

Moderne Experimentalphysik III: Kerne und Teilchen (Physik VI)

Günter Quast, Roger Wolf, Pablo Goldenzweig
20. Juni 2017

INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IEKP) – PHYSICS FACULTY



Kapitel 7: Symmetrien und Erhaltungssätze



Kapitel 7.1: Symmetrien und Quantenzahlen



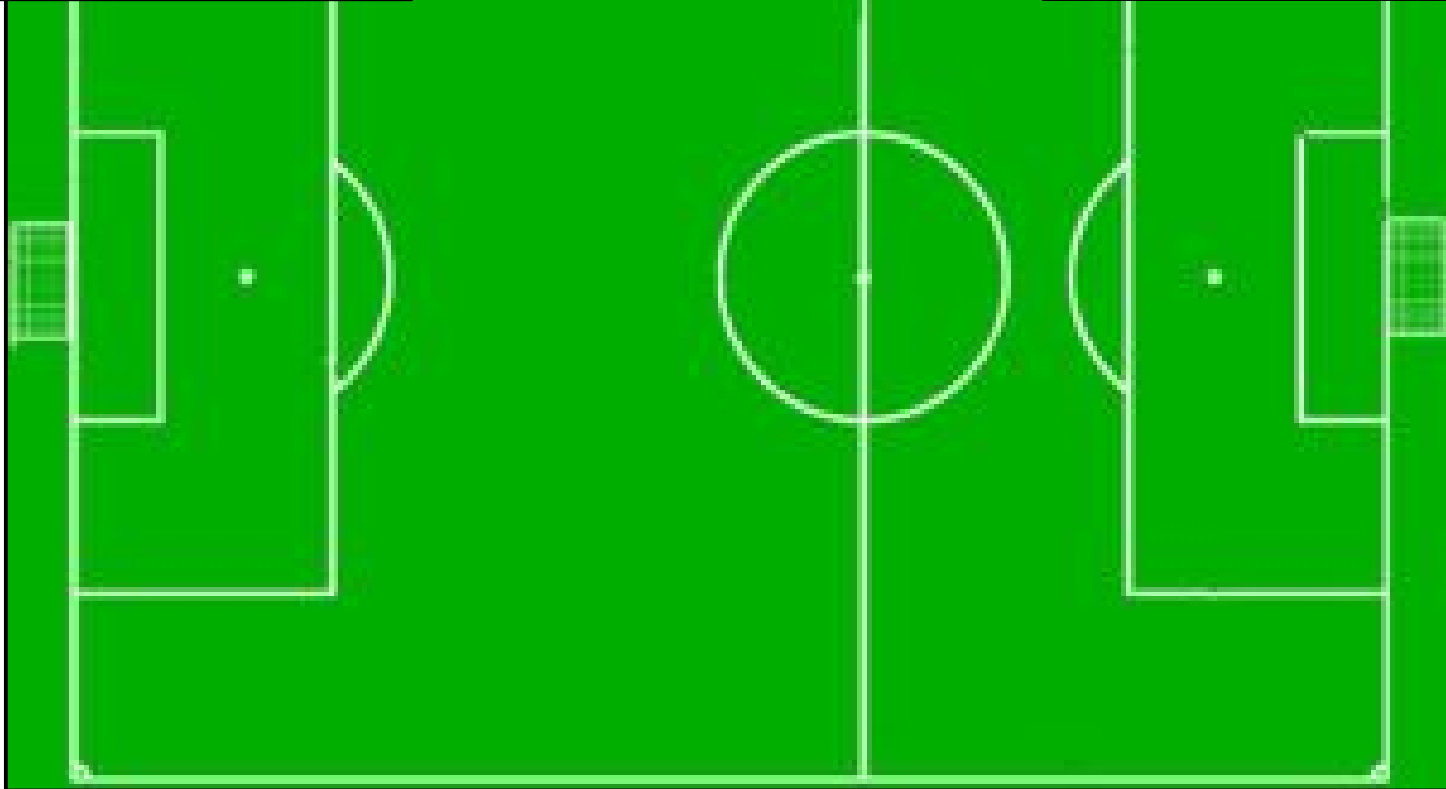
Bedeutung von Symmetrie...



Was läuft hier falsch?

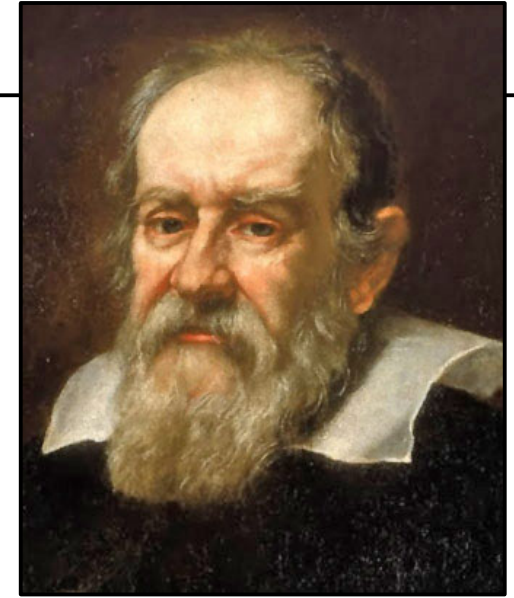


3:2



Bedeutung von Symmetrie in der Physik

- Erhaltungssätze wie **Energieerhaltung** erst seit wenigen hundert Jahren etabliert
- Heute: **Symmetrie** \leftrightarrow **Erhaltungsgröße** im betrachteten physikalischen System
- In QM: **Erhaltungsgröße** \leftrightarrow **Quantenzahl**
- (Stationäres) physikalisches System kann durch vollständigen Satz an Quantenzahlen beschrieben werden (\rightarrow H-Atom)



Galileo Galilei

1564 – 1641

Symmetrien: heute **von fundamentaler Bedeutung** für Beschreibung physikalischer Phänomene

Symmetrie

Symmetrie: Transformation
unter der \mathcal{L} invariant ist

Symmetrie \leftrightarrow Erhaltungsgröße⁽¹⁾

- Betrachte Lagrangedichte eines komplexen skalaren Feldes (vgl [VL-09 Folie 19](#)):

$$\mathcal{L}(\partial_\mu\phi, \partial_\mu\phi^*, \phi, \phi^*) = \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi^* - m^2\phi\phi^*$$

- \mathcal{L} sei invariant unter der Transformation:

$$\begin{aligned}\phi_j &\rightarrow \phi'_j = \phi_j + \delta\phi_j \\ \partial_\mu\phi_j &\rightarrow \partial_\mu\phi'_j = \partial_\mu\phi_j + \delta\partial_\mu\phi_j\end{aligned}$$

