

# Moderne Experimentalphysik III: Kerne und Teilchen (Physik VI)

**Günter Quast, Roger Wolf, Pablo Goldenzweig**  
27. April 2017

INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IEKP) – PHYSICS FACULTY



# **Kapitel 1.4: Einheiten & Einheitensysteme**

# Einheiten in der Teilchenphysik vs SI-Einheiten

- Skalen jenseits unseres Alltagsempfindens:

- **Beispiel-1:**

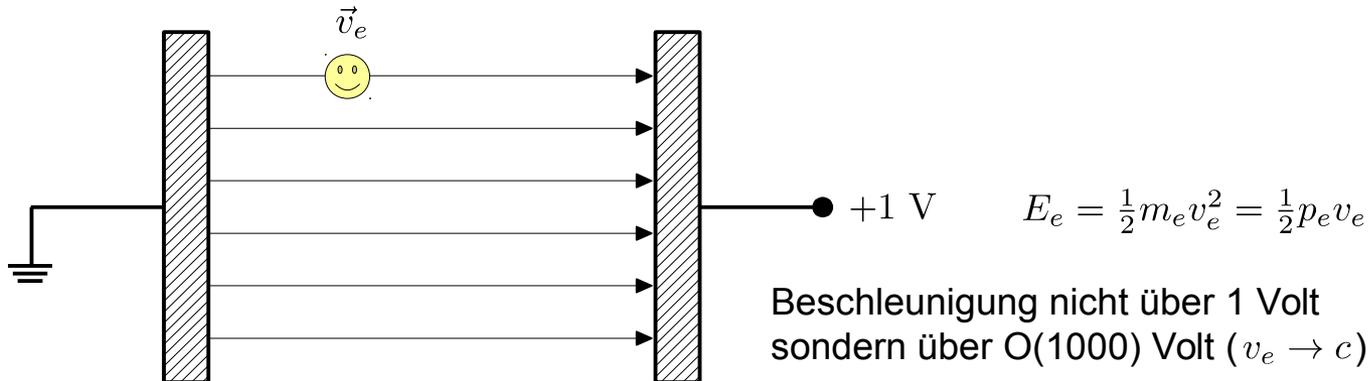
Ladung des Elektrons:  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$

Üblicherweise setzen wir die Ladung des Elektrons zu 1

- **Beispiel-2:**

Energie des Elektrons:  $eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{J}$

Oft betrachten wir Ladungen, die durch Spannungen beschleunigt werden. Die dabei gewonnene Energie betrachten wir in Vielfachen von "Elektronenvolt"



# Einheiten in der Teilchenphysik vs SI-Einheiten

- Skalen jenseits unseres Alltagsempfindens:

- **Beispiel-1:**

Ladung des Elektrons:  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$

Üblicherweise setzen wir die Ladung des Elektrons zu 1

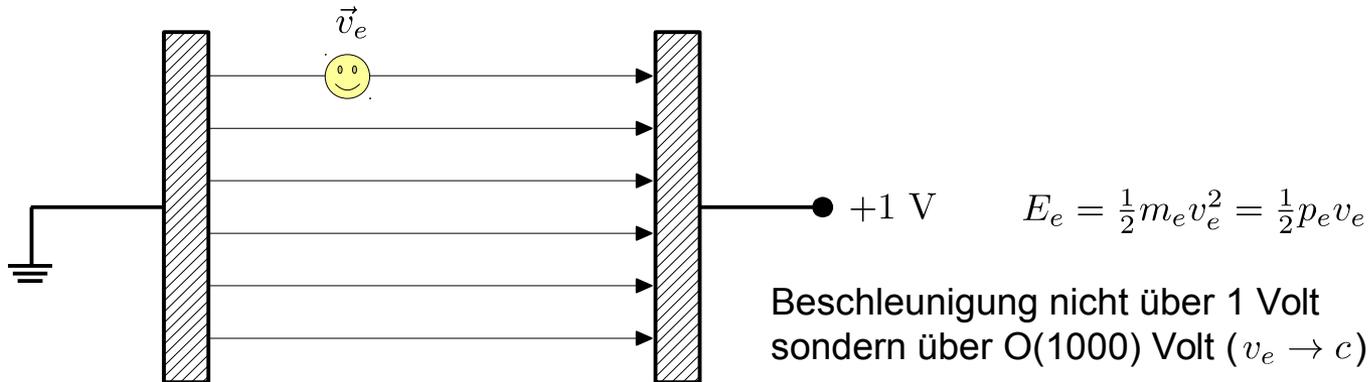
- **Beispiel-2:**

Energie des Elektrons:  $eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{J}$

