

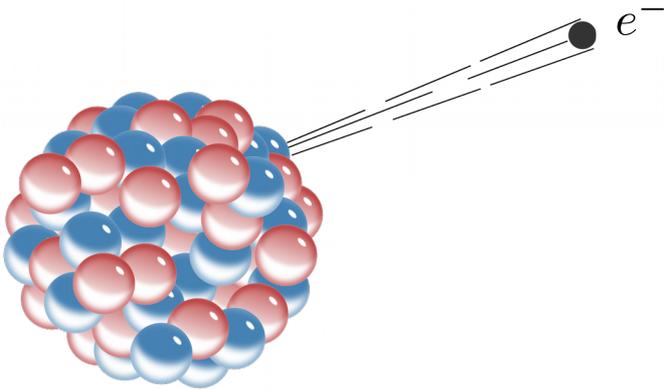
Moderne Experimentalphysik III: Kerne und Teilchen (Physik VI)

Günter Quast, Roger Wolf, Pablo Goldenzweig
06. Juni 2017

INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IEKP) – PHYSICS FACULTY

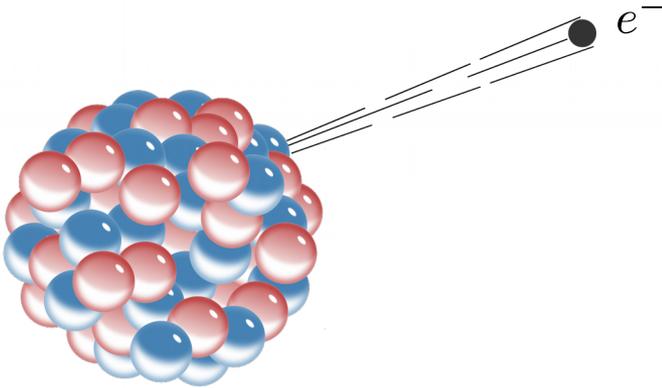


Kapitel 5.2: Alpha-, Beta-, Gammazerfall

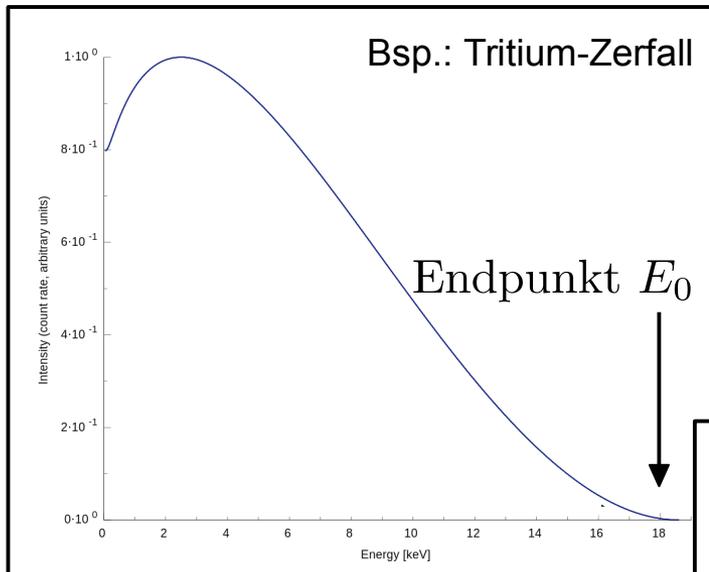


β -Zerfall: experimentelle Beobachtung

- Änderung eines Kerns unter Aussendung eines Elektrons, dabei $\frac{A}{Z}X_N \rightarrow \frac{A}{Z+1}Y_{N-1}$

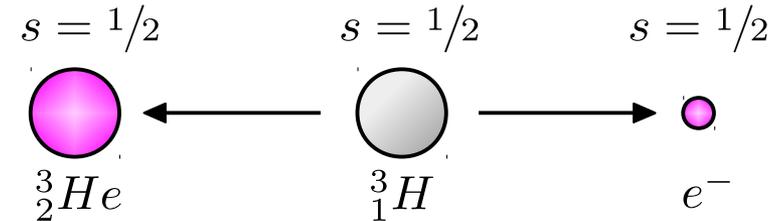


Kontinuierliches Energiespektrum
des emittierten Elektrons:



Erwartung für Zweikörperzerfall:
→ **Linienspektrum**

Drehimpulserhaltung in Tritium-Zerfall:



In welchen Spin- & Drehimpuls-
konfigurationen ist dieser Zerfall
möglich?

Nicht kompatibel mit
Drehimpulserhaltung



Wolfgang Paulis Neutrino-Hypothese

- Postulat eines dritten Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchens: an Zerfall beteiligt jedoch **bisher undetektiert**

Physikalisches Institut
der Eidg. Technischen Hochschule
Zürich

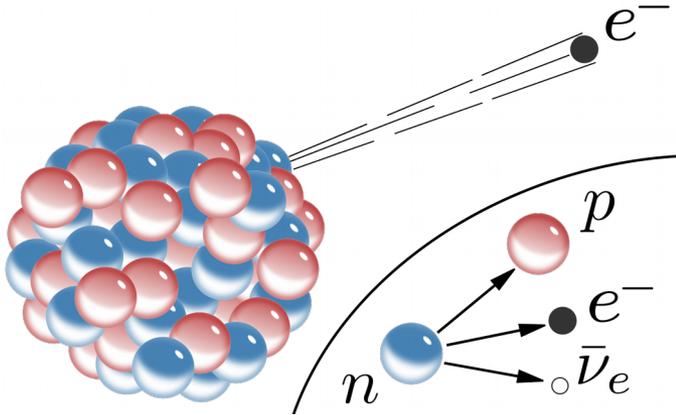
Zürich, 4. Dez. 1930
Gloriastrasse

Liebe Radioaktive Damen und Herren,

Wie der Ueberbringer dieser Zeilen, den ich baldvöllst anzuhören bitte, Ihnen des näheren auseinandersetzen wird, bin ich angesichts der "falschen" Statistik der N- und Li-6 Kerne, sowie des kontinuierlichen beta-Spektrums auf einen verzweifelten Ausweg verfallen um den "Wechselsatz" (1) der Statistik und den Energiesatz zu retten. Nämlich die Möglichkeit, es könnten elektrisch neutrale Teilchen, die ich Neutronen nennen will, in den Kernen existieren, welche den Spin $1/2$ haben und das Ausschliessungsprinzip befolgen und sich von Lichtquanten ausserdem noch dadurch unterscheiden, dass sie nicht mit Lichtgeschwindigkeit laufen. Die Masse der Neutronen müsste von derselben Grossenordnung wie die Elektronenmasse sein und jedenfalls nicht grösser als $0,01$ Protonenmasse.- Das kontinuierliche beta-Spektrum wäre dann verständlich unter der Annahme, dass beim beta-Zerfall mit dem Elektron jeweils noch ein Neutron emittiert wird, derart, dass die Summe der Energien von Neutron und Elektron konstant ist.

β -Zerfall: aus heutiger Sicht

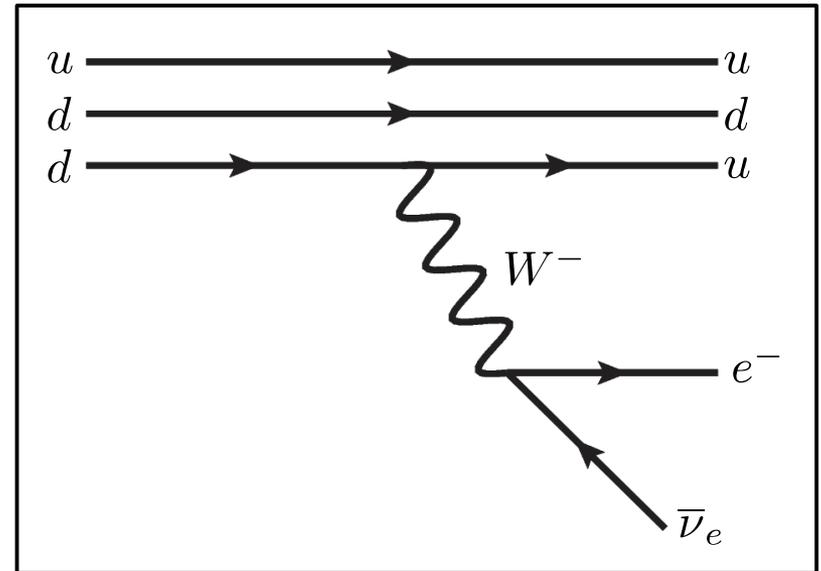
- Änderung eines Kerns unter Aussendung eines Elektrons, dabei $\frac{A}{Z}X_N \rightarrow \frac{A}{Z+1}Y_{N-1}$



Zugrunde liegender Prozess:
Neutronzerfall im Kern

$$Q_\beta \stackrel{(1)}{=} (m_n - m_p - m_e - m_\nu) = 782 \text{ keV}$$

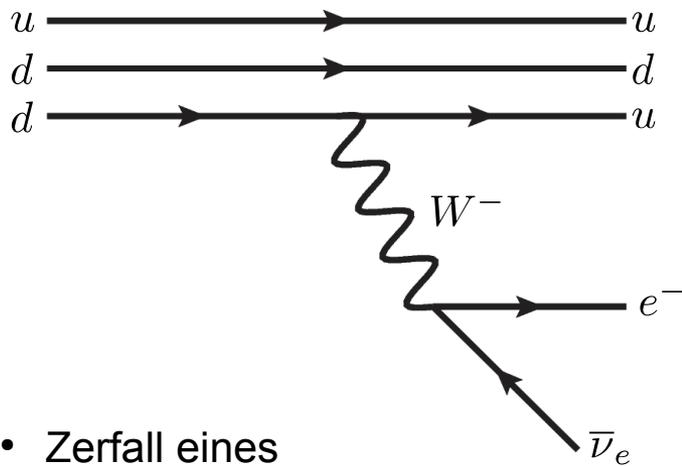
$$T_{1/2} = (880 \pm 1.1) \text{ s}$$



(1) frei werdende kinetische Energie

Klassifikation der Zerfälle

β^- -Zerfall:



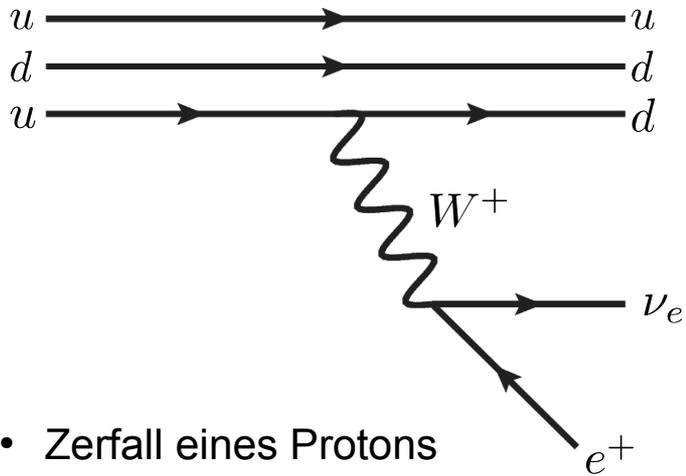
- Zerfall eines Neutrons im Kern
- Austausch eines W^- -Bosons (\rightarrow schwache WW)

Klassifikation der Zerfälle

β^- -Zerfall:

u
 d
 d

β^+ -Zerfall:

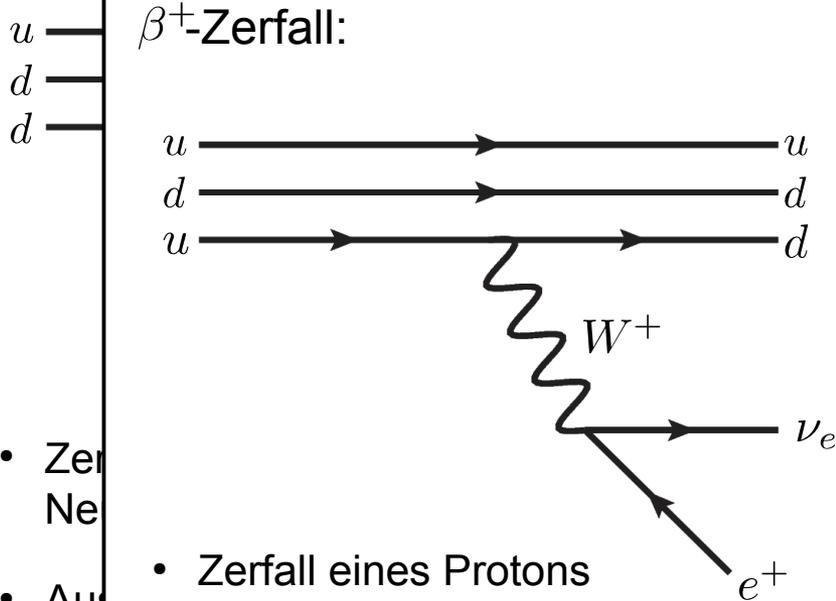


- Zerfall eines Neutrons im Kern
- Austausch eines W^- -Bosons (\rightarrow schwache WW)

- Zerfall eines Protons im Kern
- Austausch eines W^+ -Bosons (\rightarrow schwache WW)
- Falls energetisch möglich

Klassifikation der Zerfälle

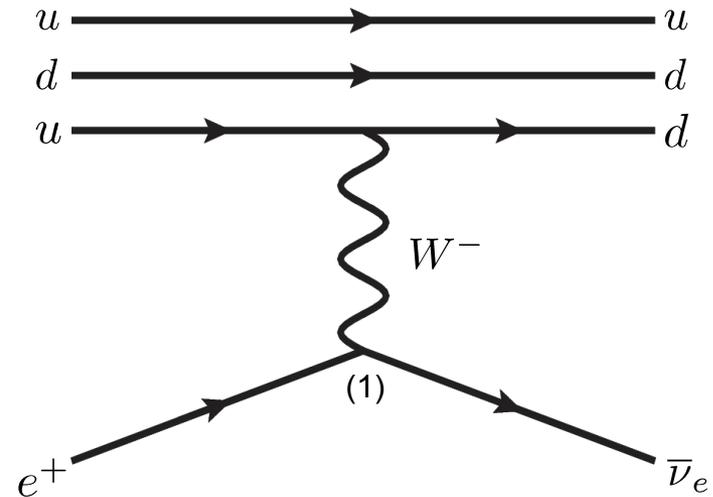
β^- -Zerfall:



- Zerfall eines Protons im Kern
- Austausch eines W^+ -Bosons (\rightarrow schwache WW)
- Falls energetisch möglich

- Zerfall eines Protons im Kern
- Austausch eines W^+ -Bosons (\rightarrow schwache WW)
- Falls energetisch möglich

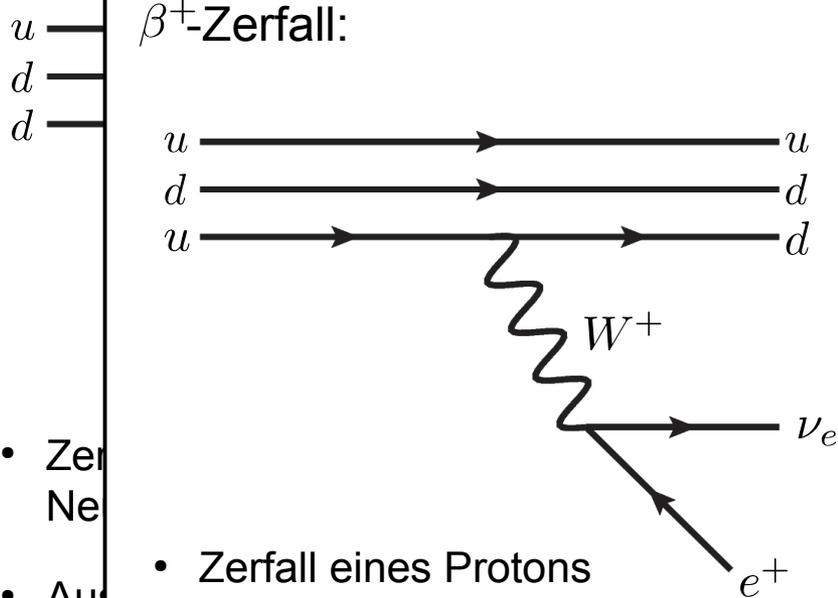
Inverser β -Zerfall:



- Einfang eines $\bar{\nu}_e$ durch ein Proton.
- Typische Nachweisreaktion für Neutrinos.
- Sehr kleiner Wirkungsquerschnitt ($\rightarrow \mathcal{O}(1 \text{ ab})$)

Klassifikation der Zerfälle

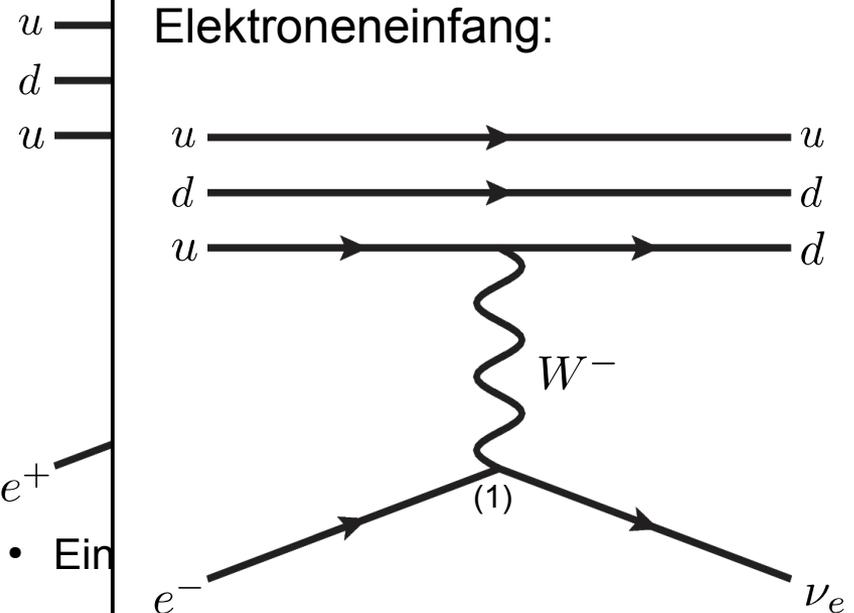
β^- -Zerfall:



- Zerfall eines Neutrons im Kern
- Austausch eines W^- -Bosons (\rightarrow schwache WW)
- Falls energetisch möglich

- Zerfall eines Protons im Kern
- Austausch eines W^+ -Bosons (\rightarrow schwache WW)
- Falls energetisch möglich

Inverser β -Zerfall:



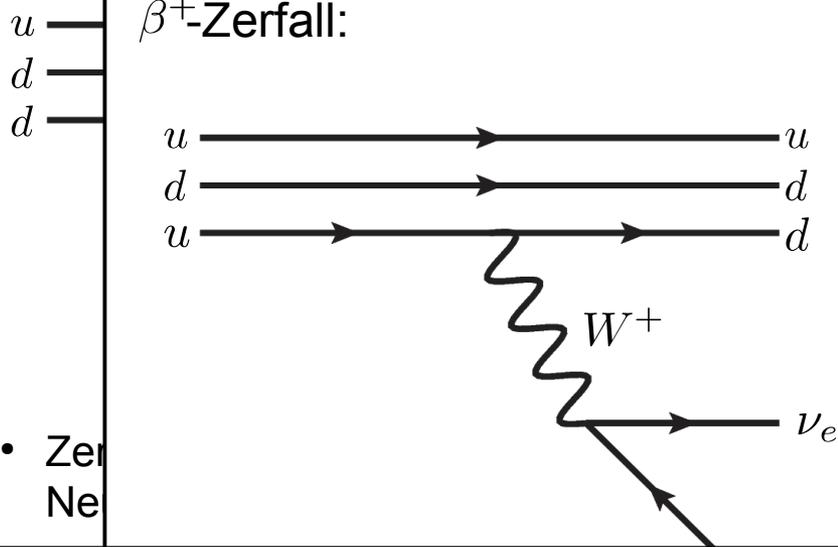
- Ein Elektron wird in den Kern eingefangen
- Typischerweise Neutronenüberschuss
- Selten
- (\rightarrow ...)

