

Aufgaben:

- 1.) Berechnen Sie nach der Formel (1) die Grundfrequenz ν einer schwingenden Saite in Abhängigkeit von der Spann-Kraft F der Saite und zeichnen Sie den Graphen der Funktion $\nu = f(F)$ im Bereich $F = 24 \text{ N}$ bis 221 N .
- 2.) Messen Sie die Grundfrequenz ν einer schwingenden Saite in Abhängigkeit von der Spannkraft F mit einem Stroboskop und zeichnen Sie die Messpunkte in das bereits in Aufgabe 1 angefertigte Diagramm ein.
- 3.) Messen Sie mit Hilfe des Stroboskops die Drehzahl eines rotierenden Objekts.

Wichtiger Hinweis:

Bitte schalten Sie das Stroboskop stets nur solange ein, wie dies für eine Beobachtung oder Messung unbedingt erforderlich ist! Die Blitzröhre ist teuer und hat nur eine begrenzte Lebensdauer.

Grundlagen:

Für die Grundschiebungsfrequenz ν einer Saite in Abhängigkeit von der Spann-Kraft F gilt folgende Beziehung:

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{F}{A \cdot \rho}} \quad (1)$$

l = Länge der Saite; F = Spann - Kraft; A = Saitenquerschnitt = $\pi \cdot r^2$; ρ = Dichte des Saitenmaterials

Ein Stroboskop (altgriech.: στροβίλος Kreisel: σκοπεῖν spähen) ist eine optische Vorrichtung zur Untersuchung rasch bewegter, schnell schwingender oder rasch rotierender Objekte. Sehr rasch ablaufende periodische Vorgänge können durch das Stroboskop so weit verlangsamt werden, dass der Beobachter sie genau analysieren kann. Ferner können mit dem Stroboskop Geschwindigkeitsmessungen und insbesondere sehr genaue Frequenzmessungen durchgeführt werden.

Die einfachste Form des Stroboskops, wie sie bereits im 19. Jahrhundert verwendet wurde, besteht aus einer großen rasch rotierenden Scheibe mit einigen Sehschlitzen, durch welche das Auge des Beobachters das zu untersuchende Objekt betrachtet. Immer dann, wenn gerade ein Sehschlitz am Beobachter-Auge vorbei eilt, sieht das Auge ein Momentbild des bewegten Objekts; in den dazwischen liegenden, relativ viel längeren Zeiträumen sieht es nichts.

Das Stroboskop hackt also aus dem schnell ablaufenden physikalischen Vorgang eine Sequenz von sehr kurzzeitigen Momentbildern heraus und bietet sie in rascher Folge dem Auge des Beobachters dar. Die zwischen diesen äußerst kurzzeitigen Einzelbildern liegenden wesentlich längeren Zeitabschnitte werden dem Auge des Beobachters nicht gezeigt - sie bleiben unsichtbar.

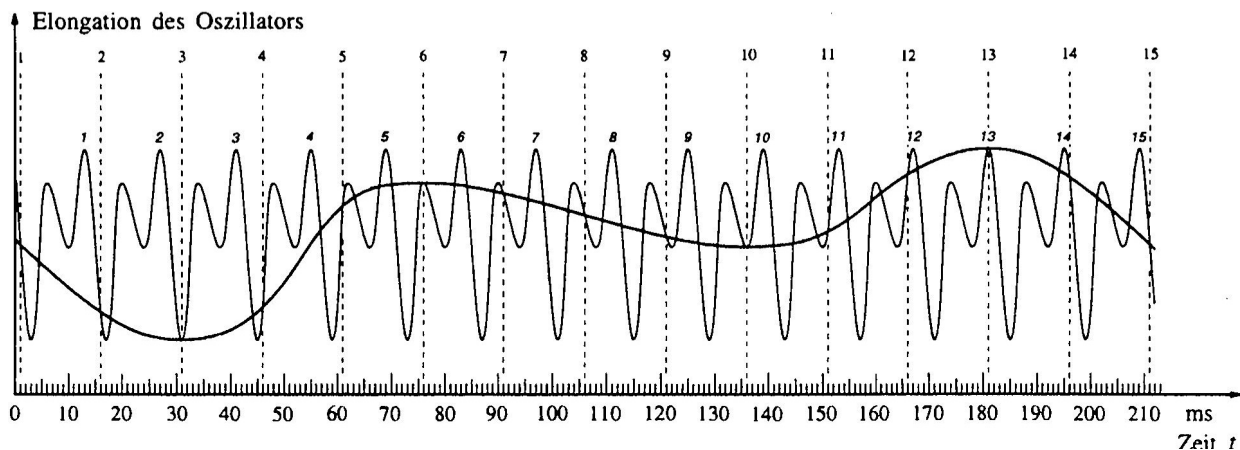
Anstatt den Lichtstrom zum Auge periodisch freizugeben, kann man auch das Untersuchungsobjekt durch Lichtblitze periodisch beleuchten und mit unbewaffnetem Auge beobachten. Das Ergebnis ist gleich. Eine Einrichtung dieser Art heißt Lichtblitz-Stroboskop.

