

# Moderne Experimentalphysik III: Kerne und Teilchen (Physik VI)

**Günter Quast, Roger Wolf, Pablo Goldenzweig**  
06. Juli 2017

INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IEKP) – PHYSICS FACULTY



---

# **Kapitel 9.2: Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung**

# Theorie der elektroschwachen WW

---

- Maximale Paritätsverletzung → nur linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen nehmen an schwacher Wechselwirkung (WW) teil (vgl [VL-16 Folie 10](#))
- **Eigentliche Zustände** der schwachen WW: Links- und rechtshändige Komponenten des Spinors

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi$$

(Lagrangedichte: freies Fermion)

# Theorie der elektroschwachen WW

- Maximale Paritätsverletzung → nur linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen nehmen an schwacher Wechselwirkung (WW) teil (vgl. [VL-16 Folie 10](#))
- **Eigentliche Zustände** der schwachen WW: Links- und rechtshändige Komponenten des Spinors

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi$$



$$\mathcal{L} = \overline{(\psi_L + \psi_R)} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) (\psi_L + \psi_R)$$

(Lagrangedichte: freies Fermion)

- **Zerlegung des Spinors** in links- und rechtshändige Anteile:

$$\bar{\psi} = \bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R \quad \begin{cases} \bar{\psi}_L = \bar{\psi} \left( \frac{1+\gamma^5}{2} \right) \\ \bar{\psi}_R = \bar{\psi} \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right) \end{cases}$$

$$\psi = \psi_L + \psi_R \quad \begin{cases} \psi_L = \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right) \psi \\ \psi_R = \left( \frac{1+\gamma^5}{2} \right) \psi \end{cases}$$

# Eigenschaften der $\gamma^5$ -Matrix

In Dirac-Darstellung:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1_2 \\ 1_2 & 0 \end{pmatrix}$$

- **Grundeigenschaften:**

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 \quad (\gamma^5)^2 = 1_4 \quad (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5$$

- **Abgeleitete Eigenschaften des Projektionsoperators:**

$$\left( \frac{1 \pm \gamma^5}{2} \right) \cdot \left( \frac{1 \pm \gamma^5}{2} \right) = \left( \frac{1 \pm \gamma^5}{2} \right)$$

$$\left( \frac{1 \pm \gamma^5}{2} \right) \cdot \left( \frac{1 \mp \gamma^5}{2} \right) = 0$$

Überzeugen Sie sich von der Richtigkeit beider Relationen



# Eigenschaften der $\gamma^5$ -Matrix

In Dirac-Darstellung:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1_2 \\ 1_2 & 0 \end{pmatrix}$$

- **Grundeigenschaften:**

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 \quad (\gamma^5)^2 = 1_4 \quad (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5$$

- **Abgeleitete Eigenschaften des Projektionsoperators:**

$$\left( \frac{1 \pm \gamma^5}{2} \right) \cdot \left( \frac{1 \pm \gamma^5}{2} \right) = \left( \frac{1 \pm \gamma^5}{2} \right)$$

$$\left( \frac{1 \pm \gamma^5}{2} \right) \cdot \left( \frac{1 \mp \gamma^5}{2} \right) = 0$$

Überzeugen Sie sich von der Richtigkeit beider Relationen



- Es genügt also **linkshändige Anteile** wie folgt auszuprojizieren:

$$i\bar{e}\gamma^\mu \partial_\mu \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \nu =$$

Beweis

=

$$= i\bar{e}_L \gamma^\mu \partial_\mu \nu_L$$

# Eigenschaften der $\gamma^5$ -Matrix

In Dirac-Darstellung:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1_2 \\ 1_2 & 0 \end{pmatrix}$$

- **Grundeigenschaften:**

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 \quad (\gamma^5)^2 = 1_4 \quad (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5$$

- **Abgeleitete Eigenschaften des Projektionsoperators:**

$$\left(\frac{1 \pm \gamma^5}{2}\right) \cdot \left(\frac{1 \pm \gamma^5}{2}\right) = \left(\frac{1 \pm \gamma^5}{2}\right)$$

$$\left(\frac{1 \pm \gamma^5}{2}\right) \cdot \left(\frac{1 \mp \gamma^5}{2}\right) = 0$$

