

Moderne Experimentalphysik III: Kerne und Teilchen (Physik VI)

Günter Quast, Roger Wolf, Pablo Goldenzweig
09. Mai 2017

INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IEKP) – PHYSICS FACULTY



Kapitel 2.2: Wechselwirkung von Elektronen und Photonen mit Materie

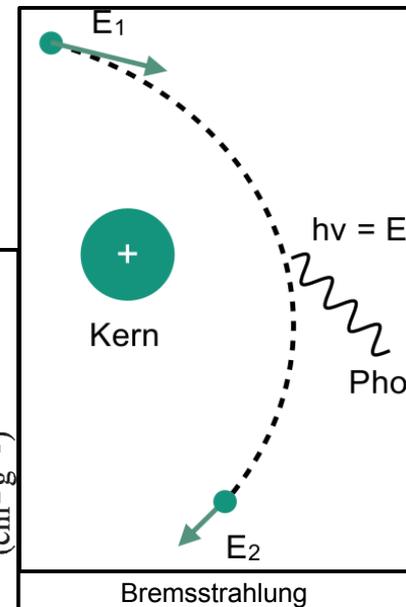
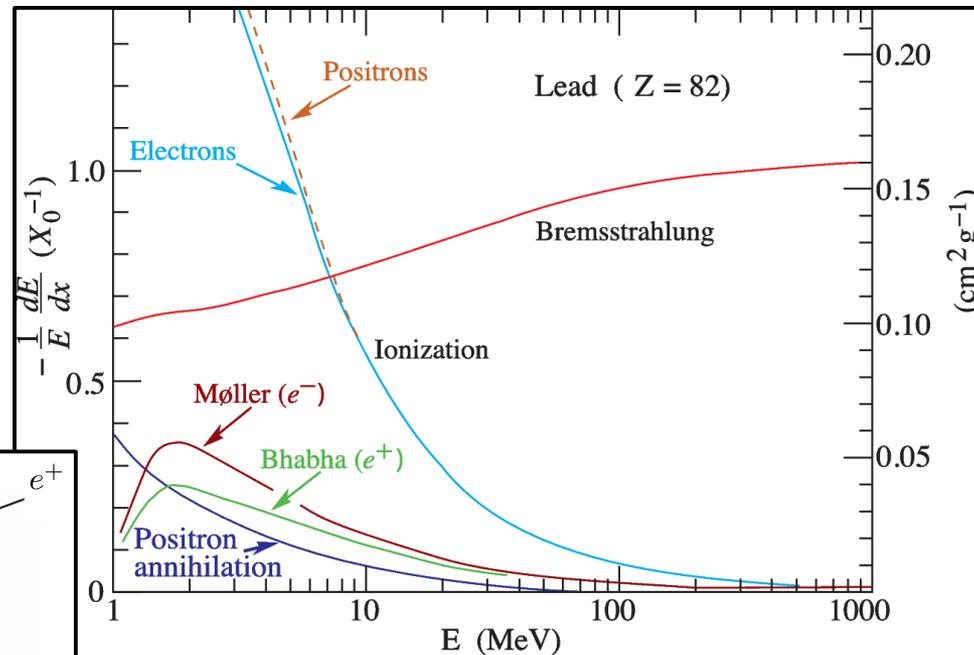
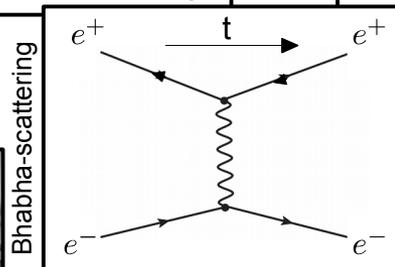
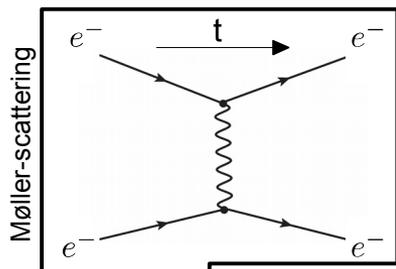
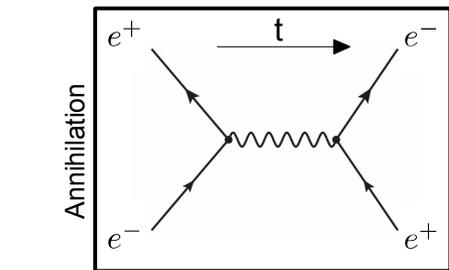
Wechselwirkung von Elektronen mit Materie

- **Zusätzlich zur Ionisation:**

Niedrige Energien: $\xrightarrow{\hspace{10em}}$ Hohe Energien: $\xrightarrow{\hspace{10em}}$

- Møller-Streuung (\rightarrow für e^-)
- Bhabha-Streuung & Paarvernichtung (\rightarrow für e^+)

- **Bremsstrahlung** (\rightarrow beschleunigte Ladung)



Strahlungslänge bei Bremsstrahlung

- **Mittlerer Energieverlust** durch Bremsstrahlung (für Materialien mit großem Z):

$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Brem}} = -4 \alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \cdot \ln \left(\frac{187}{Z^{1/3}} \right) \cdot E = -\frac{E}{X_0}$$

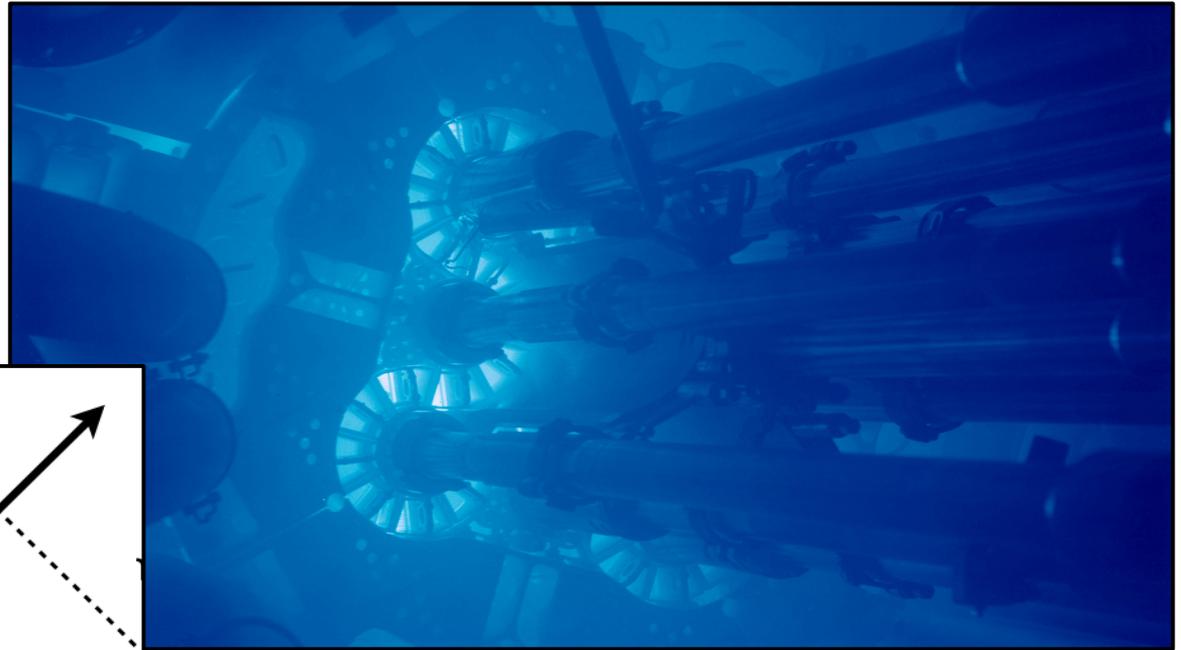
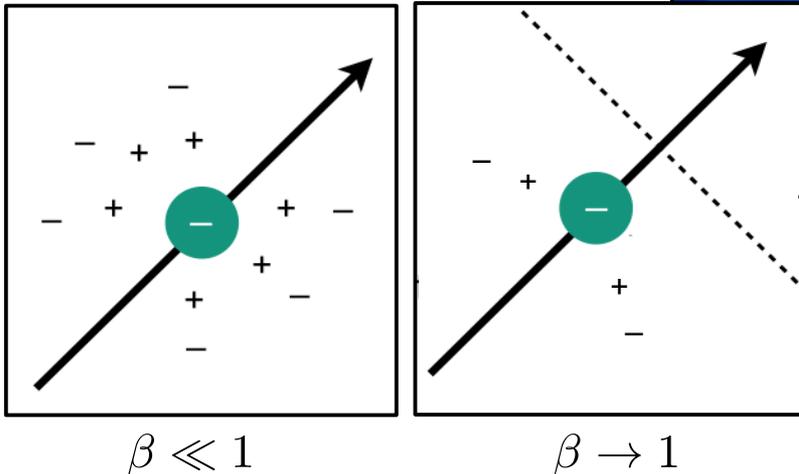
$$X_0 = \frac{1}{4 \alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \cdot \ln \left(\frac{187}{Z^{1/3}} \right)} \quad (\text{Strahlungslänge})$$

- Materialspezifische Größe, Einheiten: $[X_0] = \text{g/cm}^2$
- Nach Durchqueren einer Strahlungslänge in einem bestimmten Material ist die Energie eines hochenergetischen Elektrons im Mittel auf den Bruchteil $1/e$ (e : Eulersche Zahl) abgefallen
- $X_0 \propto \frac{1}{Z^2} \rightarrow$ kürzere Strahlungslänge für Absorber mit höherer Kernladungszahl

Cherenkovstrahlung

- Charakteristische Strahlung geladener Teilchen, wenn Geschwindigkeit größer als Lichtgeschwindigkeit in Medium (c/n , n : Brechungsindex) selbst OHNE Beschleunigung der Ladung
- Zuerst beobachtet von Pavel Cherenkov (1934), theoretische Erklärung von **Ilya Frank** und **Igor Tamm** (1937)

- Klassisches Bild:

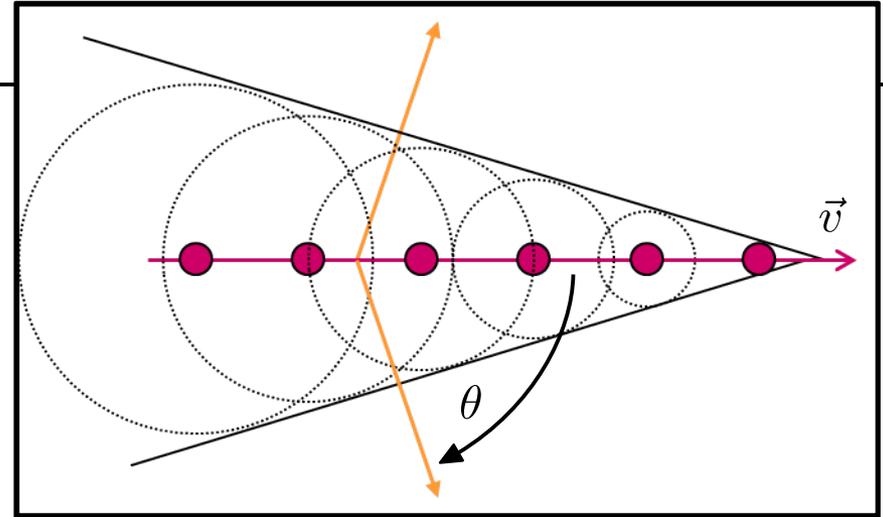


(Schnelle geladene Teilchen in einem Kernreaktor)

Cherenkovstrahlung (Erklärung)

• Voraussetzungen:

- Kontinuierliches, isotropes, unendlich ausgedehntes Medium ohne innere Struktur
- Teilchen bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit (trotz Energieverlust)



• Maxwell-Gleichungen in Medium (→ fouriertransformiert in t, in Lorentz-Eichung):

$$\vec{H}_\omega = \vec{\nabla} \times \vec{A}_\omega \quad \vec{E}_\omega = -\frac{1}{c} \partial_t \vec{A}_\omega - \vec{\nabla} \phi_\omega$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A}_\omega + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \vec{A}_\omega = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_\omega \quad \vec{\nabla}^2 \phi_\omega + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \phi_\omega = -\frac{4\pi}{n^2} \rho_\omega$$

mit

$$\vec{H}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{H}_\omega e^{i\omega t} d\omega$$

$$\vec{A}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{A}_\omega e^{i\omega t} d\omega$$

$$\vec{E}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_\omega e^{i\omega t} d\omega$$

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_\omega e^{i\omega t} d\omega$$

Dichte/Strom für einzelnes Elektron

$$\rho(\vec{r}, t) = e \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt)$$

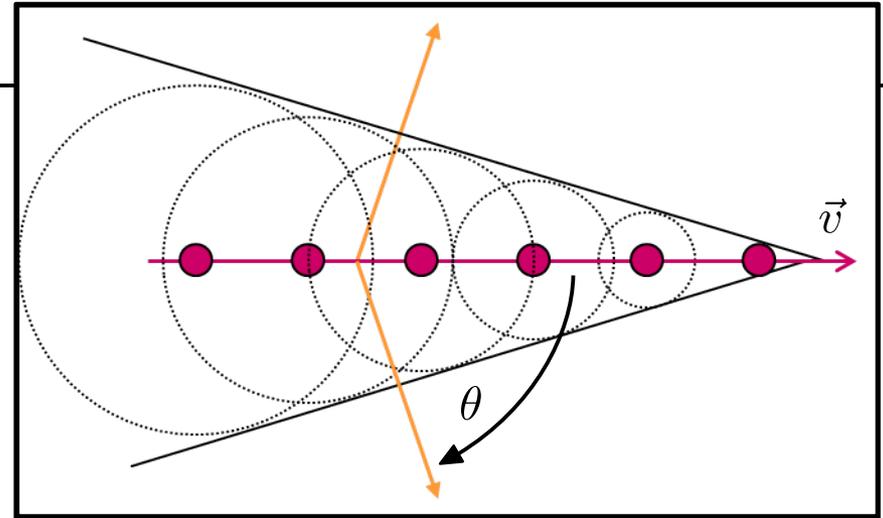
$$\vec{j}(\vec{r}, t) = e v \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt)$$

$$= e v \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - vt)$$

Cherenkovstrahlung (Erklärung)

- Fouriertransformierte von $\vec{j}(\vec{r}, t)$:

$$\begin{aligned}\vec{j}_\omega &= \int e v \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - vt) e^{-i\omega t} \frac{dt}{2\pi} \\ &= \frac{e}{4\pi^2 r} \delta(r) e^{-i\omega \frac{z}{v}}\end{aligned}$$



- in (*):

$$\begin{aligned}\vec{H}_\omega &= \vec{\nabla} \times \vec{A}_\omega & \vec{E}_\omega &= -\frac{1}{c} \partial_t \vec{A}_\omega - \vec{\nabla} \phi_\omega \\ \vec{\nabla}^2 \vec{A}_\omega + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \vec{A}_\omega &\stackrel{(*)}{=} -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_\omega & \vec{\nabla}^2 \phi_\omega + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \phi_\omega &= -\frac{4\pi}{n^2} \rho_\omega\end{aligned}$$

$$\vec{\nabla}_{r\varphi z}^2 \vec{A}_\omega + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \vec{A}_\omega = -\frac{e}{\pi c r} \delta(r) e^{-i\omega \frac{z}{v}}$$

mit

$$\vec{\nabla}_{r\varphi z}^2 = \partial_r^2 + \frac{1}{r} \partial_r + \frac{1}{r^2} \partial_\varphi^2 + \partial_z^2$$

Dichte/Strom für einzelnes Elektron

$$\begin{aligned}\rho(\vec{r}, t) &= e \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt) \\ \vec{j}(\vec{r}, t) &= e v \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt) \\ &= e v \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - vt)\end{aligned}$$

Cherenkovstrahlung (Erklärung)

- Ansatz:

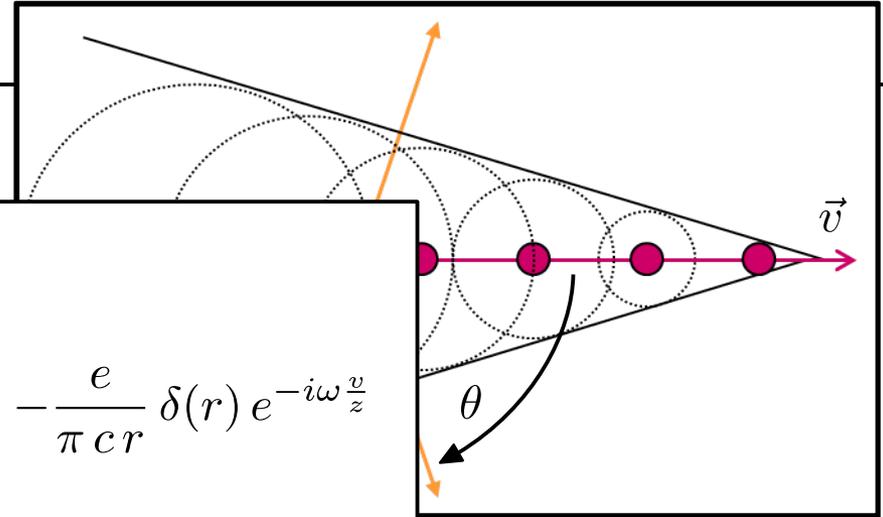
$$A_r = A_\varphi \equiv 0 \quad A_z = u(r) e^{-i\omega \frac{z}{v}}$$

$$\left(\left[\partial_r^2 + \frac{1}{r} \partial_r + \partial_z^2 \right] + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \right) u(r) e^{-i\omega \frac{z}{v}} = -\frac{e}{\pi c r} \delta(r) e^{-i\omega \frac{z}{v}}$$

$$\partial_r^2 u(r) + \frac{1}{r} \partial_r u(r) + \underbrace{\frac{\omega^2}{v^2} (n^2 \beta^2 - 1)}_{\equiv s^2} u(r) = -\frac{e}{\pi c r} \delta(r)$$

Schwingung für $s^2 > 0$

(Bessel-Gleichung)



- Lösung in Fernfeldnäherung ($r \gg 0$):

$$A_z(\omega) = \begin{cases} \frac{e}{c\sqrt{2\pi}\sigma r} e^{-\sigma r} e^{-i\omega \frac{z}{v}} & 0 > s^2 \equiv -\sigma^2 \longrightarrow \text{Schwingung im Fernfeld} \\ \frac{e}{c\sqrt{2\pi}sr} e^{-i(sr + \frac{3}{4}\pi)} e^{-i\omega \frac{z}{v}} & 0 < s^2 \longrightarrow \text{Nachhaltige} \\ & \text{Schwingung} \end{cases}$$

Cherenkovstrahlung (Erklärung)

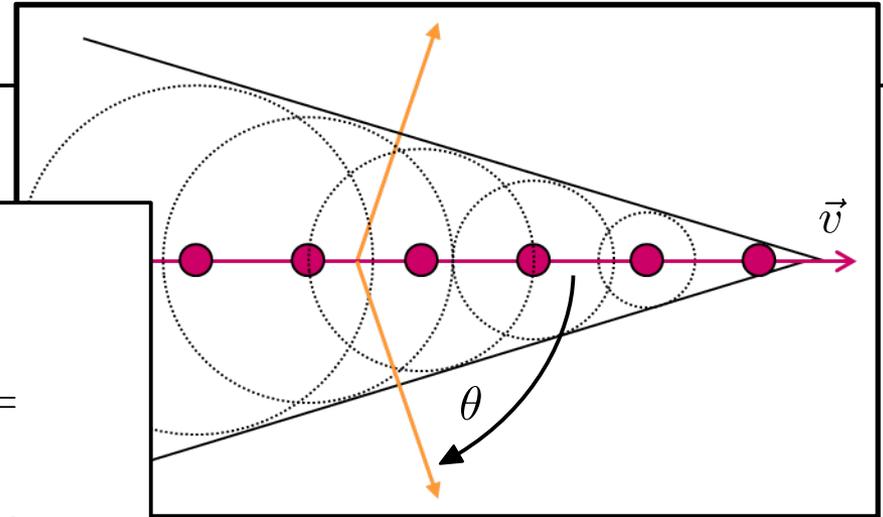
- Argument in exp-Funktion:

$$-i \frac{\omega}{v} \left(z + \sqrt{\beta^2 n^2 - 1} \cdot r \right) + \frac{3}{4} \pi i =$$

$$-i n \frac{\omega}{c} \left(\frac{1}{\beta n} z + \sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}} \cdot r \right) + \frac{3}{4} \pi i =$$

Im Fernfeld bewegt sich die Welle als freie ebene Welle mit

$$-i \vec{k} \cdot \vec{r} = -i |\vec{k}| (z \cos \theta + r \sin \theta)$$



Schwingung nur **unter festem Winkel** $\cos \theta_C \equiv \frac{1}{\beta n} \leq 1$