Impuls des Elektrons:  $eV/c$

Masse des Elektrons:  $eV/c^2$

Oft betrachten wir Ladungen, die durch Spannungen beschleunigt werden. Die dabei gewonnene Energie betrachten wir in Vielfachen von "Elektronenvolt"



# Nützliche Umrechnungen

- Manchmal sind Sie gezwungen eV in SI Einheiten umzurechnen:

Größe	Kern-/Teilchenphysik	SI-einheiten
Länge	1 fm	$10^{-15}$ m
Energie	1 GeV	$1.602 \times 10^{-10}$ J
Masse	1 GeV/c <sup>2</sup>	$1.78 \times 10^{-27}$ kg
$\hbar$	$6.626 \times 10^{-25}$ GeV s	$1.055 \times 10^{-34}$ J s
$\hbar c$	197.3 MeV fm	$3.162 \times 10^{-26}$ J m

- Q:** Die Masse des Elektrons beträgt 511 keV/c<sup>2</sup>. Das entspricht wieviel kg?



# Nützliche Umrechnungen

- Manchmal sind Sie gezwungen eV in SI Einheiten umzurechnen:

Größe	Kern-/Teilchenphysik	SI-einheiten
Länge	1 fm	$10^{-15}$ m
Energie	1 GeV	$1.602 \times 10^{-10}$ J
Masse	1 GeV/c <sup>2</sup>	$1.78 \times 10^{-27}$ kg
$\hbar$	$6.626 \times 10^{-25}$ GeV s	$1.055 \times 10^{-34}$ J s
$\hbar c$	197.3 MeV fm	$3.162 \times 10^{-26}$ J m

- Q:** Die Masse des Elektrons beträgt 511 keV/c<sup>2</sup>. Das entspricht wieviel kg?



- A:**  $511 \text{ keV}/c^2 = 511\,000 \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ C V} / (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

# Natürliche Einheiten

- Statt  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  immer in den Einheiten mitzuschleppen setzen wir oft  $c \equiv 1$
- Weiter empfiehlt es sich  $\hbar \equiv 1$  (und außerdem  $k_B \equiv 1$ ) zu setzen

→ **Natürliche Einheiten:**

Größe	Kern-/Teilchenphysik	Natürliche Einheiten
$\hbar$	GeV·s	1
$c$	[m/s]	1
Energie	GeV	GeV
Masse	GeV/c <sup>2</sup>	GeV
Temperatur	K	GeV
Zeit	s	
Länge	m	

- **Q:** Welche Einheiten haben in diesem System Länge und Zeit?



# Natürliche Einheiten

- Statt  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  immer in den Einheiten mitzuschleppen setzen wir oft  $c \equiv 1$
- Weiter empfiehlt es sich  $\hbar \equiv 1$  (und außerdem  $k_B \equiv 1$ ) zu setzen

→ **Natürliche Einheiten:**

Größe	Kern-/Teilchenphysik	Natürliche Einheiten
$\hbar$	GeV·s	1
$c$	[m/s]	1
Energie	GeV	GeV
Masse	GeV/c <sup>2</sup>	GeV
Temperatur	K	GeV
Zeit	s	GeV <sup>-1</sup>
Länge	m	GeV <sup>-1</sup>

- **Q:** Welche Einheiten haben in diesem System Länge und Zeit?