Überzeugen Sie sich von der Richtigkeit beider Relationen

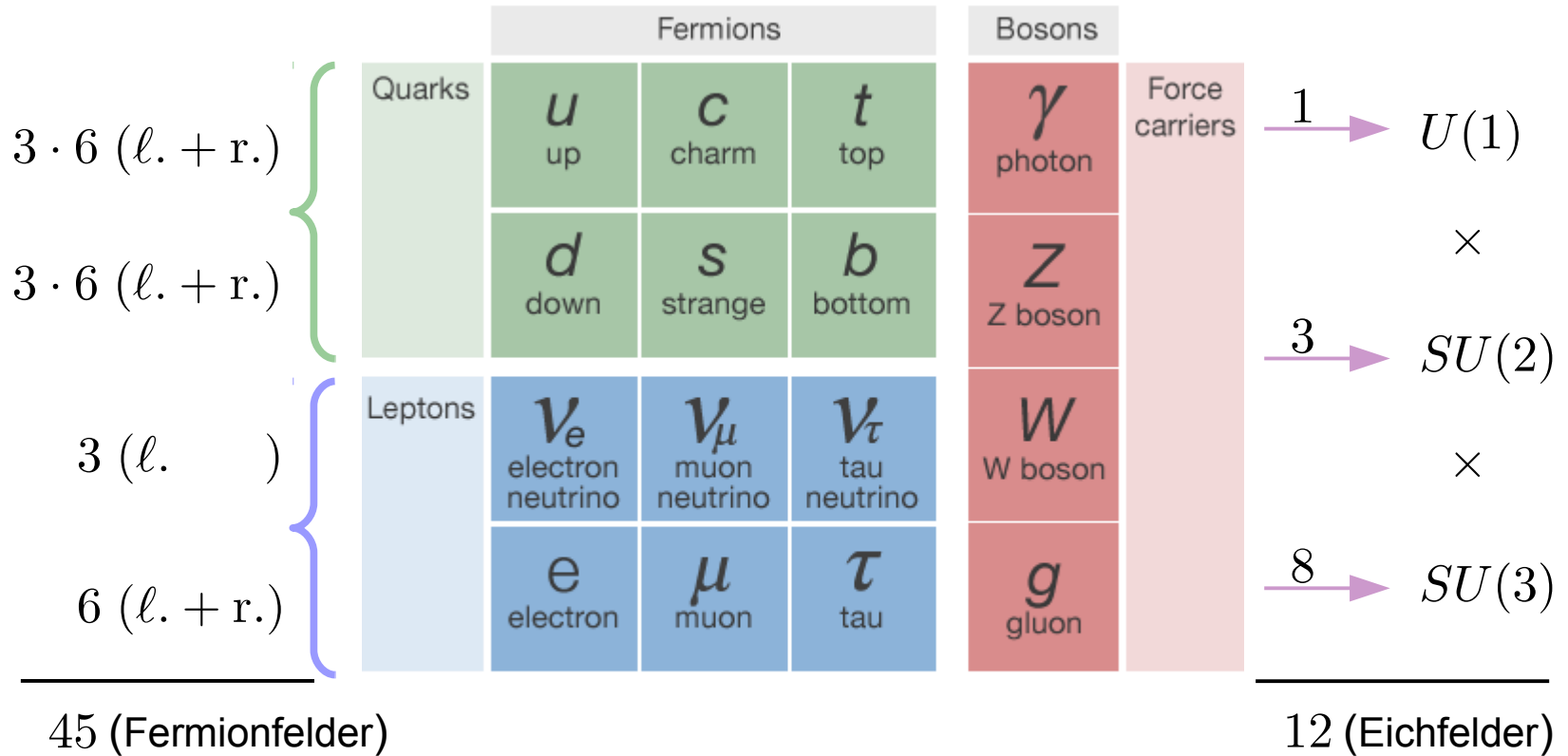


- Es genügt also **linkshändige Anteile** wie folgt auszuprojizieren:

$$\begin{aligned} i\bar{e}\gamma^\mu\partial_\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\nu &= i\bar{e}\gamma^\mu\partial_\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)^2\nu = \bar{e}\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\gamma^\mu\partial_\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\nu \\ &= i\overline{\left(\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)e\right)}\gamma^\mu\partial_\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\nu \\ &= i\bar{e}_L\gamma^\mu\partial_\mu\nu_L \end{aligned}$$