- Lösung in Fernfeldnäherung:

$$A_z(\omega) = \begin{cases} \frac{e}{c\sqrt{2\pi}\sigma r} e^{-\sigma r} e^{-i\omega \frac{z}{v}} & 0 > s^2 \equiv -\sigma^2 \longrightarrow \text{Schwingung im Fernfeld gedämpft (} e^{-\sigma r} \text{)} \\ \frac{e}{c\sqrt{2\pi}sr} e^{-i(sr + \frac{3}{4}\pi)} e^{-i\omega \frac{z}{v}} & 0 < s^2 \longrightarrow \text{Nachhaltige Schwingung} \end{cases}$$

Cherenkovstrahlung (Erklärung)

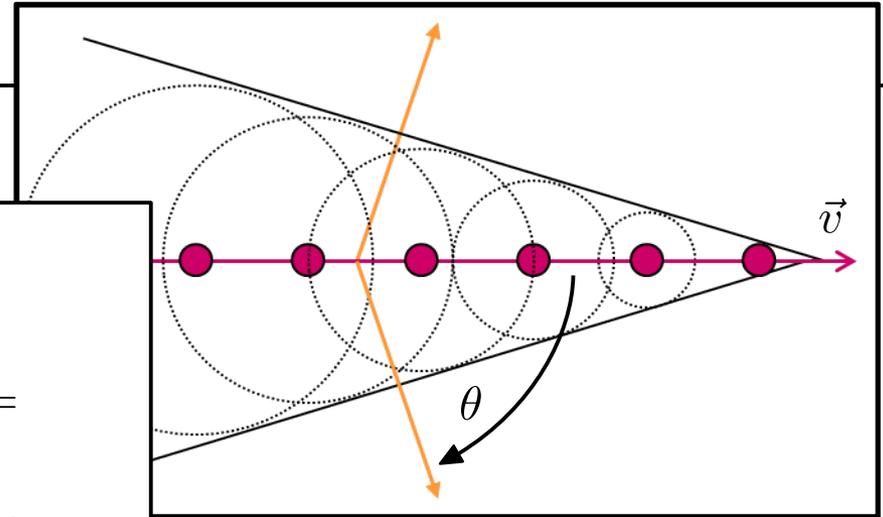
- Argument in exp-Funktion:

$$-i \frac{\omega}{v} \left(z + \sqrt{\beta^2 n^2 - 1} \cdot r \right) + \frac{3}{4} \pi i =$$

$$-i n \frac{\omega}{c} \left(\frac{1}{\beta n} z + \sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}} \cdot r \right) + \frac{3}{4} \pi i =$$

Im Fernfeld bewegt sich die Welle als freie ebene Welle mit

$$-i \vec{k} \cdot \vec{r} = -i |\vec{k}| (z \cos \theta + r \sin \theta)$$



Schwingung nur **unter festem Winkel** $\cos \theta_C \equiv \frac{1}{\beta n} \leq 1$

- Lösung in Fernfeldnäherung:

$$A_z(\omega) = \begin{cases} \frac{e}{c\sqrt{2\pi}\sigma r} e^{-\sigma r} e^{-i\omega \frac{z}{v}} \\ \frac{e}{c\sqrt{2\pi}\sigma r} e^{-i(sr + \frac{3}{4}\pi)} e^{-i\omega \frac{z}{v}} \end{cases}$$

Bewegte Ladung → erzwungene Dipolschwingungen in Medium

Cherenkovstrahlung bei: $\frac{1}{\beta n} \leq 1 \rightarrow \frac{c}{n} < v$

Andernfalls Welle gedämpft → $e^{-\sigma r}$, $r \gg 0$

Wenn Cherenkovstrahlung, dann nur unter dem festen Winkel $\cos \theta_C = \frac{1}{\beta n}$

Energiespektrum

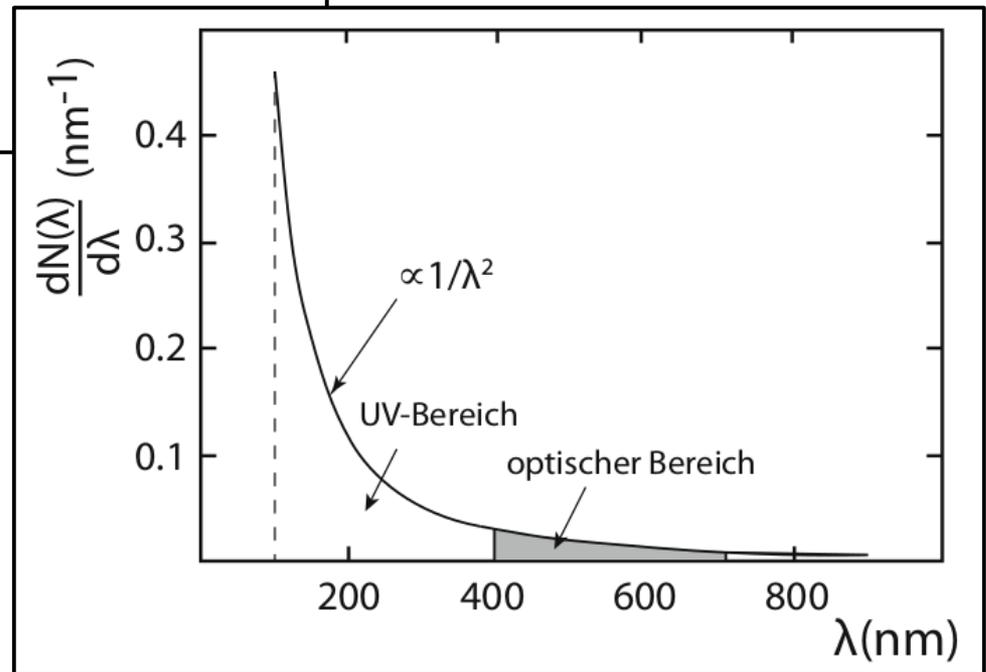
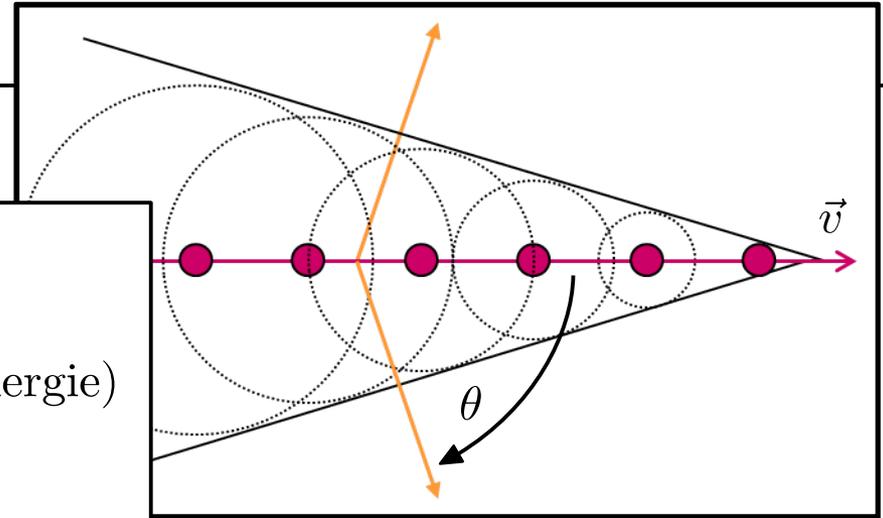
- Ermittelt aus Poynting-Vektor:

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{H})$$

$$W = \int \vec{S} \cdot d\vec{f} dt \quad (\text{abgestrahlte Gesamtenergie})$$

$$\frac{d^2W}{dzd\omega} \stackrel{(*)}{=} \frac{e^2 z^2}{c^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) \cdot \omega$$

$$\frac{d^2N_\gamma}{dzdE_\gamma} \stackrel{(*)}{=} \frac{\alpha z^2}{\hbar c} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right)$$



(*) Anmerkung: bei diesen Gleichungen entspricht dz auf der linken Seite einem Wegelement und z auf der rechten Seite der Ladung des einfallenden Teilchens

Schwellenzähler:

Teilchen benötigt minimale Geschwindigkeit um Cherenkovstrahlung zu verursachen

Beispiel:

$$n(H_2O) = 1.33 \rightarrow \beta_{th} = \frac{1}{n} = 0.75$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

Verursacht ein π^+ mit 1 GeV
Cherenkovstrahlung in Wasser?



Wie sieht die Situation für ein Proton
mit der Masse 1 GeV aus?

Schwellenzähler:

Teilchen benötigt minimale Geschwindigkeit um Cherenkovstrahlung zu verursachen

Beispiel:

$$n(H_2O) = 1.33 \rightarrow \beta_{th} = \frac{1}{n} = 0.75$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

Verursacht ein π^+ mit 1 GeV
Cherenkovstrahlung in Wasser?



$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2}{p^2}}} = 0.99 \quad \checkmark$$

Wie sieht die Situation für ein Proton
mit der Masse 1 GeV aus?

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2}{p^2}}} = 0.71$$

Schwellenzähler:

Teilchen benötigt mindigkei um Cherenkov verursachen

Beispiel:

$$n(H_2O) = 1.33 \rightarrow \beta_{th}$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

Verursacht ein π^+ mit Cherenkovstrahlung i



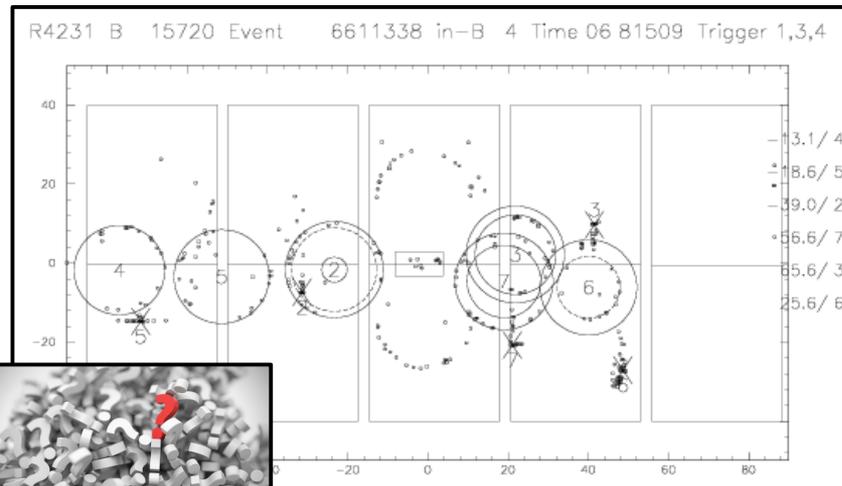
$$\beta =$$

Wie sieht die Situation mit der Masse 1 GeV

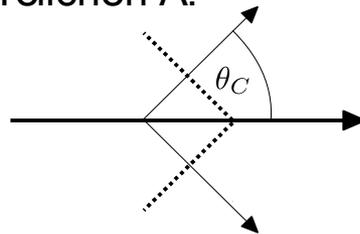
$$\beta =$$

Abbildung des Cherenkov-Kegels (engl. imaging counter):

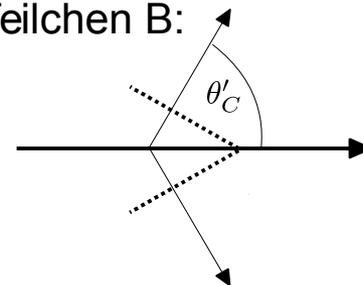
Bestimmung der Teilchengeschwindigkeit aus Öffnungswinkel θ_C



Teilchen A:



Teilchen B:



Welches Teilchen ist schneller, A oder B?