Symmetrie: Transformation unter der \mathcal{L} invariant ist

(1) hier für interne Symmetrie

Symmetrie \leftrightarrow Erhaltungsgröße⁽¹⁾

- Betrachte Lagrangedichte eines komplexen skalaren Feldes (vgl. [VL-09 Folie 19](#)):

$$\mathcal{L}(\partial_\mu \phi, \partial_\mu \phi^*, \phi, \phi^*) = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - m^2 \phi \phi^*$$

- \mathcal{L} sei invariant unter der Transformation:

$$\begin{aligned} \phi_j &\rightarrow \phi'_j = \phi_j + \delta \phi_j \\ \partial_\mu \phi_j &\rightarrow \partial_\mu \phi'_j = \partial_\mu \phi_j + \delta \partial_\mu \phi_j \end{aligned}$$

Symmetrie: Transformation unter der \mathcal{L} invariant ist

- Dann muss auch gelten:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\{\partial_\mu \phi_j + \delta \partial_\mu \phi_j\}, \{\phi_j + \delta \phi_j\}) &\stackrel{\text{Taylor}}{=} \\ \mathcal{L}(\{\partial_\mu \phi_j\}, \{\phi_j\}) + \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi_j} \cdot \delta \partial_\mu \phi_j + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi_j} \cdot \delta \phi_j \right) &\stackrel{!}{=} \mathcal{L}(\{\partial_\mu \phi_j\}, \{\phi_j\}) \end{aligned}$$

Symmetrie \leftrightarrow Erhaltungsgröße⁽¹⁾

- Wir erhalten also:

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi_j} \cdot \delta \partial_\mu \phi_j + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi_j} \cdot \delta \phi_j \stackrel{!}{=} 0$$

$$\partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi_j} - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi_j} = 0 \quad \forall j \quad (\rightarrow \text{“auf der Massenschale”}):$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi_j} = \partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi_j}$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi_j} \cdot \partial_\mu \delta \phi_j + \partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi_j} \cdot \delta \phi_j = 0;$$

$$\partial_\mu \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi_j} \delta \phi_j \right) = 0$$

$$\equiv J^\mu \quad (\rightarrow \text{Noetherstrom})$$

- Symmetrie der Lagrangedichte \rightarrow Erhaltungsgröße (J^μ , [Noether-Theorem](#)).

(1) hier für interne Symmetrie

Noetherladung

- Wir untersuchen den Noetherstrom noch etwas genauer:

$$\int_V \partial_\mu J^\mu d^3x = \int_V \left(\partial_t J^0 - \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \right) d^3x \stackrel{!}{=} 0;$$

$$\int_V \partial_t J^0 d^3x = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} d^3x = \int_{\partial V} \vec{J} \cdot d\vec{f} \stackrel{!}{=} 0$$

(Satz von Gauß)

$$\frac{d}{dt} \int_V J^0 d^3x = 0$$

(→ Noetherladung)

- Aus der Symmetrie der Lagrangedichte läßt sich ein **erhaltener Strom** und eine **erhaltene Ladung** ableiten.
- Das Noether-Theorem gilt so wie hier gezeigt zunächst nur für kontinuierliche Symmetrie-Transformationen. Es läßt sich aber zum Teil auf diskrete Symmetrien erweitern.

Arten von Symmetrien



- Symmetrien können...
 - ... kontinuierlich oder diskret sein,
 - ... allein auf die Felder selbst wirken,
 - ... allein auf die Argumente der Felder,
 - ... oder auf beides



Arten von Symmetrien

- Symmetrien können...
 - ... kontinuierlich oder diskret sein, \longrightarrow Parität (P),⁽¹⁾ Rotation im \mathbb{R}^3
 - ... allein auf die Felder selbst wirken, \longrightarrow Intern, $SU(2)$ Isospin⁽²⁾
 - ... allein auf die Argumente der Felder, \longrightarrow Extern, Translationsinvarianz
 - ... oder auf beides \longrightarrow Eigentliche Lorentztransformation auf Spinoren⁽³⁾

(1) siehe [VL-10 Folie 8](#)

(2) siehe [VL-10 Folie 9](#)

(3) siehe [VL-09 Folie 16](#)



Arten von Symmetrien

- Symmetrien können...
 - ... kontinuierlich oder diskret sein, \longrightarrow Parität (P),⁽¹⁾ Rotation im \mathbb{R}^3
 - ... allein auf die Felder selbst wirken, \longrightarrow Intern, $SU(2)$ Isospin⁽²⁾
 - ... allein auf die Argumente der Felder, \longrightarrow Extern, Translationsinvarianz
 - ... oder auf beides \longrightarrow Eigentliche Lorentztransformation auf Spinoren⁽³⁾

(1) siehe [VL-10 Folie 8](#)

(2) siehe [VL-10 Folie 9](#)

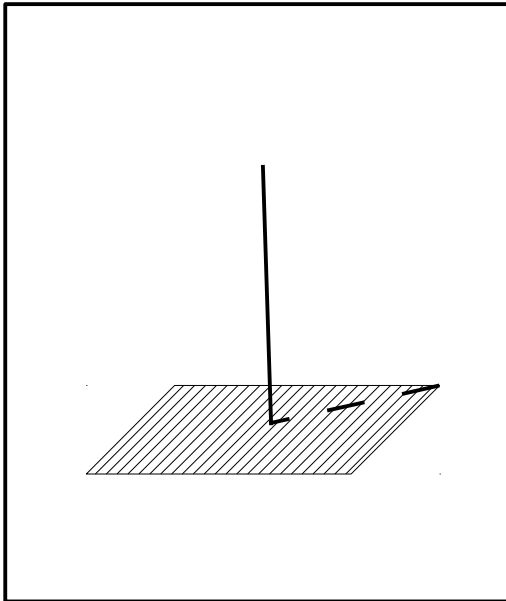
(3) siehe [VL-09 Folie 16](#)

- Symmetrieoperationen können global (= überall im Raum gleich) oder lokal angewandt werden (vgl [VL-09 Folien 20f](#))
- Erinnerung: die fundamentalen Wechselwirkungen der Teilchen untereinander werden mit Hilfe von **lokalen Eichsymmetrien** in das SM eingeführt