Das in diesem Praktikums-Versuch verwendete Lichtblitz-Stroboskop sendet eine rasche Folge von sehr kurzen Lichtblitzen aus, deren Frequenz f am Stroboskop einstellbar ist. (f ist gleich dem Kehrwert des zeitlichen Abstands der Lichtblitze voneinander.)

Die Abbildung 1 zeigt schematisch, wie man die verlangsamte (entlang der Zeitachse gedehnte) Wiedergabe einer rasch ablaufenden Schwingung durch ein Lichtblitz-Stroboskop verstehen kann. Es sind zwei Graphen eingezeichnet: Die dünne Linie gibt die Bewegung eines Oszillators wieder, der mit der Frequenz ν schwingt - hier die Bewegung eines markierten Punktes an einer waagrecht gespannten Saite. Die im Abstand einer Periodenlänge liegenden Haupt-Maxima dieser Schwingung sind hier wegen der besseren Übersicht durchnummeriert. Wie man dem Diagramm entnehmen kann, beträgt die Grund-Schwingungsdauer dieser Schwingung $14,0 \text{ ms}$, was einer Grund-Frequenz ν von $71,43 \text{ Hz}$ entspricht. Da alle Saiten neben der Grundschiebung auch Oberschiebungen zeigen, ist der Graph nicht sinusförmig.

Die Blitz-Zeitpunkte des Stroboskops sind durch gestrichelte senkrechte Linien angedeutet, die ebenfalls durchnummeriert sind. Wie man leicht erkennen kann, erfolgt der erste Blitz des Stroboskops zum Zeitpunkt $t = 1,0$ ms; die weiteren Blitze erfolgen im Abstand von jeweils $15,0$ ms, also mit einer Frequenz $f = 66,67$ Hz. Das Stroboskop tastet also den schwingenden Oszillator im Abstand von $15,0$ ms ab; anders ausgedrückt: das Stroboskop entnimmt alle 15 ms eine Stichprobe des Schwingungsvorgangs und erzeugt ein Momentbild desselben.

Weil die Stroboskop-Frequenz in diesem Fall etwas kleiner ist als die Oszillator-Frequenz, verschiebt sich der Abtast-Zeitpunkt von Periode zu Periode ein wenig, und das Stroboskop tastet Schritt für Schritt die ganze Oszillatorschwingung ab, und jedes der aufeinander folgenden Momentbilder bildet den Oszillator in einer etwas anderen Phasenlage ab.



Wahre Oszillator-Frequenz $\nu = 71,43$ Hz; Stroboskop-Frequenz $f = 66,67$ Hz; Oszillator-Frequenz im Strobogramm: $\nu - f = 4,76$ Hz.
 Graph der Oszillatorschwingung: dünne Linie; Graph der Oszillatorschwingung im Strobogramm: dicke Linie;
 Blitz-Zeitpunkte: gestrichelte Linien.