# Das SM der Teilchenphysik

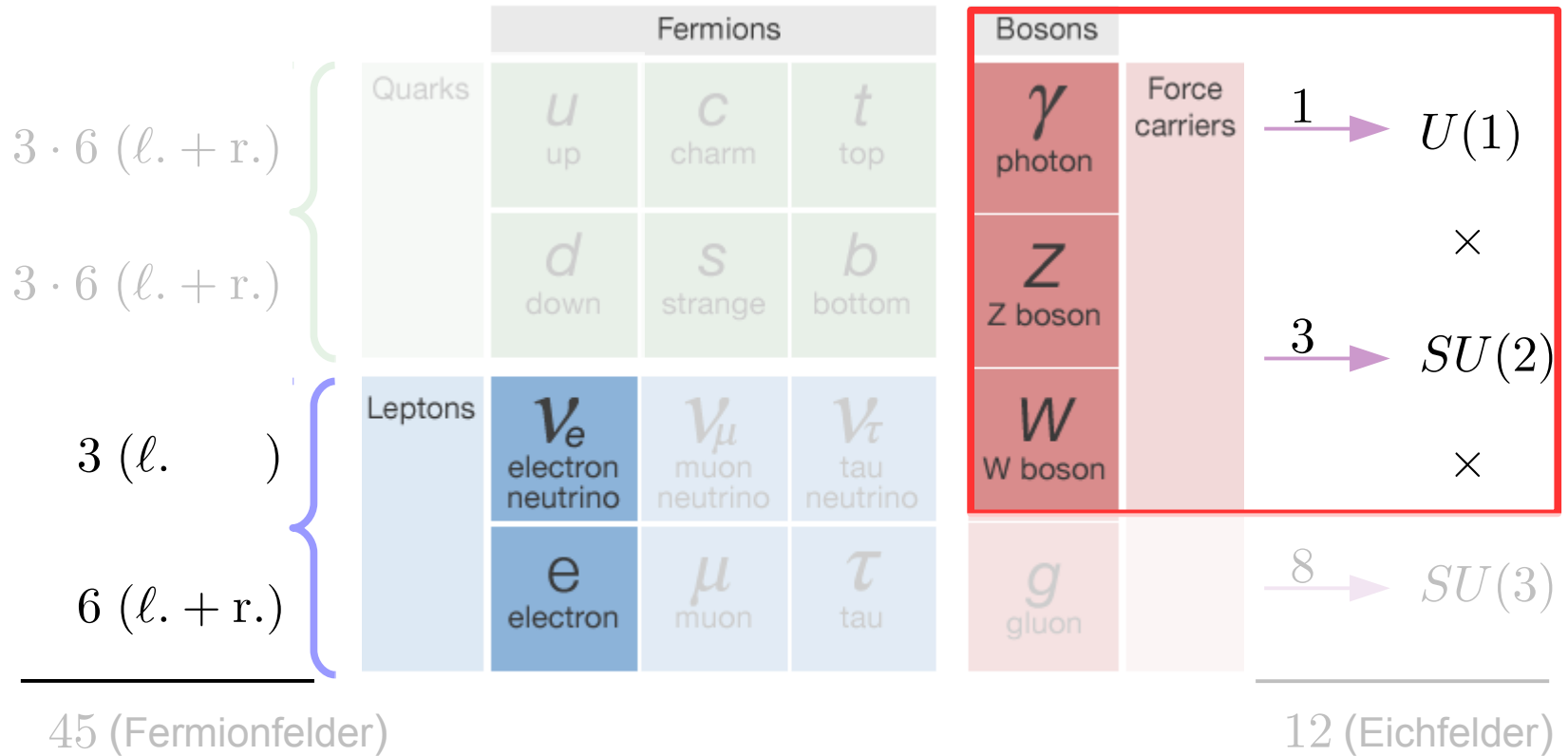
- 18 freie Parameter





# Das SM der Teilchenphysik (EWK Sektor)

- 18 freie Parameter



# Schwacher Isospin $SU(2)_L$

- Zerlege Spinor in links- und rechthändigen Anteil

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \quad \psi_R = e_R$$

Nimmt an WW teil  $\rightarrow$  sortiere  
in  $SU(2)_L$ -**Dublett**<sup>(1)</sup>

Für WW "blind"  $\rightarrow$  sortiere  
in  $SU(2)_L$ -**Singulett**

- Damit läßt sich die Lagrangedichte (ohne Masseterme) wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= \bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + \bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\mu e_R \\ &= \bar{e}_L \gamma^\mu \partial_\mu e_L + \bar{\nu} \gamma^\mu \partial_\mu \nu + \bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\mu e_R \end{aligned}$$

(1) Der Index "L" zeigt an, daß der schwache Isospin nur für linkshändige Teilchen nicht-trivial ist

# Schwacher Isospin $SU(2)_L$

- Zerlege Spinor in links- und rechthändigen Anteil

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \quad \psi_R = e_R$$

Nimmt an WW teil  $\rightarrow$  sortiere  
in  $SU(2)_L$ -**Dublett**<sup>(1)</sup>

Für WW "blind"  $\rightarrow$  sortiere  
in  $SU(2)_L$ -**Singulett**

- Damit läßt sich die Lagrangedichte (ohne Masseterme) wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= \bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + \bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\mu e_R \\ &= \bar{e}_L \gamma^\mu \partial_\mu e_L + \bar{\nu} \gamma^\mu \partial_\mu \nu + \bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\mu e_R \end{aligned}$$

- Fordere **lokale Eichinvarianz** gegenüber  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  Transformationen und führe kovariante Ableitung(en) ein

(1) Der Index "L" zeigt an, daß der schwache Isospin nur für linkshändige Teilchen nicht-trivial ist

# Kovariante Ableitung der $SU(2)_L$

- Kovariante Ableitung der  $SU(2)_L$  wirkt **nur auf Isospin-Dublett**

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \psi_L \dots$$

# Kovariante Ableitung der $SU(2)_L$

- Kovariante Ableitung der  $SU(2)_L$  wirkt **nur auf Isospin-Dublett**

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left[ \partial_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right] \psi_L \dots \quad (\text{vgl mit VL-15 Folie 18})$$

- Kombiniere **Pauli-Matrizen** zu **Auf-/Absteigeoperatoren**

$$\mathbf{t}^+ = \mathbf{t}_1 + i\mathbf{t}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{Aufsteigeoperator})$$

$$\mathbf{t}^- = \mathbf{t}_1 - i\mathbf{t}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{Absteigeoperator})$$

$$\mathbf{t}^3 = 1/2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

# Kovariante Ableitung der $SU(2)_L$

- Kovariante Ableitung der  $SU(2)_L$  wirkt **nur auf Isospin-Dublett**

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left[ \partial_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right] \psi_L \dots \quad (\text{vgl mit VL-15 Folie 18})$$

- Kombiniere **Pauli-Matrizen** zu **Auf-/Absteigeoperatoren**

$$\mathbf{t}^+ = \mathbf{t}_1 + i\mathbf{t}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{Aufsteigeoperator})$$

$$\mathbf{t}^- = \mathbf{t}_1 - i\mathbf{t}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{Absteigeoperator}) \quad \mathbf{t}^3 = 1/2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Generatoren und Eichfelder lassen sich dann wie folgt umschreiben:

$$W_\mu^a \mathbf{t}^a = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \mathbf{t}^+ + W_\mu^- \mathbf{t}^-) + W_\mu^3 \mathbf{t}^3$$

