Versuch wurde auch hier, wie in der Vorbereitung beschrieben, durchgeführt. Jedoch war es am Praktikumstag sehr warm, was eine Ausdehnung des Präzessionsglasrohrs

zur Folge hatte. Dies machte nur eine Messung möglich, die von der anderen Gruppe durchgeführt wurde, von der wir dann die Ergebnisse bekamen. Es ergaben sich die folgenden Werte:

Anzahl $n$ der Schwingungen	5
$t$ in [s]	4,72
Periodendauer $T$ in [s]	0,944

Darüber lässt sich nun wie in der Vorbereitung beschrieben der Adiabatenkoeffizient mit den folgenden Werten bestimmen:

- $p_u = 100100$  Pa
- $p_0 = 100914$  Pa
- $V = 10,58$  l
- $d_{Kugel} = 0,016$  m
- $A = 2,011 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup>
- $m_{Kugel} = 0,01668$  kg

Der Adiabatenkoeffizient berechnet sich über folgende Gleichung:

$$\kappa = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot \frac{m \cdot V_0}{p_0 \cdot A^2} \quad (8)$$

Somit ergibt sich schließlich:

$$\kappa = 1,92 \quad (9)$$

Somit ergibt sich eine Abweichung von 36,83% vom Literaturwert, der bei 1,40 liegt. Dies lässt sich einerseits durch die Wärme im Versuchsraum erklären. Des Weiteren konnten leider keine Vergleichsmessungen mehr durchgeführt werden.

### 3 Dampfdruckkurve von n-Hexan

Im letzten Teil des Versuchs sollte experimentell die Dampfdruckkurve von n-Hexan bestimmt werden. Zur Messung des Sättigungsdampfdrucks verwendete man folgenden Aufbau:



Abbildung 5: Versuchsaufbau

Der Versuch wurde auch hier wie in der Beschreibung in der Vorbereitung durchgeführt, jedoch wurde nur eine Messung durchgeführt, d.h. wir nahmen nur eine Messreihe bei steigender Temperatur auf. Somit brachten wir den Rezipienten erst in Eisbad und mischten dieses mit warmen Wasser, so dass wir die Messung in 2K-Schritten vornehmen konnten. Die Veränderung der Quecksilbersäule wurde mit einem Okular und einem Fadenkreuz bestimmt. Dabei ergaben sich die folgenden Messwerte:

$T$ in [K]	$p$ in [Pa]
273,15	5469,42
275,15	6535,90
277,15	7335,76
279,15	7988,98
281,15	8762,18
283,15	9455,39
285,15	10308,57
287,15	11988,28
289,15	13108,08
291,15	14494,51
293,15	16054,23

Trägt man die Temperatur über den Druck auf, so ergibt sich die Dampfdruckkurve:

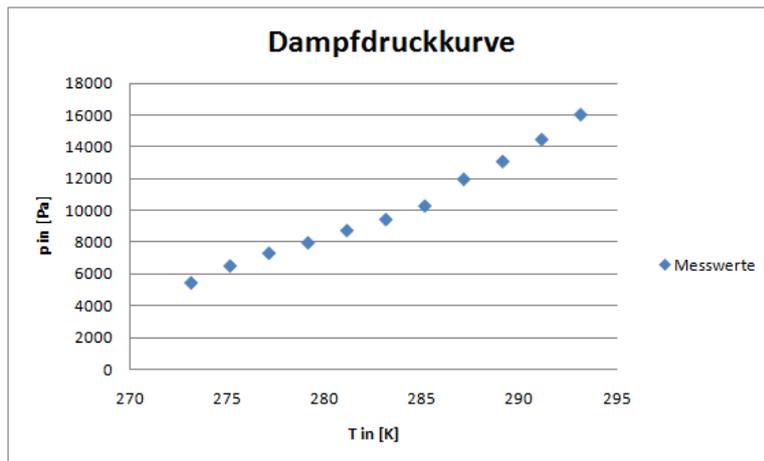


Diagramm 1: Dampfdruckkurve

Über eine lineare Regression lässt sich dann die Verdampfungswärme bestimmen. Hierzu verwendet man die Gleichung aus der Vorbereitung:

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{\Lambda}{RT} + \text{const.} \quad (10)$$

Das bedeutet, man trägt  $\ln\left(\frac{p}{p_0}\right)$  über  $\frac{1}{RT}$  auf, wobei wir  $p_0$  gleich 1 Pa setzen:

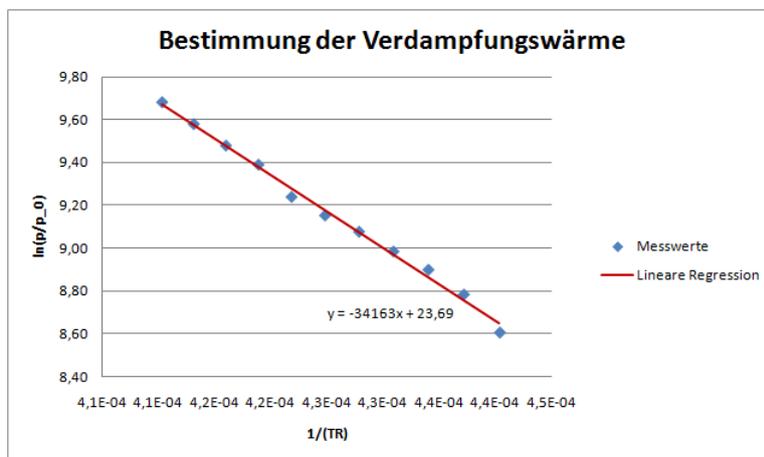


Diagramm 2: Bestimmung der Verdampfungswärme

Somit erhält man als Steigung für die Verdampfungswärme:

$$\Lambda = 34163 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \quad (11)$$

Dies bedeutet eine Abweichung vom Literaturwert, der bei  $31,1 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$  liegt, von 9,85%, was sich in einem akzeptablen Bereich befindet. Die Abweichung lässt sich beispielsweise durch Ablesefehler erklären bzw. auftretende Parallaxefehler. Des Weiteren konnte die Temperatur des Hexans nicht direkt gemessen werden. Der Kolben mit dem Hexan befand sich in einem Wasserbad, welches durch Mischen mit warmen Wasser auf eine bestimmte Temperatur gebracht wurde. Dies macht die Messung ungenauer, da die

Homogenität in diesem Versuch trotz ständigen Rührens wohl nicht ganz gegeben war. Zum anderen hat man die Temperatur mit einem Thermometer abgelesen, was auch wiederum zu Ablesefehlern beiträgt. Auch konnte man die beiden Quecksilberstände nicht gleichzeitig ablesen, wodurch doch einige Sekunden vergingen bis der dazugehörige Wert der anderen Säule abgelesen werden konnte. In dieser Zeit konnte sich aber auch die Temperatur des Wasserbads ändern, was sich wohl am meisten auf die Messwerte zu Beginn ausgewirkt hat, da es im Praktikumsraum doch sehr warm war und sich dadurch die Temperatur des Wasserbads anfangs recht schnell erhöhte.