Abbildung 1: Zeitdehnung im Strobogramm. Stroboskop-Frequenz $f <$ Oszillator-Frequenz ν

Die rasche Folge dieser einzelnen Momentbilder verbindet das Auge zu einem bewegten Bild des Oszillators, dem Strobogramm. Dieses Strobogramm ist die verlangsamte Abbildung des schwingenden Oszillators. Der Graph, der dieses Strobogramm beschreibt, entsteht durch Verbindung aller Schnittpunkte des Graphen der Schwingung des Oszillators, also der dünnen Linie, mit den gestrichelten Linien der Blitz-Zeitpunkte. Dieser Strobogramm-Graph wird hier durch die dicke Linie wiedergegeben. Wie man dem Diagramm entnehmen kann, beträgt die Schwingungsdauer des Oszillators im Strobogramm $210,0$ ms. Dies entspricht einer Frequenz von $4,76$ Hz - der Differenz aus Oszillator-Frequenz ν und der Stroboskop-Frequenz f .

Weil es sich in diesem Fall bei dem Oszillator um eine schwingende Saite handelt, sei nochmals ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die beiden Graphen in den Abbildungen 1 bis 4 nicht die Schwingung der gesamten Saite wiedergeben, sondern nur die in die Zeichenebene projizierte Bewegung eines einzigen Punktes dieser Saite. Die Bewegung einer ganzen Saite, die insbesondere wegen der Oberschwingungen und wegen der möglichen Drehung der Schwingungsebene sehr kompliziert ist, kann niemals in einem einzigen Diagramm dargestellt werden. Dies wäre lediglich möglich bei einem Oszillator mit nur einem Freiheitsgrad, z.B. bei einer entlang einer Geraden auf- und abgehenden Nadel einer Nähmaschine oder bei einem Drehpendel, das sich nur um eine feste Achse drehen kann (Pohl'sches Rad).

Aus den vorstehenden Erklärungen geht hervor, dass für eine visuelle stroboskopische Untersuchung eines bewegten Objekts immer solche periodische Bewegungen Voraussetzung sind, deren Periodizität zumindest für eine kurze Beobachtungszeit (\sim einige Sekunden) aufrechterhalten bleibt; einmalige Vorgänge oder sehr stark gedämpfte Schwingungen oder Rotationen lassen sich „visuell“ nicht mit dem Stroboskop untersuchen. Anders verhält es sich dagegen bei fotografischer Registrierung der Strobogramme mit einem normalen Fotoapparat: in diesem Fall kann ein Stroboskop auch zur Untersuchung einmaliger Vorgänge und zur Geschwindigkeitsmessung benutzt werden, im Extremfall sogar zur Messung der sehr hohen Geschwindigkeiten fliegender Geschosse.

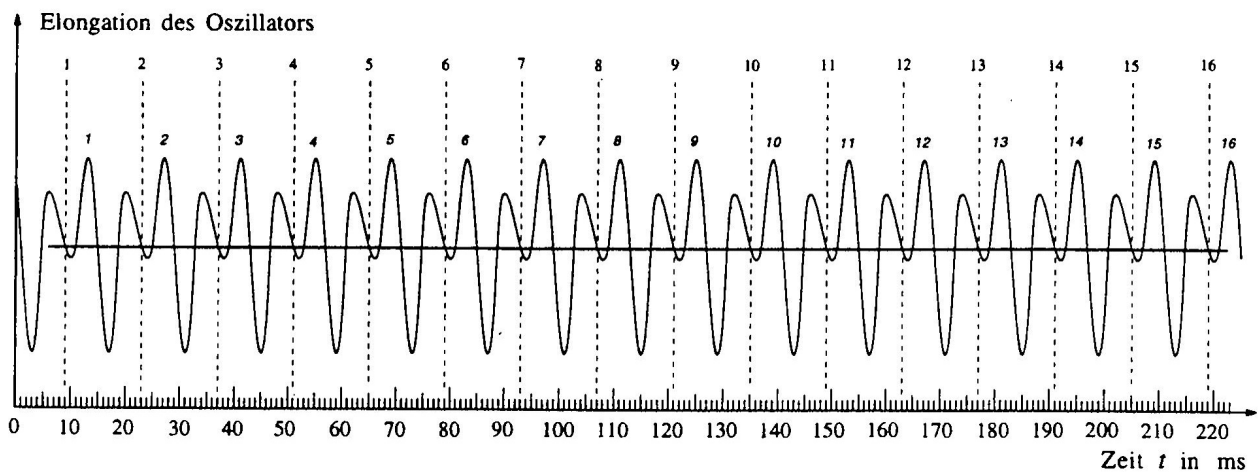
Bei einer Oszillatorschwingung mit der Frequenz ν kann durch geeignete Wahl der Stroboskop-Frequenz f die Differenz $(\nu - f)$ sehr klein und die Bewegung im Strobogramm so sehr verlangsamt werden, dass eine