Schwellenzähler:

Teilchen benötigt mindigke
digkeit um Cherenkov
verursachen

Beispiel:

$$n(H_2O) = 1.33 \rightarrow \beta_{th}$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

Verursacht ein π^+ mit
Cherenkovstrahlung i



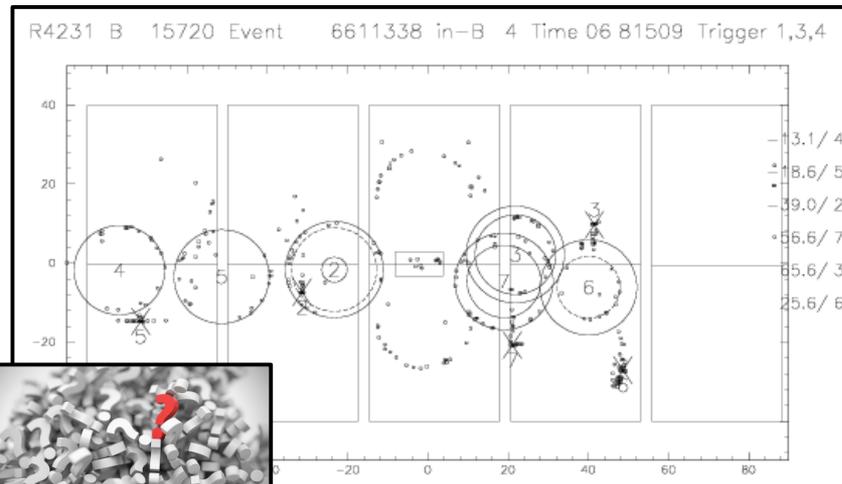
$$\beta =$$

Wie sieht die Situati
mit der Masse 1 GeV

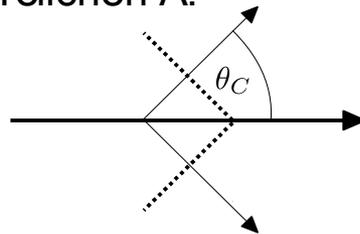
$$\beta =$$

Abbildung des Cherenkov-Kegels (engl. imaging counter):

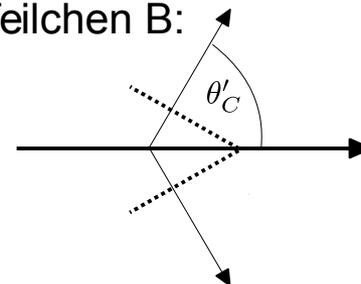
Bestimmung der Teilchengeschwindigkeit
aus Öffnungswinkel θ_C



Teilchen A:



Teilchen B:



Welches Teilchen ist schneller, A oder B? \rightarrow A

Schwellenzähler:

Teilchen benötigt mindigkeid um Cherenkov verursachen

Beispiel:

$$n(H_2O) = 1.33 \rightarrow \beta_{th}$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

Verursacht ein π^+ mit Cherenkovstrahlung i



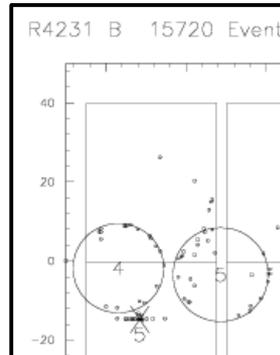
$$\beta =$$

Wie sieht die Situatio mit der Masse 1 GeV

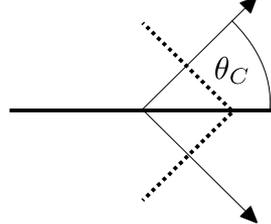
$$\beta =$$

Abbildung des Cherenkov-Kegels (engl. imaging counter):

Bestimmung
keit aus Öffnu



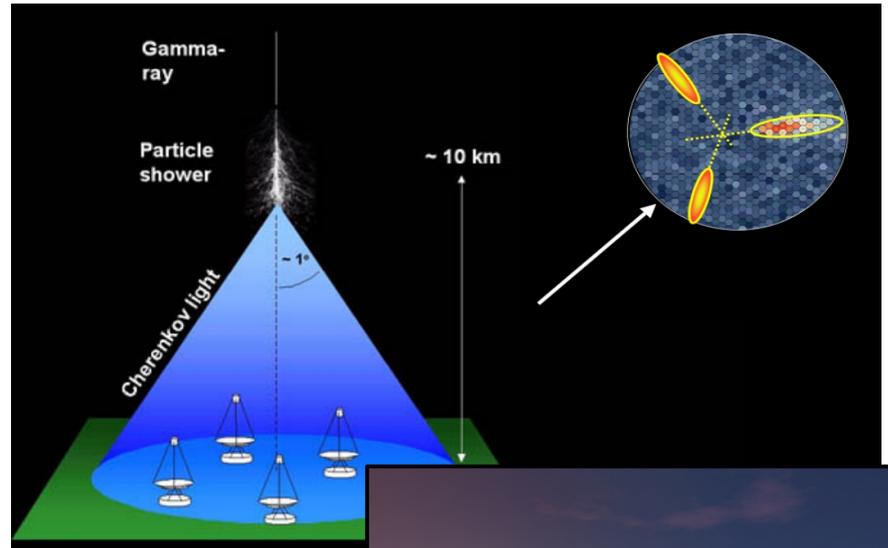
Teilchen A:



Welches Teilche

Cherenkov-Teleskope:

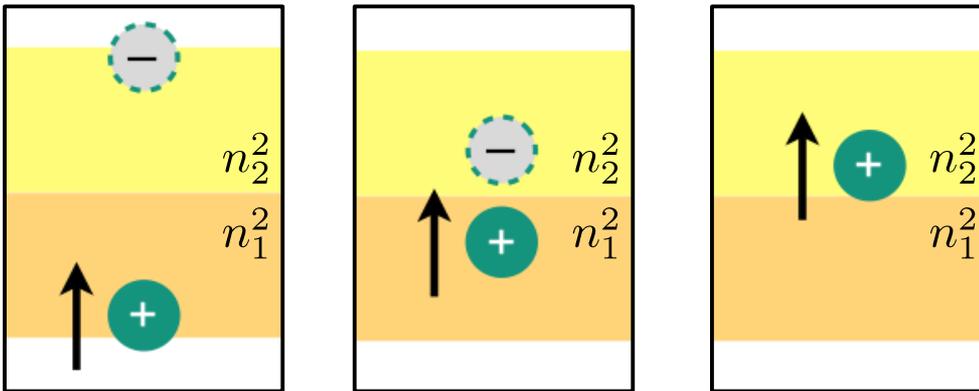
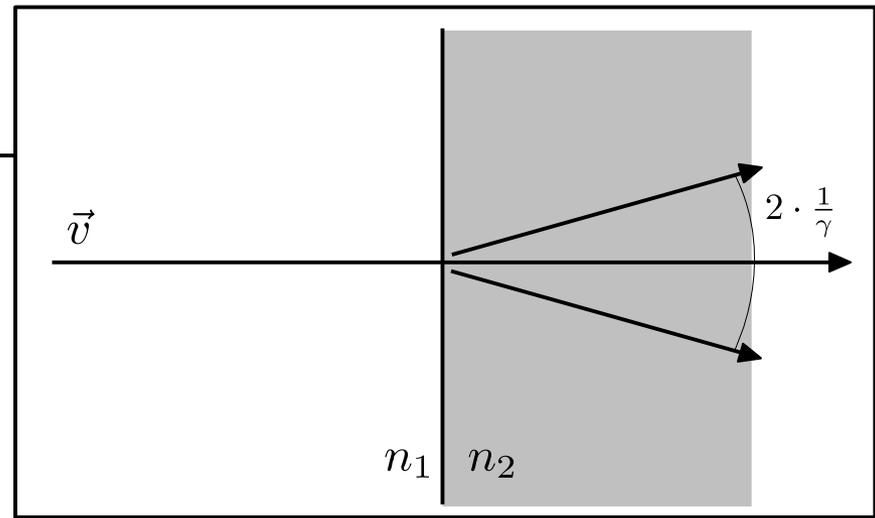
Schnelle Teilchen aus kosmischer Höhenstrahlung emittieren Cherenkovstrahlung



Cherenkov Telescope Array (CTA)

Übergangsstrahlung

- Theoretische Erklärung durch **Ilya Frank** und **Vitaly Ginzburg**
- Analog zu Erklärung der Cherenkovstrahlung (aber mit anderen Randbedingungen!)
- **Lichtsignal an Grenzfläche**, bevorzugt in Forwärtsrichtung (zusätzlich zu eventueller Cherenkovstrahlung in Medium)
- Klassisches Bild: "Spiegelladungsmodell"

