

Moderne Experimentalphysik III: Kerne und Teilchen (Physik VI)

Günter Quast, Roger Wolf, Pablo Goldenzweig
02. Mai 2017

INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IEKP) – PHYSICS FACULTY



Kapitel 1.6: Streuexperimente

Streuexperimente

- Fundamentale Methode zum Erkenntnisgewinn!
- Beispiele jenseits Teilchenphysik:
 - Einfach- und Doppelspalt der QM
 - Spektralanalysen
 - Röntgenbild beim Arzt
 - Mikroskopie ...



- Streuexperimente in der Teilchenphysik: **Fortsetzung der Mikroskopie** über das Sichtbare hinaus:

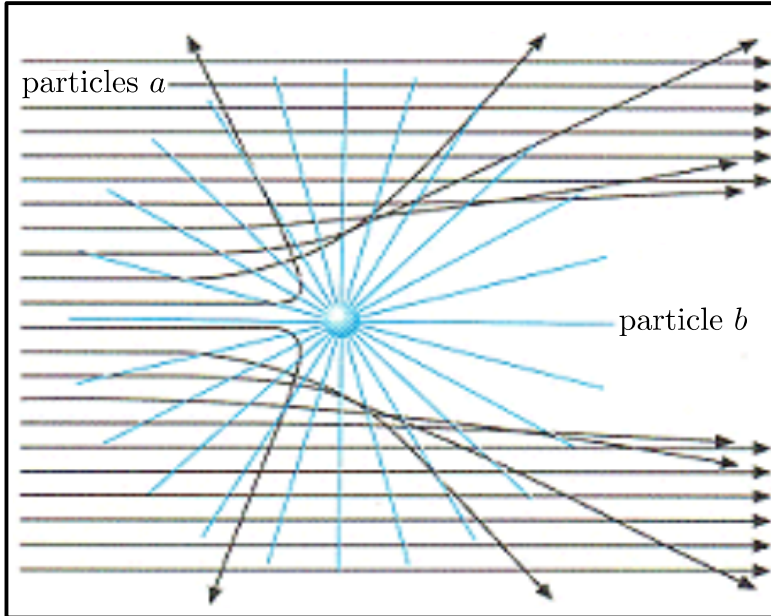
$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (\text{de-Broglie Wellenlänge})$$

→ Höhere Energie des Projektils → kürzere Wellenlänge → höhere Auflösung

- Man unterscheidet elastische und inelastische Streuung.

Cross section (classic)

- Imagine a continuous flux of (small) incident particles a impinging on a target particle b at rest and the elastic reaction $a + b \rightarrow a + b$:



n_a : incident particle density $\left[\frac{\text{particles}}{m^3} \right]$.

v : incident particles velocity $\left[\frac{m}{s} \right]$.

$\mathcal{L} = n_a \cdot v$: incident part flux $\left[\frac{\text{particles}}{m^2 s} \right]$.

$W = \mathcal{L} \cdot \sigma$: scattering rate $\left[\frac{1}{s} \right]$.

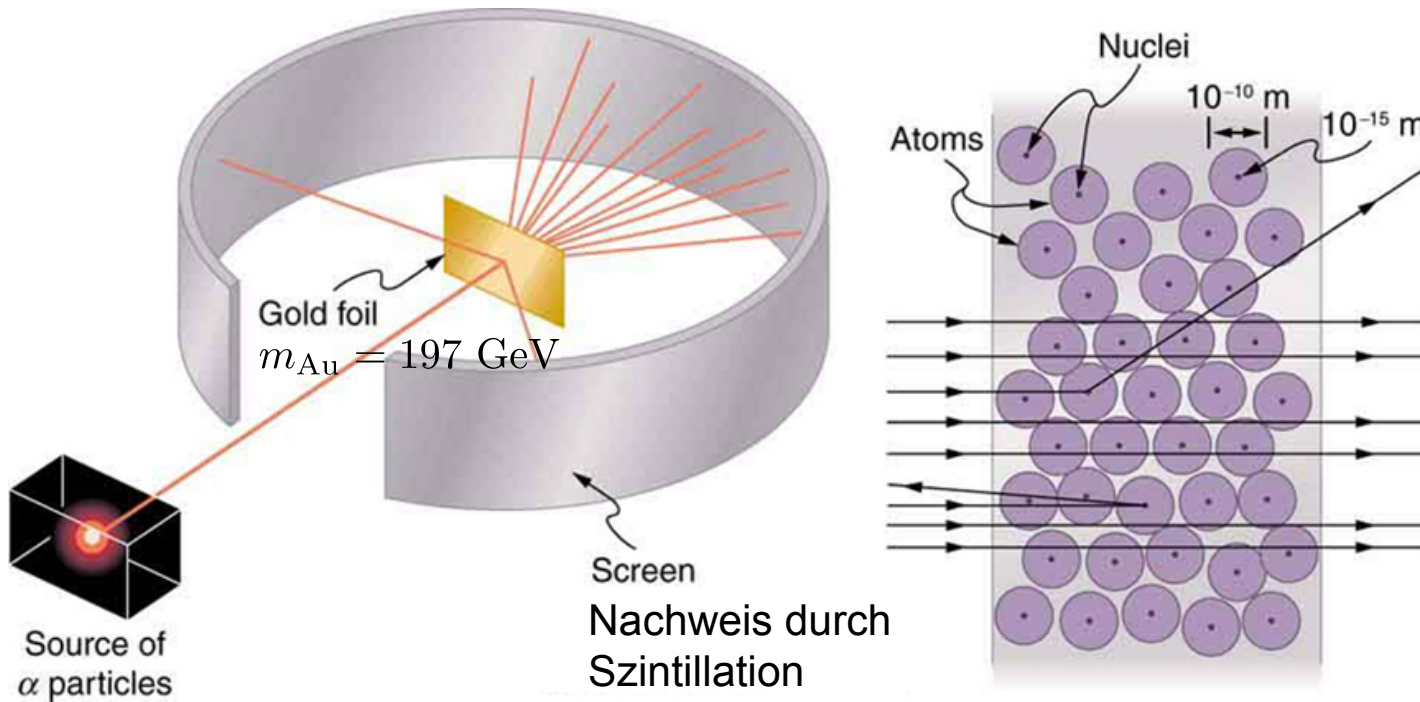
$\sigma = \frac{W}{\mathcal{L}}$: reaction rate/incident part flux.

- Cross section units: $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$
- Typical total cross section values:
 - Nuclear physics: $10^{-3} \text{ barn} = 1 \text{ mb}$
 - Particle physics: $10^{-12} \text{ barn} = 1 \text{ pb}$

Geometric cross section is πr^2 .

Rutherford-Experiment

- Messe Rate der gestreuten Alphateilchen als Funktion des Streuwinkels (→ erlaubt Rückschlüsse auf Streuzentren, Rutherford, Geiger, Marsden, ab 1909):