# Kovariante Ableitung der $SU(2)_L \times U(1)_Y$

- Kovariante Ableitung der  $U(1)_Y$  wirkt auf **Isospin-Singulett** und **Isospin-Dublett als Ganzes**

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \psi_L \dots$$

# Kovariante Ableitung der $SU(2)_L \times U(1)_Y$

- Kovariante Ableitung der  $U(1)_Y$  wirkt auf **Isospin-Singulett** und **Isospin-Dublett als Ganzes**

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_L B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \psi_L + i\bar{e}_R \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) e_R$$



# Kovariante Ableitung der $SU(2)_L \times U(1)_Y$

- Kovariante Ableitung der  $U(1)_Y$  wirkt auf **Isospin-Singulett** und **Isospin-Dublett als Ganzes**

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_L B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \psi_L + i\bar{e}_R \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) e_R$$

Warum genügt das neutrale Feld  $W_\mu^3$  aus der  $SU(2)_L$  nicht, um auch das Photonfeld beschreiben zu können?



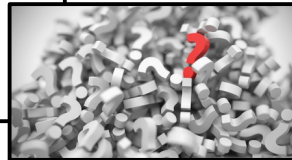
# Kovariante Ableitung der $SU(2)_L \times U(1)_Y$

- Kovariante Ableitung der  $U(1)_Y$  wirkt auf **Isospin-Singulett** und **Isospin-Dublett als Ganzes**

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_L B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \psi_L + i\bar{e}_R \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) e_R$$

Warum genügt das neutrale Feld  $W_\mu^3$  aus der  $SU(2)_L$  nicht, um auch das Photonfeld beschreiben zu können?

→ em WW ist paritätsinvariant, muß also auf  $e_{L/R}$  gleichermaßen wirken



# Kovariante Ableitung der $SU(2)_L \times U(1)_Y$

- Kovariante Ableitung der  $U(1)_Y$  wirkt auf **Isospin-Singulett** und **Isospin-Dublett als Ganzes**

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_L B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \psi_L + i\bar{e}_R \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) e_R$$

Warum genügt das neutrale Feld  $W_\mu^3$  aus der  $SU(2)_L$  nicht, um auch das Photonfeld beschreiben zu können?

→ em WW ist paritätsinvariant, muß also auf  $e_{L/R}$  gleichermaßen wirken



## Anmerkung:

Anders als bei der  $SU(2)_L$  kann bei der  $U(1)_Y$  (als Abelscher Eichtheorie) die Kopplung an jedes Teilchen anders sein. Technisch ist dem durch die Hyperladungen  $Y_i$  Rechnung getragen, von denen ein universeller Faktor  $g'$  abgespalten wurde (Grund hierfür → siehe [nächste Folien](#))

# Schwache Hyperladung

- Kovariante Ableitung der  $U(1)_Y$  wirkt auf **Isospin-Singulett** und **Isospin-Dublett als Ganzes**

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_L B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \psi_L + i\bar{e}_R \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) e_R$$

- Hyperladung, analog zu **starkem Isospin**:



$SU(2) \times U(1)$ Hypercharges			
Particle	$Y_{R/L}$	$I_3$	$Q$
$\nu$	-1	+1/2	
$e_L$	-1	-1/2	
$e_R$		0	-1

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (\text{Gell-Mann Nishijima})$$

# Schwache Hyperladung

- Kovariante Ableitung der  $U(1)_Y$  wirkt auf **Isospin-Singulett** und **Isospin-Dublett als Ganzes**

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_L B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \psi_L + i\bar{e}_R \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) e_R$$

- Hyperladung, analog zu **starkem Isospin**:



$SU(2) \times U(1)$ Hypercharges			
Particle	$Y_{R/L}$	$I_3$	$Q$
$\nu$	-1	+1/2	0
$e_L$	-1	-1/2	-1
$e_R$	-2	0	-1

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (\text{Gell-Mann Nishijima})$$

# $SU(2)_L \times U(1)_Y$ Wechselwirkungen

- Zusammenfassung der Wechselwirkungsterme

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_L B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \psi_L + i\bar{e}_R \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) e_R$$

$\hookrightarrow W_\mu^a \mathbf{t}^a = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \mathbf{t}^+ + W_\mu^- \mathbf{t}^-) + W_\mu^3 \mathbf{t}^3$

- Geladene Ströme:**

$$\mathcal{L}_{IA}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[ \bar{\nu} (W_\mu^+ \gamma^\mu) e_L + \bar{e}_L (W_\mu^- \gamma^\mu) \nu \right]$$

von  $t^+$ 
 $e \rightarrow \nu$ 
 $\nu \rightarrow e$ 
von  $t^-$

- Neutraler Strom:**

$$\mathcal{L}_{IA}^{NC} = - \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 - \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{\nu} \gamma^\mu \nu) + \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 + \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + g' B_\mu (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)$$

von  $t^3$ 
 $\propto Z_\mu$

# $SU(2)_L \times U(1)_Y$ Wechselwirkungen

- Zusammenfassung der Wechselwirkungsterme

$$\mathbf{t}^3 = 1/2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$Y_R = -2$$

$$\mathcal{L}_{IA}^{SU(2) \times U(1)} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_L B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \psi_L + i\bar{e}_R \gamma^\mu \left( \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_R B_\mu \right) e_R$$

$$Y_L = -1$$

$$W_\mu^a \mathbf{t}^a = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \mathbf{t}^+ + W_\mu^- \mathbf{t}^-) + W_\mu^3 \mathbf{t}^3$$