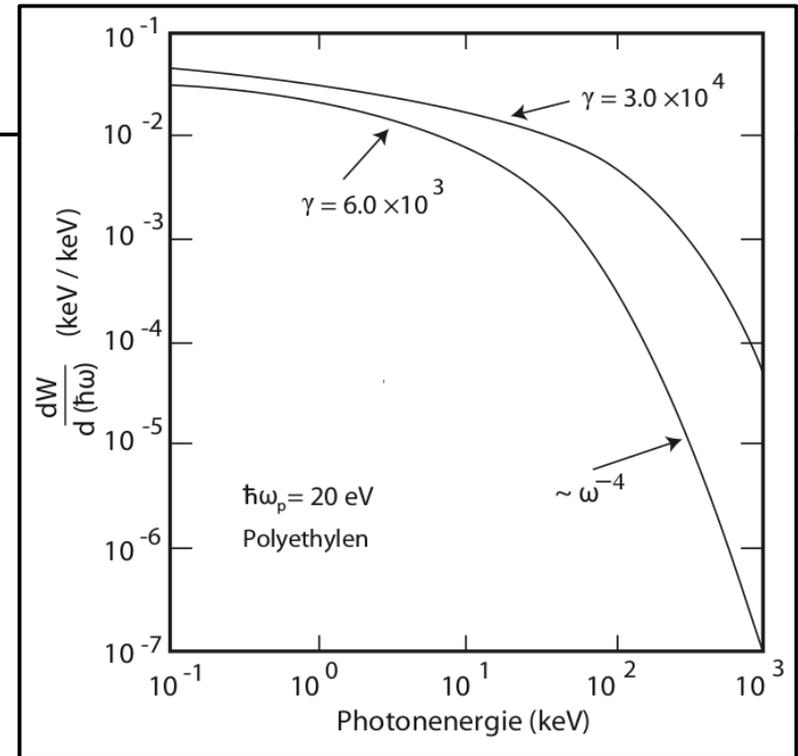


Abstrahlung eines zeitlich veränderlichen Dipols aus Ladung und Spiegelladung an Grenzfläche

Energiespektrum

- Komplizierter Feldverlauf gegeben durch Kontinuitätsbedingung an Grenzfläche
- Übergang von Medium 1 nach 2
- Abgestrahlte Leistung aus Poynting-Vektor

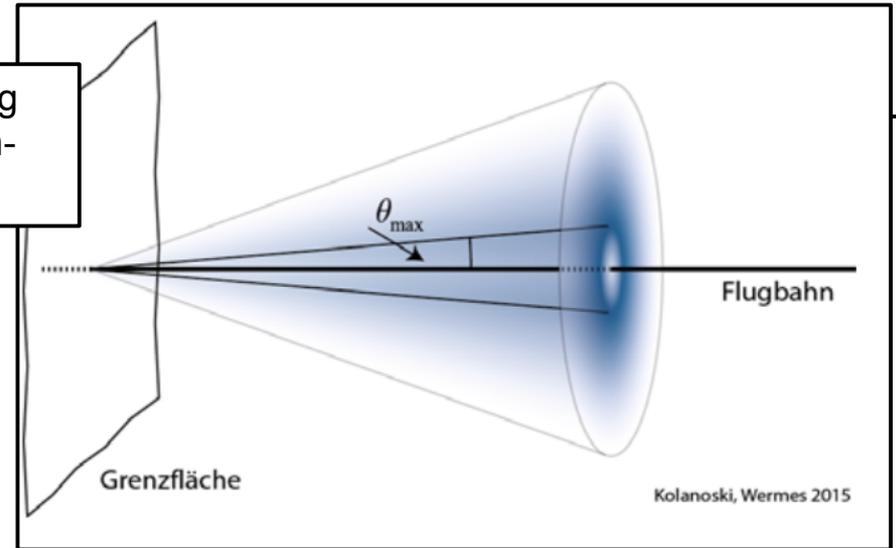
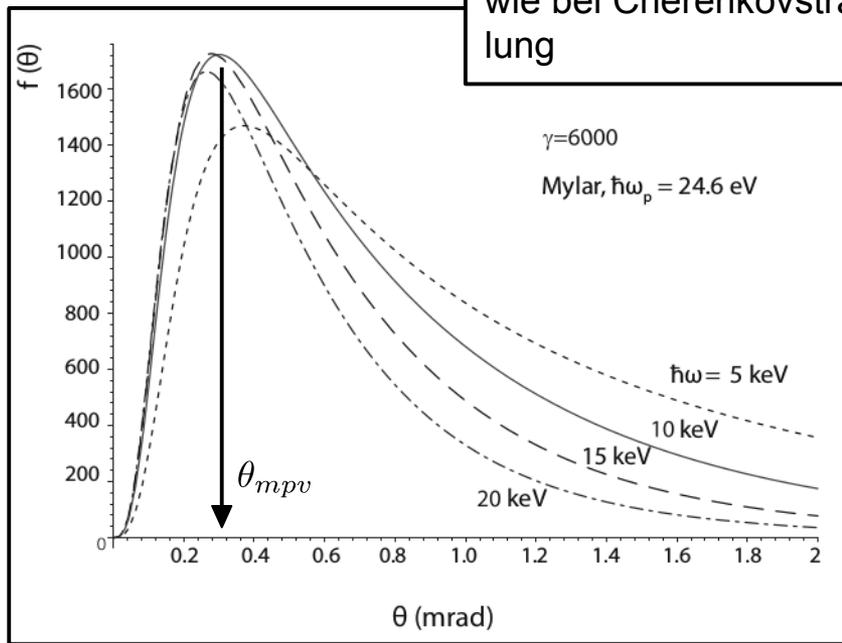
$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = n_1 \beta^2 \frac{\hbar \alpha}{\pi^2} \frac{\sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_1}{(1 - n_1^2 \beta^2 \cos^2 \theta_1)^2}.$$



$$\left| \frac{\left(n_2^2 - n_1^2 \right) \left(1 - n_1^2 \beta^2 + \beta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1} \right)}{\left(1 + \beta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1} \right) \left(n_2^2 \cos^2 \theta_1 + \sqrt{n_1^2 n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1} \right)} \right|^2$$

(Ginzburg-Frank-Formel)

Winkelspektrum



- Wahrscheinlichster Winkel (“most probable value” – mpv) für die Abstrahlung:

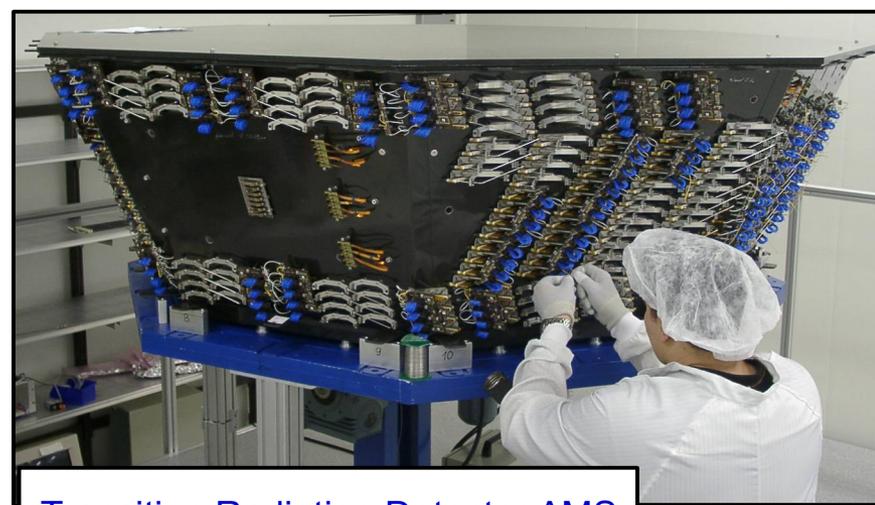
$$\theta_{mpv} \approx \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + \left(\frac{\omega_{p,1}}{\omega}\right)^2} \approx \frac{1}{\gamma} \quad (\text{für } \omega_{p,2} \gg \omega_{p,1})$$

$$\Delta\theta_{rms} \approx \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + \left(\frac{\omega_{p,2}}{\omega}\right)^2} \quad \omega_{p,i}^2 = \frac{e^2 \rho_e}{m_e} \text{ Plasmafrequenz}$$

Übergangsstrahlungsdetektoren (engl. transition radiation detector TRD):

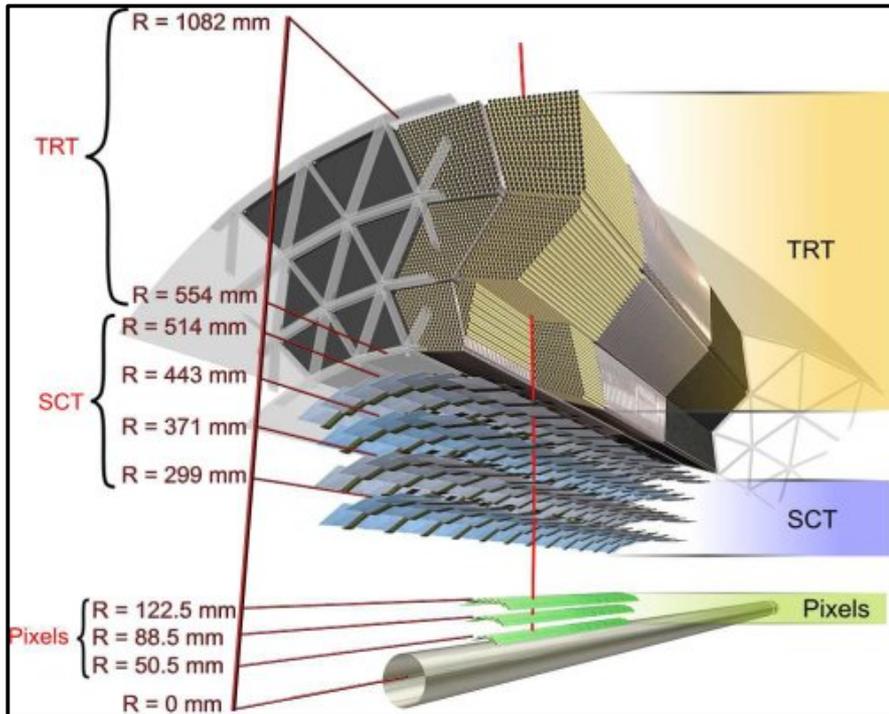
Lichtgewinn aus vielen Übergängen (dünne Folien).

Aus Kenntnis von Impuls p und $\gamma \rightarrow$ bestimme Teilchenart.