Source of α particles

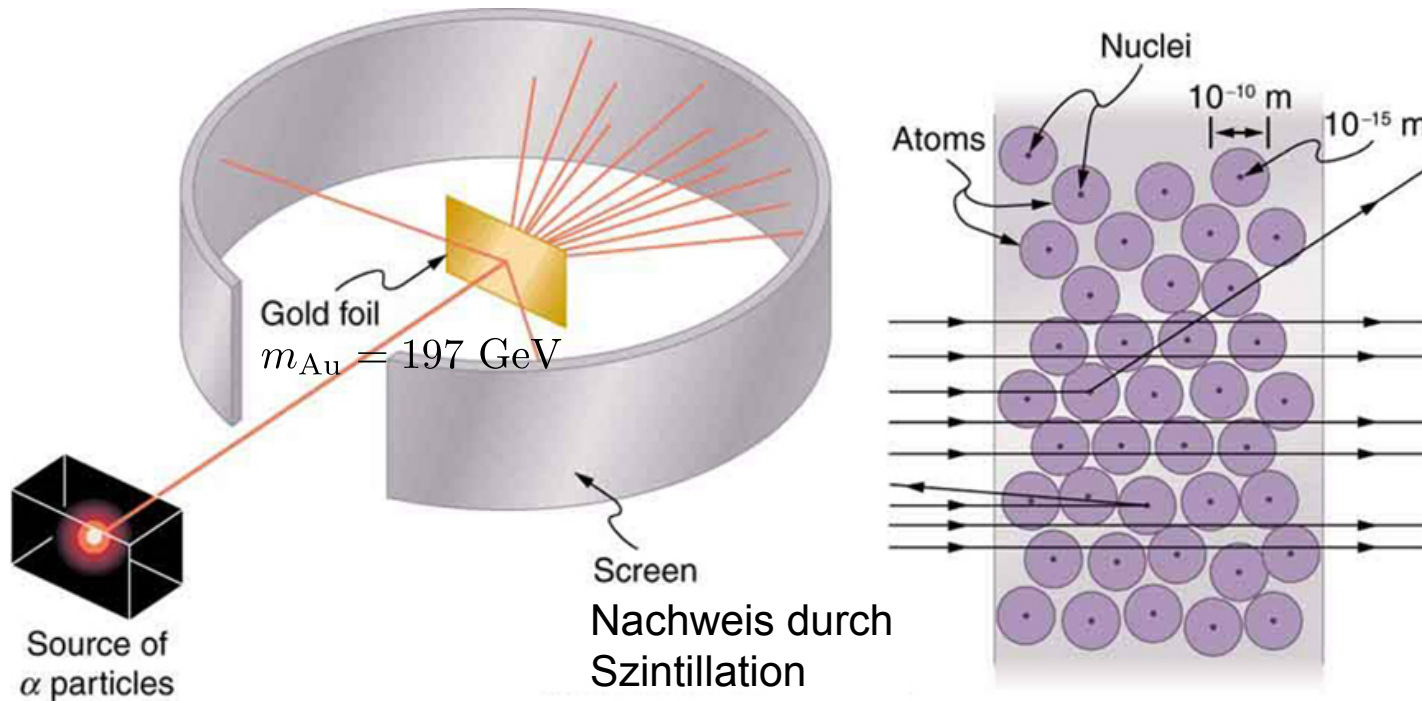
Abgeschirmte
Radium-Quelle
($E_{\alpha} = 5.579 \text{ MeV}$)

Schwerpunktsenergie des
Streuprozesses?



Rutherford-Experiment

- Messe Rate der gestreuten Alphateilchen als Funktion des Streuwinkels (→ erlaubt Rückschlüsse auf Streuzentren, Rutherford, Geiger, Marsden, ab 1909):



Abgeschirmte
Radium-Quelle
($E_\alpha = 5.579 \text{ MeV}$)

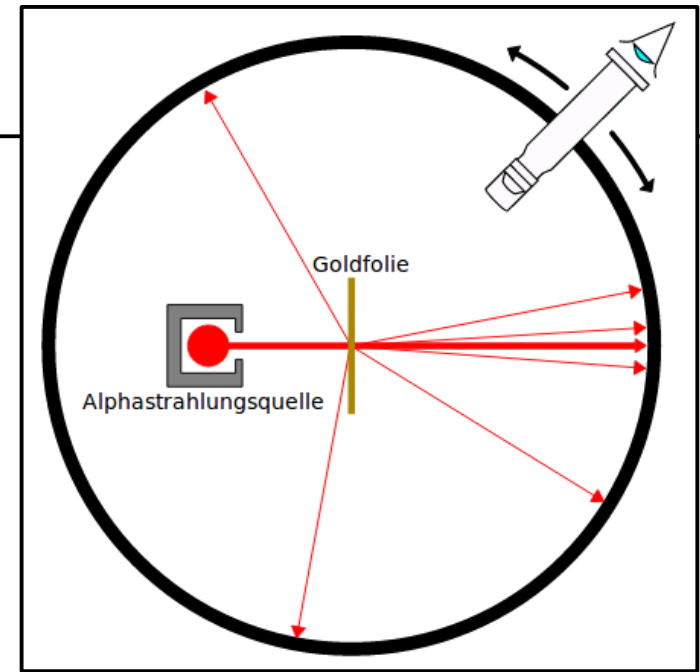
Schwerpunktsenergie des
Streuprozesses?



$$E_{cms} = \sqrt{2 E_\alpha m_{Au}} = \sqrt{2 \cdot 5.579 \text{ MeV} \cdot 197 \text{ GeV}} = 1.483 \text{ GeV}$$

Beobachtung

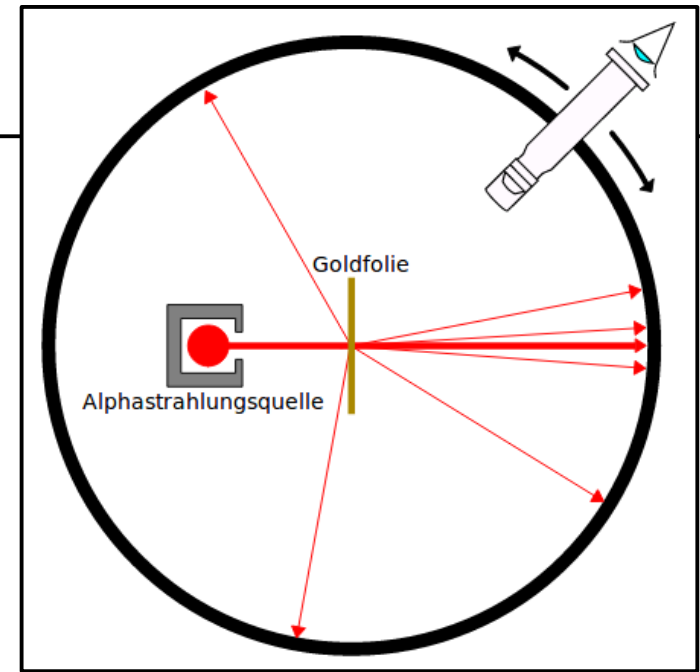
- **Beobachtung:**
 - Die meisten Alphateilchen passieren die Goldfolie **ungehindert**, nur Anteil von ca. 10^{-5} ändert seine Richtung!
 - Unter denen, die die Richtung ändern kommt es zu großen Streuwinkeln (bis zu 180 Grad)



Beobachtung vs Modell

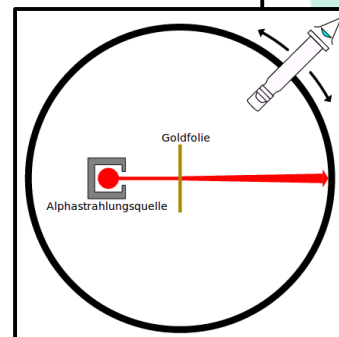
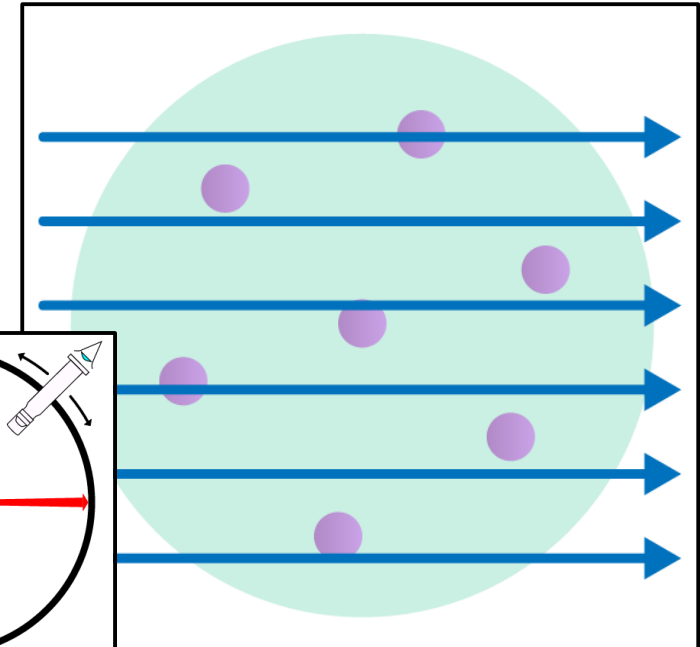
• Beobachtung:

- Die meisten Alphateilchen passieren die Goldfolie **ungehindert**, nur Anteil von ca. 10^{-5} ändert seine Richtung!
- Unter denen, die die Richtung ändern kommt es zu großen Streuwinkeln (bis zu 180 Grad)



• Atommodell (Thomson):

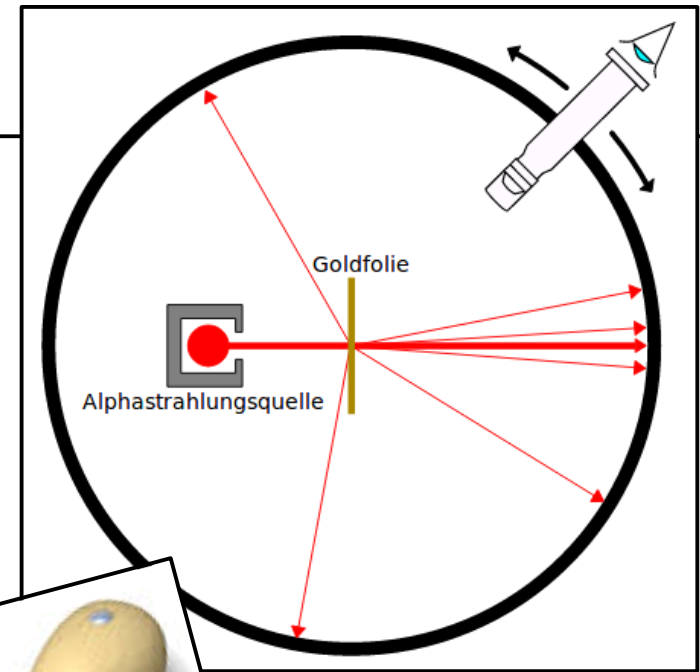
- Gleichmäßig verteilte positiv geladene Masse, Elektronen darin verteilt ("Rosinenkuchen")
- Erwarte ausschließlich **kleine Streuwinkel**.