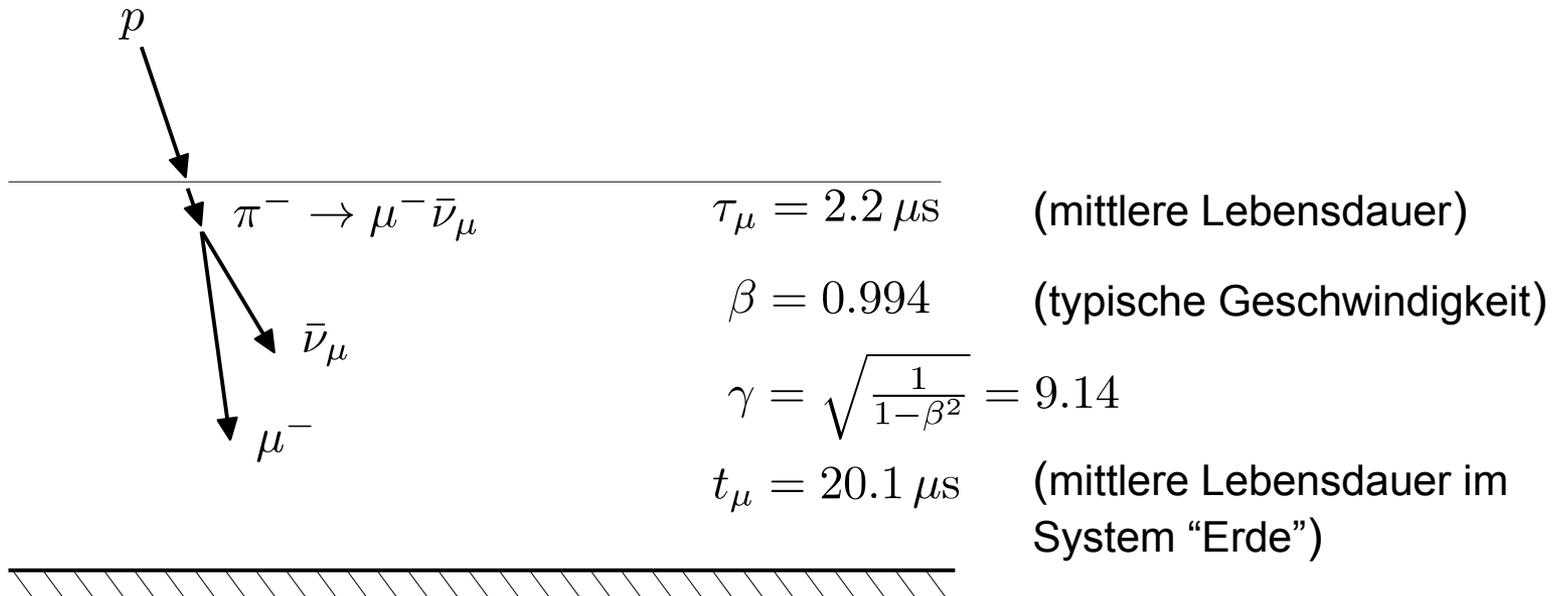


- **A:** Leite aus Heisenberg'scher Unschärferelation her:  $\Delta p \cdot \Delta x \gtrsim \hbar$ ,  $\Delta E \cdot \Delta t \gtrsim \hbar$

# **Kapitel 1.5: Relativistische Kinematik**

# Ereigniskinematik im relativistischen Regime

- In der (Astro-)Teilchenphysik bewegen wir uns i.A. in den kinematischen Bereichen der Relativitätstheorie
- **Beispiel:**  
Erzeugung von Myonen in der kosmischen Höhenstrahlung:



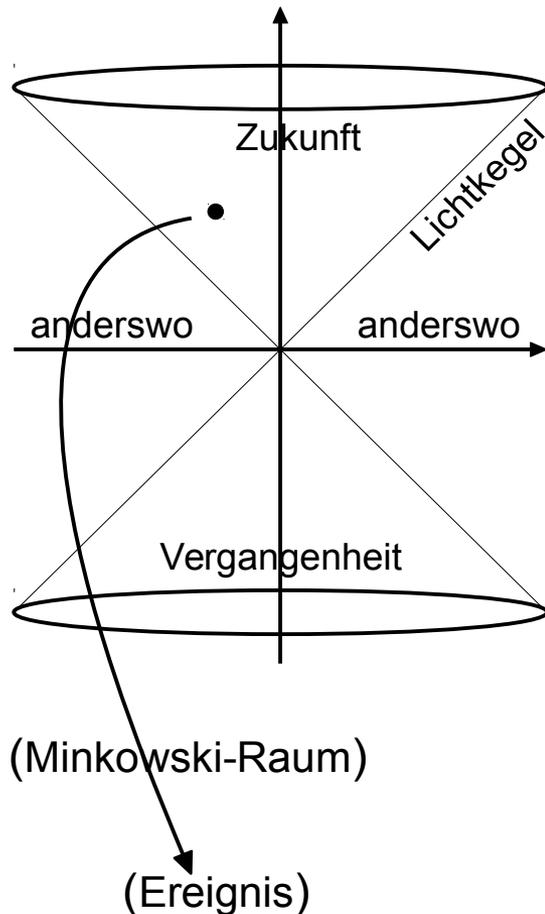
$$\ell_\mu = 660 \text{ m} \quad (\text{mittlere Weglänge ohne Relativitätstheorie})$$

$$\ell_\mu = 6 \text{ km} \quad (\text{mittlere Weglänge mit Relativitätstheorie})$$

# Vierervektorkalkül

- Konstanz der Lichtgeschwindigkeit:**

Die spezielle Relativitätstheorie fußt auf der Beobachtung  $c = const$  in allen Inertialsystemen



$$ds^2 = c^2 dt^2 - d\vec{x}^2 \stackrel{(1)}{=} dt^2 - d\vec{x}^2 = const \quad (\text{Abstand})$$

Ort und Zeit lassen sich in einen Lorentzvektor gruppieren:

$$x_\mu = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(Lorentzvektor)

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(Metrischer Tensor/Minkowski Metrik)

$$ds^2 = dx_\mu dx^\mu = dx_\mu g^{\mu\nu} dx_\nu$$

# Lorentz-Transformation

- **Lorentz-Transformation:**

Lorentzvektoren transformieren sich nach der Lorentz-Transformation, beim Wechsel von einem in ein anderes Inertialsystem

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma t - \gamma\beta z \\ x \\ y \\ \gamma z - \gamma\beta t \end{pmatrix}$$

(boost entlang der z-Achse)

- **Der Abstand ist invariant unter Lorentz-Transformationen:**

(hier am Beispiel eines boosts entlang der z-Achse)



# Lorentz-Transformation

- **Lorentz-Transformation:**

Lorentzvektoren transformieren sich nach der Lorentz-Transformation, beim Wechsel von einem in ein anderes Inertialsystem

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma t - \gamma\beta z \\ x \\ y \\ \gamma z - \gamma\beta t \end{pmatrix}$$

(boost entlang der z-Achse)

- **Der Abstand ist invariant unter Lorentz-Transformationen:**

$$\begin{aligned} x'_\mu x^{\mu'} &= \gamma^2 (t - \beta z)^2 - x^2 - y^2 - \gamma^2 (z - \beta t)^2 \\ &= \gamma^2 (t^2 - 2t\beta z + \beta^2 z^2) - x^2 - y^2 - \gamma^2 (z^2 - 2t\beta z + \beta^2 t^2) \\ &= \gamma^2 (1 - \beta^2) (t^2 - z^2) - x^2 - y^2 = t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \\ &= x_\mu x^\mu \end{aligned}$$

(hier am Beispiel eines boosts entlang der z-Achse)



# Weitere Invarianten und Lorentzvektoren

## Eigenzeit:

$$d\tau = \frac{|ds'|}{c} = \sqrt{dt'^2 - \frac{d\vec{x}'^2}{c^2}} = \frac{dt'}{\gamma}$$

## Geschwindigkeit:

$$u_\mu = \frac{dx_\mu}{d\tau} = \gamma \begin{pmatrix} c \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

## Eigenmasse:

$$p'_\mu p^{\mu'} = \gamma^2 (m^2 c^2 - \vec{p}^2) \stackrel{(1)}{=} E^2 - p^2$$

Für ein ruhendes Teilchen:

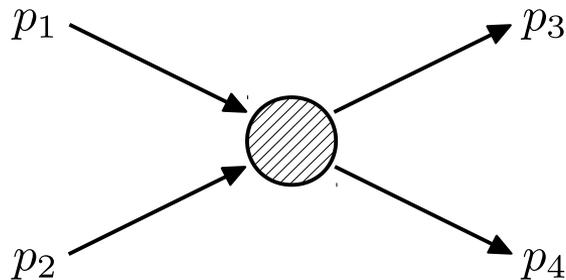
$$p'_\mu p^{\mu'} = E^2 - p^2 = m^2$$

## Impuls:

$$p_\mu = m u_\mu = \gamma \begin{pmatrix} m c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

# Invarianten in elastischen Stößen

- Betrachte elastischen Stoß zweier Teilchen im Minkowski-Raum:



Der Stoß ist durch drei unabhängige Variablen eindeutig bestimmt: z.B. Schwerpunktsenergie, ploarer & azimuthaler Streuwinkel im Schwerpunktsystem

- Der elastische Stoß läßt sich auch durch lorentz-invariante Größen unabhängig vom Bezugssystem beschreiben:

$$p_1^\mu + p_2^\mu = p_3^\mu + p_4^\mu \quad (\text{Viererimpulserhaltung})$$

$$s = (p_1^\mu + p_2^\mu)^2 = (p_3^\mu + p_4^\mu)^2 \quad (\text{Quadrat der Schwerpunktsenergie})$$

$$t = (p_1^\mu - p_3^\mu)^2 = (p_2^\mu - p_4^\mu)^2 \quad (\text{Quadrat des Viererimpulsübertrags})$$

$$u = (p_1^\mu - p_4^\mu)^2 = (p_3^\mu - p_2^\mu)^2$$

Mandelstam-Variablen





# Schwerpunktenergien

Diagram showing a proton (p) and an oxygen nucleus ( $^{16}_8\text{O}$ ) with their respective 4-momenta vectors:

$$\begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix} \rightarrow p \quad \begin{pmatrix} M \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

The proton has an energy of  $10^{19}$  eV.

$$s = 2 \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 2EM$$

$$E_{cms} = \sqrt{s} = \sqrt{2EM} \approx 567 \text{ TeV}$$

$$\sqrt{\frac{EM}{2}} = \gamma M \rightarrow \gamma = \sqrt{\frac{E}{2M}} \approx 17'678$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \beta^2}} \rightarrow \beta = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} \approx 0.999999999$$

expect 1 collision per year  
detector w/  $1 \text{ km}^2$  surface.

Schwerpunktenergie relat.  
Zweikörper-Stoß:

$$\begin{aligned} s &= (p_1^\mu + p_2^\mu)^2 \\ &= p_1^2 + p_2^2 + 2p_1^\mu p_{\mu,2} \\ &\approx 2p_1^\mu p_{\mu,2} \end{aligned}$$

Boost entlang z-Richtung:

$$\begin{aligned} E' &= \gamma(E - \beta p_z) \\ p'_z &= \gamma(p_z - \beta E) \end{aligned}$$

Diagram showing two protons (p) moving towards each other with their respective 4-momenta vectors:

$$\begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix} \rightarrow p \quad p \leftarrow \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ -E \end{pmatrix}$$

Each proton has an energy of 7 TeV.