Symmetrien können gebrochen sein

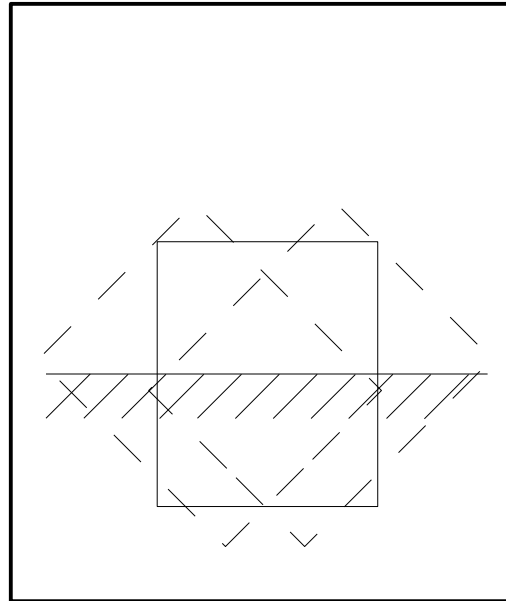
- Symmetrie existiert in der Lagrangedichte aber nicht im Grundzustand des betrachteten physikalischen Systems (→ **Spontane Symmetriebrechung**):
- **Beispiele:**

Nähnadel auf Spitze:



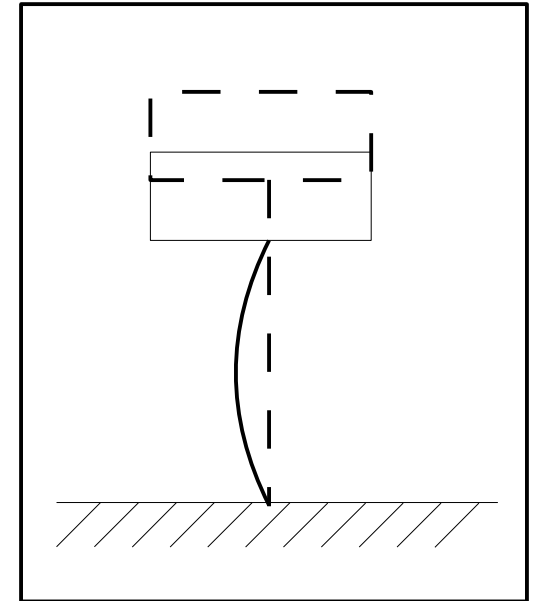
φ Symmetrie

Holzblock in Wasser:



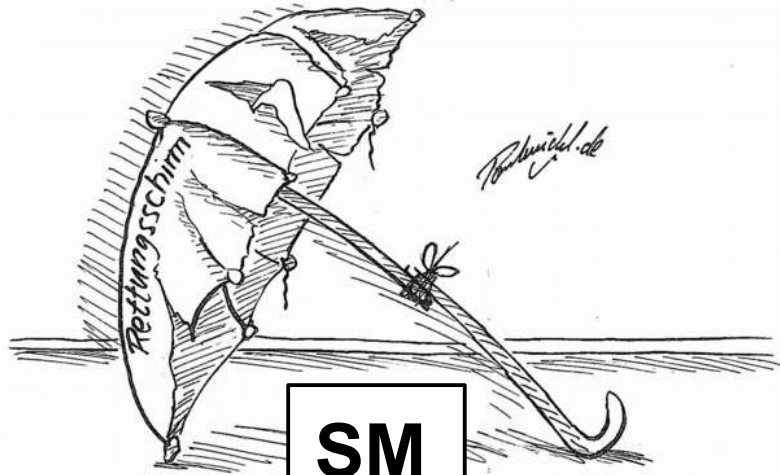
Achsensymmetrie

Holzblock auf Stab:



φ Symmetrie

- Spontane Symmetriebrechung ist ein fundamentaler Pfeiler des SM (vgl [VL-09 Folie 10](#), [VL-14 Folie 16](#))


SM

Problem: lokale Eichsymmetrien in Lagrangedichte sind durch massive Teilchen explizit gebrochen

Wie kann eine Symmetrie zur gleichen Zeit erhalten und gebrochen sein?

Spontane Symmetriebrechung:

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$x = r \cos \varphi$$

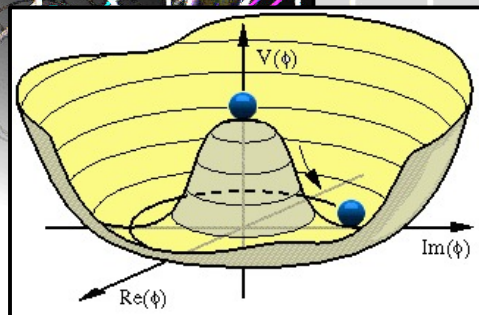
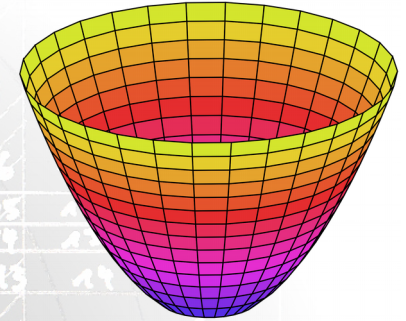
$$y = r \sin \varphi$$

$$f(x, y)|_{r, \varphi} = r^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = r^2$$

$$\tilde{f}(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 1)^2$$

$$\tilde{f}(x, y)|_{r, \varphi} = r^2 + 2(1 - r(\sin \varphi + \cos \varphi))$$

("hidden symmetry")



Führe Potential ein das den Grundzustand des Universums aus der Symmetrieachse der Bewegungsgleichungen zwingt.

→ Teilchenmasse als Kopplung an nicht verschwindenden Vakuumerwartungswert.

Transformationen und Gruppen

- Physikalische (Koordinaten-)Transformationen bilden **mathematische Gruppen**:

Gruppe:

Menge (\mathcal{G}) + (zweistellige) Verknüpfung ($*$), so dass gilt:

$$* : \mathcal{G} \times \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{G}, \quad (a, b) \rightarrow a * b$$

mit

$$(a * b) * c = a * (b * c) \quad (\text{Assoziativität})$$

$$\exists e \in \mathcal{G} : e * a = a \quad \forall a \in \mathcal{G} \quad (\text{Neutrales Element})$$

$$\exists a^{-1} \in \mathcal{G} : a * a^{-1} = e \quad \forall a \in \mathcal{G} \quad (\text{Inverses Element})$$

- Wichtig ist, dass die Gruppe “schließt”, d.h. $a * b \in \mathcal{G}$

Transformationen und Gruppen

- Physikalische (Koordinaten-)Transformationen bilden **mathematische Gruppen**:

Gruppe:

Menge (\mathcal{G}) + (zweistellige) Verknüpfung ($*$), so dass gilt:

$$* : \mathcal{G} \times \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{G}$$

mit

$$(a * b) * c = a * (b * c)$$

$$\exists e \in \mathcal{G} : e * a = a * e = a$$

$$\exists a^{-1} \in \mathcal{G} : a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

Beispiel: Drehungen im \mathbb{R}^2

Menge ($\mathcal{G} = SO(2)$), Verknüpfung ($*$, Matrixmultiplikation)

$$* : \mathcal{G} \times \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{G}, \quad (R(\alpha), R(\beta)) \rightarrow R(\alpha) * R(\beta) = R(\alpha + \beta)$$