Beobachtung vs Modell

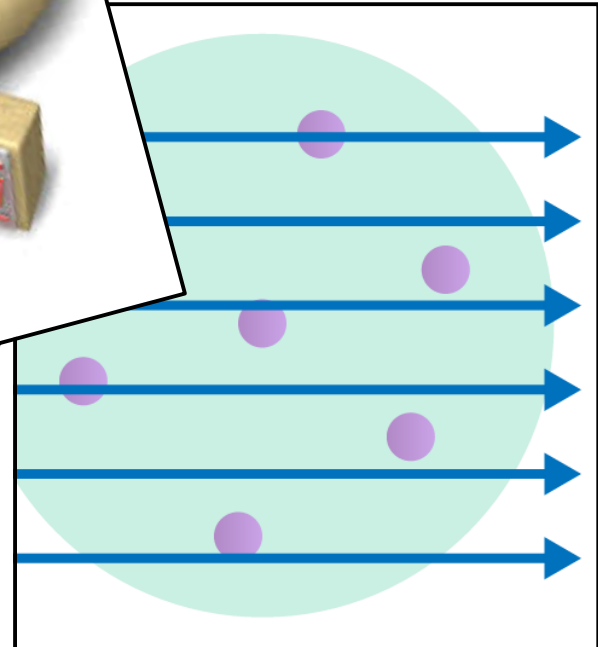
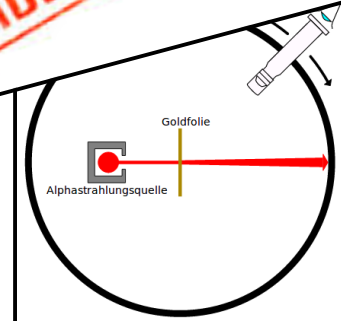
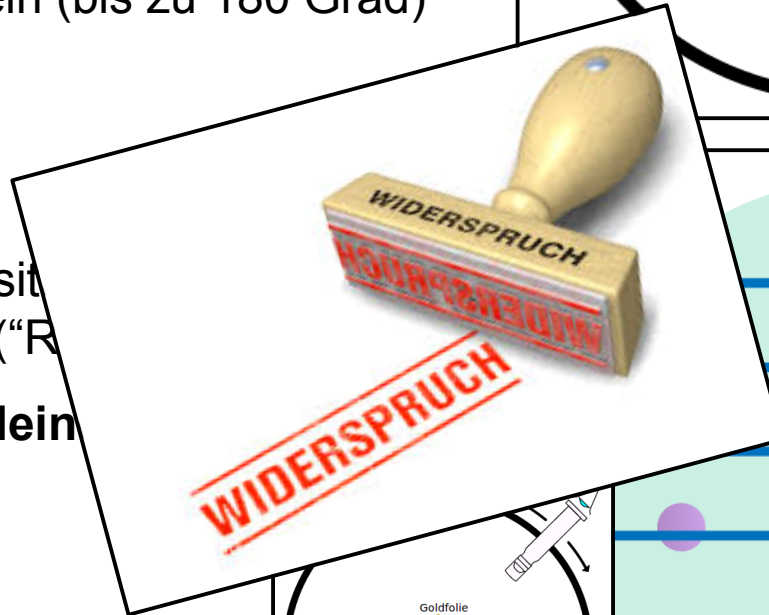
• Beobachtung:

- Die meisten Alphateilchen passieren die Goldfolie **ungehindert**, nur Anteil von ca. 10^{-5} ändert seine Richtung!
- Unter denen, die die Richtung ändern kommt es zu großen Streuwinkeln (bis zu 180 Grad)



• Atommodell (Thomson):

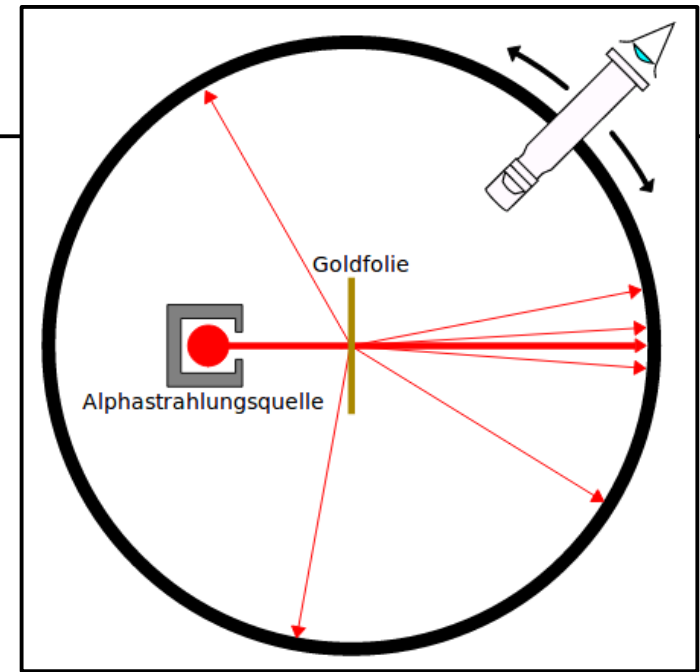
- Gleichmäßig verteilte positive Ladung, Elektronen darin verteilt ("Raisin-Brot")
- Erwarte ausschließlich **kleine** Ablenkungen



Beobachtung vs Modell

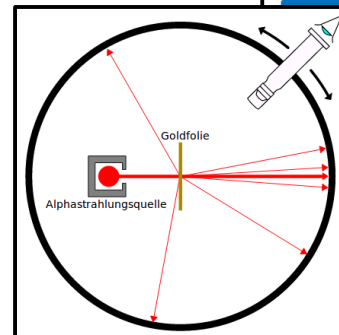
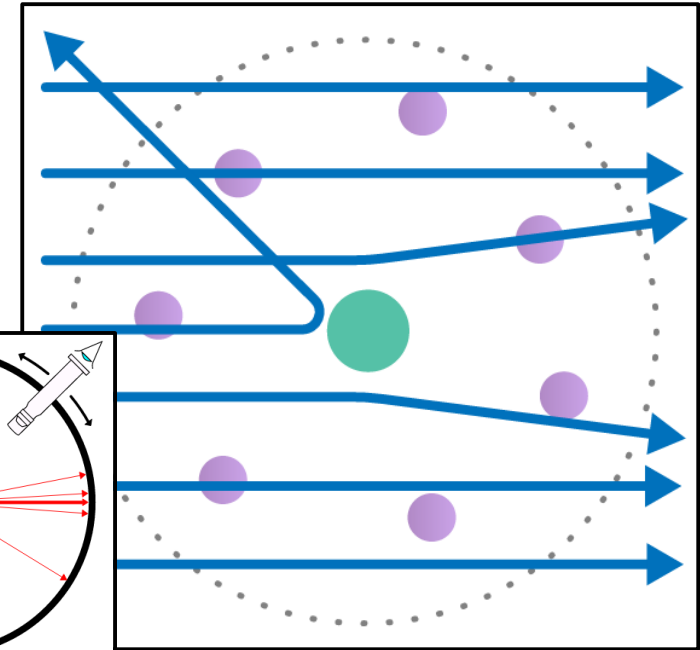
• Beobachtung:

- Die meisten Alphateilchen passieren die Goldfolie **ungehindert**, nur Anteil von ca. 10^{-5} ändert seine Richtung!
- Unter denen, die die Richtung ändern kommt es zu großen Streuwinkeln (bis zu 180 Grad)