- Geladene Ströme:

$$\mathcal{L}_{IA}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[ \bar{\nu} (W_\mu^+ \gamma^\mu) e_L + \bar{e}_L (W_\mu^- \gamma^\mu) \nu \right]$$

von  $\mathbf{t}^+$

$e \rightarrow \nu$

$\nu \rightarrow e$

von  $\mathbf{t}^-$

$$\dots (\bar{\nu} \quad \bar{e}_L) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ e_L \end{pmatrix}$$

- Neutraler Strom:

$$\mathcal{L}_{IA}^{NC} = - \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 - \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{\nu} \gamma^\mu \nu) + \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 + \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + g' B_\mu (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)$$

von  $\mathbf{t}^3$

$\propto Z_\mu$

# Weinberg-Rotation

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

(Weinberg-Rotation)

- Geladene Ströme:**

$$\mathcal{L}_{IA}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[ \bar{\nu} (W_\mu^+ \gamma^\mu) e_L + \bar{e}_L (W_\mu^- \gamma^\mu) \nu \right]$$

von  $t^+$

$e \rightarrow \nu$

$\nu \rightarrow e$

von  $t^-$

$$\dots (\bar{\nu} \quad \bar{e}_L) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ e_L \end{pmatrix}$$

- Neutraler Strom:**

$$\mathcal{L}_{IA}^{NC} = - \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 - \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{\nu} \gamma^\mu \nu) + \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 + \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + g' B_\mu (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)$$

von  $t^3$

$\propto Z_\mu$



# Weinberg-Rotation

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

(Weinberg-Rotation)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{IA}^{NC} = & -\frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} Z_\mu (\bar{\nu} \gamma_\mu \nu) \\ & + \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} [(\cos^2 \theta_W - \sin^2 \theta_W) Z_\mu + 2 \sin \theta_W \cos \theta_W A_\mu] (\bar{e}_L \gamma_\mu e_L) \\ & + \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} [ -2 \sin^2 \theta_W Z_\mu + 2 \sin \theta_W \cos \theta_W A_\mu ] (\bar{e}_R \gamma_\mu e_R) \end{aligned}$$

- **Neutraler Strom:**

$$\mathcal{L}_{IA}^{NC} = - \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 - \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{\nu} \gamma^\mu \nu) + \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 + \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + g' B_\mu (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)$$

von  $t^3$

$\propto Z_\mu$

# Weinberg-Rotation

Hilfestellungen zum Nachrechnen:

Drücken Sie  $W_\mu^3$  und  $B_\mu$  durch  $Z_\mu$  und  $A_\mu$  aus und setzen Sie in die untere Gleichung ein.

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{IA}^{NC} = & -\frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} Z_\mu (\bar{\nu} \gamma_\mu \nu) \\ & + \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} [(\cos^2 \theta_W - \sin^2 \theta_W) Z_\mu + 2 \sin \theta_W \cos \theta_W A_\mu] (\bar{e}_L \gamma_\mu e_L) \\ & + \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} [ -2 \sin^2 \theta_W Z_\mu + 2 \sin \theta_W \cos \theta_W A_\mu ] (\bar{e}_R \gamma_\mu e_R) \end{aligned}$$

Erwünschtes Verhalten: Photon koppelt an  $e_{L/R}$  gleichermaßen und proportional zu elektrischer Ladung  $q_e$

(Rotation)

## • Neutraler Strom:

$$\mathcal{L}_{IA}^{NC} = - \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 - \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{\nu} \gamma^\mu \nu) + \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 + \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + g' B_\mu (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)$$

von  $t^3$

$\propto Z_\mu$

# Weinberg-Rotation

Können Sie den Ausdruck für die elektrische Ladung aus diesen Gleichungen ableiten?



$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{IA}^{NC} = & -\frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} Z_\mu (\bar{\nu} \gamma_\mu \nu) \\ & + \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} [(\cos^2 \theta_W - \sin^2 \theta_W) Z_\mu + 2 \sin \theta_W \cos \theta_W A_\mu] (\bar{e}_L \gamma_\mu e_L) \\ & + \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} [ -2 \sin^2 \theta_W Z_\mu + 2 \sin \theta_W \cos \theta_W A_\mu ] (\bar{e}_R \gamma_\mu e_R) \end{aligned}$$

Erwünschtes Verhalten: Photon koppelt an  $e_{L/R}$  gleichermaßen und proportional zu elektrischer Ladung  $q_e$

(Rotation)

## • Neutraler Strom:

$$\mathcal{L}_{IA}^{NC} = - \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 - \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{\nu} \gamma^\mu \nu) + \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 + \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + g' B_\mu (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)$$

von  $t^3$

$\propto Z_\mu$

# Weinberg-Rotation

Können Sie den Ausdruck für die elektrische Ladung aus diesen Gleichungen ableiten?

$$q_e = \sqrt{g^2 + g'^2} \sin \theta_W \cos \theta_W$$

$$q_e = g \sin \theta_W$$



$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

Erwünschtes Verhalten: Photon koppelt an  $e_{L/R}$  gleichermaßen und proportional zu elektrischer Ladung  $q_e$