Neutrales Element : $1_2 = R(0)$

Inverses Element : $R^{-1}(\alpha) = R^T(\alpha) = R(-\alpha)$

- Wichtig ist, da

Transformationen und Gruppen

- Physikalische (Koordinaten-)Transformationen bilden **mathematische Gruppen**:

Gruppe:

Menge (\mathcal{G}) + (zweistellige) Verknüpfung ($*$), so dass gilt:

$$* : \mathcal{G} \times \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{G}$$

mit

$$(a * b) * c = a * (b * c)$$

$$\exists e \in \mathcal{G} : e * a = a * e = a$$

$$\exists a^{-1} \in \mathcal{G} : a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

Beispiel: Drehungen im \mathbb{R}^2

Menge ($\mathcal{G} = SO(2)$), Verknüpfung ($*$, Matrixmultiplikation)

$$* : \mathcal{G} \times \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{G}, \quad (R(\alpha), R(\beta)) \rightarrow R(\alpha) * R(\beta) = R(\alpha + \beta)$$

Neutrales Element : $1_2 = R(0)$

Inverses Element : $R^{-1}(\alpha) = R^T(\alpha) = R(-\alpha)$

$$R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (\text{Darstellung in 2d})$$

$$R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (\text{Darstellung in 3d})$$

- Wichtig ist, da

Beispiele von Transformationsgruppen

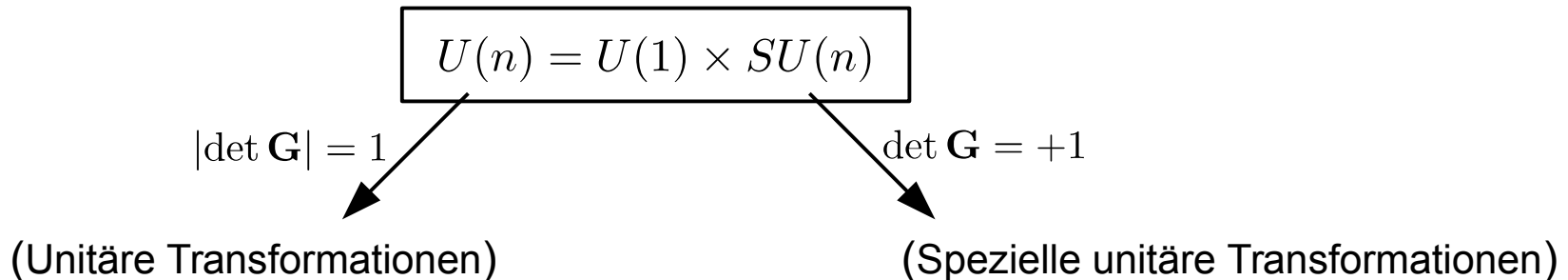
- Alle Drehungen im \mathbb{R}^n : spezielle orthogonale Gruppe $SO(n)$
- Alle Drehungen im \mathbb{R}^n inklusive Spiegelungen: orthogonale Gruppe $O(n)$
(\rightarrow winkeltreue Abbildungen)
- Spiegelungen am Ursprung (\rightarrow Parität): Z_2
- Anmerkung: $O(n) = SO(n) \times Z_2$
- Alle Translationen im Raum
- Alle Gallileitransformationen
- Alle Lorentztransformationen, Drehungen und Translationen im \mathbb{R}^{3+1}
(\rightarrow **Poicaré-Gruppe**)
- ...

Unitäre Transformationen

$$\psi(\vec{x}, t) \rightarrow \psi'(\vec{x}, t) = e^{i\vartheta} \psi(\vec{x}, t)$$

$U(1)$ Phasentransformation.

- $U(n)$: Gruppe der **unitären Transformationen** im \mathbb{C}^n mit den folgenden Eigenschaften: $\mathbf{G} \in U(n)$, $\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G} = 1_n$, $|\det \mathbf{G}| = 1$
- Spaltet man eine weitere Phase von \mathbf{G} ab kann man erreichen, dass: $\det \mathbf{G} = +1$



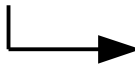
- Die $SU(n)$ spielen in der Teilchenphysik eine besondere Rolle. Wir werden sie daher im folgenden als Beispiel verwenden, um einige Begriffe einzuführen

Kontinuierliche Gruppentransformationen

- Kontinuierliche Gruppentransformationen → **zusammengesetzt** aus vielen infinitesimalen Transformationen mit einem kontinuierlichen Parameter $\vartheta \in \mathbb{R}$:

$$\vartheta \in \mathbb{R} \quad \mathfrak{t} \in \mathcal{M}(n \times n)$$

$$\mathbf{G}|_{\text{finite}} = \left(1_n + i \frac{\vartheta}{m} \mathfrak{t} \right)^m \xrightarrow{m \rightarrow \infty} e^{i\vartheta \cdot \mathfrak{t}}$$



- \mathfrak{t} Generatoren von G .
- Definieren Struktur von G .

- Die Menge der G (mit entsprechender Verknüpfung) bildet eine **Lie-Gruppe**
- Die Menge der \mathfrak{t} bildet die **Lie-Algebra**

Eigenschaften der \mathbf{t}

- **Hermiteisch:**

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^\dagger \mathbf{G} &= 1_n \\ &= (1_n - i\vartheta \mathbf{t}^\dagger) (1_n + i\vartheta \mathbf{t}) = 1_n + i\vartheta \underbrace{(\mathbf{t} - \mathbf{t}^\dagger)} + O(\vartheta^2) \end{aligned}$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}^\dagger$$

- **Spurfrei:**

$$\begin{aligned} \det \mathbf{G} &= \det (1_n + i\vartheta \mathbf{t}) \\ &= 1 + i\vartheta \text{Tr}(\mathbf{t}) + O(\vartheta^2) \stackrel{!}{=} 1 \end{aligned}$$

$$\text{Tr}(\mathbf{t}) = 0$$

- **Dimension des Tangentialraums:**

- n reelle Einträge auf Diagonale.
- $1/2 \cdot n(n-1)$ komplexe Einträge auf off-Diagonale.
- -1 für $SU(n)$ wegen $\det \mathbf{G} = 1$

- $U(n)$ hat n^2 Generatoren.
- $SU(n)$ hat $(n^2 - 1)$ Generatoren.