• Atommodell (Rutherford):

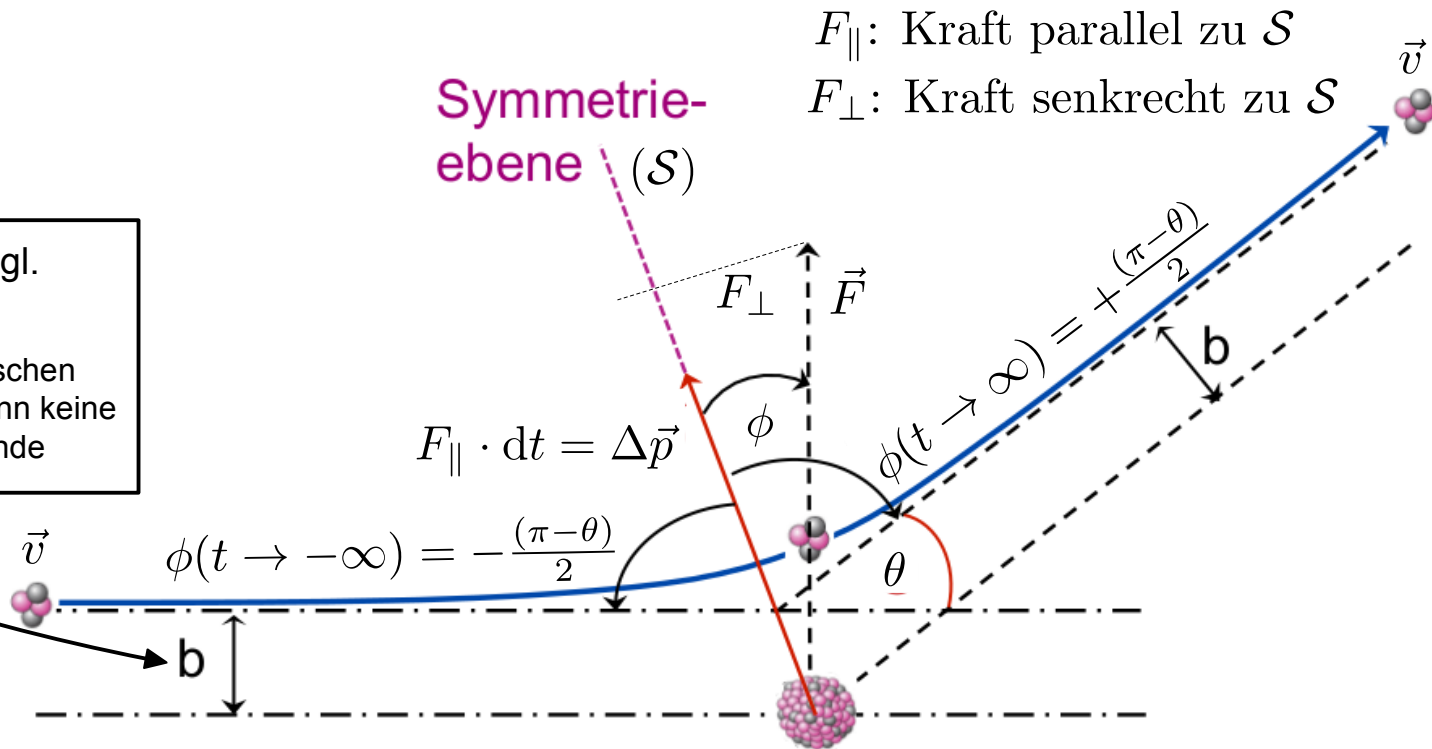
- Fast sämtliche Masse des Atoms in sehr kleinem Streuzentrum konzentriert (Atomkern).
- Elektronen quasi im leeren Raum um Atomkern verteilt.
- Rutherford-Streuung = elastische Streuung an Atomkernen der Goldfolie



Rutherford-Streuformel

- **Ansatz** zur Erklärung der Beobachtung:
 - Alphateilchen & Kern punktförmig mit abstoßendem Zentralpotential
 - Targetfolie dünn (\rightarrow keine Vielfachstreuung)
 - Targetkern viel schwerer als Projektil (\rightarrow Rückstoß vernachlässigbar)

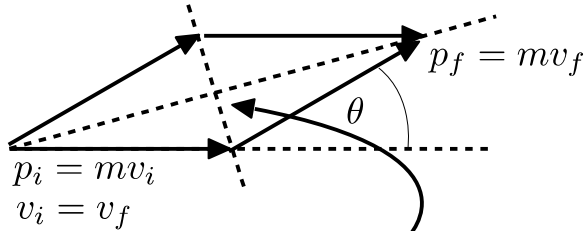
Stoßparameter (engl. impact parameter):
Minimaler Abstand zwischen Projektil und Target wenn keine Wechselwirkung bestünde



Rutherford-Streufornel (Herleitung - I)

- Impulsänderung:**

$$|\Delta \vec{p}| = 2 m v \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$



$$|\Delta \vec{p}| = 2 m v \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

- Impulsänderung durch Kraftwirkung:**

$$|\Delta \vec{p}| = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\parallel} \cdot dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z Z e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \phi(t) \cdot dt$$

- Variablensubstitution $dt \rightarrow d\phi$**
(\rightarrow Drehimpulserhaltung):

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = m v b$$

$$= m \omega r^2 = m \frac{d\phi}{dt} r^2$$

$$dt = \frac{r^2}{v b} d\phi \quad (\phi \in [-(\pi - \theta)/2; +(\pi - \theta)/2])$$

$$\begin{aligned} |\Delta \vec{p}| &= \int_{-(\pi - \theta)/2}^{(\pi - \theta)/2} \frac{z Z e^2}{4\pi\epsilon_0 v b} \cos \phi \cdot d\phi = \frac{z Z e^2}{4\pi\epsilon_0 v b} [\sin \phi]_{-(\pi - \theta)/2}^{(\pi - \theta)/2} \\ &= \frac{z Z e^2}{4\pi\epsilon_0 v b} 2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2) \end{aligned}$$

- Gleichsetzen von (1) und (2):**

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{z Z e^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2 b} \equiv \frac{k}{b}$$

$$b(\theta) = \frac{k}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

(Relation Streuwinkel–Stoßparameter)

Additionstheoreme:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

Rutherford-Streufornel (Herleitung - II)

- **Geometrischer Wirkungsquerschnitt:**

$$\left. \begin{aligned} d\sigma &= 2\pi b |db| \\ d\Omega &= 2\pi \sin \theta d\theta \end{aligned} \right\} \frac{d\sigma}{d\Omega} = -\frac{b}{\sin \theta} \frac{db}{d\theta}$$

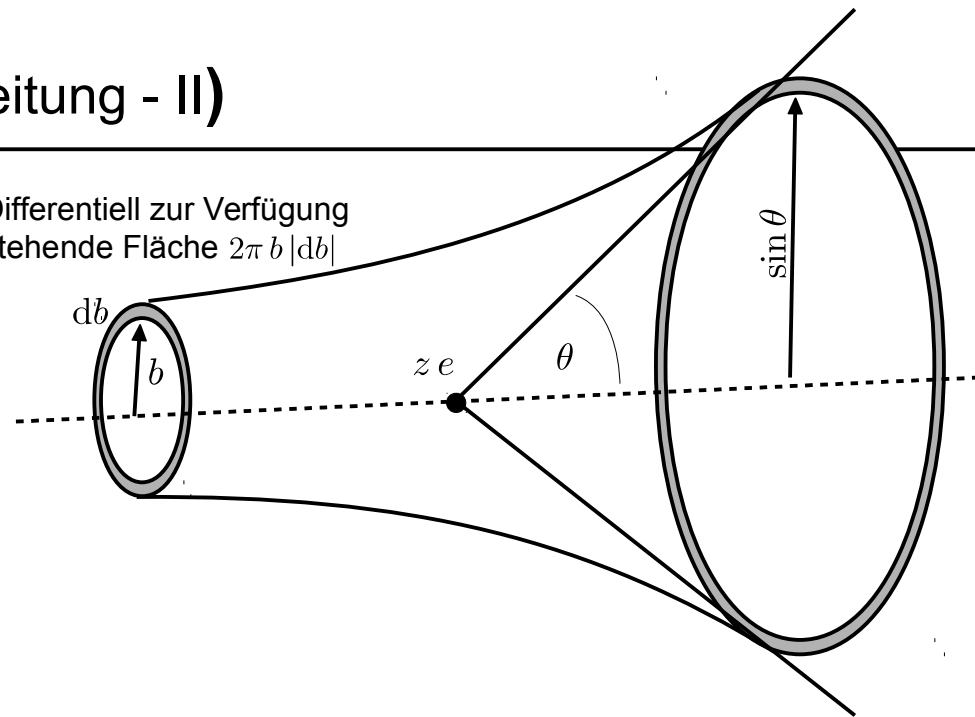
- **Anwendung auf Rutherfordstreuung:**

$$b(\theta) = \frac{k}{\tan(\frac{\theta}{2})} \quad \frac{db}{d\theta} = -\frac{k}{2 \sin^2(\frac{\theta}{2})}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = -\frac{b}{\sin \theta} \left(-\frac{k}{2 \sin^2(\frac{\theta}{2})} \right)$$

$$= -\frac{k}{\tan(\frac{\theta}{2}) \sin \theta} \left(-\frac{k}{2 \sin^2(\frac{\theta}{2})} \right) = \frac{k^2}{4 \sin^4(\frac{\theta}{2})}$$