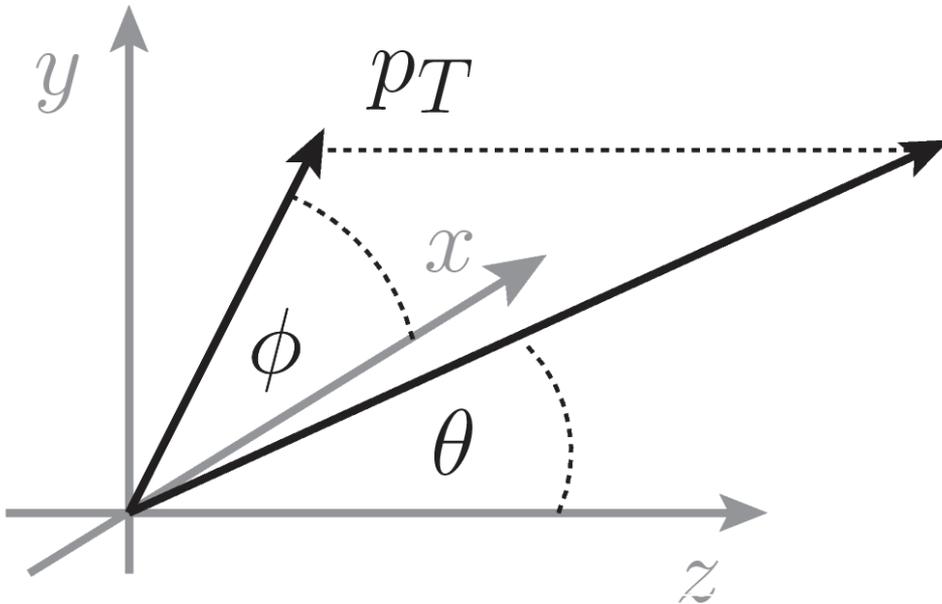
$$s = 2 \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ -E \end{pmatrix} = 4E^2$$

$$E_{cms} = \sqrt{s} = \sqrt{4E^2} = 2E = 14 \text{ TeV}$$

expect 40M collisions per  
second.

# Particle kinematics

- For known mass the kinematics of a single particle are completely described by three variables:  $(p_x \ p_y \ p_z)$  or better  $(p_T \ \phi \ \theta)$



$p_T$  and  $\phi$  in the plane perpendicular to  $z$  are invariant under *boosts* along  $z$ ,  $\theta$  not. Therefore we usually replace  $\theta$  by:

**Rapidity:**

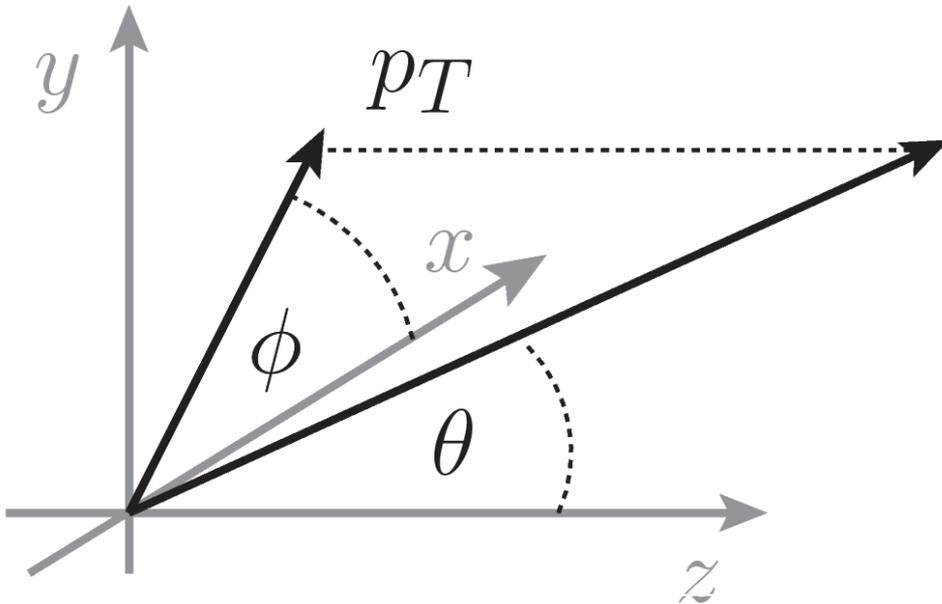
$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right)$$

which is form invariant under *boosts* along  $z$ .