Examples that appear in the SM ($U(1)$)



- $U(1)$ transformations (equivalent to $SO(2)$):
 - Number of generators: $1^2 = 1$

Was ist der Generator
der $U(1)$

Examples that appear in the SM ($U(1)$)



- $U(1)$ transformations (equivalent to $SO(2)$):
 - Number of generators: $1^2 = 1$

Was ist der Generator
der $U(1) \rightarrow 1$

Examples that appear in the SM ($SU(2)$)

- $SU(2)$ transformations (equivalent to $SO(3)$):

- Number of generators: $(2^2 - 1) = 3$

- i.e. there are 3 matrices $\{\mathbf{t}_j\}$, which form a basis of traceless hermitian matrices, for which the following relation holds:

$$\mathbf{G} = e^{i \sum \vartheta_j \mathbf{t}_j} \quad 1 \leq j \leq 3$$

- Explicit representation:

$$\mathbf{t}_j = \frac{1}{2} \sigma_j \quad (j = 1 \dots 3) \quad (3 \text{ Pauli matrices})$$

$$[\mathbf{t}_i, \mathbf{t}_j] = i \epsilon_{ijk} \mathbf{t}_k \quad \longrightarrow \quad \bullet \text{ algebra closes.}$$

- structure constants of $SU(2)$.

- In der schwachen Wechselwirkung im SM: W^+ , W^- , Z^0

Examples that appear in the SM ($SU(3)$)

- $SU(3)$ transformations:

- Number of generators: $(3^2 - 1) = 8$

- i.e. there are 8 matrices $\{\mathbf{T}_j\}$, which form a basis of traceless hermitian matrices, for which the following relation holds:

$$\mathbf{G} = e^{i \sum \vartheta_j \mathbf{T}_j} \quad 1 \leq j \leq 8$$

- Explicit representation:

$$\mathbf{T}_j = \frac{1}{2} \lambda_j \quad (j = 1 \dots 8)$$

(8 Gell-Mann matrices)

$$[\mathbf{T}_i, \mathbf{T}_j] = i f_{ijk} \mathbf{T}_k$$

• algebra closes.

• structure constants of $SU(3)$.

- In der starken Wechselwirkung im SM: $|r\bar{g}\rangle, |r\bar{b}\rangle, |g\bar{r}\rangle, |g\bar{b}\rangle, |b\bar{r}\rangle, |b\bar{g}\rangle$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|r\bar{r}\rangle - |g\bar{g}\rangle), \quad \frac{1}{\sqrt{6}} (|r\bar{r}\rangle + |g\bar{g}\rangle - 2|b\bar{b}\rangle)$$

Abelsche und nicht-abelsche Gruppen

- $U(1)$ ist eine **abelsche Gruppe** → Reihenfolge in der Transformationen ausgeführt werden egal
- $SU(2)$ und $SU(3)$ sind nicht-abelsche Gruppen (siehe Kommutator-Relationen) → Reihenfolge in der Transformationen ausgeführt werden spielt eine Rolle!
- Für die folgende Übung beachte:

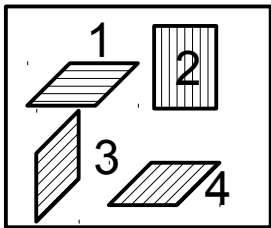
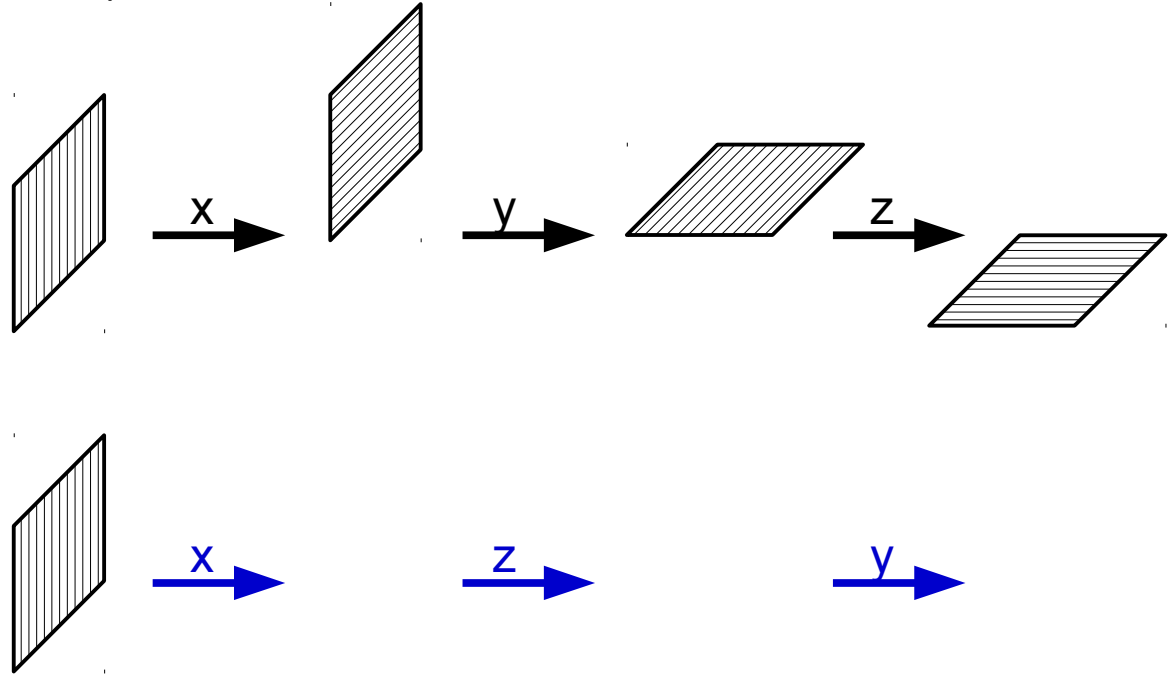
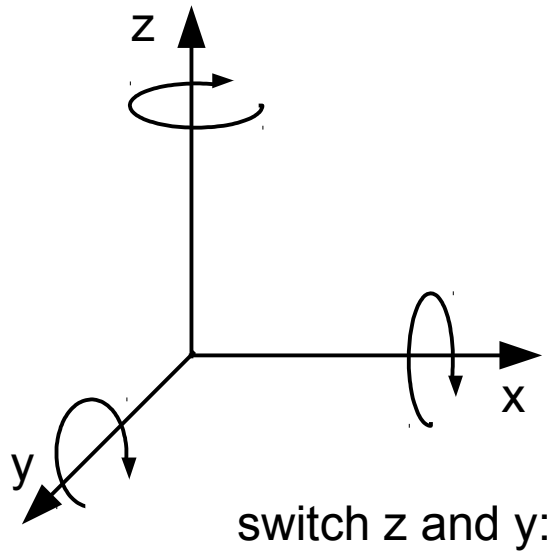
$$U(1) \sim SO(2)$$