Transition Radiation Detector AMS

Transition Radiation Tracker (TRT), ATLAS



(*) TOF = Time of flight (**) RICH = Ring Imaging Cherenkov Counter

Nachweis

γ -Faktor

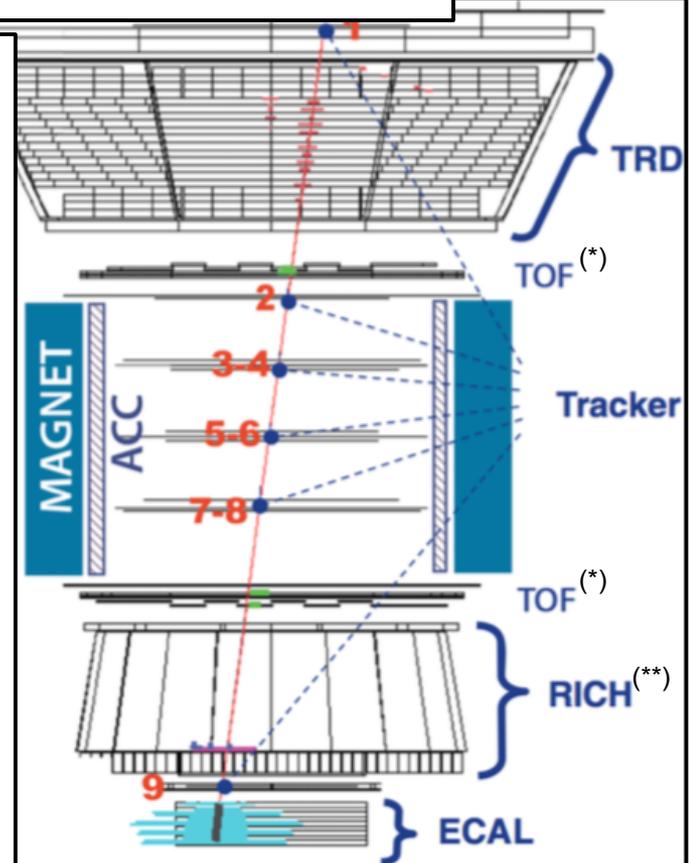
β

Impuls

β

β

Energie



Wechselwirkung von Photonen mit Materie

- **Photoelektrischer Effekt ($\sigma_{p.e.}$):**

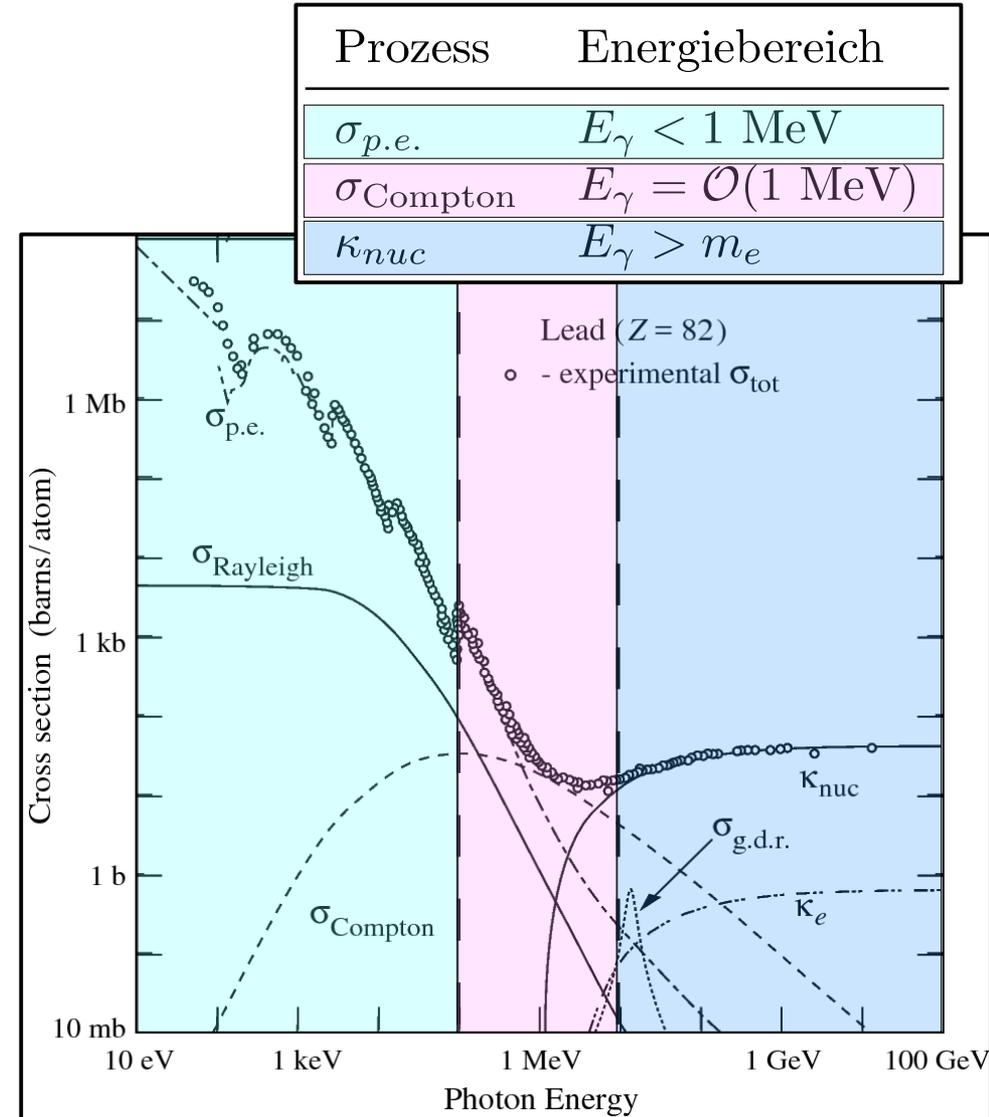
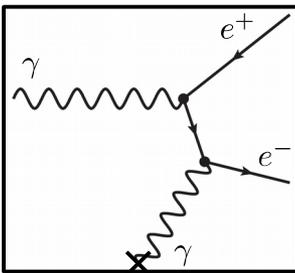
Photon schlägt Elektron aus
Atomhülle aus

- **Compton-Streuung (σ_{Compton}):**

Inelastische Streuung an quasi-freiem
Elektron in Atomhülle

- **Paarproduktion in Kernfeld (κ_{nuc}):**

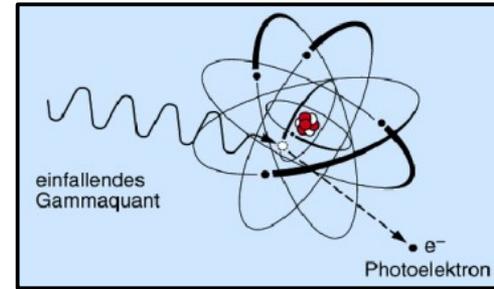
Elektron-Positron-Paar aus Photon
(s-Kanal Prozess)



Photoelektrischer Effekt

- **Photoelektrischer Effekt ($\sigma_{p.e.}$):**

Photon schlägt Elektron aus
Atomhülle aus

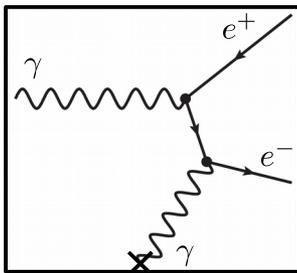


- **Compton-Streuung (σ_{Compton}):**

Inelastische Streuung an quasi-freiem
Elektron in Atomhülle

- **Paarproduktion in Kernfeld (κ_{nuc}):**

Elektron-Positron-Paar aus Photon
(s-Kanal Prozess)



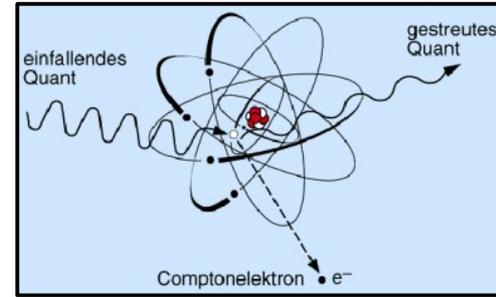
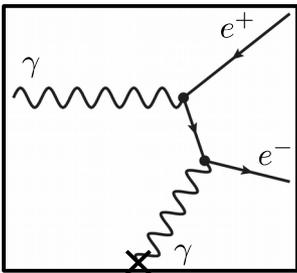
$$\sigma_{p.e.} = \frac{8\pi}{3} r_e^2 Z^5 \alpha^4 \left(\frac{E_\gamma}{m_e c^2} \right)^\delta$$

$$\delta = \begin{cases} 3.5 & \text{falls } \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \ll 1 \\ 1 & \text{falls } \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \gg 1 \end{cases}$$

- Charakteristische Absorptionskanten
- Beachte starke Abhängigkeit von Kernladungszahl Z

Compton-Streuung

- **Photoelektrischer Effekt ($\sigma_{p.e.}$):**
Photon schlägt Elektron aus Atomhülle aus
- **Compton-Streuung (σ_{Compton}):**
Inelastische Streuung an quasi-freiem Elektron in Atomhülle
- **Paarproduktion in Kernfeld (κ_{nuc}):**
Elektron-Positron-Paar aus Photon (s-Kanal Prozess)



$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

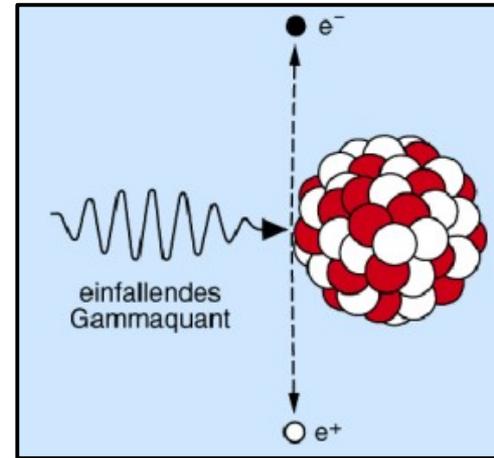
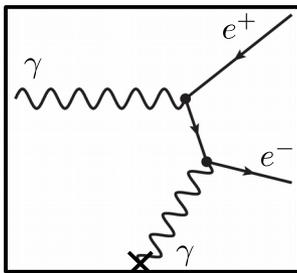
$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

- Kontinuierliches Energiespektrum mit **Compton-Kante** (bei Rückstreuung) und Photopeak

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{Compton}} = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{m_2^2} \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} \right)^2 \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} - \sin \theta \right)$$

Paarbildung

- **Photoelektrischer Effekt ($\sigma_{p.e.}$):**
Photon schlägt Elektron aus Atomhülle aus
- **Compton-Streuung (σ_{Compton}):**
Inelastische Streuung an quasi-freiem Elektron in Atomhülle
- **Paarproduktion in Kernfeld (κ_{nuc}):**
Elektron-Positron-Paar aus Photon (s-Kanal Prozess)