genaue Analyse der Oszillatorschwingung möglich wird. Vor der Erfindung der Zeitlupen-Kinematographie war das Stroboskop lange Zeit das einzige Hilfsmittel zur Untersuchung rasch ablaufender Schwingungen. Im Jahr 1876 untersuchte der deutsche Mediziner Max Joseph Oertel erstmals die Funktionsweise der menschlichen Stimmbänder mit Hilfe eines Stroboskops.

Heutzutage wird das Stroboskop überwiegend zur Frequenzmessung bei Oszillatoren oder zur Drehzahl-Messung rotierender Objekte benutzt. Dies geschieht wie folgt:

Wenn die Stroboskop-Frequenz gerade so eingestellt wird, dass der mechanische Oszillator (z.B. eine Saite oder eine Stimmgabel) oder ein rotierendes Maschinenteil fortlaufend einmal in jeder Schwingungs- oder Umdrehungs-Periode immer in genau derselben Phase seiner Bewegung von einem Lichtblitz des Stroboskops getroffen wird, so bekommt das Auge des Beobachters eine rasche Folge von exakt gleich aussehenden Einzel-Bildern dargeboten. Das Strobogramm zeigt keine Bewegung - das schwingende bzw. rotierende Objekt scheint stillzustehen.

Dieser Stillstand eines schwingenden bzw. rotierenden Objekts im Strobogramm bedeutet, dass die Schwingungs-Frequenz bzw. die Drehzahl (Umdrehungs-Frequenz) dieses Objekts mit der Stroboskop-Frequenz übereinstimmt. Da die am Stroboskop eingestellte Frequenz präzise bekannt ist, kann damit die Frequenz schwingender Objekte bzw. die Drehzahl rotierender Objekte sehr genau bestimmt werden. Für den Fall der schwingenden Saite ist dies in Abbildung 2 schematisch dargestellt:



Oszillator-Frequenz $\nu = 71,43$ Hz; Stroboskop-Frequenz $f = 71,43$ Hz; wichtige Bedingung: $\nu - f = 0$. Graph der Oszillatorschwingung: dünne Linie; Blitz-Zeitpunkte: gestrichelte Linien. Der Graph für das Strobogramm zeigt einen konstanten Wert für die Elongation des Oszillators an: der Oszillator steht scheinbar still. Die Frequenzmessung ist korrekt.

Abbildung 2: Stillstand im Strobogramm. Stroboskop-Frequenz $f =$ Oszillator-Frequenz ν

Der Stillstand des schwingenden bzw. rotierenden Objekts im Strobogramm ist also eine Grundbedingung für eine Frequenz- oder Drehzahl-Messung. Dies gilt jedoch nur unter Vorbehalt, denn alle stroboskopischen Frequenzmessungen sind mehrdeutig, was zu groben Messfehlern führen kann. Man kann drei verschiedene, teilweise sich überschneidende Arten dieser Mehrdeutigkeit unterscheiden:

a) Wenn die Stroboskop-Frequenz irrtümlich so niedrig eingestellt wird, dass sie genau gleich dem k -ten Bruchteil der gesuchten, richtigen Frequenz ist ($k = 2, 3, 4, 5, \dots$), dann wird der schwingende Oszillator bzw. das rotierende Teil zwar immer in der gleichen Phasenlage bzw. in dem gleichen Phasenwinkel angeblitzt, aber dieses Anblitzen erfolgt nicht in, sondern immer nur in jeder k -ten Periode; die dazwischen liegenden Schwingungen bzw. Umdrehungen bleiben unbeleuchtet und werden deshalb bei der Frequenzmessung nicht berücksichtigt. Das bewegte Objekt scheint dann zwar stillzustehen; die gemessene Frequenz ist jedoch grob falsch.