# Particle kinematics

- For known mass the kinematics of a single particle are completely described by three variables:  $(p_x \ p_y \ p_z)$  or better  $(p_T \ \phi \ \theta)$



$p_T$  and  $\phi$  in the plane perpendicular to  $z$  are invariant under boosts along  $z$ ,  $\theta$  not. Therefore we usually replace  $\theta$  by:

**Rapidity:**

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right)$$

which is form invariant under

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E' + p'_z}{E' - p'_z} \right) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{(E - \beta p_z) + (p_z - \beta E)}{(E - \beta p_z) - (p_z - \beta E)} \right) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{(1 - \beta)(E + p_z)}{(1 + \beta)(E - p_z)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \ln \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right) + \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \right) = y + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right) \end{aligned}$$

# Pseudorapidity

- For  $E \gg m$  the rapidity turns into the pseudorapidity  $\eta$ , which itself only depends on the polar angle  $\theta$ .

**Pseudorapidity:**

$$\eta = -\ln(\tan(\theta/2))$$



$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E(1 + \cos \theta)}{E(1 - \cos \theta)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{(\sin^2 \theta/2 + \cos^2 \theta/2) + (\cos^2 \theta/2 - \sin^2 \theta/2)}{(\sin^2 \theta/2 + \cos^2 \theta/2) - (\cos^2 \theta/2 - \sin^2 \theta/2)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\cos^2 \theta/2}{\sin^2 \theta/2} \right) = -\ln(\tan \theta/2) = \eta \end{aligned}$$

Imagine in the air shower of slide 12 a particle were scattered at  $90^\circ$  to the axis of its incident direction in the center of mass frame. What is the scattering angle in the **frame “Earth”**?

---

# Kapitel 1.6: Streuexperimente

# Streuexperimente

- Fundamentale Methode zum Erkenntnisgewinn!
- Beispiele jenseits Teilchenphysik:
  - Einfach- und Doppelspalt der QM
  - Spektralanalysen
  - Röntgenbild beim Arzt
  - Mikroskopie ...



- Streuexperimente in der Teilchenphysik: **Fortsetzung der Mikroskopie** über das Sichtbare hinaus:

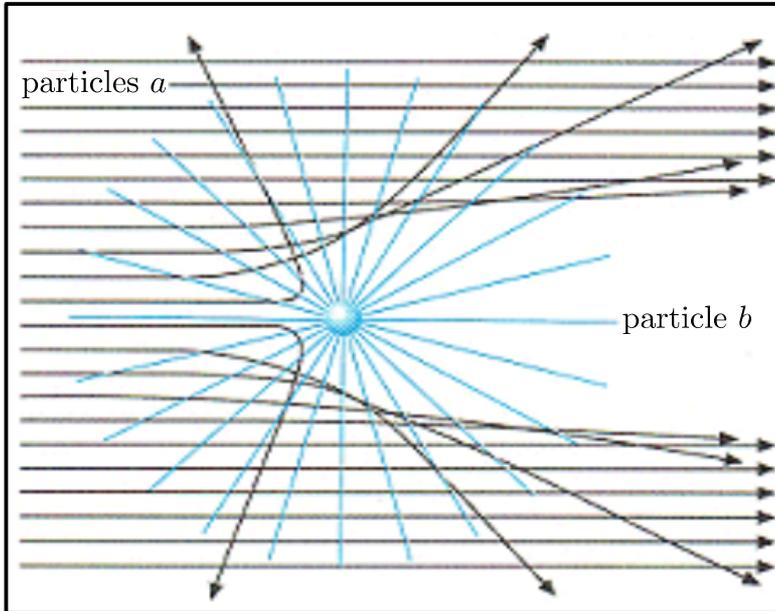
$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (\text{de-Broglie Wellenlänge})$$

→ Höhere Energie des Projektils → kürzere Wellenlänge → höhere Auflösung

- Man unterscheidet elastische und inelastische Streuung.

## Cross section (classic)

- Imagine a continuous flux of (small) incident particles  $a$  impinging on a target particle  $b$  at rest and the elastic reaction  $a + b \rightarrow a + b$ :



$n_a$  : incident particle density  $\left[ \frac{\text{particles}}{m^3} \right]$ .

$v$  : incident particles velocity  $\left[ \frac{m}{s} \right]$ .

$\mathcal{L} = n_a \cdot v$  : incident part flux  $\left[ \frac{\text{particles}}{m^2 s} \right]$ .