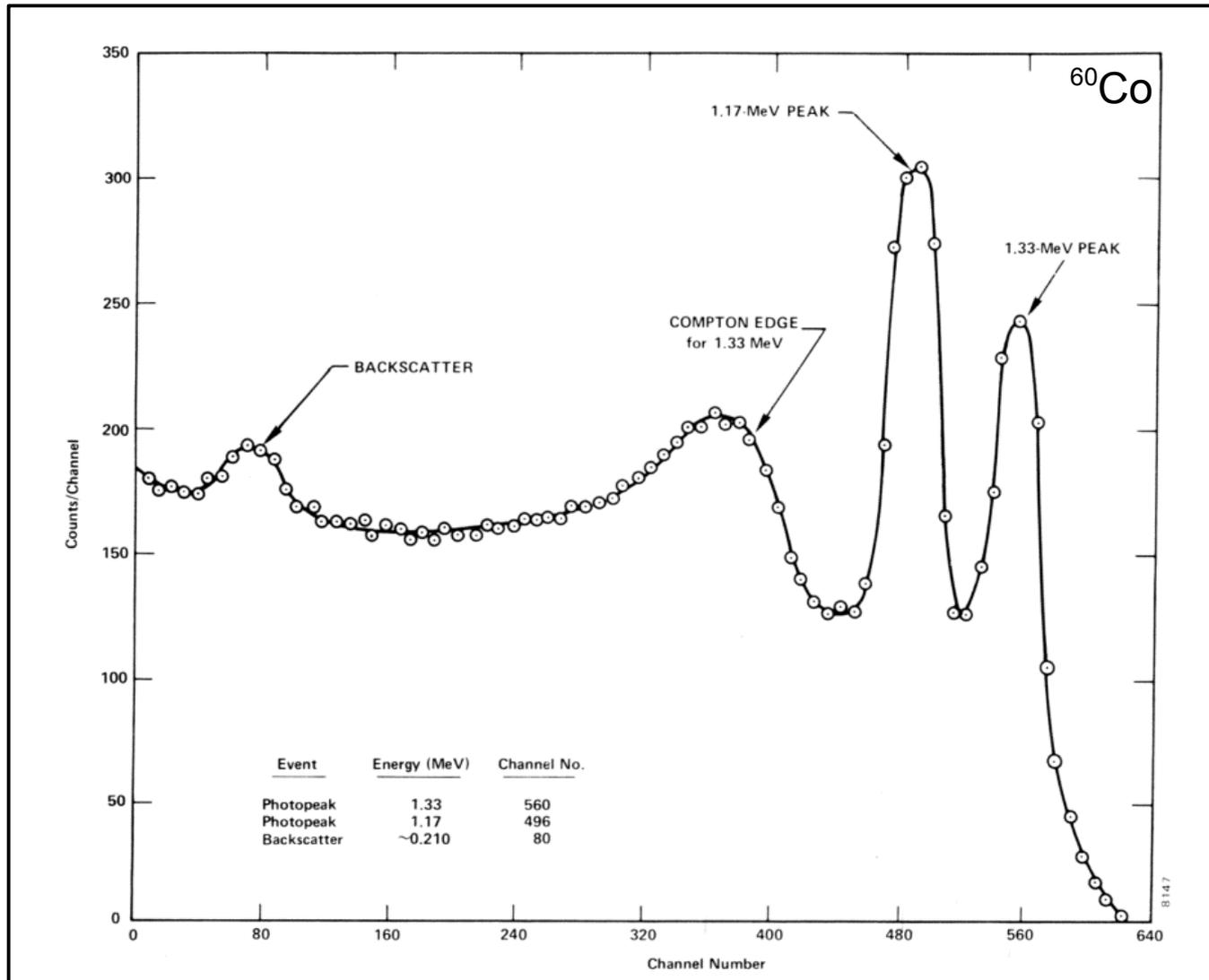


- Erzeugung eines reellen e^+e^- -Paares (\rightarrow kin. Schwelleneffekt)
- Nur in äußerem em. Feld möglich

$$\sigma_{\text{Paar}} = 4\alpha r_e^2 Z^2 \left[\frac{7}{9} \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{54} \right]$$

- Exakte Berechnung im Rahmen der QED: Bethe, Heitler (1934)

Klassische Photonspektroskopie



Absorption von Photonen in Materie (I)

- Intensitätsverlust eines Photonenstrahls aufgrund von Absorption in Materie

$$I(X) = I_0 e^{-\mu X}$$

μ : Absorptionskoeffizient

$\frac{1}{\mu}$: mittlere freie Weglänge

(Lambert-Beersches Gesetz)

- Mittlere freie Weglänge proportional zu totalem Wirkungsquerschnitt (σ_{tot})

$$dp_{abs} = \eta \cdot \sigma_{tot} \cdot dx$$

p_{abs} : Wahrscheinlichkeitsdichte für Absorption

η : Teilchendichte des Mediums

dx : Wegstrecke in Medium

Absorption von Photonen in Materie (II)

- Differential-Gleichung für Fluß einfallender Teilchen (= Photonenintensität I)

$$dI = -I \eta \sigma_{tot} dx = -I \rho \frac{N_A}{A} \sigma_{tot} dx = -I \frac{N_A}{A} \sigma_{tot} dX$$

$$\frac{dI}{I} = -I \frac{N_A}{A} \sigma_{tot} dX$$

$$\ln \left(\frac{I(X)}{I_0} \right) = -\frac{N_A}{A} \sigma_{tot} X$$

$$I(X) = I_0 \cdot e^{-\frac{N_A}{A} \sigma_{tot} X} = I_0 \cdot e^{-\mu X}$$

- Erwartungswert von X:

$$\langle X \rangle = \frac{\int X e^{-\mu X} dX}{\int e^{-\mu X} dX} = \frac{-\partial_{\mu} \int e^{-\mu X} dX}{\int e^{-\mu X} dX} = \frac{-\partial_{\mu} \left(-\frac{1}{\mu} \right)}{-\frac{1}{\mu}} = \frac{1}{\mu} \quad (\text{mittlere freie Weglänge})$$

Absorption aufgrund von Paarbildung (*)

(*) Einziger relevanter Prozess bei Photonen mit GeV-Energien (s. Folie 16)

- Totaler Wirkungsquerschnitt für Paarproduktion (s. Folie 19)

$$\sigma_{tot} \equiv \sigma_{\text{Paar}} = 4\alpha r_e^2 Z^2 \left[\frac{7}{9} \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{54} \right]$$

$$I(X) = I_0 \cdot e^{-\frac{N_A}{A} \sigma_{tot} X} = I_0 \cdot e^{-\mu X}$$

$$\mu_{\text{Paar}} = 4\alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \left[\frac{7}{9} \ln \left(\frac{187}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{54} \right] \approx \frac{7}{9} \frac{1}{X_0} \quad (\text{Vergleiche mit Folie 3})$$

- **Stahlunglänge** X_0 charakteristisch sowohl für Bremsstrahlung also auch für Paarbildung:
 - Elektronen-Energie aufgrund von Bremsstrahlung auf Anteil $1/e$ abgefallen
 - Intensität Photonstrahl auf Anteil $e^{-7/9} = 0.46$ abgefallen

Ausbildung elektromagnetischer Schauer

- Für $E \gg E_c$ bilden hoch-energetische Photonen/Elektronen **elektromagnetische Schauer** aus:
 - Elektron strahlt Photon ab (\rightarrow Bremsstrahlung)
 - Photon erzeugt e^+e^- -Paar (\rightarrow Paarbildung)
 - Kaskade aus Paarbildung und Bremsstrahlung hält an bis $E < E_c$
- Charakteristische Längenskala: **Strahlungslänge** X_0



40GeV Elektron auf
Bleiglas, [S.Menke](#)

Ausbildung elektromagnetischer Schauer

- Für $E \gg E_c$ bilden hoch-energetische Photonen/Elektronen **elektromagnetische Schauer** aus:
 - Elektron strahlt Photon ab (\rightarrow Bremsstrahlung)
 - Photon erzeugt e^+e^- -Paar (\rightarrow Paarbildung)
 - Kaskade aus Paarbildung und Bremsstrahlung hält an bis $E < E_c$
- Charakteristische Längenskala: **Strahlungslänge** X_0
- Laterale Ausdehnung:
 - 90% des Schauers innerhalb des **Moliere-Radius** R_m
 - 95% des Schauers innerhalb des doppelten Moliere-Radius $2 \cdot R_m$
 - Faustregel: $R_m = \frac{21 \text{ MeV}}{E_c} X_0$

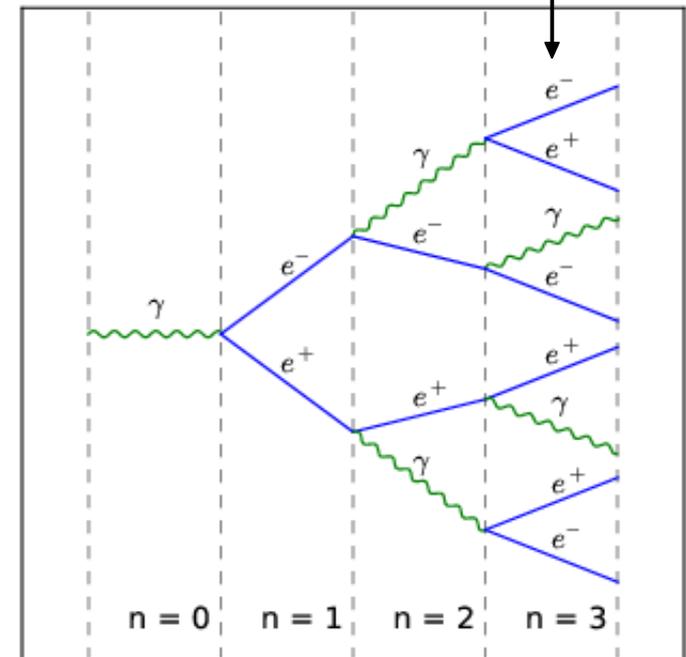


40GeV Elektron auf Bleiglas, S.Menke

Einfaches Schauermodell (nach W. Heitler, 1954)

- Prozesse: **Paarbildung & Bremsstrahlung**
- Energie teilt sich gleichmäßig auf alle Teilchen im Schauer auf $E_N = \frac{E_0}{N}$
- Abbruch der Kaskade nach Erreichen der kritischen Energie $E_{N_{max}} = E_c$
- Nach n Generationen:
 - Schauerlänge $X_n = n \cdot X_0 \ln 2$
 - Teilchenzahl $N = 2^n = e^{\frac{X_n}{X_0}}$
- Schauermaximum bei Erreichen von E_c
 - Maximale Anzahl an Teilchen $N_{max} = E_0/E_c$
 - Zahl der Generationen $n_{max} = \ln(E_0/E_c) / \ln 2$

“Initial photon” oder “initial electron” nicht mehr unterscheidbar



Kapitel 2.3: Hadronische Wechselwirkungen mit Materie

Elektromagnetische Teilchen ↔ Hadronen

- **Hadron** (altgr.: hadros = dick, stark):
 - Sammelbegriff für zusammengesetzte Teilchen, die an starker WW teilnehmen.