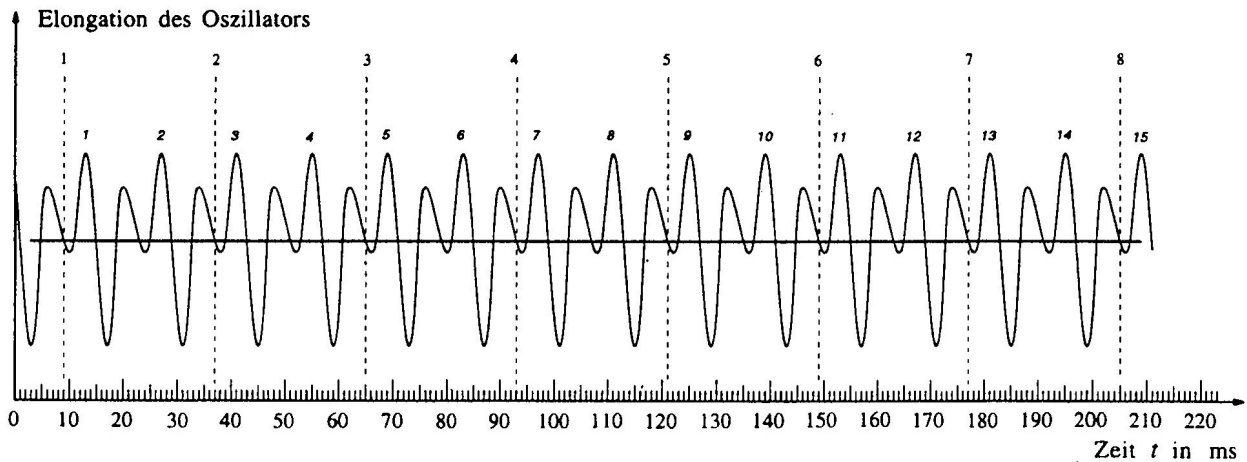
Abhilfe:

α) Wenn die gesuchte, richtige Frequenz unbekannt ist, so stellt man das Stroboskop zu Beginn einer Messung auf die höchstmögliche Frequenz ein, um dann während der Messung die Frequenz allmählich herunterzuregulieren; man nähert sich also der gesuchten Oszillator-Frequenz bzw. Drehzahl von oben her.

β) Wenn die Frequenz des Oszillators ungefähr bekannt ist, so stellt man das Stroboskop zu Beginn der Messung auf diesen Erwartungswert ein und spart dadurch Zeit. In unserem Experiment liegt

dieser Fall vor: wir verwenden die berechneten Frequenzwerte aus Aufgabe 1 als Erwartungswerte für die angenäherte Voreinstellung des Stroboskops.

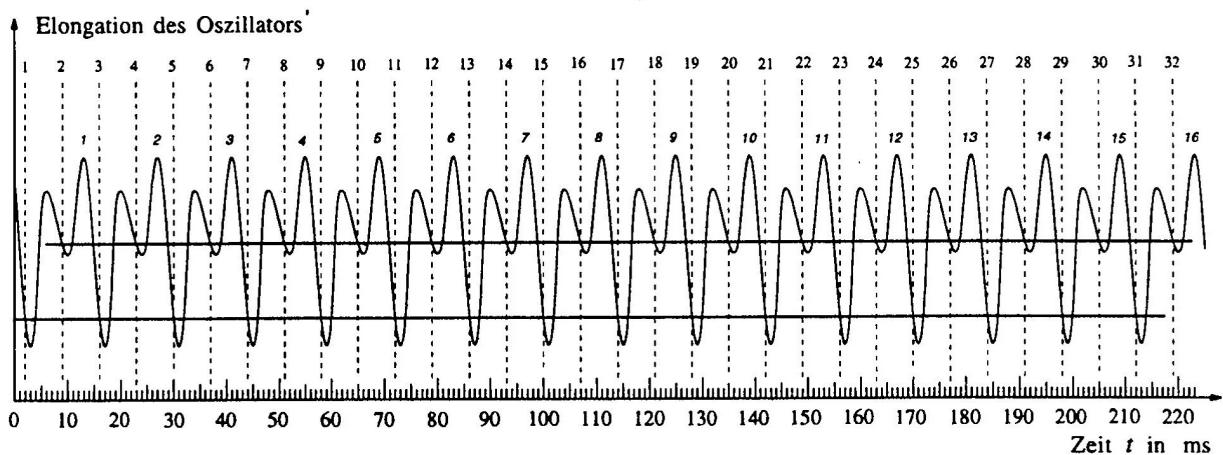
Die unter a) beschriebenen Verhältnisse sind für den Fall des schwingenden Oszillators in Abbildung 3 dargestellt:



Oszillator-Frequenz $\nu = 71,43$ Hz; Stroboskop-Frequenz $f = 35,71$ Hz; $\nu = 2 f$. Graph der Oszillatorschwingung: dünne Linie; Blitz-Zeitpunkte: gestrichelte Linien. Der Graph für das Strobogramm zeigt einen konstanten Wert für die Elongation des Oszillators an: der Oszillator steht scheinbar still. Trotz dieses Umstands ist die Frequenzmessung grob falsch, weil $f = \nu/2$ ist.

Abbildung 3: Messfehler. Stillstand im Strobogramm für Frequenzen $f = \nu/k$ mit $(k = 2, 3, 4, 5, \dots)$.

b) Wenn die Stroboskop-Frequenz irrtümlich so hoch eingestellt wird, dass sie exakt gleich dem k -ten Vielfachen der gesuchten, richtigen Frequenz ist, so wird ein schwingender Oszillator bzw. eine rotierende Markierung an einem Rotor im Strobogramm k -mal zu sehen sein (also k -mal vervielfacht), aber trotzdem stillstehen. Die Frequenzmessung ist jedoch grob falsch, denn das Stroboskop hat in diesem Fall das Objekt während einer Schwingung bzw. während einer Umdrehung nicht einmal, sondern k -mal angeblitzt. (siehe Abbildung 4)



Oszillator-Frequenz $\nu = 71,43$ Hz; Stroboskop-Frequenz $f = 142,86$ Hz; $f = 2\nu$. Graph der Oszillatorschwingung: dünne Linie; Blitz-Zeitpunkte: gestrichelte Linien. In diesem Fall gibt es zwei Strobogramm-Graphen; beide zeigen eine konstante Elongation an: das Objekt steht zwar still, ist aber doppelt zu sehen. Diese im Strobogramm erkennbare Vervielfachung ist ein Kriterium für eine falsche Frequenzeinstellung am Stroboskop.

Abbildung 4: Messfehler. Vervielfachung des Objekts im Strobogramm für $f = k \cdot \nu$ ($k = 2, 3, 4, 5, \dots$)

Ahlfte: Man erkennt solche fehlerhaften Einstellungen daran, dass der schwingende Oszillator bzw. eine Markierung am Rotor im Strobogramm mehrfach zu sehen sind, obwohl sie doch in Wirklichkeit nur einmal vorhanden sind. Man darf also grundsätzlich nur solche Einstellungen zur Messung benutzen, bei denen keinerlei Vervielfachung eines schwingenden oder rotierenden Objekts zu beobachten ist.

Bei rotierenden Objekten mit einer n -zähligen zyklischen Symmetrie, z.B. bei einem regelmäßigen Propeller mit n Blättern oder dem Rotor eines Elektromotors mit n Polen, beobachtet man bei Stroboskop-Frequenzen, die dem n -ten Vielfachen der Umlauffrequenz entsprechen, scheinbar einen Stillstand des Objekts. Auch in

diesem Fall wird die Frequenzmessung vollkommen falsch sein.