(Rotation)

$$\mathcal{L}_{IA}^{NC} = -\frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} Z_\mu (\bar{\nu} \gamma_\mu \nu)$$

$$+ \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} [(\cos^2 \theta_W - \sin^2 \theta_W) Z_\mu + 2 \sin \theta_W \cos \theta_W A_\mu] (\bar{e}_L \gamma_\mu e_L)$$

$$+ \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} [-2 \sin^2 \theta_W Z_\mu + 2 \sin \theta_W \cos \theta_W A_\mu] (\bar{e}_R \gamma_\mu e_R)$$

## • Neutraler Strom:

$$\mathcal{L}_{IA}^{NC} = - \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 - \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{\nu} \gamma^\mu \nu) + \left( \frac{g}{2} W_\mu^3 + \frac{g'}{2} B_\mu \right) (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + g' B_\mu (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)$$

von  $t^3$

$\propto Z_\mu$

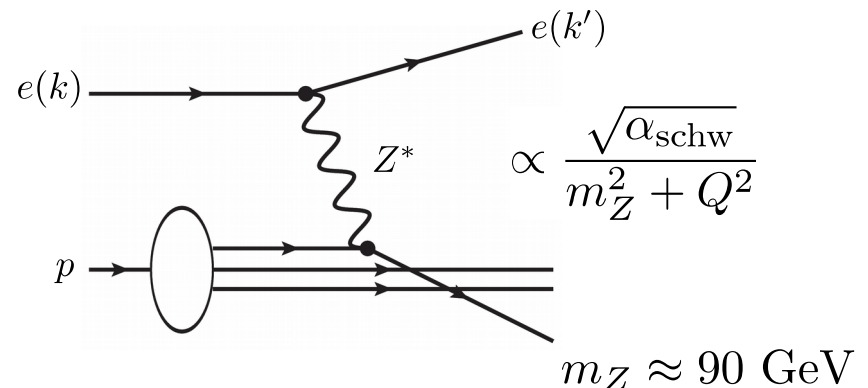
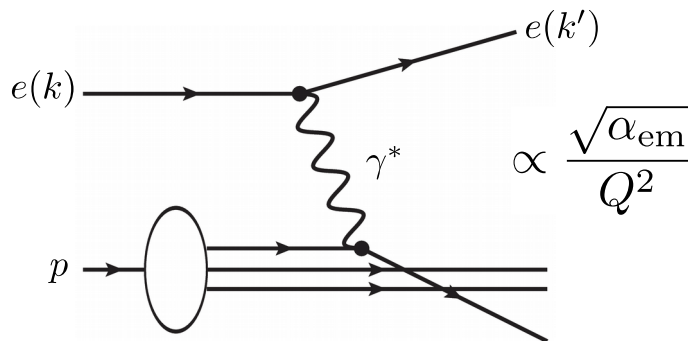
# Verhältnis schwache zu em. Wechselwirkung

- Herleitung einer konsistenten Theorie für schwache und em. Wechselwirkung aus einfachen Symmetrieprinzipien
- **Verhältnis der Kopplungskonstanten** schwache zu elektromagnetische WW:

$$\frac{q_e}{g} = \sin \theta_W$$

$$\frac{\alpha_{\text{em}}}{\alpha_{\text{schw}}} \propto \frac{q_e^2}{g^2} = \sin^2 \theta_W \longrightarrow \text{Kopplungskonstante für schw. WW sogar größer als für elektromagnetische WW (vgl VL-09 Folie 8)!}$$

- Warum erscheint schwache WW **trotzdem so schwach**? → Betrachte Kopplung für den praktischen Fall eines wechselwirkenden Teilchens:



# Verhältnis schwache zu em. Wechselwirkung

- Herleitung einer konsistenten Theorie für schwache und em. Wechselwirkung aus einfachen Symmetrieprinzipien
- **Verhältnis der Kopplungskonstanten** schwache zu elektromagnetische WW:

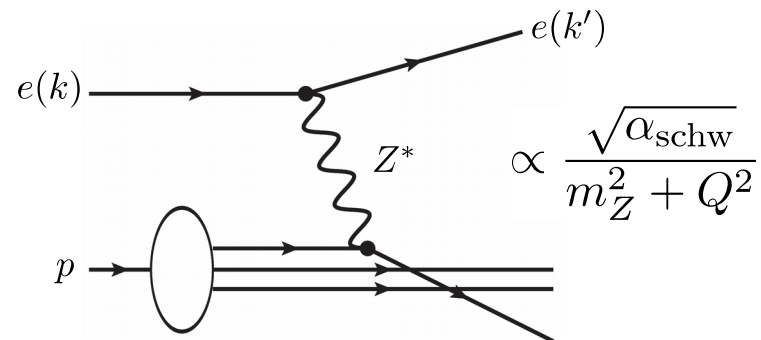
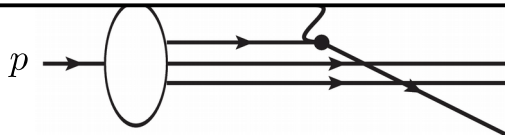
$$\frac{q_e}{g} = \sin \theta_W$$

$$\frac{\alpha_{\text{em}}}{\alpha_{\text{schw}}} \propto \frac{q_e^2}{g^2} = \sin^2 \theta_W \longrightarrow$$

Kopplungskonstante für schw. WW sogar größer als für elektromagnetische WW (vgl VL-09 Folie 8)!