- $|\psi(r=0)|^2 \neq 0$ für Hüllenelektronen (meist in K-Schale)
- Auffüllen der Lücke \rightarrow Röntgenphoton oder Augerelektron

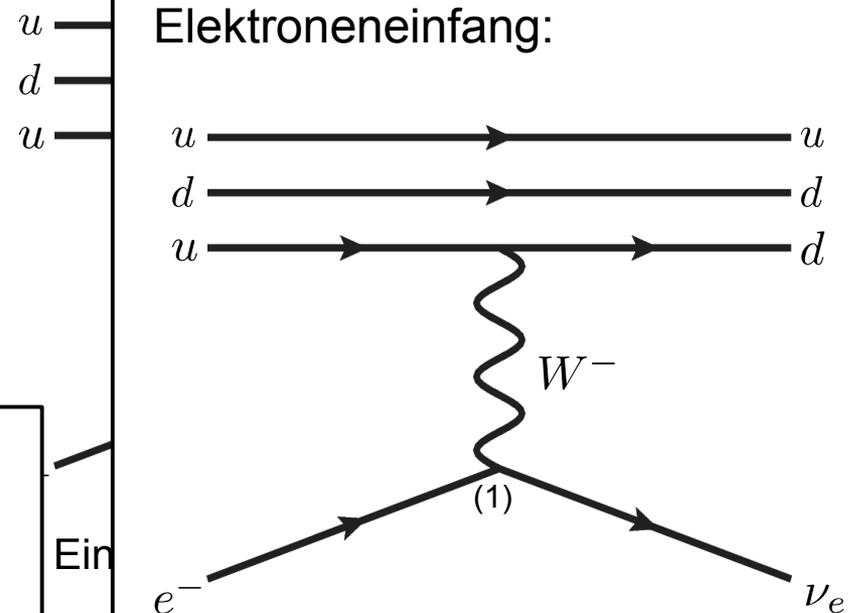
(1) auch hier bleibt Leptonzahl erhalten

Klassifikation der Zerfälle

β^- -Zerfall:



Inverser β -Zerfall:



Außerdem bei Kernen:

- (über-) erlaubte Übergänge ($\Delta\ell = 0$)
- Ein- und mehrfach verbotene Übergänge ($\Delta\ell = 1, 2, \dots$)
- Zerfälle die den Kernspin unverändert lassen (\rightarrow Fermi-Übergänge)
- Zerfälle die den Kernspin ändern (\rightarrow Gamov-Teller-Übergänge)

Ein

Typ

Ne

Sel

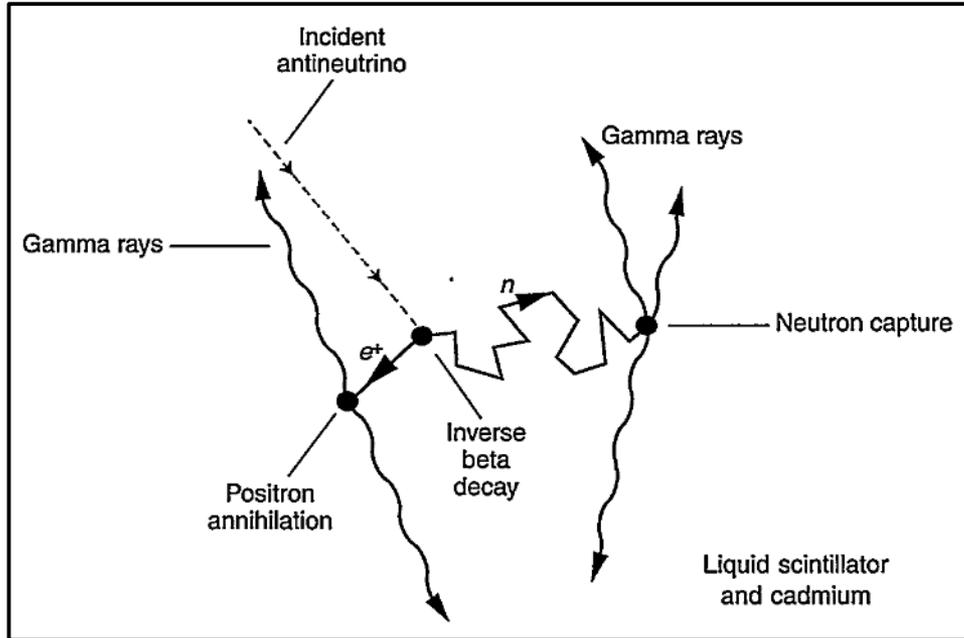
(\rightarrow)

- $|\psi(r=0)|^2 \neq 0$ für Hüllenelektronen (meist in K-Schale)
- Auffüllen der Lücke \rightarrow Röntgenphoton oder Augerelektron

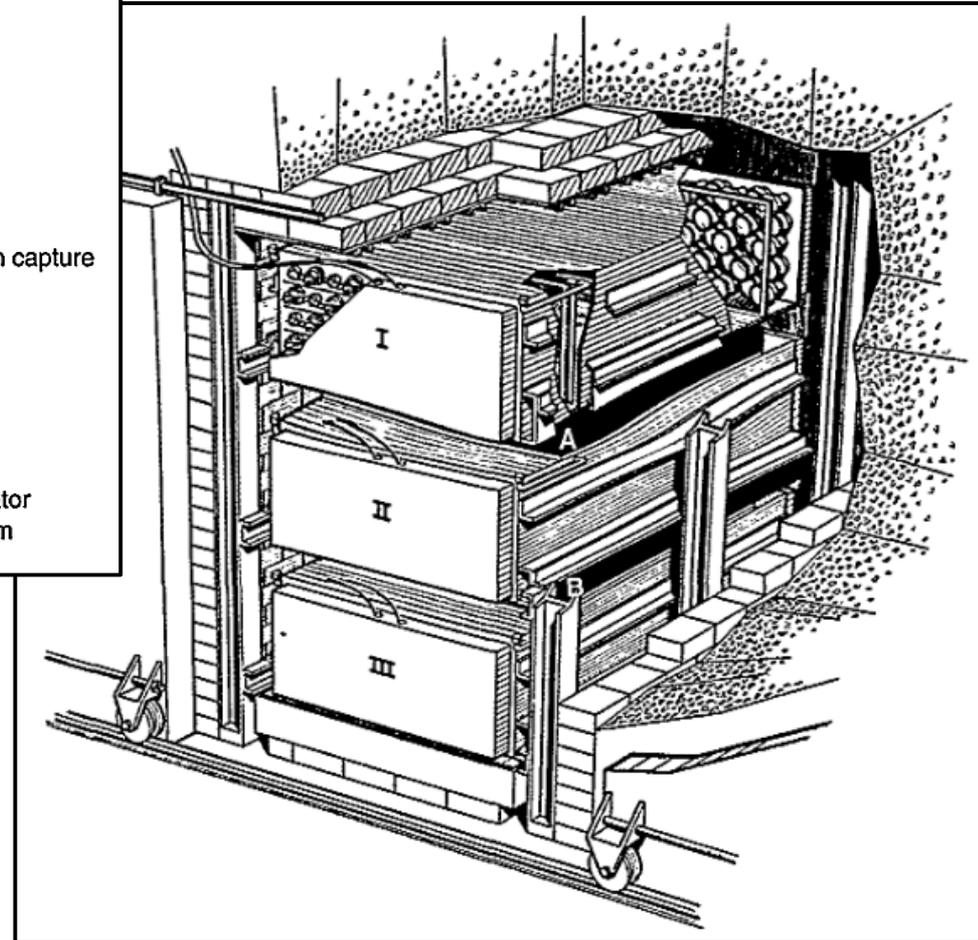
(1) auch hier bleibt Leptonzahl erhalten

Neutrinonachweis

- Durch **inversen β -Zerfall**. (Anti-)Neutrinoquelle: Kernreaktor in Savannah River, USA (F. Reines, C. Cowan 1956)

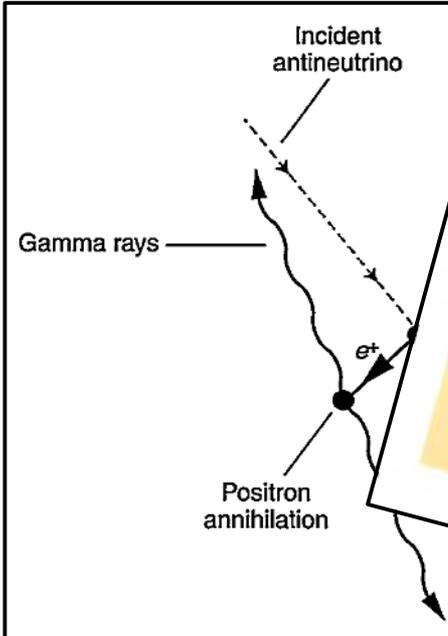


- Nachweis der 511 keV Photon-Koinzidenz der e^+e^- -Annihilation (+ charakteristische Röntgenstrahlung aus Neutroneinfang)