Erklärung: Es werde hier der Fall des n -blättrigen Propellers betrachtet. Die Stroboskop-Frequenz sei gleich dem n -ten Vielfachen der Umdrehungsfrequenz des Propellers: Die Stellung des n -blättrigen Propellers in dem Moment, in dem das Stroboskops den ersten Lichtblitz abfeuert, werde als Ausgangsstellung bezeichnet. Bis zu dem Moment, da das Stroboskop den 2. Lichtblitz abfeuert, hat sich der Propeller aus der Ausgangsstellung heraus gerade so weit gedreht, dass das 1. Blatt des Propellers sich genau dort befindet, wo sich in der Ausgangsstellung das 2. Blatt befand, während das 2. Blatt sich nun gerade dort befindet, wo sich in der Ausgangsstellung das 3. Blatt befand. Entsprechendes gilt für die übrigen Blätter und die folgenden Umdrehungen.

Das Auge des Beobachters, welches die gleich aussehenden Propellerblätter nicht voneinander unterscheiden kann, bemerkt nicht, dass die Propellerblätter von Lichtblitz zu Lichtblitz fortlaufend zyklisch ihre Plätze tauschen, und sieht ein stehendes Bild des Propellers. Es liegt also auch in diesem Fall ähnlich wie im Fall b) eine fehlerhafte Frequenz-Einstellung vor, die zu einer scheinbaren Vervielfachung der Propellerblätter führt. In diesem speziellen Fall ist die Einstellung für das Auge jedoch nicht als fehlerhaft erkennbar, weil die Blätter alle gleich aussehen und von Blitz zu Blitz zyklisch ihre Plätze vertauschen, und dem Auge deshalb die scheinbare Vervielfachung verborgen bleibt.

Abhilfe: Rotierende Objekte mit zyklischer Symmetrie müssen vor Beginn der Stroboskop-Messung mit einer unverwechselbaren, eindeutigen Markierung, z.B. einem Buchstaben oder einem Kreuz, verziert werden. Während der Messung achtet man auf diese Marke: Bei Einstellung der richtigen Frequenz muss das Objekt scheinbar stillstehen, die Marke darf aber nur einmal zu sehen sein. Sollte während der Beobachtung die Markierung mehrfach zu sehen sein, so liegt der unter b) beschriebene Fehler vor.

Schlussbemerkung: Bei rotierenden Objekten mit zyklischer Symmetrie gibt es außer dem vorstehend erklärten Fall noch weitere Möglichkeiten von fehlerhafter Einstellung der Stroboskop-Frequenz, insbesondere auch solche, bei denen die Stroboskop-Frequenz ein nicht-ganzzahliges Vielfaches oder ein nicht-ganzzahliger Bruchteil der zu messenden Drehzahl ist.

Alle diese möglichen Irrtümer werden jedoch durch die vorstehend erklärte Methode der eindeutigen Markierung zuverlässig ausgeschlossen. Deshalb soll auf diese weiteren Möglichkeiten hier nicht näher eingegangen werden.

Wir merken uns also **drei einfache Grundprinzipien** für stroboskopische Frequenzmessungen:

- 1) Zu Beginn einer Messung stellt man das Stroboskop auf die höchst mögliche Frequenz ein, um sich dann von oben her der gesuchten Frequenz zu nähern.**
- 2) Bei der Messung darf keine Vervielfachung des Untersuchungs-Objekts oder der Markierung zu sehen sein.**
- 3) Rotierende Teile mit zyklischer Symmetrie müssen mit einer unverwechselbaren Markierung versehen sein.**

Durchführung:

Allgemeines: Helles Umgebungslicht stört die Arbeit mit dem Stroboskop. Deshalb müssen bei Bedarf die Jalousetten geschlossen und die Raumbeleuchtung reduziert werden.

Aufgabe 2: Zur Frequenzmessung ist das Stroboskop dicht vor der Saite, etwa in der Mitte der Saite, aufzustellen, und zwar am besten so, dass es eine hinter der Saite befindliche helle Fläche beleuchtet. Die Saite wird in der Nähe des Stroboskops vorsichtig angezupft; hierbei dürfen jedoch die anhängenden Gewichte nicht ins Schwingen geraten. Die berechneten Frequenzwerte aus Aufgabe 1 dienen der Voreinstellung des Stroboskops.