Differentiell zur Verfügung stehende Fläche $2\pi b |db|$



Additionstheoreme:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

Rutherford-Streuformel

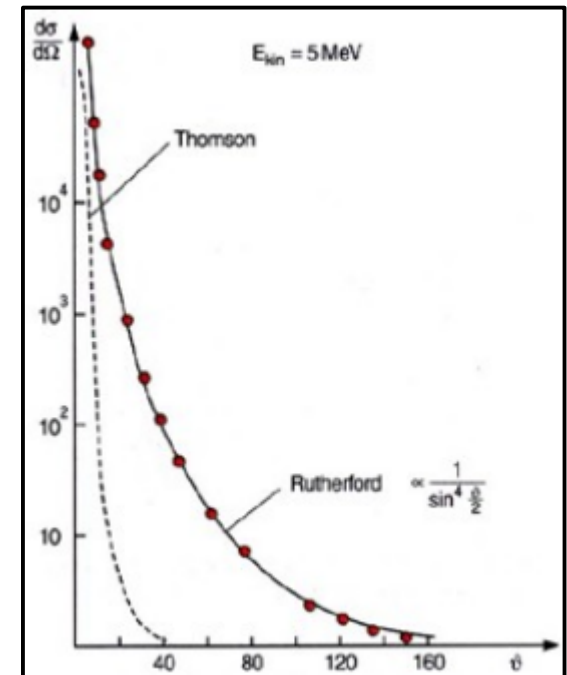
- **Differentieller Wirkungsquerschnitt (Rutherford-Streuung):**

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{z Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 m v^2 \cdot 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^2 = \left(\frac{z Z \alpha (\hbar c)}{4 E_{kin}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

mit:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137} \quad (\text{Feinstrukturkonstante})$$

- $\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto Z$: Möglichkeit die Kernladungszahl zu messen
- $\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1}{E_{kin}^2}$: je höher die Energie der Projektile desto geringer der Wirkungsquerschnitt
- $\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$: starke Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts



Rutherford-Streufornel (relativistische Notationen)

- **Differentieller Wirkungsquerschnitt (Rutherford-Streuung):**

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{z Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 m v^2 \cdot 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^2 = \left(\frac{z Z \alpha (\hbar c)}{4 E_{kin}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

- Wir erinnern uns an den rel. Lorentz-Impulsübertrag $t = (p^\mu - p'^\mu)^2$ bei elastischer Streuung (mit $|\vec{p}| = |\vec{p}'| = p$):

$$t = 2 p^2 (1 - \cos \theta) = 4 p^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \equiv q^2 \quad dq^2 = 4 p^2 \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) d\theta$$

$$= 2 p^2 \sin \theta d\theta$$

- Für den elastischen Stoß gilt:

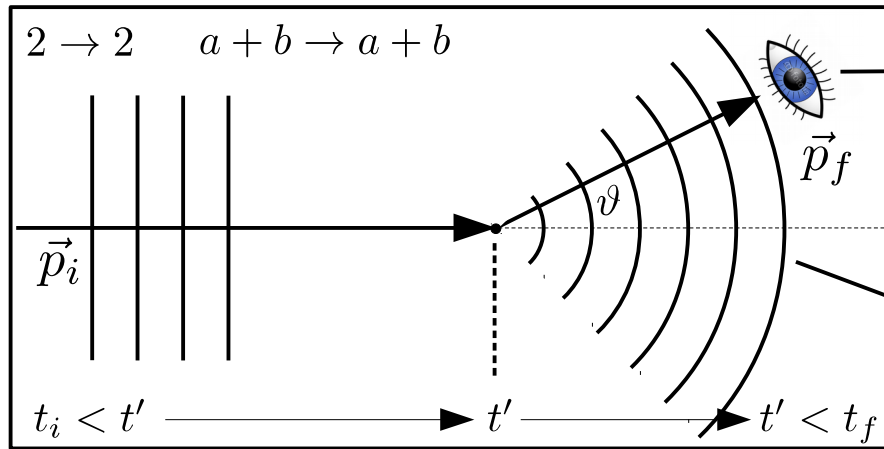
$$\frac{d\sigma}{d\theta} = 2\pi \left(\frac{z Z \alpha (\hbar c)}{4 E_{kin}} \right)^2 \frac{\sin \theta}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad \text{mit } d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{z Z \alpha (\hbar c)}{2 m \gamma \beta^2 c^2} \right)^2 \left(\frac{4 (m \gamma \beta c)^2}{q^2 c^2} \right)^2 = \frac{(2 z Z \alpha (\hbar c))^2 E^2}{q^4 c^4}$$

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \pi \left(\frac{z Z \alpha (\hbar c)}{\beta c} \right)^2 \left(\frac{1}{q^2} \right)^2$$

Cross section (QM)

- Imagine a continuous flux of (small) incident particles a impinging on a target particle b at rest and the elastic reaction $a + b \rightarrow a + b$:



Initial particle:
described by plain
wave ψ_i .

Localized potential.

Observation (in $\Delta\Omega$):
projection of plain wave
 ψ_f out of spherical scat-
tering wave ψ_{scat} .

Spherical scat-
tering wave ψ_{scat} .

Observation
probability:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{fi} &= \psi_f^\dagger \cdot \psi_{\text{scat}} \\ &= \psi_f^\dagger \cdot \mathcal{S} \cdot \psi_i \end{aligned}$$

Scattering matrix \mathcal{S} transforms initial state
wave function ψ_i into scattering wave ψ_{scat}
($\psi_{\text{scat}} = \mathcal{S} \cdot \psi_i$).

Fermi's golden rule:

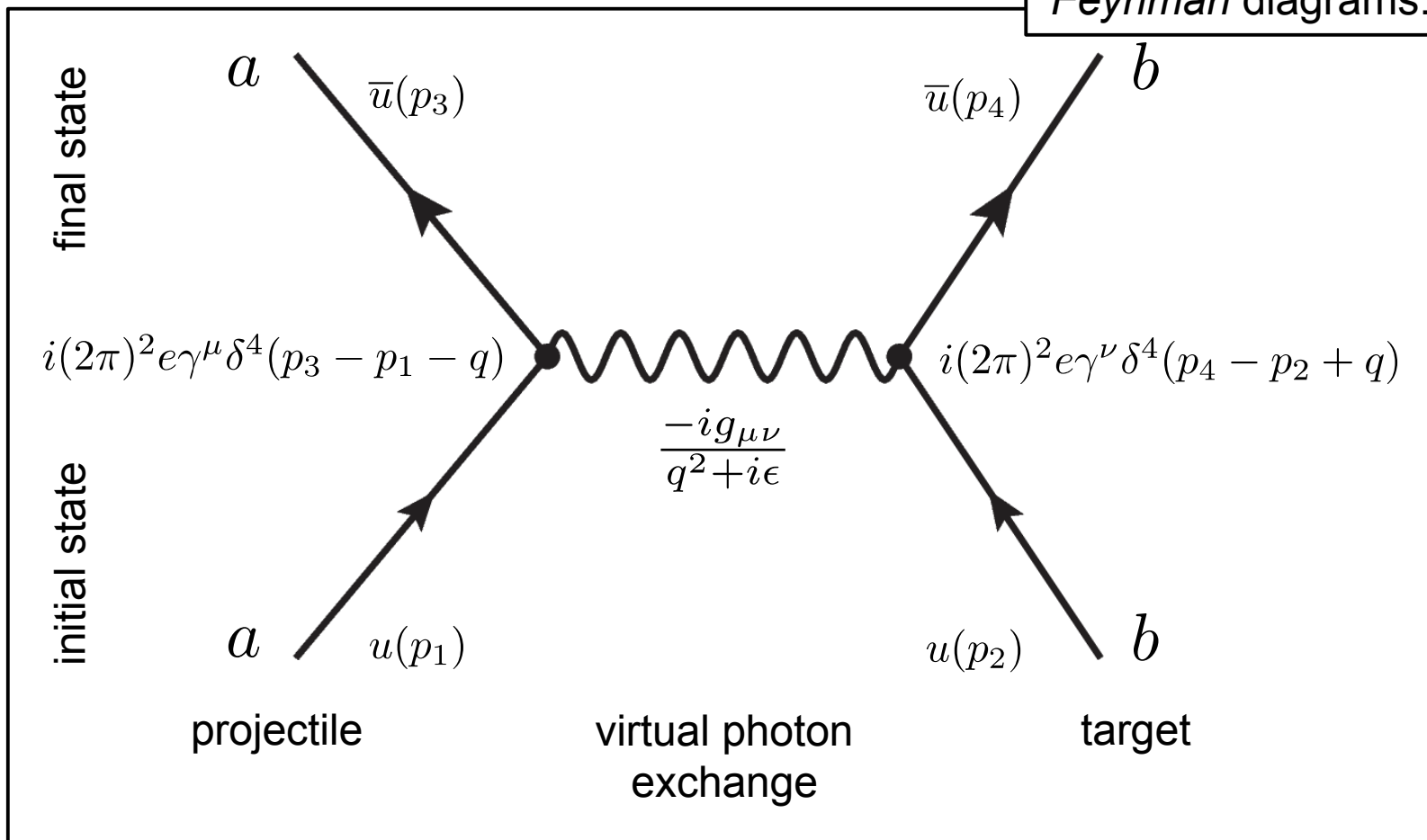
$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{S}_{fi}|^2 \rho_f$$

$$\rho_f = \frac{d}{dE_f} \int \frac{d^3 p_f d^3 x_f}{(2\pi\hbar)^3}$$

phasespace factor for final state
products.

The matrix element \mathcal{S}_{fi}

Matrix element calculations can be represented pictorially with the help of *Feynman diagrams*.

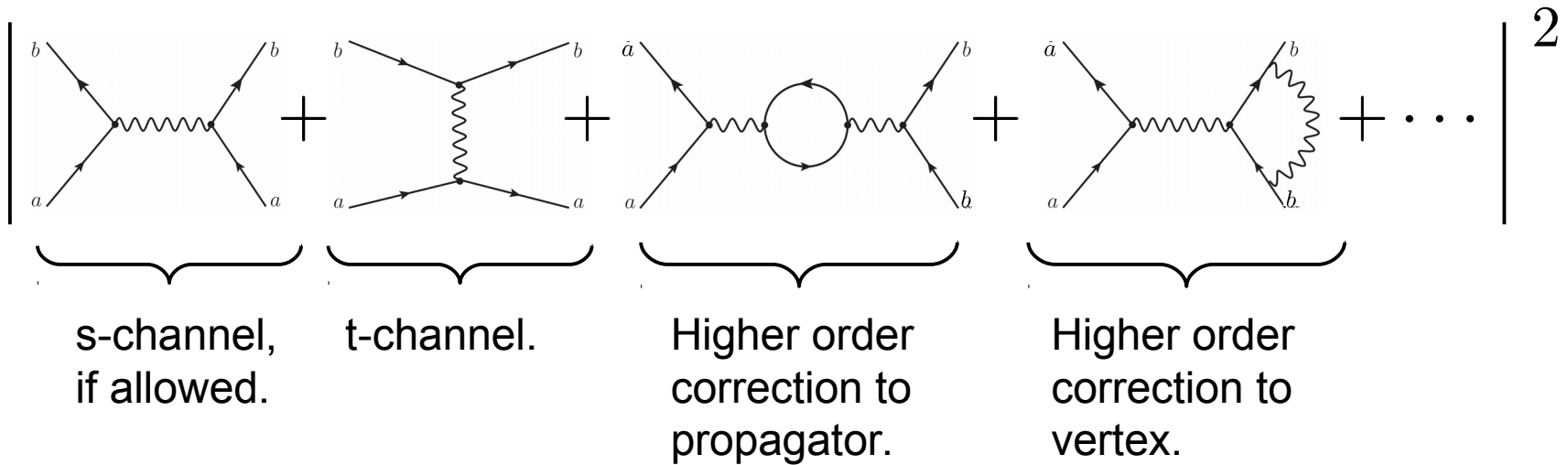


$$\mathcal{S}_{fi}^{(1)} = i ((2\pi)^2 e)^2 \cdot \int d^4q \delta^4(p_3 - p_1 - q) \bar{u}(p_3) \gamma^\mu u(p_1) \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon} \delta^4(p_4 - p_2 + q) \bar{u}(p_4) \gamma^\nu u(p_2)$$

The matrix element \mathcal{S}_{fi}

- The full calculation (ideally) includes all possible diagrams to all orders in QM perturbation theory:

$$|\mathcal{S}_{fi}|^2 =$$



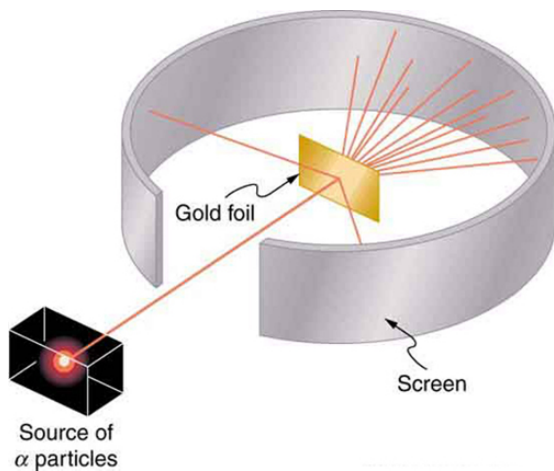
- Coherent sum: includes absolute value squares of individual diagrams and interference terms across different diagrams.

Kapitel 2: Experimentelle Methoden

Kapitel 2.1: Nachweis geladener Teilchen in Materie

Rutherford vs Teilchenkollision bei höchsten Energien

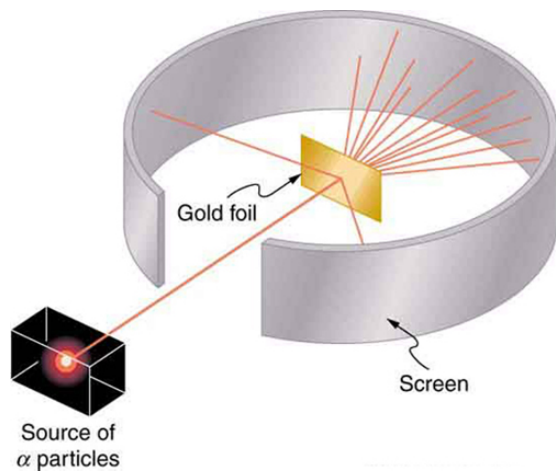
- **Rutherford-Experiment:**
 - Nachweis von Alphateilchen die auf szintillierendem Material Lichtblitze erzeugen
 - Schwerpunktsenergie: 1.5 GeV
 - Nachweisfrequenz: $\mathcal{O}(\text{Hz})$
 - Keine Teilchenidentifikation