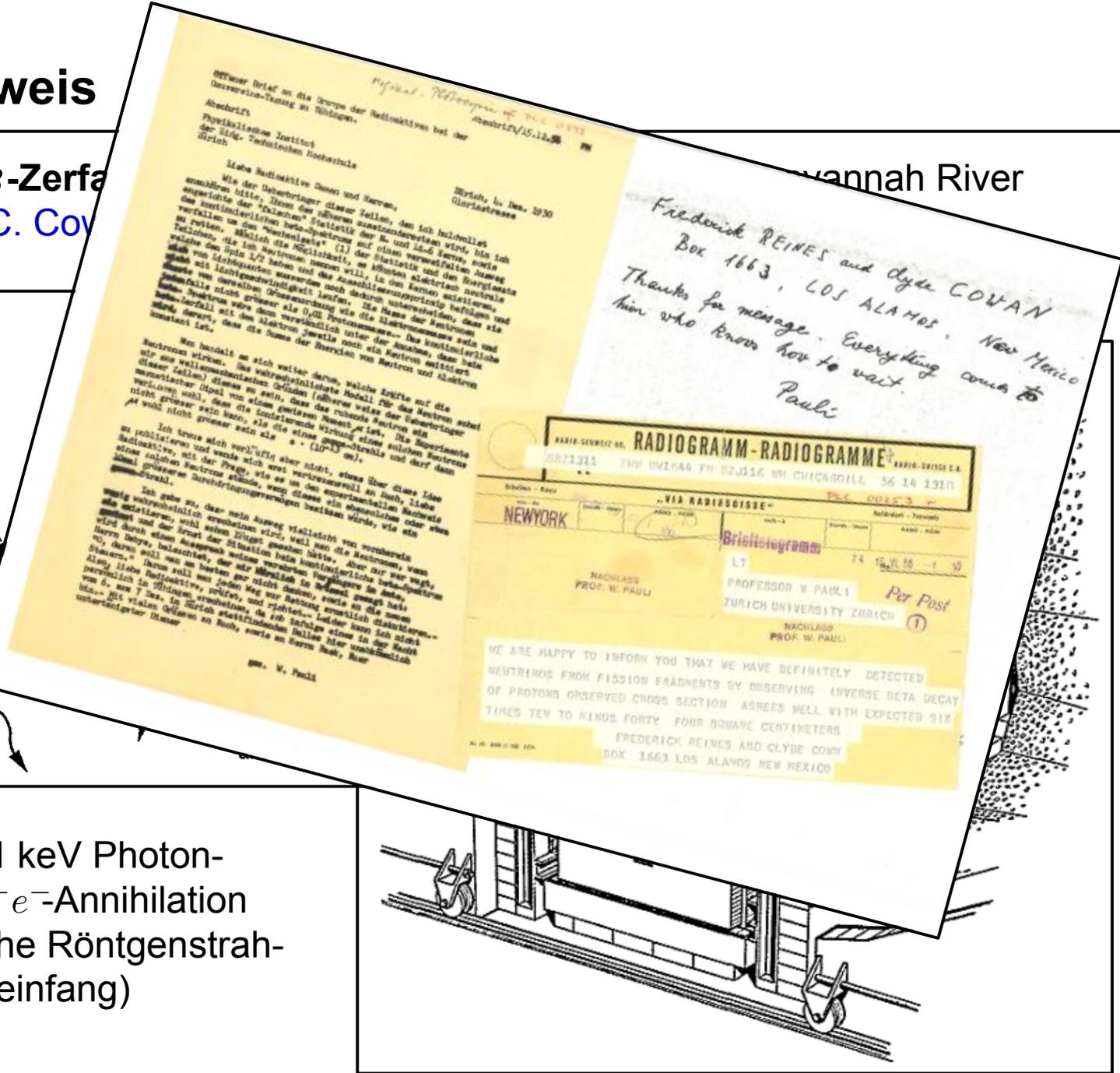


Neutrino nachweis

- Durch inversen β -Zerfall
USA (F. Reines, C. Cowan)

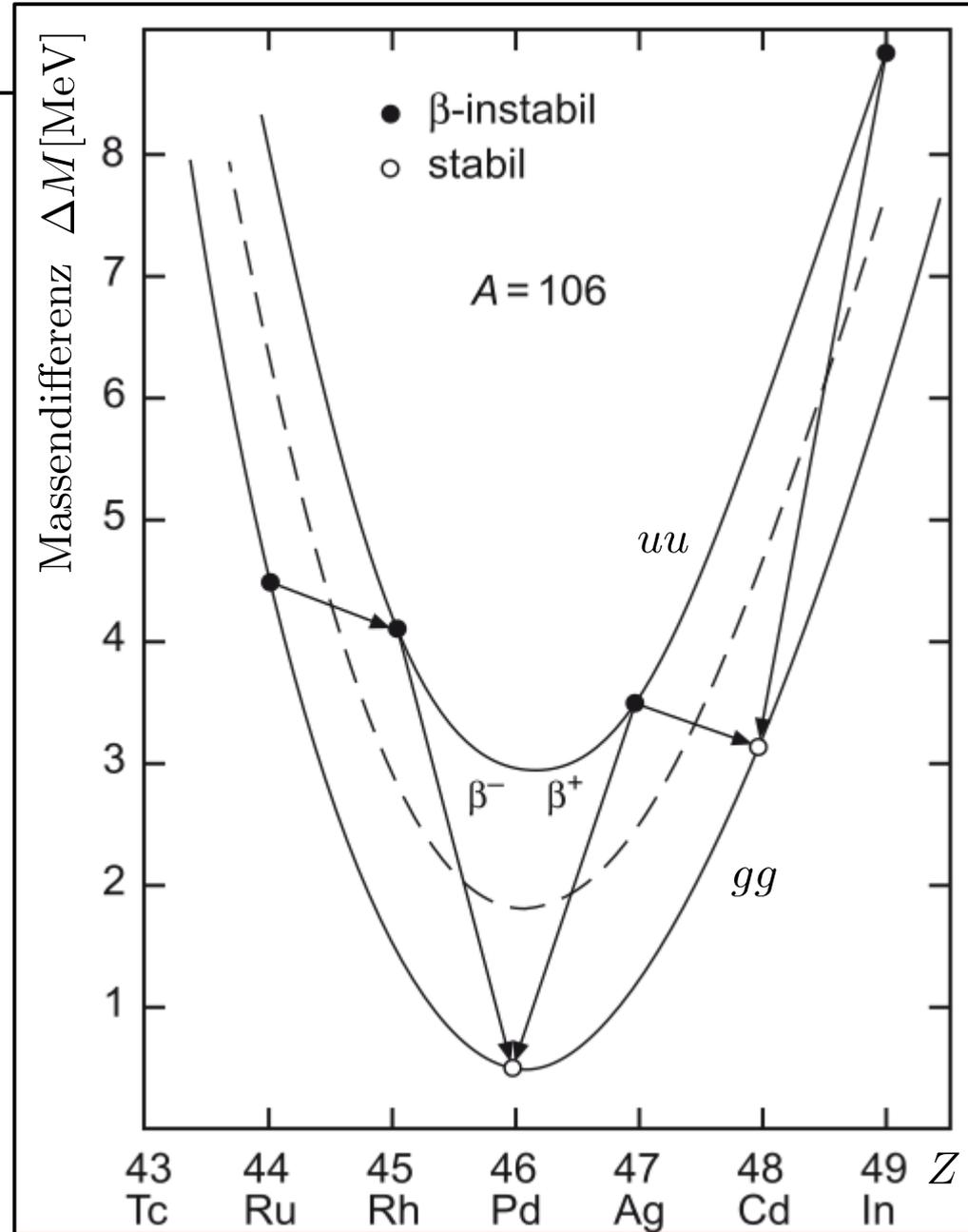


- Nachweis der 511 keV Photon-Koinzidenz der e^+e^- -Annihilation (+ charakteristische Röntgenstrahlung aus Neutroneneinfang)



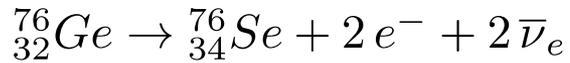
Isobarenzerfallskette...

- ... in Kernen → zur Erinnerung: Tröpfchenmodell **Coulomb- & Paarungs-Term** (VL-10 Folie 17)
- Minimum der Parabel → stabilstes Isotop
- uu-Kerne weniger stabil als gg-Kerne → zwei Parabeln (nur eine Parabel für ug/gu-Kerne)
- Je nach Position relativ zu “Tal der Stabilität” sowohl β^+ also auch β^- erlaubt

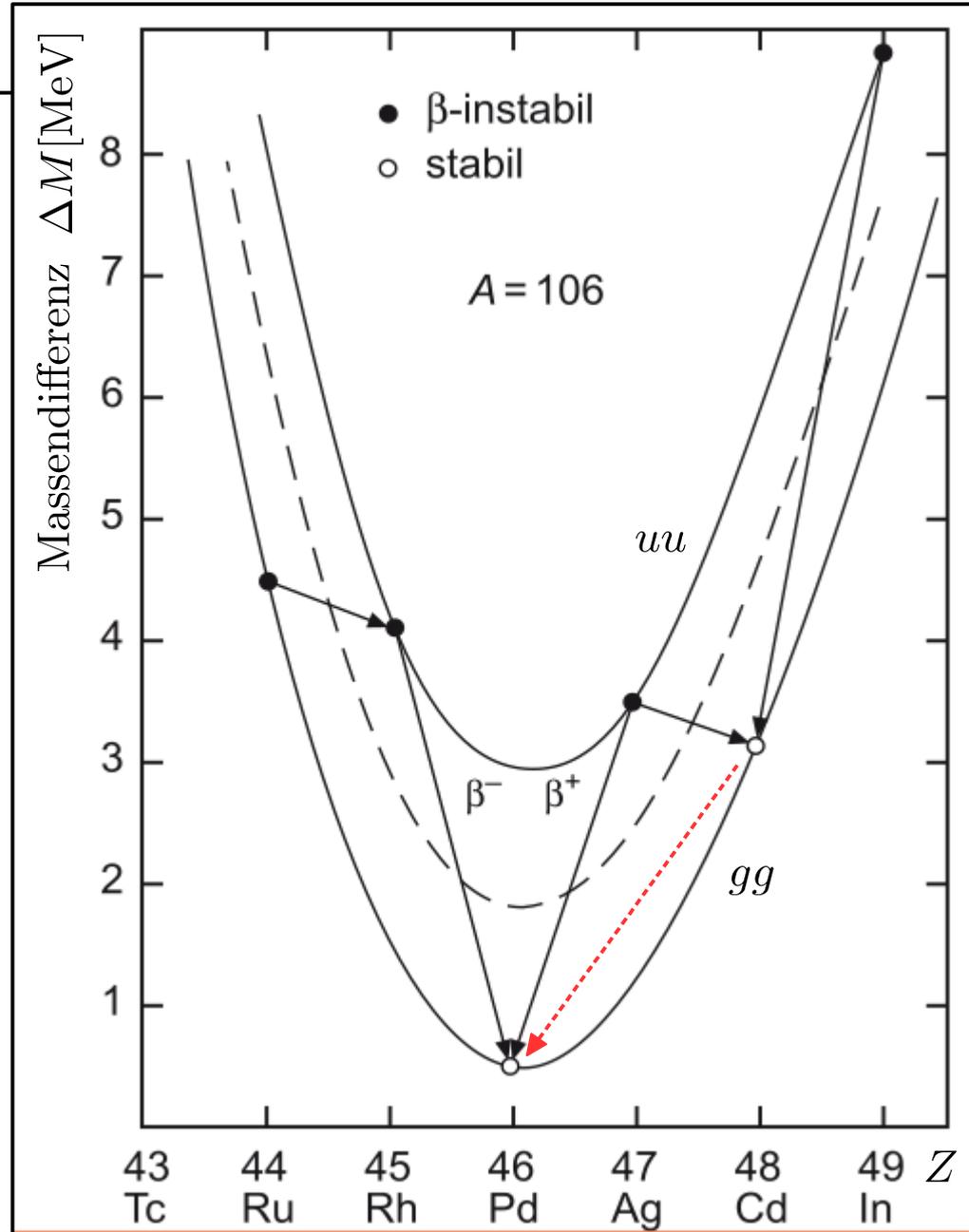


Doppelter β -Zerfall

- Wenn einfacher β -Zerfall energetisch verboten \rightarrow doppelter β -Zerfall
- Beispiel:

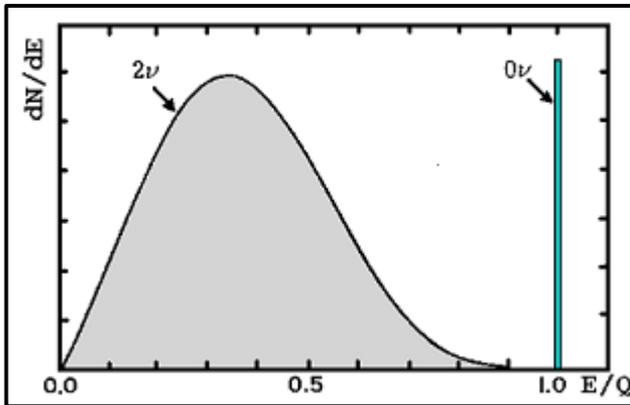


$$T_{1/2} = (1.84 \pm_{0.10}^{0.14} \cdot 10^{21})\text{a}$$



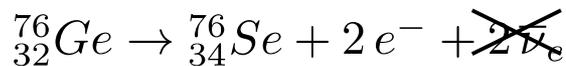
Doppelter β -Zerfall (neutrinos)

- Wenn Neutrino sein **eigenes Antiteilchen** (d.h. **Majorana-Teilchen** statt Dirac-Teilchen) → doppelter β -Zerfall ohne Neutrinos möglich
- Extrem selten, dafür klare Signatur:

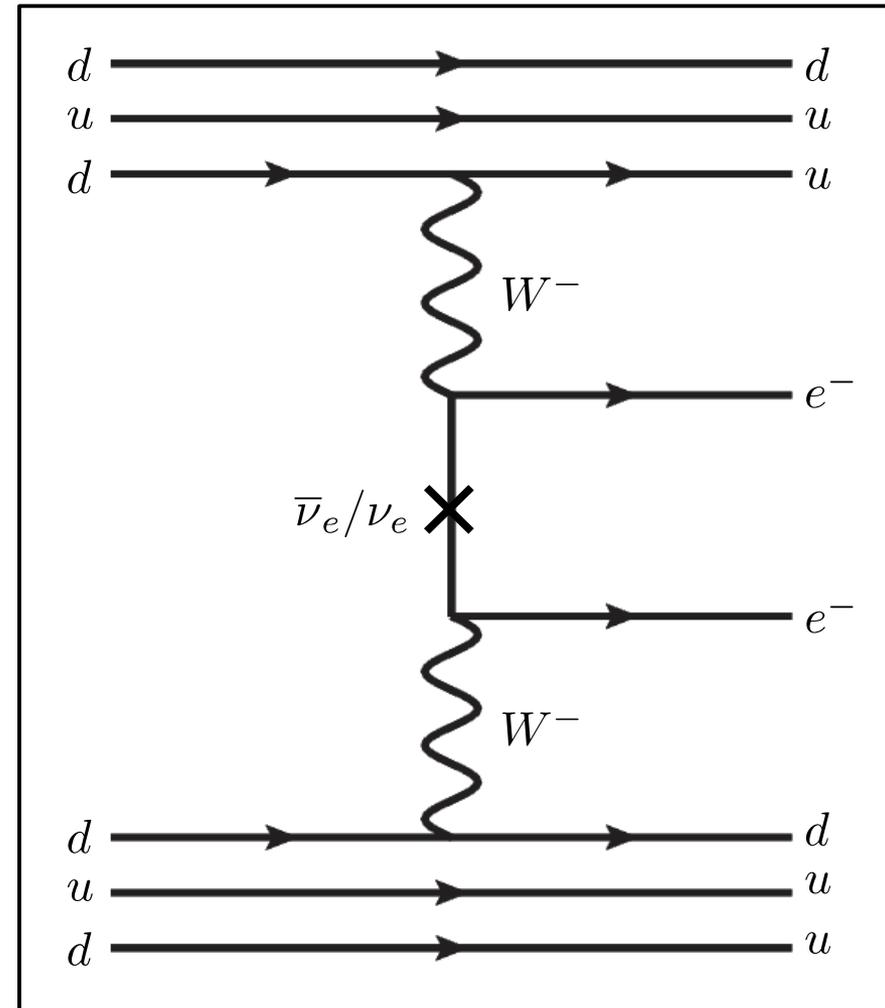


- Heidelberg-Moskow, GERDA, COBRA, ...

- Beispiel:



$$T_{1/2} > 5.3 \cdot 10^{25} \text{ a } (@90\% \text{ CL})$$



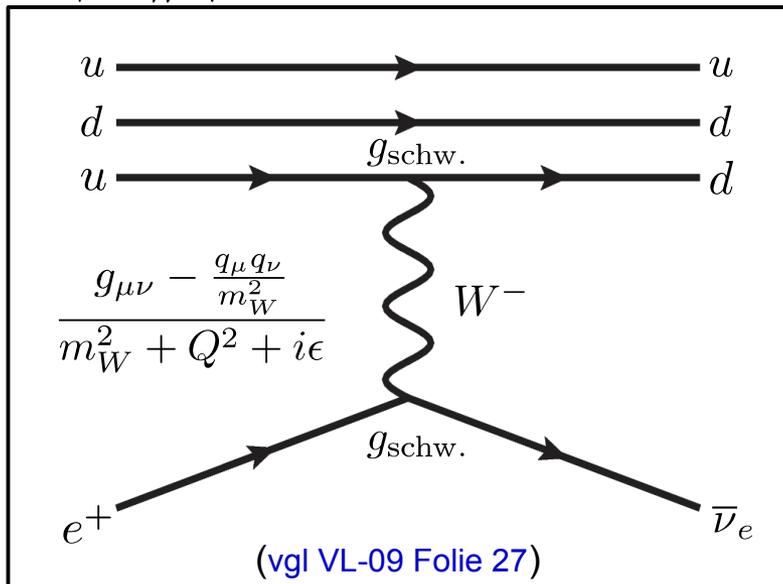
β -Zerfallskonstante (Matrixelement)

- Aus Fermi's Goldener Regel (siehe VL-03 Folie 14)

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{\hbar} \underbrace{|\langle f | \mathcal{M}_{fi} | i \rangle|^2}_{\downarrow} \rho(E_0)$$

$$\propto \left| g_{\text{schw.}}^2 \cdot \frac{g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_W^2}}{m_W^2 + Q^2 + i\epsilon} \right|^2 \longrightarrow \text{(W-Boson Propagator)}$$

$$\propto \left| \frac{g_{\text{schw.}}^2}{m_W^2} \right|^2 \propto G_F^2 = \text{const.} \longrightarrow \text{(bei niedrigen Impulsüberträgen, } \rightarrow Q^2 \rightarrow 0)$$



In guter Näherung **unabhängig von Lage der Nukleonen im Kern:**

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} \approx \frac{198 \text{ MeV fm}}{1 \text{ MeV}} \gg R_{\text{Kern}}$$

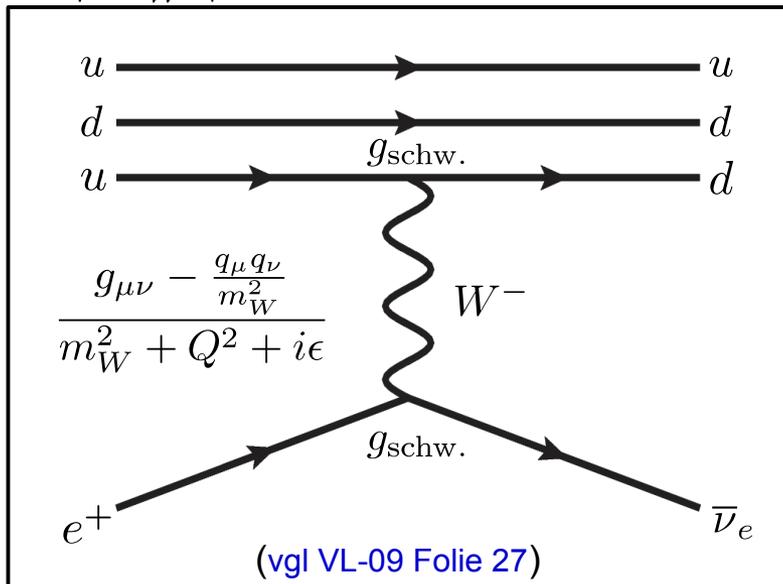
β -Zerfallskonstante (Matrixelement)

- Aus Fermi's Goldener Regel (siehe VL-03 Folie 14)

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{\hbar} \underbrace{|\langle f | \mathcal{M}_{fi} | i \rangle|^2}_{\downarrow} \rho(E_0)$$

$$\propto \left| g_{\text{schw.}}^2 \cdot \frac{g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_W^2}}{m_W^2 + Q^2 + i\epsilon} \right|^2 \longrightarrow \text{(W-Boson Propagator)}$$

$$\propto \left| \frac{g_{\text{schw.}}^2}{m_W^2} \right|^2 \propto G_F^2 = \text{const.} \longrightarrow \text{(bei niedrigen Impulsüberträgen, } \rightarrow Q^2 \rightarrow 0)$$



In guter Näherung **unabhängig von Lage der Nukleonen im Kern:**

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} \approx \frac{198 \text{ MeV fm}}{1 \text{ MeV}} \gg R_{\text{Kern}}$$

de-Broglie-Wellenlängen von Elektron und Neutrino viel größer als Kernradius (\rightarrow Überlapp mit Wellenfunktion des gesamten Kerns)

β -Zerfallskonstante (Phasenraumfaktor)

- Aus Fermi's Goldener Regel (siehe VL-03 Folie 14)