$$SU(2) \sim SO(3)$$

(Non-)Abelian symmetry transformations



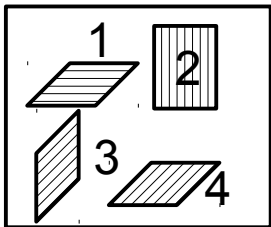
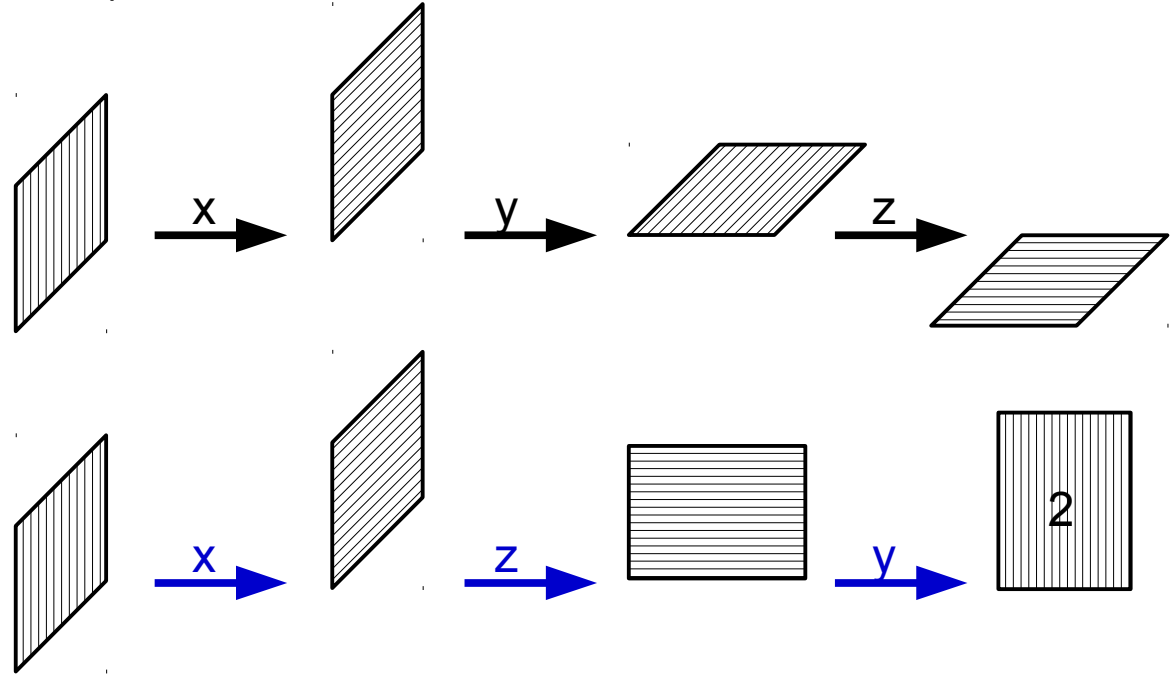
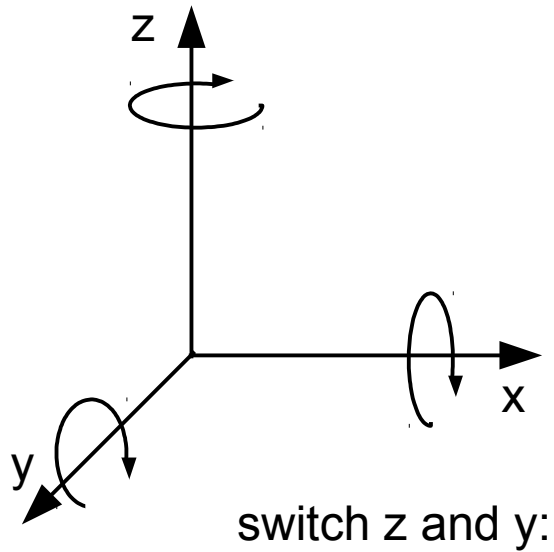
- Example $SO(3)$ (90° rotations in \mathbb{R}^3):



(Non-)Abelian symmetry transformations



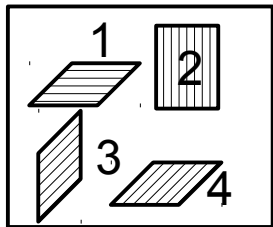
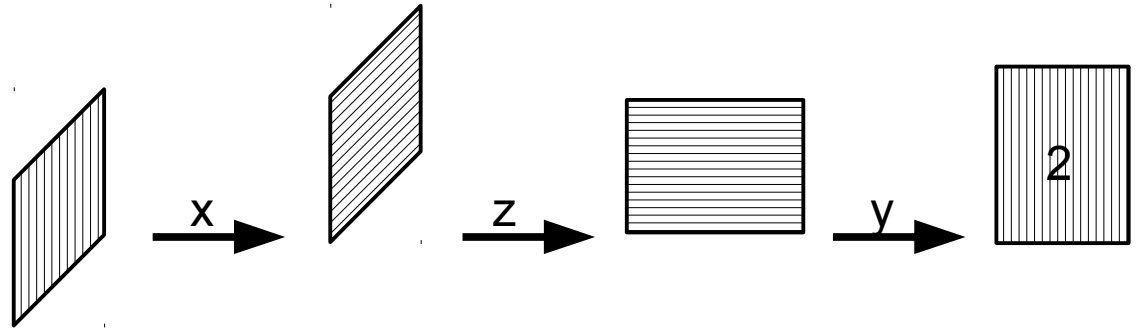
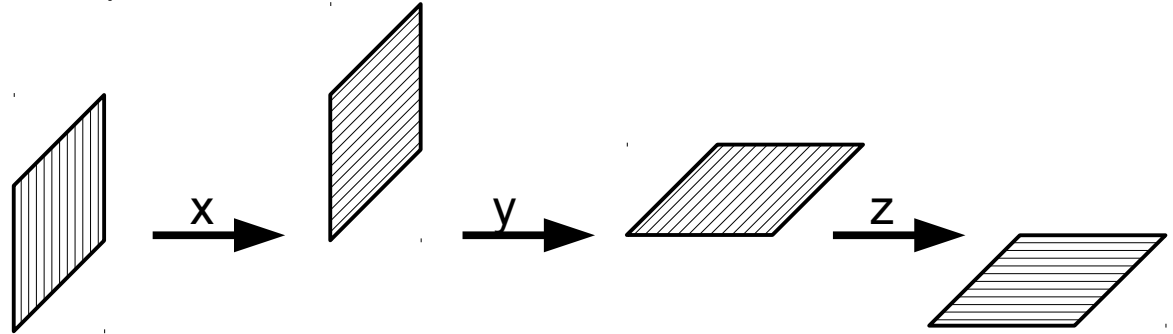
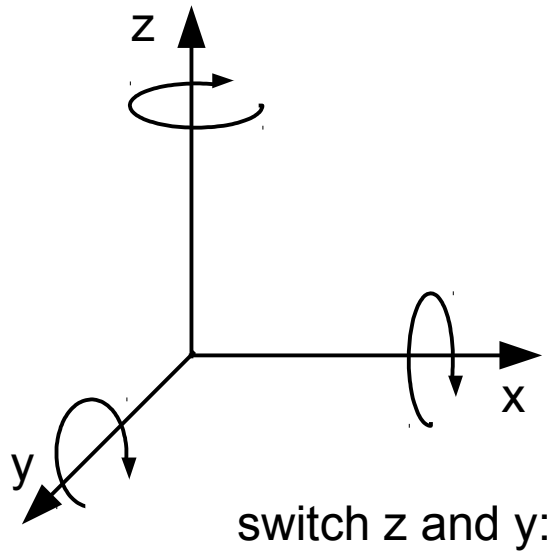
- Example $SO(3)$ (90° rotations in \mathbb{R}^3):