Rutherford vs Teilchenkollision bei höchsten Energien

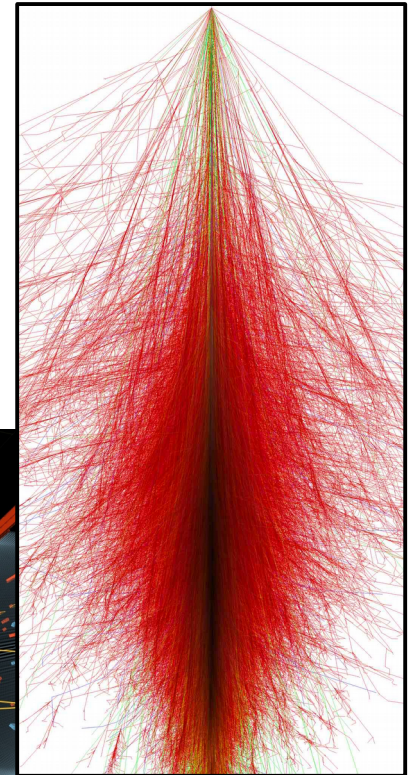
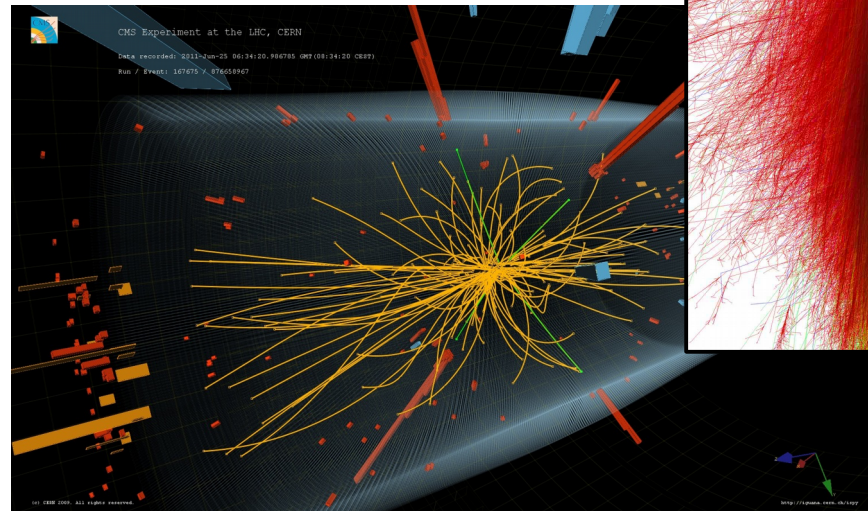
• Rutherford-Experiment:

- Nachweis von Alphateilchen die auf szintillierendem Material Lichtblitze erzeugen
- Schwerpunktsenergie: 1.5 GeV
- Nachweisfrequenz: $\mathcal{O}(\text{Hz})$
- Keine Teilchenidentifikation



• Heutige Experimente der (Astro-)Teilchenphysik:

- Nachweis tausender von Teilchen bei Schwerpunktsenergien im TeV Bereich
- Nachweisraten tw. im MHz Bereich
- Detektorauslese bis zu 1000 TB/s equivalent.



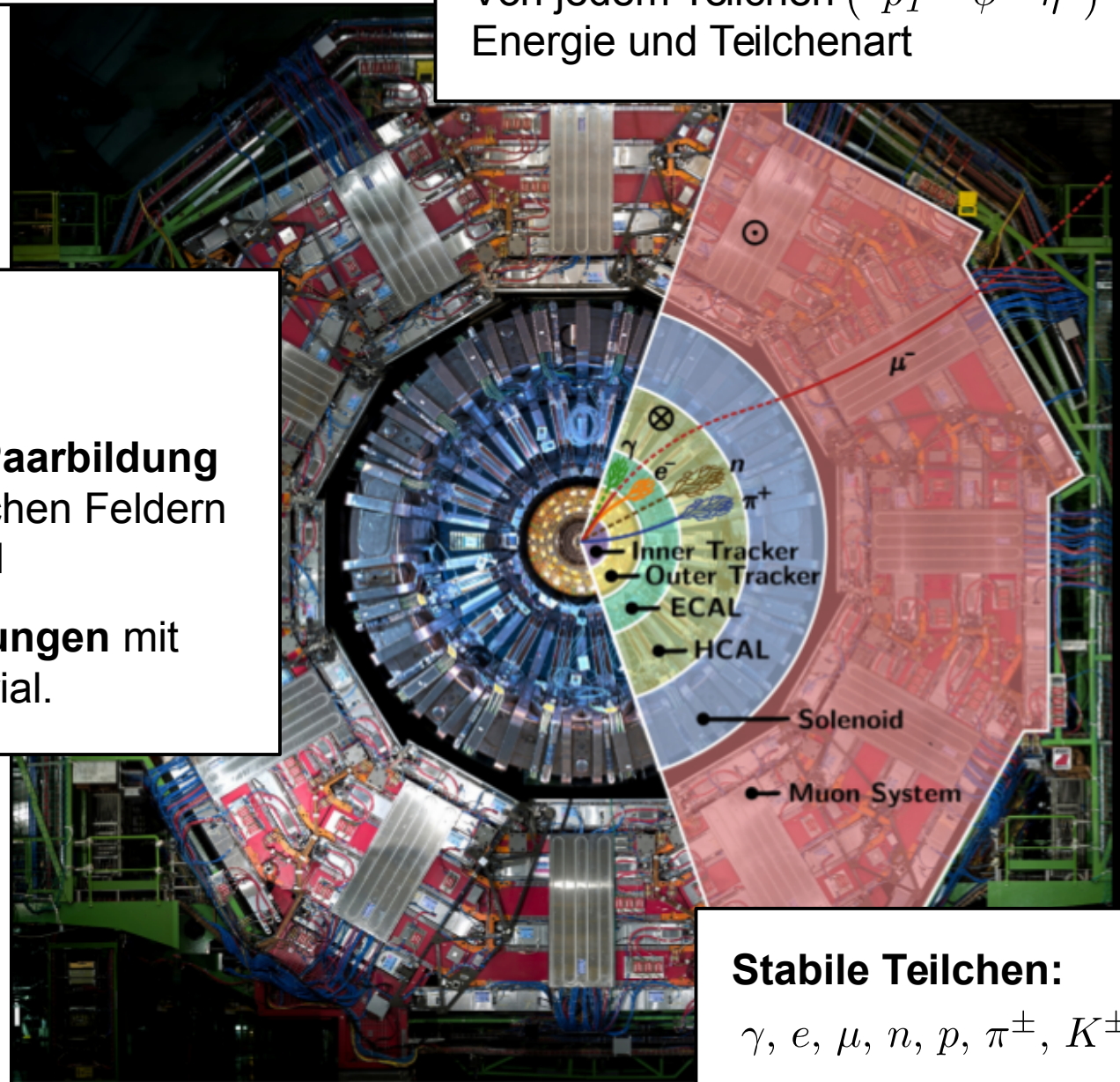
Teilchennachweis...

... erfolgt durch
Wechselwirkung
(WW) mit Detektor-
material:

- **Ionisation** des Detektormaterials
- **Bremsstrahlung/Paarbildung** in elektromagnetischen Feldern im Detektormaterial
- **Kernwechselwirkungen** mit dem Detektormaterial.

Was wir wissen wollen:

Von jedem Teilchen (p_T ϕ η)
Energie und Teilchenart



Stabile Teilchen:

$\gamma, e, \mu, n, p, \pi^\pm, K^\pm$

Teilchennachweis...

... erfolgt durch
Wechselwirkung
(WW) mit Detektor-
material:

- **Ionisation** des Detektormaterials
- **Bremsstrahlung/Paarbildung** in elektromagnetischen Feldern im Detektormaterial
- **Kernwechselwirkungen** mit dem Detektormaterial.

Lokalisation der Ladungstrennung



Rekonstruktion der Teilchentrajektorie (**Spur**)