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{\hbar} \underbrace{|\langle f | \mathcal{M}_{fi} | i \rangle|^2}_{\downarrow} \rho(E_0)$$

$$\begin{aligned} \rho(E_0) &\stackrel{(1)}{=} \int \frac{d^3\vec{r}_e d^3\vec{p}_e}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{d^3\vec{r}_\nu d^3\vec{p}_\nu}{(2\pi\hbar)^3} \\ &= \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot (4\pi)^2 \int \int \delta(E_\nu - (E_0 - E_e)) \cdot p_e^2 \frac{dp_e}{dE_e} \cdot p_\nu^2 \frac{dp_\nu}{dE_\nu} dE_e dE_\nu \end{aligned}$$

mit

$$p_i = \sqrt{E_i^2 - m_i^2} \quad \frac{dp_i}{dE_i} = \frac{E_i}{p_i}$$

$$\begin{aligned} \rho(E_0) &= \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot (4\pi)^2 \int \int \delta(E_\nu - (E_0 - E_e)) \sqrt{E_e^2 - m_e^2} E_e \sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2} E_\nu dE_e dE_\nu \\ &= \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot (4\pi)^2 \int_{m_e}^{E_0} E_e^2 \sqrt{1 - \frac{m_e^2}{E_e^2}} \cdot (E_0 - E_e)^2 \sqrt{1 - \frac{m_\nu^2}{(E_0 - E_e)^2}} dE_e \propto E_0^5 \end{aligned}$$

(Sargent-Regel)

β -Zerfallskonstante (Phasenraumfaktor)

- Aus Fermi's Goldener Regel (siehe VL-03 Folie 14)

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{\hbar} \underbrace{|\langle f | \mathcal{M}_{fi} | i \rangle|^2}_{\rho(E_0)}$$

$$\begin{aligned} \rho(E_0) &\stackrel{(1)}{=} \int \frac{d^3\vec{r}_e d^3\vec{p}_e}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{d^3\vec{r}_\nu d^3\vec{p}_\nu}{(2\pi\hbar)^3} \\ &= \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot (4\pi)^2 \int \int \delta(E_\nu - (E_0 - E_e)) \cdot p_e^2 \frac{dp_e}{dE_e} \cdot p_\nu^2 \frac{dp_\nu}{dE_\nu} dE_e dE_\nu \end{aligned}$$

mit

$$p_i = \sqrt{E_i^2 - m_i^2} \quad \frac{dp_i}{dE_i} = \frac{E_i}{p_i}$$

$$\begin{aligned} \rho(E_0) &= \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot (4\pi)^2 \int \int \delta(E_\nu - (E_0 - E_e)) \sqrt{E_e^2 - m_e^2} E_e \sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2} E_\nu dE_e dE_\nu \\ &= \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot (4\pi)^2 \int_{m_e}^{E_0} E_e^2 \sqrt{1 - \frac{m_e^2}{E_e^2}} \cdot (E_0 - E_e)^2 \sqrt{1 - \frac{m_\nu^2}{(E_0 - E_e)^2}} dE_e \propto E_0^5 \end{aligned}$$

Sargent-Regel:

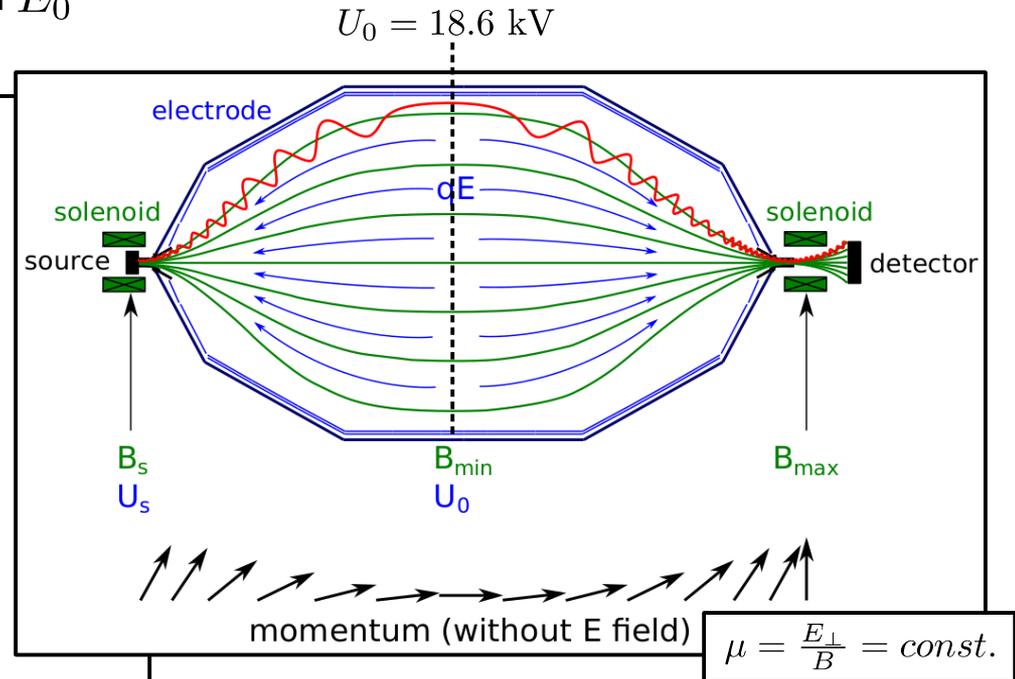
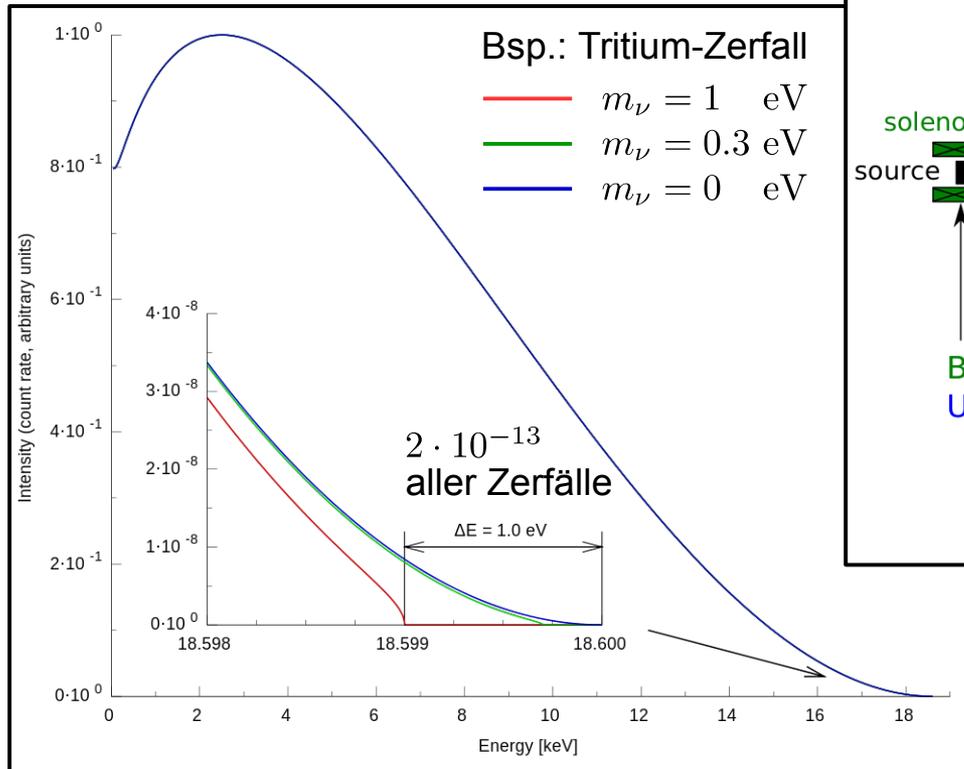
$$T_{1/2} \propto E_0^{-5}$$

d.h. je größer die frei werdende kinetische Energie, desto schneller der Zerfall

(Sargent-Regel)

Messung von m_ν^2

- Exakte Vermessung von E_e nahe bei E_0



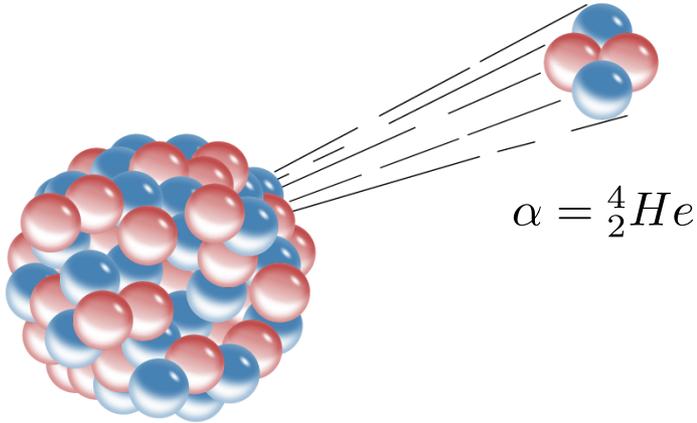
(KATRIN-Spektrometer, MAC-E Filter)

$$\rho(E_0) = \frac{V^2}{(2\pi \hbar)^6} \cdot (4\pi)^2 \int_{m_e}^{E_0} E_e^2 \sqrt{1 - \frac{m_e^2}{E_e^2}} \cdot (E_0 - E_e)^2 \sqrt{1 - \frac{m_\nu^2}{(E_0 - E_e)^2}} dE_e \propto E_0^5$$

(Sargent-Regel)

α -Zerfall

- Änderung eines Kerns unter Aussendung eines α -Teilchens, dabei ${}^A_Z X_N \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y_{N-2}$



- Energiebilanz:

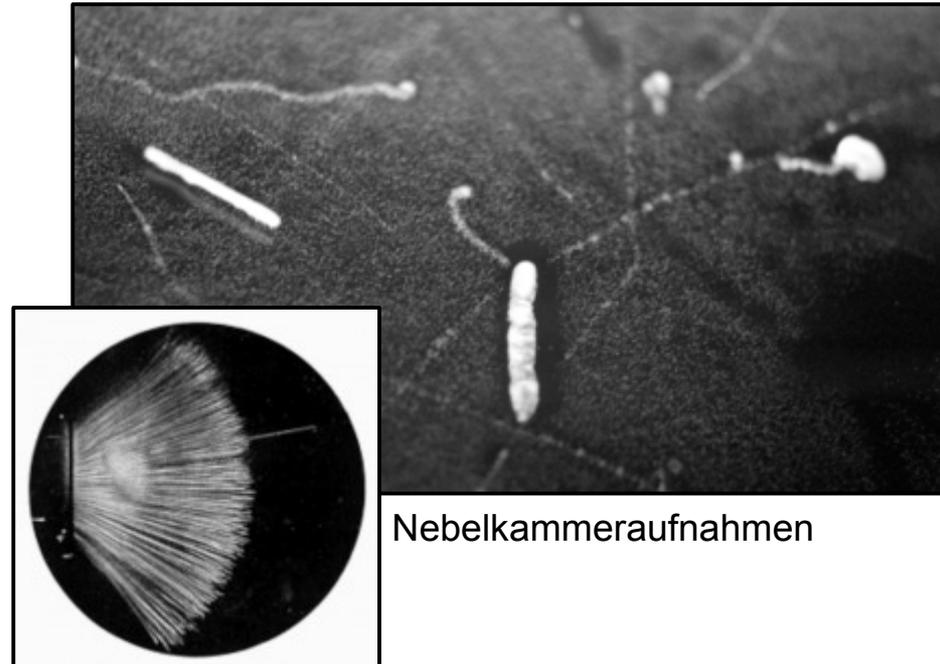
$$Q_\alpha = E_B^{\text{Kern}}(Z, A) - E_B^{\text{Kern}}(Z - 2, A - 4) - E_B^\alpha$$

$$\text{Bsp.: } T_{1/2}({}^{232}Th) = 1.4 \cdot 10^{10} \text{ a}$$

- Zweikörperzerfall \rightarrow α -Teilchen **mono-energetisch** ($\mathcal{O}(\text{MeV})$)

$$E_{kin}^\alpha = \frac{Q_\alpha}{1 + \frac{m_\alpha}{m_Y}}$$

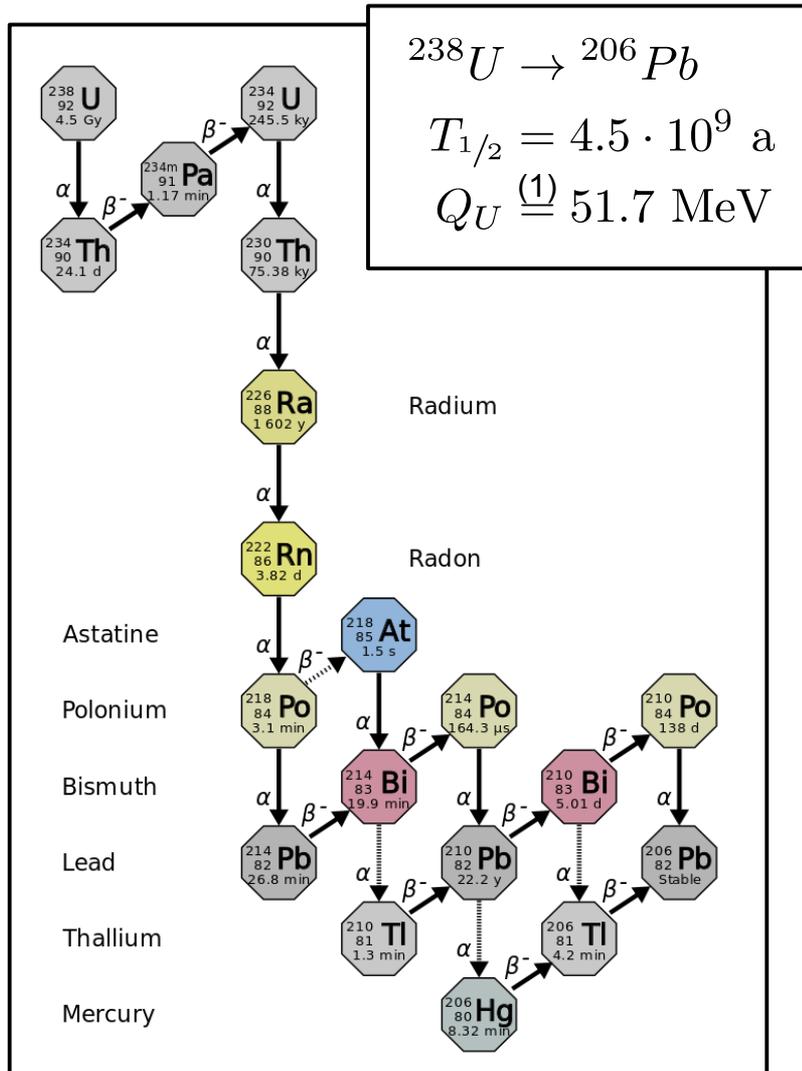
- Hohe Ionisation bei WW mit Materie
 \rightarrow Strahlung mit geringer Reichweite



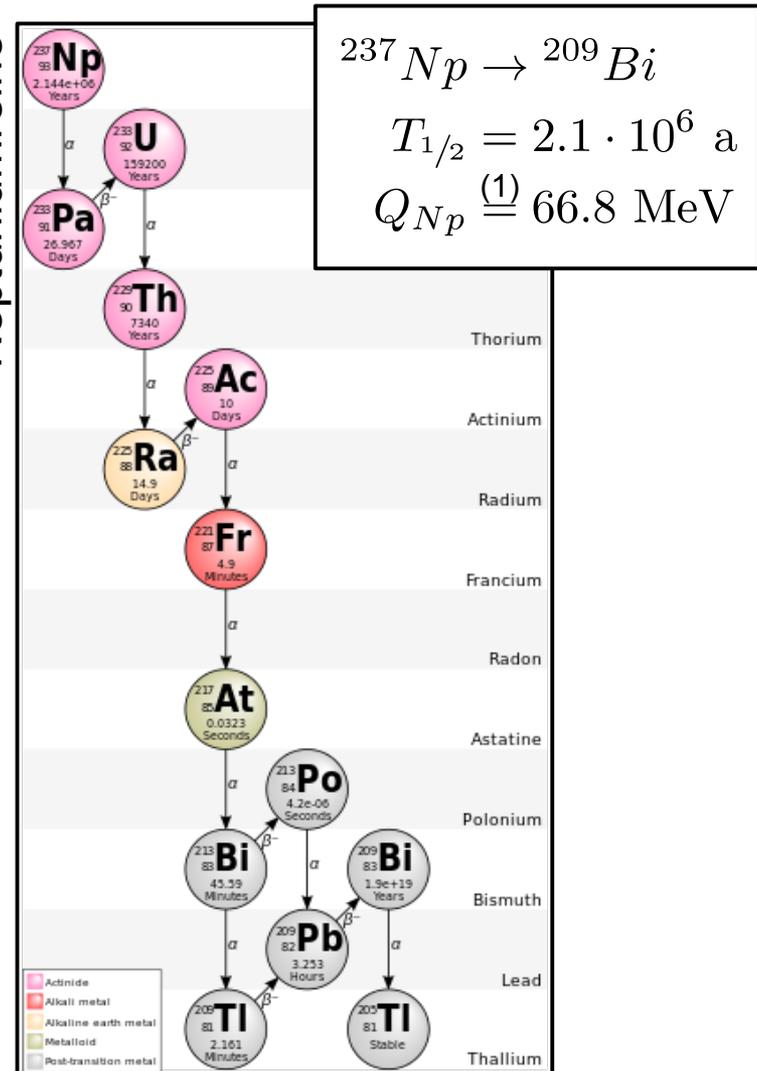
Natürliche α -Zerfallsreihen

- Ausgangspunkt: schwere Elemente, Zerfallsreihe über α - und β -Zerfälle

Uranreihe



Neptuniumreihe



(1) gesamte frei werdende Energie

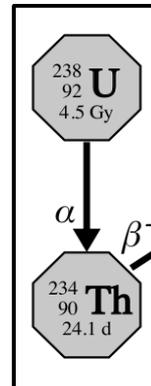
Radioaktives Gleichgewicht

- In Zerfallsreihe stellt sich radioaktives Gleichgewicht ein

$$\frac{dN_i}{dt} = \underbrace{\lambda_{i-1} N_{i-1}} - \underbrace{\lambda_i N_i}$$

Mehr Mutterkerne \rightarrow mehr
Zerfälle in Kern i

Mehr Tochterkerne \rightarrow mehr
Zerfälle in Kern i+1



Wieviel Th würden Sie in
einem kg Uran erwarten?



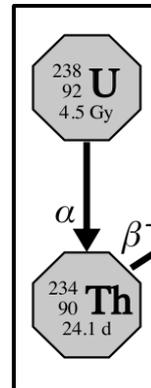
Radioaktives Gleichgewicht

- In Zerfallsreihe stellt sich radioaktives Gleichgewicht ein

$$\frac{dN_i}{dt} = \underbrace{\lambda_{i-1} N_{i-1}} - \underbrace{\lambda_i N_i}$$

Mehr Mutterkerne \rightarrow mehr
Zerfälle in Kern i

Mehr Tochterkerne \rightarrow mehr
Zerfälle in Kern i+1



Wieviel Th würden Sie in
einem kg Uran erwarten?



$$\frac{m_{Th}}{m_U} \approx \frac{\lambda_U}{\lambda_{Th}} = \frac{T_{1/2}(Th)}{T_{1/2}(U)} \approx 1.5 \cdot 10^{-11}$$