- Warum erscheint schwache WW **trotzdem so schwach**? → Betrachte Kopplung für den praktischen Fall eines wechselwirkenden Teilchens:

Es sind also die großen Massen der Austauschteilchen, die die schwache WW so schwach erscheinen lassen



Vgl VL-19 Folie 17ff

$m_Z \approx 90 \text{ GeV}$

# Bilanz

- Was wir **investiert** haben:

- Trennung von links- und rechtshändigen Spinoren
- Lokale Eichinvarianz nach  $SU(2)_L$  und  $U(1)_Y$
- Matrizenrechnung mit Pauli-Matrizen
- Geeignete Wahl der Hyperladungen

- Was wir **zurückbekommen** haben:
  - WW die Ladung ändern kann
  - WW die im ladungsändernden Vertex Parität maximal verletzt
  - Theorie, die em. und schw. WW “in einem Aufwasch” konsistent erklären kann
  - Vorhersage über Kopplung an link-/rechtshändige Fermionen für neutralen Strom
  - Neues Verständnis der elektrischen Ladung
  - Verständnis des Verhältnisses schw. zu em. WW
  - Verständnis Leptonuniversalität<sup>(1)</sup>
  - Vorhersagen über Kopplungsstruktur der Eichbosonen<sup>(1)</sup>

(1) siehe backup zu dieser Vorlesung

# The case of mass in the SM...





# Massive Eichbosonen im SM

- Erinnerung: Transformationsverhalten Eichfelder (vgl [VL-09 Folie 21](#))

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \vartheta$$

- Eingesetzt in naiven Massenterm in Lagrangedichte:

$$m_A A_\mu A^{\mu*} \rightarrow m_A A'_\mu A'^{\mu*} = ?$$



- **Fundamentales Problem** jeder lokalen Eichtheorie

# Massive Eichbosonen im SM

- Erinnerung: Transformationsverhalten Eichfelder (vgl [VL-09 Folie 21](#))

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \vartheta$$

- Eingesetzt in naiven Massenterm in Lagrangedichte:

$$m_A A_\mu A^{\mu*} \rightarrow m_A A'_\mu A'^{\mu*} =$$

$$m_A A_\mu A^{\mu*} + \frac{1}{e} m_A (A_\mu \partial^\mu \vartheta + A^{\mu*} \partial_\mu \vartheta) + m_A \frac{1}{e^2} \partial_\mu \vartheta \partial^\mu \vartheta \neq m_A A_\mu A^{\mu*}$$



Massive Eichbosonen brechen lokale  
Eichinvarianz der Lagrangedichte  
EXPLIZIT

- **Fundamentales Problem** jeder lokalen Eichtheorie

# Massive Fermionen im SM

- Wir machen den gleichen Test für Fermionen (innerhalb der  $U(1)$ )

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\vartheta} \psi$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi} e^{-i\vartheta}$$

- Eingesetzt in naiven Massenterm in Lagrangedichte:

$$m_\psi \bar{\psi} \psi \rightarrow m_{\psi'} \bar{\psi}' \psi' = m_\psi \bar{\psi} \psi$$

- **Kein offensichtliches Problem** hier!
- Nicht-Abelscher Charakter der  $SU(2)_L$ ?

# Massive Fermionen im SM

- Wir machen den gleichen Test für Fermionen (innerhalb der  $U(1)$ )

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\vartheta} \psi$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi} e^{-i\vartheta}$$

- Eingesetzt in naiven Massenterm in Lagrangedichte:

$$m_\psi \bar{\psi} \psi \rightarrow m_{\psi'} \bar{\psi}' \psi' = m_\psi \bar{\psi} \psi$$

- **Kein offensichtliches Problem** hier!
- Nicht-Abelscher Charakter der  $SU(2)_L$ ? → Nein, außerdem auch kein Problem in nicht-Abelscher  $SU(3)_c$

# Massive Fermionen im SM

- Wir machen den gleichen Test für Fermionen (innerhalb der  $U(1)$ )

$$\begin{aligned}\psi &\rightarrow \psi' = e^{i\vartheta} \psi \\ \bar{\psi} &\rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi} e^{-i\vartheta}\end{aligned}$$

- Eingesetzt in naiven Massenterm in Lagrangedichte:

$$m_\psi \bar{\psi} \psi \rightarrow m_{\psi'} \bar{\psi}' \psi' = m_\psi \bar{\psi} \psi$$

- Kein offensichtliches Problem hier!**
- Nicht-Abelscher Charakter der  $SU(2)_L$ ? → Nein, außerdem auch kein Problem in nicht-Abelscher  $SU(3)_c$
- Problem: Unterscheidung zwischen links- und rechtshändigen Teilchen**

$$m_e \bar{e} e = m_e \overline{(e_L + e_R)} (e_L + e_R) = m_e \bar{e}_R e_L + m_e \bar{e}_L e_R$$

# Massive Fermionen im SM

- Wir machen den gleichen Test für Fermionen (innerhalb der  $U(1)$ )

$$\begin{aligned}\psi &\rightarrow \psi' = e^{i\vartheta} \psi \\ \bar{\psi} &\rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi} e^{-i\vartheta}\end{aligned}$$

