Versuch 20 **Trägheitsmoment** Raum F1-01

Aufgaben:
(1.) Die Eichkurve $T^2 = f(\theta)$ und die Winkelrichtgröße D^* eines Drehpendels sind zu ermitteln.
(2.) Die Trägheitsmomente einer Kreisscheibe, einer Kugel, einer Vollwalze und einer Hohlwalze sind zu bestimmen.

Achtung:
Das Drehpendel nicht über 180 Grad auslenken! Die Drehmassen sind sorgsam zu behandeln! Nach Beendigung des Versuchs ist das Drehpendel wieder zu entlasten!

Grundlagen
Bei Drehbewegungen starrer Körper um eine feste Achse tritt an die Stelle der Gesamtmasse folgende Massenverteilung:

$$\theta = \int r^2 dm \tag{1}$$

Diese Größe wird Trägheitsmoment genannt.
Nur für homogene, rotationssymmetrische starre Körper liefert das Integral einfache Formeln zur Beschreibung von θ. Aus Gleichung (1) folgt zum Beispiel für eine homogene Kreisscheibe:

$$\theta_S = \frac{1}{2} m r^2 \tag{2}$$

wenn die Drehachse durch den Schwerpunkt der Scheibe gelegt wird und senkrecht auf der Kreisfläche steht. m ist hierbei die Masse und *r* der Radius der Scheibe.
Experimentell lässt sich das Trägheitsmoment aus der Schwingungsdauer *T* harmonischer Drehschwingungen berechnen:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\theta}{D^*}} \tag{3}$$

Man erhält derartige Drehschwingungen mit dem gegebenen Versuchsaufbau wenn man die Winkelauslenkung α so klein wählt, dass gilt:

$$M = D^* \alpha \tag{4}$$

D^* wird Richtmoment oder Winkelrichtgröße genannt, α ist der Winkel, um den ausgelenkt wird, und M ist das von der Spiralfeder auf die Achse wirkende, rücktreibende Drehmoment.
Sei θ_S das Trägheitsmoment eines starren Körpers, der sich um eine - durch seinen Schwerpunkt verlaufende - Achse dreht, so lässt sich das Trägheitsmoment für eine dazu parallel im Abstand *a* verlaufende Drehachse nach dem Satz von Steiner wie folgt berechnen:

$$\theta = \theta_S + m a^2 \tag{5}$$

m ist die Gesamtmasse des Körpers.

Durchführung:
Zur Eichung des Drehpendels wird die Aluminium-Kreisscheibe verwendet, deren Trägheitsmoment für $a = 0$ aus Gleichung (2) und für $a \neq 0$ aus Gleichung (5) berechnet werden kann. Ist θ_0 das Trägheitsmoment des unbelasteten Drehpendels und θ das Trägheitsmoment der Kreisscheibe, so folgt aus Gleichung (3) für das Drehpendel mit Kreisscheibe:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{D^*} \cdot (\theta_0 + \theta) \tag{6}$$

Als erstes ist aus Gleichung (2) θ_s der Aluminium-Kreisscheibe zu berechnen. Nachdem die Achse des Drehpendels mittels der Fußschrauben möglichst genau senkrecht gestellt worden ist, wird die Scheibe zentrisch auf der Achse befestigt (Unterlegscheibe nicht vergessen!). Hierbei ist $a = 0$, $\theta = \theta_s$. Mit einer Stoppuhr wird die Schwingungszeit T aus zwei bis drei Schwingungen bestimmt. Dazu wird die Scheibe um etwa 90° aus ihrer Ruhelage gedreht. Für die Bestimmung von T sind gleichsinnige Nulldurchgänge heranzuziehen. Um den Mittelwert von T zu berechnen, ist diese Messung fünfmal zu wiederholen.
Für die übrigen acht nicht zentrischen Drehpunkte ($a \neq 0$) der Aluminium-Kreisscheibe sind nach Gleichung (5) die Trägheitsmomente zu berechnen und die jeweils dazu gehörigen Schwingungsdauern T (aus 2 bis 3 Schwingungen) je fünfmal zu bestimmen. Da bei großen Werten von a die Schwingung stark gedämpft ist, muss in diesen Fällen das Drehpendel zwar über 90°, unbedingt aber um weniger als 180° ausgelenkt werden.
Danach ist T^2 in Abhängigkeit von θ auf Millimeterpapier darzustellen. Das ist die gesuchte Eichkurve, aus deren Steigung die Winkelrichtgröße D^* des Drehpendels bestimmt werden soll. Bei der Konstruktion der Eichkurve (Gerade) ist darauf zu achten, dass die Genauigkeit der T-Bestimmung mit zunehmenden a-Werten kleiner wird.
Anschließend wird die - zur Befestigung der großen Scheibe dienende - Gewindehalterung von der Drehachse abgeschraubt, sodass die übrigen Drehkörper direkt auf der Drehachse befestigt werden können. Die Schwingungszeiten T sind wieder aus der Schwingungszeit von 2 bis 3 Schwingungen für die Holzscheibe, die Holzkugel, die hölzerne Vollwalze und die metallene Hohlwalze je fünfmal zu bestimmen. Damit lassen sich aus der Eichkurve die dazugehörigen Trägheitsmomente ablesen. Die so gewonnenen Werte sind mit denen aus Gleichung (2) und denen aus:

$$\theta_s = \frac{2}{5} m r^2 \qquad \text{Kugel} \tag{7}$$

$$\theta_s = \frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2) \qquad \text{Hohlwalze} \tag{8}$$

berechneten zu vergleichen. Im Fall der Hohlwalze und der Vollwalze muss zusätzlich das Trägheitsmoment des Befestigungstellers berücksichtigt werden.

Angaben:

Vollwalze	∅ = (90,0 ± 0,5) mm		
Hohlwalze	∅ = (90,0 ± 0,5) mm	Wandstärke	(2,0 ± 0,1) mm

speziell zu Versuch 20:

Alu-Scheibe	∅ = (200,0 ± 0,3) mm	Lochabstände	(10,0 ± 0,3) bzw. (20,0 ± 0,3) mm
Holzscheibe	∅ = (224,0 ± 0,5) mm		
Kugel	∅ = (139,0 ± 1,0) mm		

[speziell zum anderen Versuchsaufbau (M2):

Alu-Scheibe	*∅ = (270,0 ± 0,3) mm*	*Lochabstände*	*(20,0 ± 0,3) bzw. (40,0 ± 0,3) mm*
Holzscheibe	*∅ = (220,0 ± 0,5) mm*		
Kugel	*∅ = (140,0 ± 1,0) mm **]***		

Die Massen der Drehkörper sind der am Versuchsplatz ausliegenden Anleitung zu entnehmen.

Für diesen Versuch benötigen Sie Millimeterpapier.

Literatur:

Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik;
Ilberg, Phys. Praktikum, Kapitel M.3.0.1 bis M.3.0.4;
Pohl, Physik, Band I;
Westphal, Physik;
Wolf, Grundlage der Physik, Band I