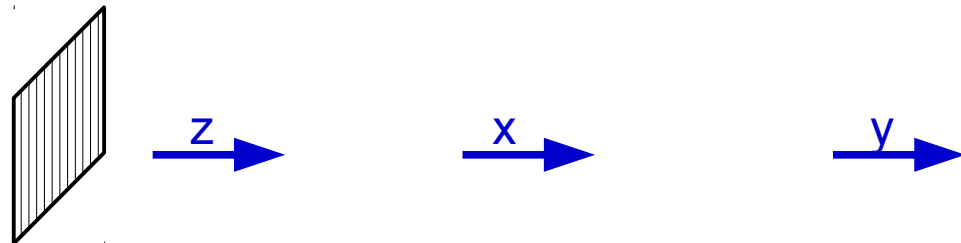
(Non-)Abelian symmetry transformations



- Example $SO(3)$ (90° rotations in \mathbb{R}^3):



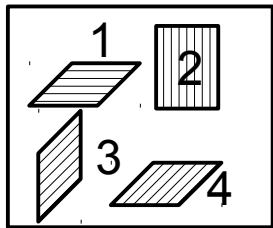
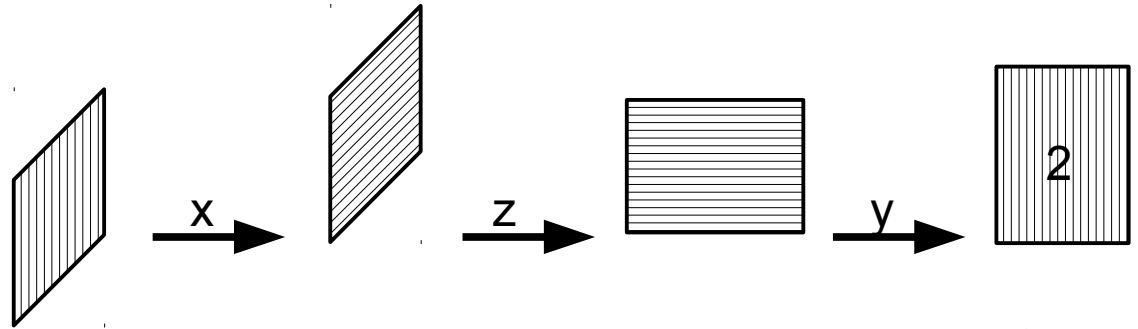
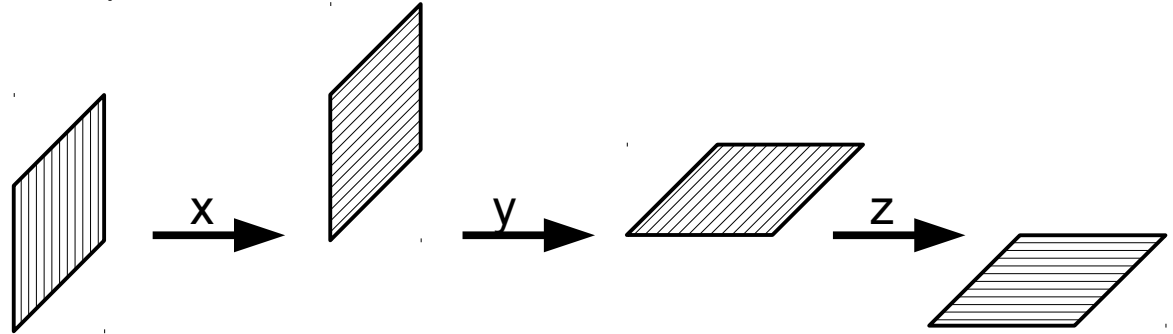
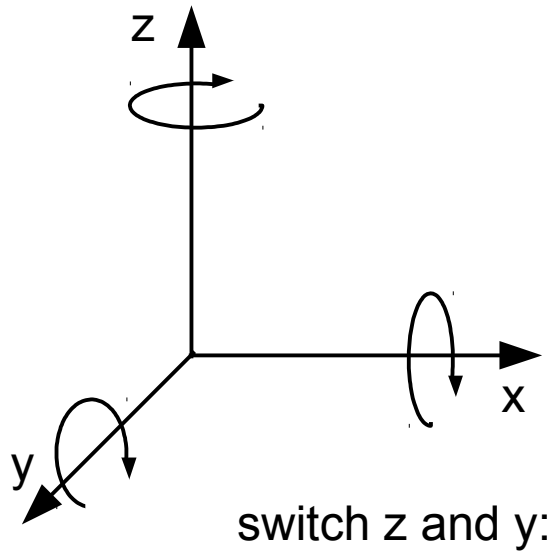
cyclic permutation:



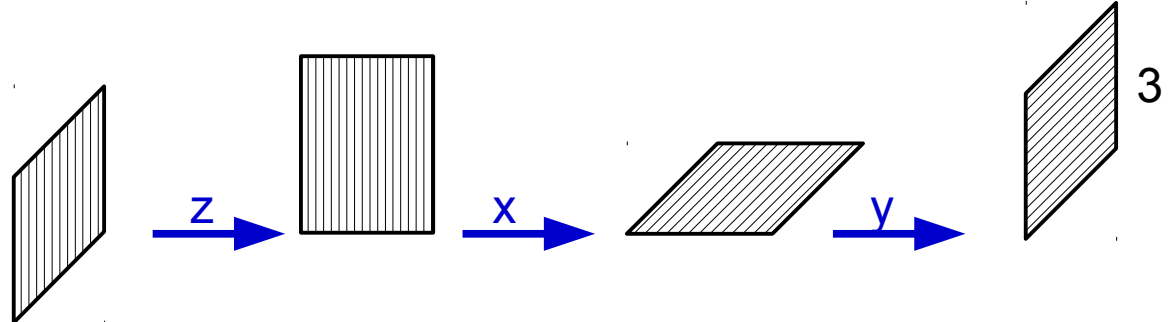
(Non-)Abelian symmetry transformations



- Example $SO(3)$ (90° rotations in \mathbb{R}^3):



cyclic permutation:



Beispiel: interne Erhaltungsgröße

- Betrachte Lagrangedichte eines komplexen skalaren Feldes von Folie 6:

$$\mathcal{L}(\partial_\mu \phi, \partial_\mu \phi^*, \phi, \phi^*) = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - m^2 \phi \phi^*$$

- \mathcal{L} offensichtlich invariant unter Phasentransformationen auf ϕ :

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow \phi' = e^{i\vartheta} \phi = \phi + \delta\phi \\ \phi^* &\rightarrow \phi'^* = e^{-i\vartheta} \phi^* = \phi^* - \delta\phi^* \end{aligned}$$

mit :

$$\delta\phi = i\vartheta\phi$$

$$\delta\phi^* = -i\vartheta\phi^*$$

$$\begin{aligned} J^\mu &= \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu \phi_j} \delta\phi_j \\ &= \partial^\mu \phi^* (i\vartheta\phi) + \partial^\mu \phi (-i\vartheta\phi^*) \propto (\partial^\mu \phi^* \phi - \partial^\mu \phi \phi^*) \quad (\text{Noetherstrom} = \text{elektr. Strom}) \end{aligned}$$

$$J^0 = Q \propto \int_V \dot{\phi}^* \phi - \dot{\phi} \phi^* = q \cdot 1 \quad (\text{Noetherladung} = \text{elektr. Ladung})$$

Beispiel: interne Erhaltungsgröße

- Betrachte Lagrangedichte eines komplexen skalaren Feldes von Folie 6:

$$\mathcal{L}(\partial_\mu \phi, \partial_\mu \phi^*, \phi, \phi^*) = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - m^2 \phi \phi^*$$

- \mathcal{L} offensichtlich invariant unter Phasentransformationen auf ϕ :

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow \phi' = e^{i\vartheta} \phi = \phi + \delta\phi \\ \phi^* &\rightarrow \phi'^* = e^{-i\vartheta} \phi^* = \phi^* - \delta\phi^* \end{aligned}$$

mit :

$$\begin{aligned} \delta\phi &= i\vartheta\phi \\ \delta\phi^* &= -i\vartheta\phi^* \end{aligned}$$

Anm.: Generator der Symmetrietransformation ist 1

$$\begin{aligned} J^\mu &= \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\mu\phi_j} \delta\phi_j \\ &= \partial^\mu \phi^* (i\vartheta\phi) + \partial^\mu \phi (-i\vartheta\phi^*) \propto (\partial^\mu \phi^* \phi - \partial^\mu \phi \phi^*) \quad (\text{Noetherstrom} = \text{elektr. Strom}) \end{aligned}$$

$$J^0 = Q \propto \int_V \dot{\phi}^* \phi - \dot{\phi} \phi^* = q \cdot 1 \quad (\text{Noetherladung} = \text{elektr. Ladung})$$

Beispiel: interne Erhaltungsgröße

- Beziehungen zwischen Symmetrie und Erhaltungsgröße in der Teilchenphysik:

$U(1)_Y$ \longrightarrow Elektrische Ladung (im SM Hyperladung Y)

$SU(2)_L$ \longrightarrow Schwacher Isospin (für linkshändige Teilchen)

$SU(3)_c$ \longrightarrow Farbladung (rot, grün, blau)

Beispiel: externe Erhaltungsgröße

- Betrachte Lagrangedichte eines nicht-komplexen skalaren Feldes:

$$\mathcal{L}(\partial_\mu \phi, \phi) = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m^2 \phi \phi$$

- Untersuche Invarianz von \mathcal{L} unter Translationen a^μ :

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{-ia^\nu \hat{p}_\nu} \phi = \phi + \underbrace{a^\nu \partial_\nu \phi}_{\equiv \delta \phi} \quad (1)$$

- Dann muss auch gelten:

$$\mathcal{L}(\partial_\mu \phi', \phi') \stackrel{\text{Taylor}}{=} \mathcal{L}(\partial_\mu \phi, \phi) + \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} \delta \phi + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \phi)} \delta (\partial_\mu \phi) \right) \stackrel{!}{=} \mathcal{L}(\partial_\mu \phi, \phi) + a^\mu \partial_\mu \mathcal{L}$$

$$\partial_\mu \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \phi)} \delta \phi - a^\mu \mathcal{L} \right) = \partial_\mu \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \phi)} \partial_\nu \phi - g_\nu^\mu \mathcal{L} \right) a^\nu = 0$$

Beispiel: externe Erhaltungsgröße

- Wir erhalten also:

$$T_{\nu}^{\mu} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_{\mu} \phi)} \partial_{\nu} \phi - g_{\nu}^{\mu} \mathcal{L}$$

(Noetherstrom = Energie-Impuls-Tensor für skalares Feld)

$$P_{\nu} \equiv \int_V T_{\nu}^0 d^3x$$

(Noetherladung = 4er-Impulserhaltung)

$$P_0 = \int_V T_0^0 d^3x = \int_V \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\phi}} \dot{\phi} - \mathcal{L} \right) d^3x = \int_V \mathcal{H} d^3x = const \quad (\text{Energieerhaltung})$$

$$P_j = \int_V T_j^0 d^3x = \int_V \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\phi}} \partial_j \phi - \mathcal{L} \right) d^3x = \int_V \dot{\phi} \partial_j \phi d^3x = const \quad (\text{Impulserhaltung})$$

Anm.: Generator der Symmetrietransformation ist Impulsoperator

KW-21/22

4 Kernmodelle

4.1 Eigenschaften stabler Kerne

4.2 Fermigas und Tröpfchenmodell

4.3 Schalenmodell

4.4 Struktur der Kernkräfte

KW-22

5 Instabile Kerne

5.1 Radioaktives Zerfallsgesetz

5.2 Alpha-, Beta-, Gammastrahlen

5.3 Kernspaltung und Kernfusion

KW-23

6 Anwendungen der Kernphysik

6.1 Energieerzeugung

6.2 Kernphysik in der Medizin

6.3 Nukleare Thermodynamik

6.4 Nukleare Astrophysik

KW-24

7 Symmetrien und Erhaltungssätze

7.1 Symmetrien und Quantenzahlen

7.2 Diskrete und kontinuierliche Symmetrien

7.3 Schlüsselexperimente zu C-, P-, CP-Verletzung

KW-25/26

8 QCD: Quarks, Gluonen und Hadronen

8.1 Quarkmodell und Hadronen

8.2 Quarkonium

8.3 Farbwechselwirkung in der QCD

8.4 Struktur der Nukleonen und Partonmodell

YOU
ARE
HERE