Durch ein Hebelsystem mit daran hängenden Gewichtstücken wird die Saite mit der Kraft F gespannt. Dieses Hebelsystem besitzt ein Untersetzungsverhältnis von 5:1 hierdurch wird die Zugkraft der anhängenden Gewichtstücke um den Faktor 5 vergrößert.

Besonderheiten der schwingenden Saite:

Wie bereits erwähnt, führt die gezupfte oder angeschlagene Saite keine sinusförmigen Schwingungen aus, denn außer der Grundschwingung treten immer auch Oberschwingungen auf, deren Frequenzen von der Grundfrequenz abweichen. Der k -te Anteil der Oberschwingungen ist von Fall zu Fall verschieden; er hängt

sehr stark von der Art der Zupfens oder Anschlagens ab. Wegen dieser Oberschwingungen kann das Bild eines längeren Abschnitts der Saite bei Stroboskop-Beleuchtung nicht völlig zum Stillstand gebracht werden. Dies gelingt nur für einen einzigen Punkt der Saite und auch nur näherungsweise, denn die gezupfte Saite schwingt gedämpft und sie könnte auch ihre Schwingungsebene ändern. Die hierdurch bedingten geringen Messfehler müssen in Anbetracht der einfachen Gestaltung dieses Experiments in Kauf genommen werden.

Aufgabe 3: Vor Beginn der Messung sollte das rotierende Objekt, beispielsweise ein Ventilator-Propeller, unter Verwendung eines gut benetzenden Stiftes, z.B. eines wasserfesten Faserschreibers, mit einer Markierung versehen werden, wie es im Abschnitt c) des Kapitels »Grundlagen« begründet wurde.

Es darf aber nur eine einzige unverwechselbare Markierung sein.

Für die Drehzahlmessung sollte das Stroboskop in etwa 10 bis 20 cm Abstand vor das rotierende Objekt gestellt werden, so dass dieses direkt angeblitzt wird.

Wie bereits in Abschnitt a) des Kapitels »Grundlagen« erklärt wurde, müssen Sie anfangs das Stroboskop auf die höchst mögliche Frequenz einstellen, um dann mit sinkender Frequenz das rotierende Objekt zu beobachten.

Hierbei wird Ihnen das Problem der Mehrdeutigkeit stroboskopischer Beobachtungen in der Praxis vor Augen geführt. Sie werden zwangsläufig mehrere Stroboskop-Frequenzen finden, bei denen das rotierende Objekt still zu stehen scheint. Nur mit Hilfe der angebrachten Markierung werden Sie die richtige Frequenz herausfinden können.

Fragen:

In einem Film sieht man im Mondschein den Grafen Dracula mit seiner Kutsche durch Transsilvanien fahren. Weil seine Pferde sehr temperamentvoll sind, hat sich der Graf in seine Kutsche ein modernes Brems-System des Typs Vampir-Stopp einbauen lassen. Dieses Brems-System zeichnet sich durch eine äußerst hohe Wirksamkeit aus.

In einigen Szenen des erwähnten Films kann man ganz deutlich sehen, dass die Räder dieser Kutsche während der Fahrt vorübergehend stillstehen; zeitweise scheinen sie sich sogar rückwärts zu drehen.

Fragen:

1) Ist das seltsame Verhalten der Kutschenräder auf das Hochleistungs-Brems-System zurückzuführen?

2) Falls Frage 1 verneint wird: könnte man diese eigenartigen Phänomene vielleicht durch eine besondere physikalische Eigenschaft des Mondlichtes erklären? Welche physikalische Eigenschaft ist das?

Angaben:

4 Gewichtstücke: 1 x 500 g, 2 x 1000 g, 1 x 2000 g.

Erdbeschleunigung: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Die Saite: Länge $l = 115 \text{ cm}$; Durchmesser = 0,8 mm; Dichte $\rho = 7,65 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$.

Kraft-Übersetzungsfaktor: 5.

Literatur:

Bergmann-Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik (zur Frequenz der schwingenden Saite).