Mesonen:

- Ganzzahliger Spin (→ Bosonen)
- Pionen, Kaonen, ...

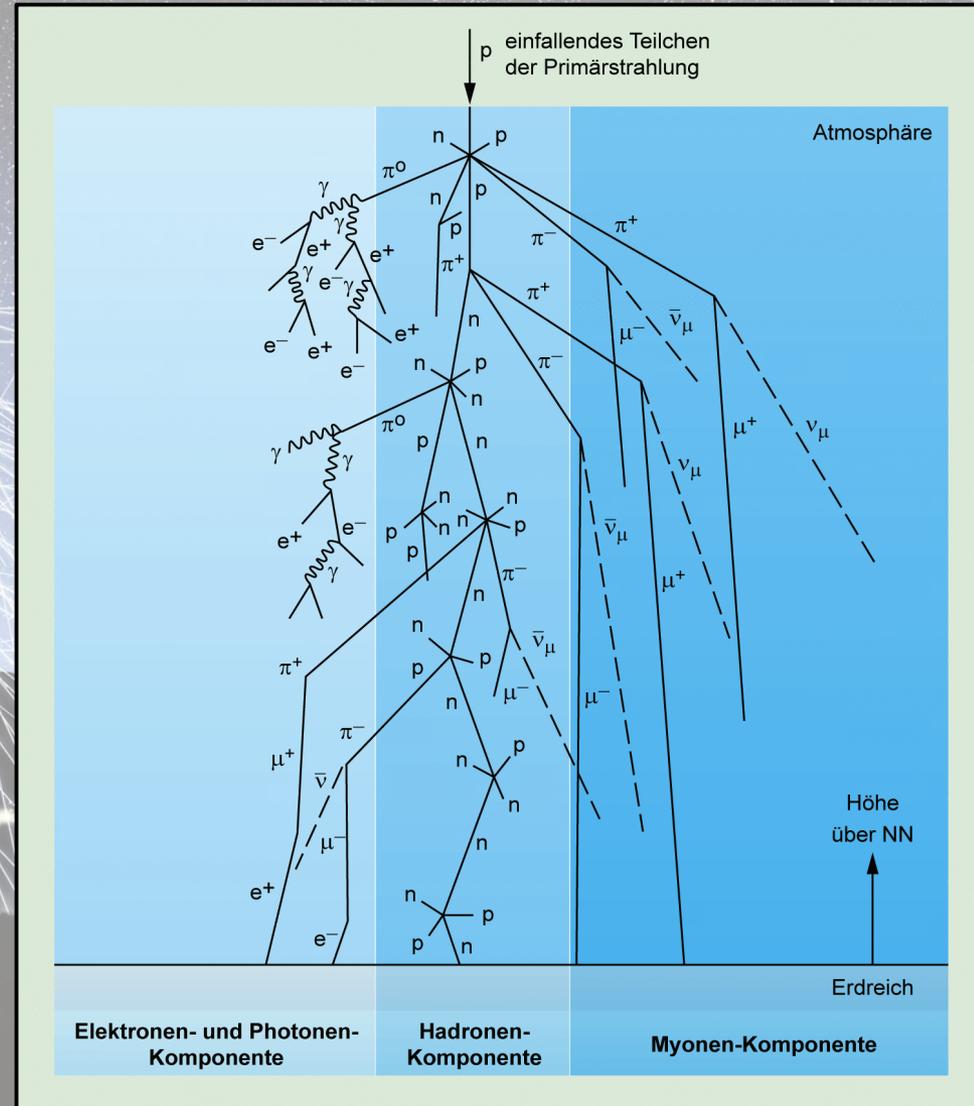
Baryonen:

- Halbzahliger Spin (→ Fermionen)
- Protonen, Neutronen, ...

- Zusätzlich zur elektromagnetischer WW starke WW → **hadronische Schauer**.

Hadronischer Schauer

- **Prozesse** in hadronischen Schauern:
 - Kernanregung, Spallation, ...
 - Produktion sekundärer Hadronen (überwiegend Pionen π^+ , π^- , π^0)
 - Pion-Zerfälle: $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu + CC$,
 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (\rightarrow induziert em Kaskade)
- **Anwendungen:**
 - Hadronische Kalorimeter in der Teilchenphysik
 - Luftschauerexperimente (\rightarrow Erdatmosphäre als "hadronisches Kalorimeter")



Hadronische Wechselwirkungslänge λ

- Charakteristische Längenskala:

$$I(X) = I_0^{-\frac{X}{\lambda}}$$

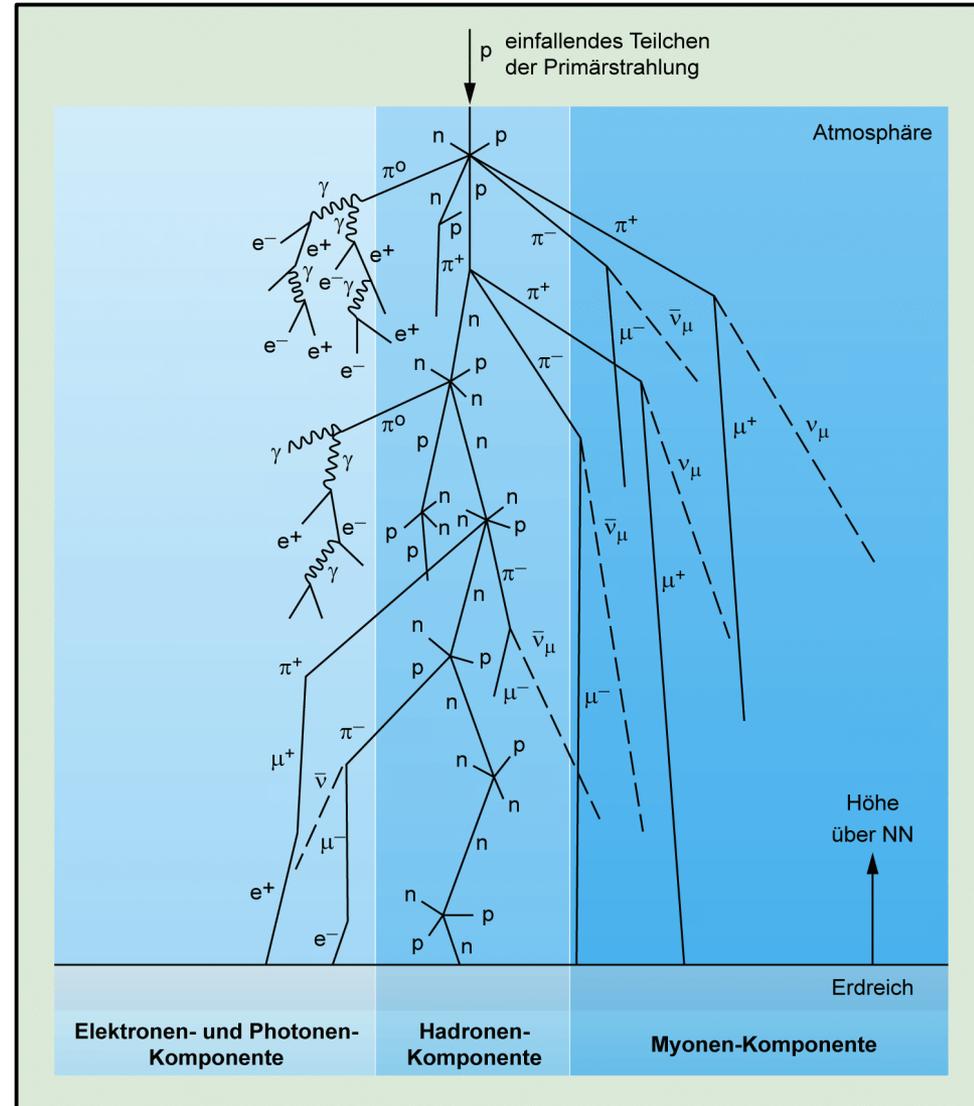
$$\lambda = \left(\sigma_{inel} \cdot \frac{N_A}{A} \right)^{-1}$$

σ_{inel} : inelastischer Wirkungsquerschnitt für Kernreaktionen

- Werte für λ **tabelliert**, z.B.:

Material	λ/ρ [cm]	X_0/ρ [cm]
Wasser	83.3	36.1
LAr	85.8	14.0
Fe	16.8	1.76
Pb	17.6	0.56

- Üblicherweise λ deutlich größer als X_0 und starke Fluktuationen um mittleren Wert von λ



Zusammenfassung: WW Teilchen mit Materie

- Übersicht über relevante Wechselwirkungen mit Materie:

	geladene Teilchen		Neutrale Hadronen
Photonen	Elektronen	Hadronen	
Paarbildung	Bremsstrahlung	Kernwechselwirkungen	
Compton			
Photoeffekt	Ionisation		
	Cherenkov- & Übergangsstrahlung		

- Charakterisiert durch Strahlungslänge (X_0) und Wechselwirkungslänge (λ)

Gliederung der Vorlesung



YOU
ARE
HERE

- KW-17 {
- 1 Einführung**
 - 1.1 Organisation der Vorlesung
 - 1.2 Übersicht und Literatur
 - 1.3 Geschichte
 - 1.4 Einheiten und Einheitssysteme
 - 1.5 Relativistische Kinematik
 - 1.6 Streuexperimente
- KW-18 {
- 2 Experimentelle Methoden**
 - 2.1 Nachweis geladener Teilchen in Materie
 - 2.2 Wechselwirkung von Elektron und Photon mit Materie
 - 2.3 Hadronische Wechselwirkungen und Materie
 - 2.4 Detektionstechniken
 - 2.5 Detektorsysteme in der Teilchenphysik
 - 2.6 Beschleuniger in der Teilchenphysik
- KW-19 {
- 3 Struktur der Materie**
 - 3.1 Kernradien und Formfaktoren
 - 3.2 Struktur der Nukleonen
 - 3.3 Fundamentaler Aufbau der Materie und ihre Wechselwirkungen
- KW-20 {
- 