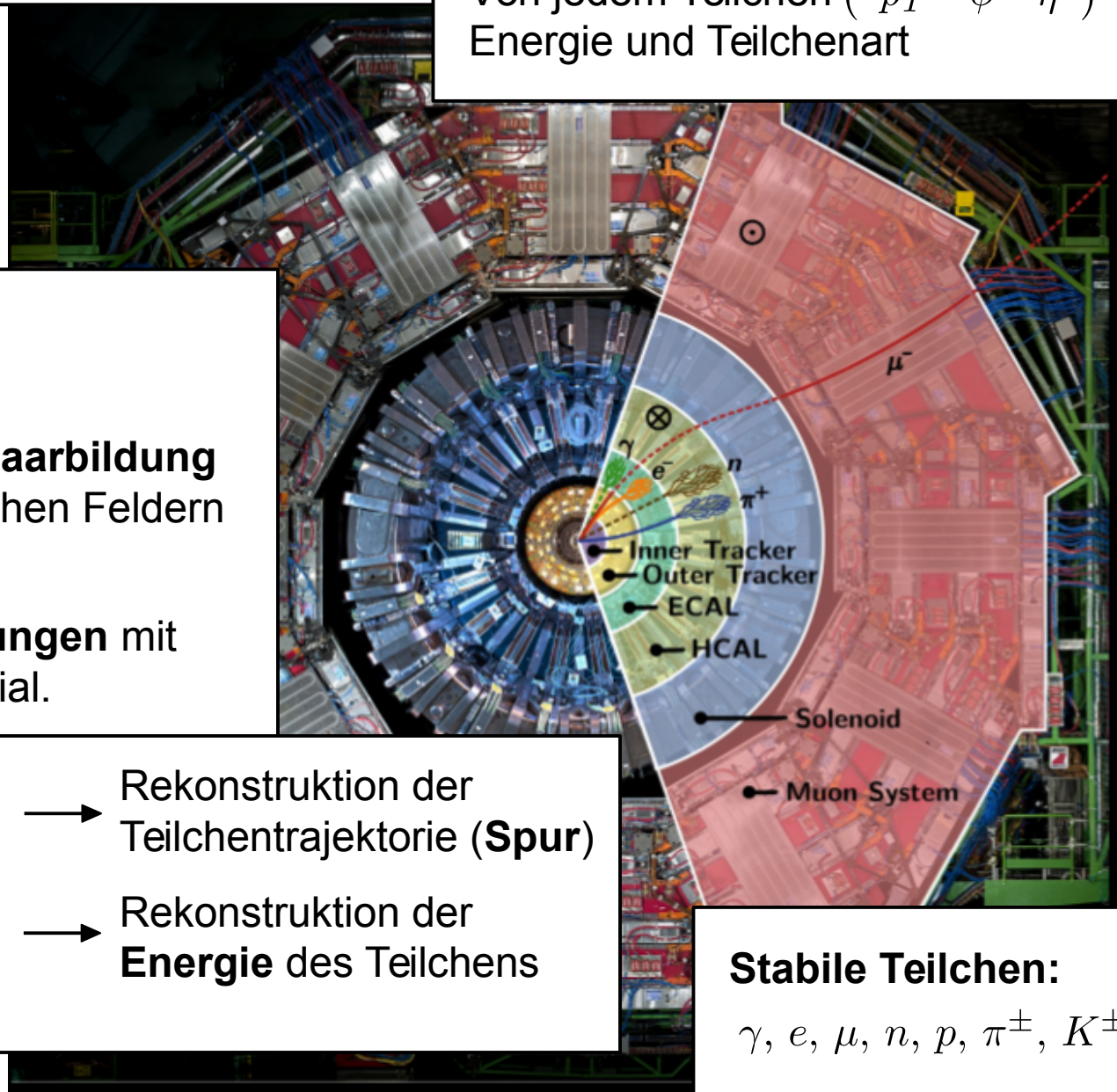
Sammlung aller frei gewordenen Ladungen



Rekonstruktion der **Energie** des Teilchens

Was wir wissen wollen:

Von jedem Teilchen (p_T ϕ η)
Energie und Teilchenart

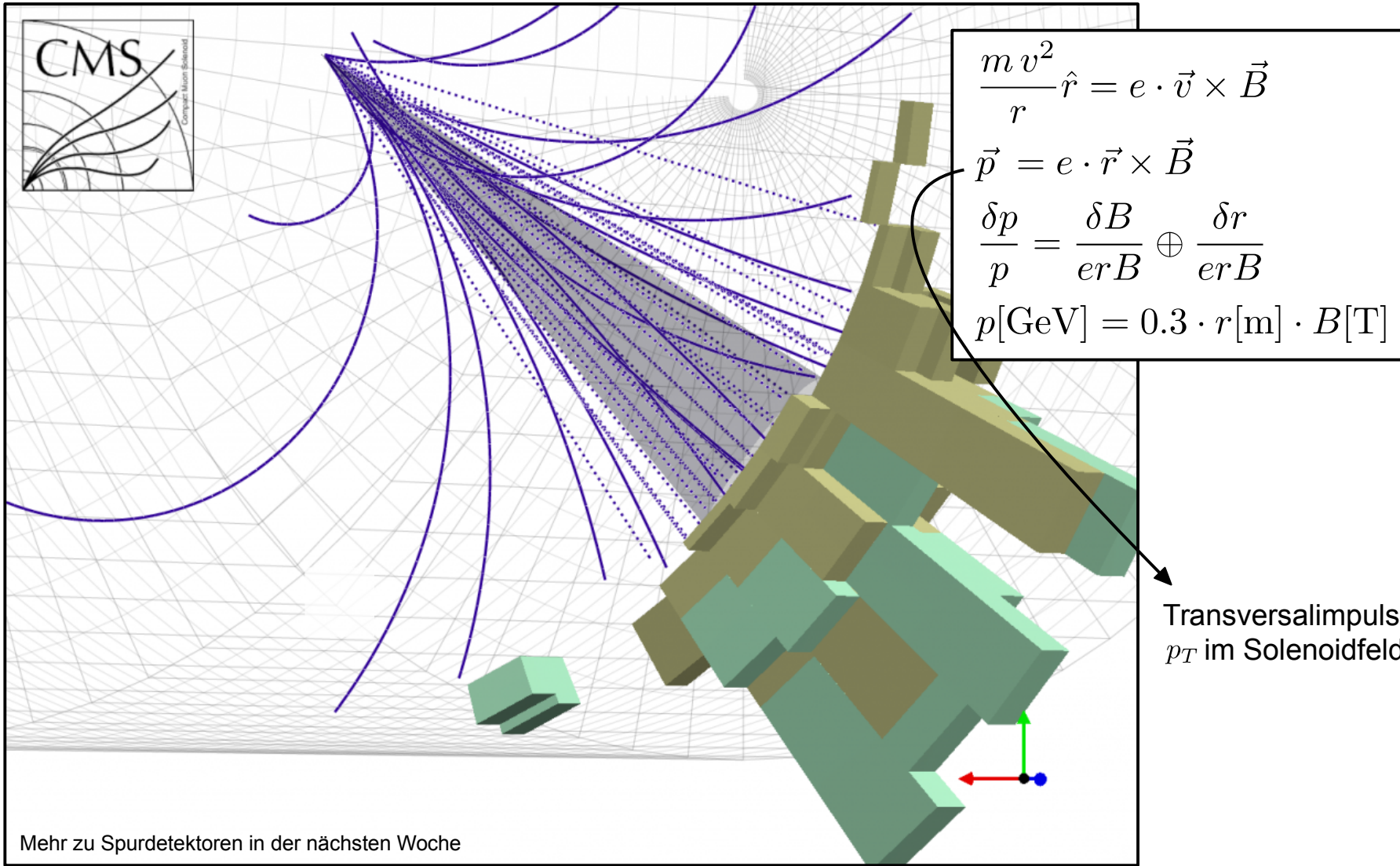


Stabile Teilchen:

$\gamma, e, \mu, n, p, \pi^\pm, K^\pm$

Impulsbestimmung aus der rekonstruierten Spur

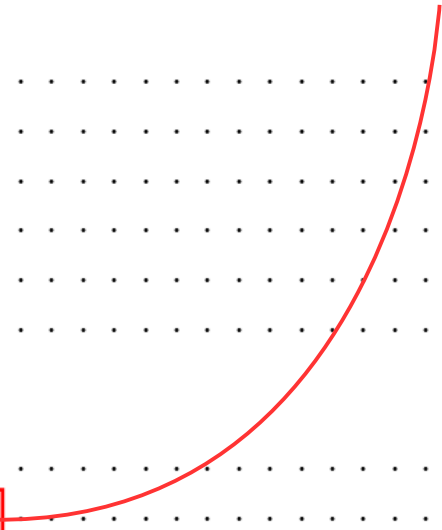
- Spurdetektoren in Magnetfeldern erlauben Impulsbestimmung: üblicherweise Solenoid-, manchmal auch Toroidfelder



Gliederung der Vorlesung



YOU
ARE
HERE

- 
- KW-17**
- 1 Einführung**
 - 1.1 Organisation der Vorlesung
 - 1.2 Übersicht und Literatur
 - 1.3 Geschichte
 - 1.4 Einheiten und Einheitssysteme
 - 1.5 Relativistische Kinematik
 - 1.6 Streuexperimente
- KW-18**
- 2 Experimentelle Methoden**
 - 2.1 Nachweis geladener Teilchen in Materie
 - 2.2 Wechselwirkung von Elektron und Photon mit Materie
 - 2.3 Hadronische Wechselwirkungen und Materie
 - 2.4 Detektionstechniken
 - 2.5 Detektorsysteme in der Teilchenphysik
 - 2.6 Beschleuniger in der Teilchenphysik
- KW-19**
- KW-20**
- 3 Struktur der Materie**
 - 3.1 Kernradien und Formfaktoren
 - 3.2 Struktur der Nukleonen
 - 3.3 Fundamentaler Aufbau der Materie und ihre Wechselwirkungen