$W = \mathcal{L} \cdot \sigma$  : scattering rate  $\left[ \frac{1}{s} \right]$ .

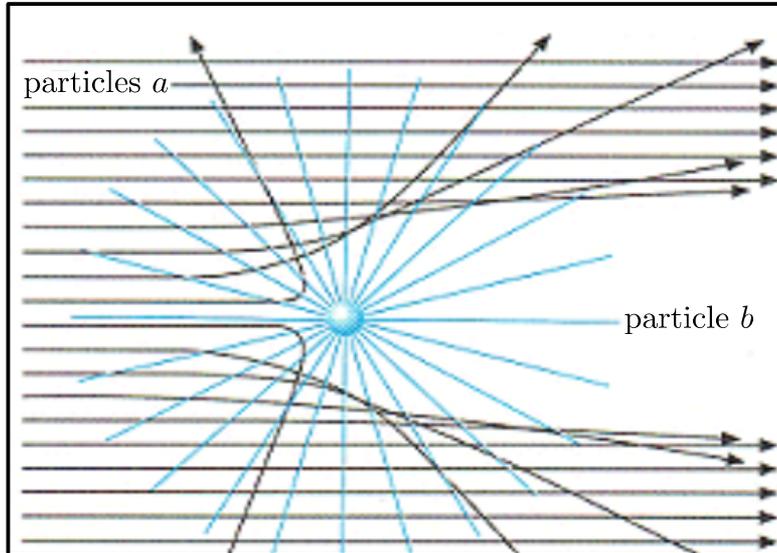
$\sigma = \frac{W}{\mathcal{L}}$  : reaction rate/incident part flux.

- Cross section units:  $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$
- Typical total cross section values:
  - Nuclear physics:  $10^{-3} \text{ barn} = 1 \text{ mb}$
  - Particle physics:  $10^{-12} \text{ barn} = 1 \text{ pb}$

Geometric cross section is  $\pi r^2$ .

## Cross section (classic)

- Imagine a continuous flux of (small) incident particles  $a$  impinging on a target particle  $b$  at rest and the elastic reaction  $a + b \rightarrow a + b$ :



$n_a$  : incident particle density  $\left[ \frac{\text{particles}}{m^3} \right]$ .

$v$  : incident particles velocity  $\left[ \frac{m}{s} \right]$ .

$\mathcal{L} = n_a \cdot v$  : incident part flux  $\left[ \frac{\text{particles}}{m^2 s} \right]$ .

$W = \mathcal{L} \cdot \sigma$  : scattering rate  $\left[ \frac{1}{s} \right]$ .

$\sigma = \frac{W}{\mathcal{L}}$  : reaction rate/incident part flux.

### Cross section:

$$\sigma = \frac{N_{obs} - N_{BG}}{\mathcal{L} \cdot \epsilon \cdot A} \frac{1}{T}$$

$N_{obs}$  : N observed reactions.

$N_{BG}$  : N expected BG reactions.

$\epsilon$  : detection efficiency.

$A$  : detector acceptance.

$T$  : observation time.

Geometric cross section is  $\pi r^2$ .

# Gliederung der Vorlesung



KW-17	<b>1 Einführung</b>	
	1.1 Organisation der Vorlesung	
	1.2 Übersicht und Literatur	
	1.3 Geschichte	
	1.4 Einheiten und Einheitssysteme	
	1.5 Relativistische Kinematik	
	1.6 Streuexperimente	
KW-18	<b>2 Experimentelle Methoden</b>	
	2.1 Nachweis geladener Teilchen in Materie	
	2.2 Wechselwirkung von Elektron und Photon mit Materie	
	2.3 Hadronische Wechselwirkungen und Materie	
	2.4 Detektionstechniken	
	2.5 Detektorsysteme in der Teilchenphysik	
KW-19	2.6 Beschleuniger in der Teilchenphysik	
	<b>3 Struktur der Materie</b>	
	3.1 Kernradien und Formfaktoren	
	3.2 Struktur der Nukleonen	
KW-20	3.3 Fundamentaler Aufbau der Materie und ihre Wechselwirkungen	