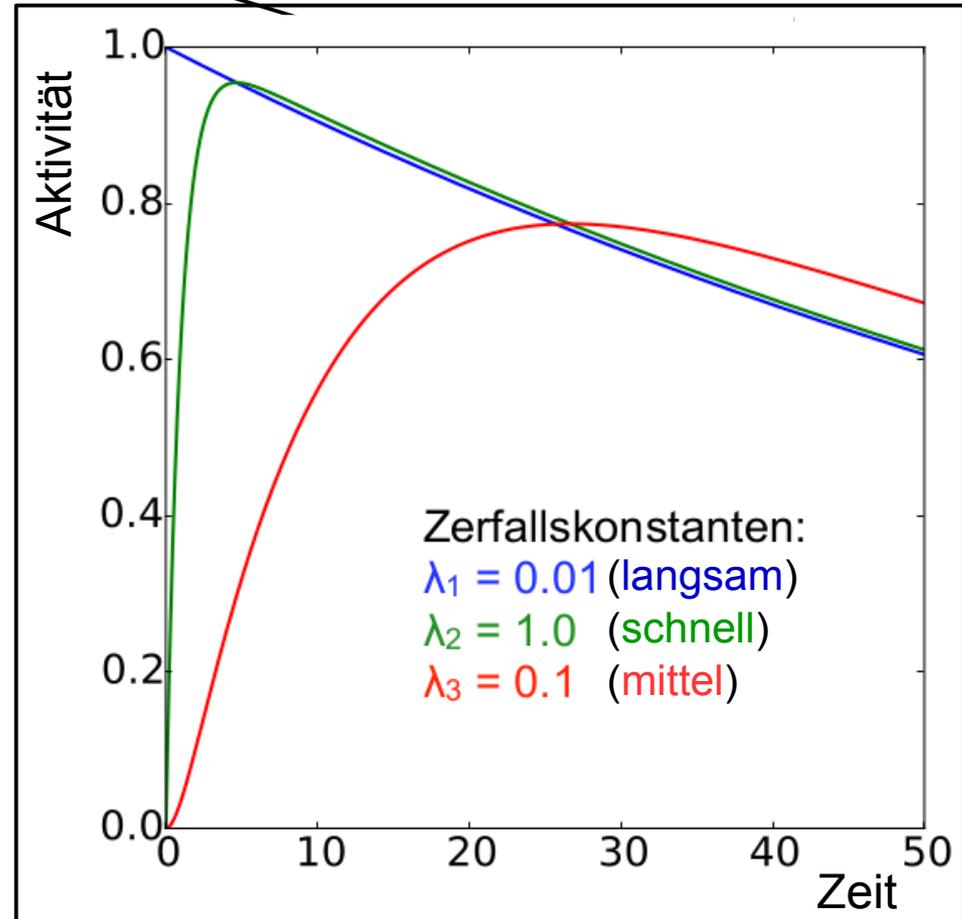
Radioaktives Gleichgewicht

- In Zerfallsreihe stellt sich radioaktives Gleichgewicht ein

$$\frac{dN_i}{dt} = \underbrace{\lambda_{i-1}N_{i-1}} - \underbrace{\lambda_i N_i}$$

Mehr Mutterkerne → mehr
Zerfälle in Kern i

- Spezialfall:** ein Zerfallsprodukt viel langlebiger als die anderen → **säkulares Gleichgewicht**
- Aktivitäten der Tochternuklide nähern sich asymptotisch an Aktivität des Mutternuklids an



α -Zerfallskonstante

- Mit Hilfe des QM Tunneleffekts bestimmbar
 $\rightarrow \alpha$ -Teilchen tunnelt durch Coulombwall

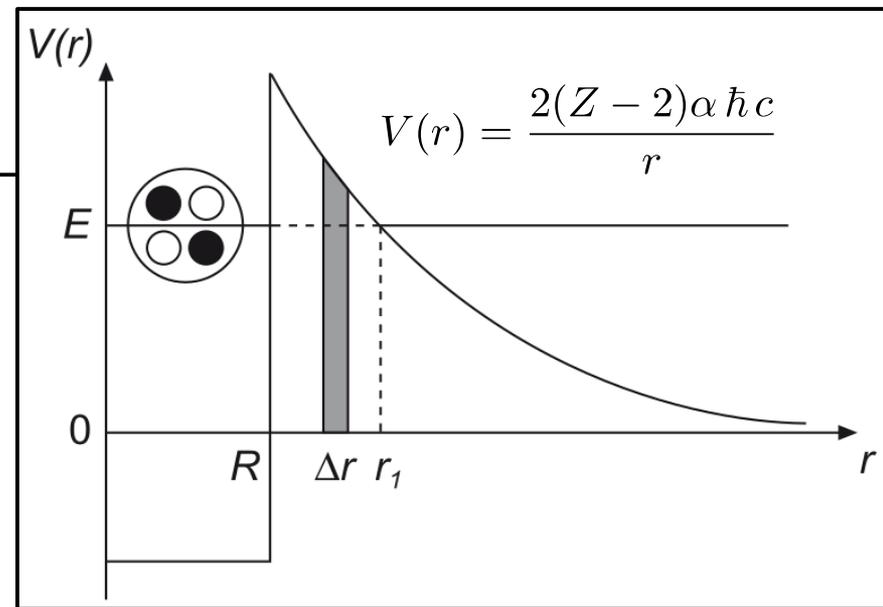
$$\lambda = \mathcal{P}_\alpha \cdot \nu_\alpha \cdot \mathcal{T}_\alpha$$

Wahrscheinlichkeit
Formierung eines
 α -Teilchens im Kern

Transmissions-
wahrscheinlichkeit,
 \rightarrow Tunneleffekt

Tunnelversuche/Zeit

$$\frac{\nu_\alpha}{2 R_K} = \frac{\sqrt{2 E_\alpha / m_\alpha}}{2 R_K}$$



$$\mathcal{T}_\alpha \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \int \sqrt{2 m_\alpha (V_0 - E_\alpha)} dr} = e^{-G}$$

$$V_0 \rightarrow V(r) = \frac{2(Z-2)\alpha \hbar c}{r}$$

$$G \equiv \frac{2}{\hbar} \int \sqrt{2 m_\alpha (V(r) - E_\alpha)} dr \approx \frac{\pi 2(Z-2)\alpha}{\beta} \quad \text{Beweis siehe nächste Folie}$$

$$R_K: \text{ Kernradius} \quad b = \frac{2(Z-2)\alpha \hbar c}{E_\alpha}: \text{ klass. Umkehrpunkt}$$

Gamow-Faktor

$$G \equiv \frac{2}{\hbar} \int \sqrt{2 m_\alpha (V(r) - E_\alpha)} dr$$

$$\equiv \frac{2}{\hbar} \sqrt{2 m_\alpha E_\alpha} \int_0^b \sqrt{\frac{b}{r} - 1} dr$$

$$\equiv \frac{2}{\hbar} \sqrt{2 m_\alpha E_\alpha} \cdot b \cdot \left[\arccos \left(\frac{R_K}{b} \right) - \sqrt{\frac{R_K}{b} - \frac{R_K^2}{b^2}} \right]$$

$$\approx \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{R_K}{b}} \text{ für } b \gg R_K$$

$$\approx \frac{2}{\hbar} \sqrt{2 m_\alpha E_\alpha} \cdot \left(\frac{\pi}{2} b - 2\sqrt{R_K b} \right)$$

$$\approx \frac{2}{\hbar} \sqrt{2 m_\alpha E_\alpha} \left(\frac{\pi}{2} \frac{2(Z-2)\alpha \hbar c}{E_\alpha} - \sqrt{\frac{8 R_K (Z-2)\alpha \hbar c}{E_\alpha}} \right)$$

$$\approx \pi \alpha c \sqrt{2 m_\alpha} \left(\frac{2(Z-2)}{\sqrt{E_\alpha}} - 2\sqrt{\frac{8 R_K (Z-2)}{\pi^2 \alpha \hbar c}} \right)$$

R_K : Kernradius $b = \frac{2(Z-2)\alpha \hbar c}{E_\alpha}$: klass. Umkehrpunkt

Im folgenden vernachlässigt

α -Zerfallskonstante und Geiger-Nuttal-Regel

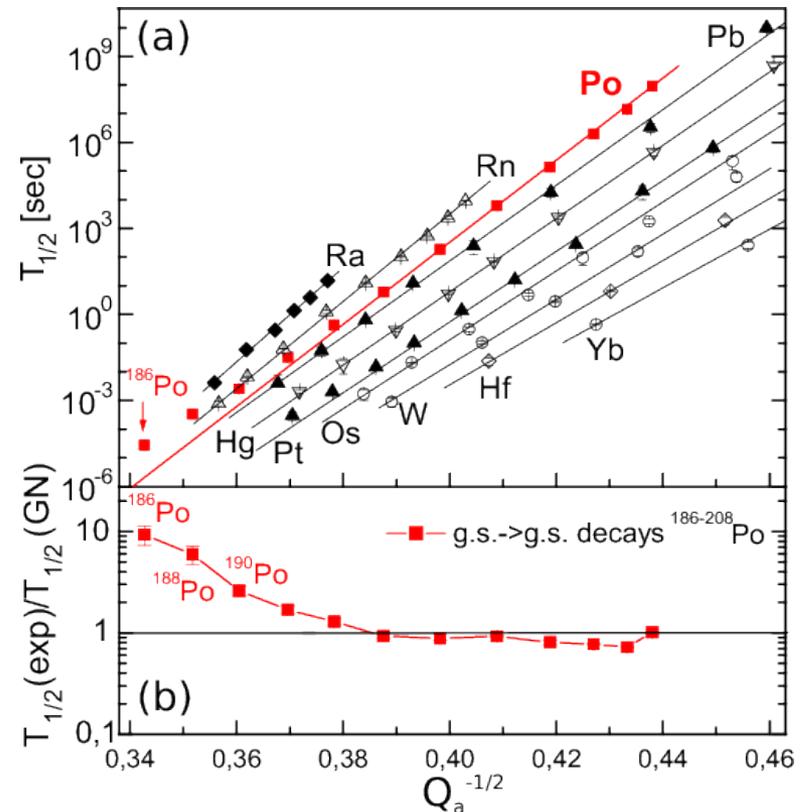
- Zerfallskonstante:

$$\lambda = \mathcal{P}_\alpha \cdot \frac{v_\alpha}{2R_K} \cdot \exp\left(-\pi \alpha 2(Z-2) \sqrt{\frac{2m_\alpha c^2}{E}}\right)$$

- Halbwertszeit:

$$\ln(T_{1/2}) \propto -\ln \lambda = a_1 + a_2 \frac{Z}{\sqrt{E}}$$

(Geiger-Nuttal-Regel)



KW-21/22

4 Kernmodelle

4.1 Eigenschaften stabler Kerne

4.2 Fermigas und Tröpfchenmodell

4.3 Schalenmodell

4.4 Struktur der Kernkräfte

KW-22

5 Instabile Kerne

5.1 Radioaktives Zerfallsgesetz

5.2 Alpha-, Beta-, Gammastrahlen

5.3 Kernspaltung und Kernfusion

KW-23

6 Anwendungen der Kernphysik

6.1 Energieerzeugung

6.2 Kernphysik in der Medizin

6.3 Nukleare Thermodynamik

6.4 Nukleare Astrophysik

KW-24

7 Symmetrien und Erhaltungssätze

7.1 Symmetrien und Quantenzahlen

7.2 Diskrete und kontinuierliche Symmetrien

7.3 Schlüsselexperimente zu C-, P-, CP-Verletzung

KW-25/26

8 QCD: Quarks, Gluonen und Hadronen

8.1 Quarkmodell und Hadronen

8.2 Quarkonium

8.3 Farbwechselwirkung in der QCD

8.4 Struktur der Nukleonen und Partonmodell

YOU
ARE
HERE