- Eingesetzt in naiven Massenterm in Lagrangedichte:

$$m_\psi \bar{\psi} \psi \rightarrow m_{\psi'} \bar{\psi}' \psi' = m_\psi \bar{\psi} \psi$$

- Kein offensichtliches Problem hier!**
- Nicht-Abelscher Charakter der  $SU(2)_L$ ?  $\rightarrow$  Nein, außerdem auch kein Problem in nicht-Abelscher  $SU(3)_c$
- Problem: Unterscheidung zwischen links- und rechtshändigen Teilchen**

$$m_e \bar{e} e = m_e (\overline{e_L + e_R})(e_L + e_R) = m_e \bar{e}_R e_L + m_e \bar{e}_L e_R$$

$SU(2)_L$ -Singulett  $\leftarrow$

Untere Komponente eines  
 $SU(2)_L$ -Dubletts  $\leftarrow$

**9 Elektroschwache Physik**

9.1 Eigenschaften der elektroschwachen Wechselwirkung . . . . .

9.2 Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung . . . . .

9.3 Quarkmischung und CP-Verletzung . . . . .

**10 Moderne Teilchenphysik**

10.1 Schlüsselexperimente der elektroschwachen Wechselwirkung an Collidern . . . . .

10.2 Neutrino-physik . . . . .

10.3 Astroteilchenphysik . . . . .

**11 Offene Fragen der Teilchenphysik**

11.1 Grenzen des SM . . . . .

11.2 Teilchenphysik und Kosmologie . . . . .







## Abelian gauge fields

$$\psi(\vec{x}, t) \rightarrow \psi'(\vec{x}, t) = e^{i\vartheta} \psi(\vec{x}, t)$$

$$\bar{\psi}(\vec{x}, t) \rightarrow \bar{\psi}'(\vec{x}, t) = \bar{\psi}(\vec{x}, t) e^{-i\vartheta}$$

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$$

$$D_\mu \rightarrow D'_\mu = D_\mu - i\partial_\mu \vartheta$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \vartheta$$

$$F_{\mu\nu} \equiv [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$F_{\mu\nu} \rightarrow F'_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}$$

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

→ (Field transformation)

→ (Covariant derivative)

→ (Field strength tensor)

→ (Lagrangian density)

## Abelian gauge fields

$$\psi(\vec{x}, t) \rightarrow \psi'(\vec{x}, t) = e^{i\vartheta} \psi(\vec{x}, t)$$

$$\bar{\psi}(\vec{x}, t) \rightarrow \bar{\psi}'(\vec{x}, t) = \bar{\psi}(\vec{x}, t) e^{-i\vartheta}$$

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$$

$$D_\mu \rightarrow D'_\mu = D_\mu - i\partial_\mu \vartheta$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \vartheta$$

$$F_{\mu\nu} \equiv [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$F_{\mu\nu} \rightarrow F'_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}$$

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

## Non-Abelian gauge fields

$$\psi(\vec{x}, t) \rightarrow \psi'(\vec{x}, t) = e^{i\vartheta_a \mathbf{t}_a} \psi(\vec{x}, t)$$

$$\bar{\psi}(\vec{x}, t) \rightarrow \bar{\psi}'(\vec{x}, t) = \bar{\psi}(\vec{x}, t) e^{-i\vartheta_a \mathbf{t}_a}$$

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + igW_{\mu,a} \mathbf{t}_a$$

$$D_\mu \rightarrow D'_\mu = D_\mu + i[\vartheta_a \mathbf{t}_a, D_\mu]$$

$$W_\mu \rightarrow W'_\mu = W_\mu + i[\vartheta_a \mathbf{t}_a, W_{\mu,a} \mathbf{t}_a]$$

$$- \frac{1}{g} \partial_\mu (\vartheta_a \mathbf{t}_a)$$

$$W_{\mu\nu} \equiv [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu$$

$$+ ig[W_\mu, W_\nu]$$

$$W_{\mu\nu} \rightarrow W'_{\mu\nu} = W_{\mu\nu} + i[\vartheta_a \mathbf{t}_a, W_{\mu\nu}]$$

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} W_{a\mu\nu} W^{a\mu\nu}$$

- Ansatz:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

(Field-Strength tensor)

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

(Free photon field)

- Motivation:

- Variation of the action integral

$$\mathcal{S} = \delta \int (-m ds - e A_\mu dx^\mu)$$

in classical field theory, leads to

$$m \frac{dv_\mu}{ds} = e (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) v^\nu$$

- Can also be obtained from:

$$F_{\mu\nu} = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) = \frac{i}{e} [D_\mu, D_\nu]$$

- $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$  is manifest **Lorentz invariant**.

- $A_\mu$  appears quadratically  $\rightarrow$  linear appearance in variation that leads to equations of motion ( $\rightarrow$  **superposition of fields**).

- Check whether  $F_{\mu\nu}$  is gauge invariant.

# Complete Lagrangian density (QED)

- Application of  $U(1)$  gauge symmetry leads to **Lagrangian density of QED**:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{QED}} &= \bar{\psi} (i\gamma^\mu (D_\mu - m)) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= \underbrace{\bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi}_{\text{Free Fermion Field}} - \underbrace{e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi}_{\text{IA Term}} - \underbrace{\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}_{\text{Gauge}}\end{aligned}$$

*(Interacting Fermion)*

- Variation of  $\bar{\psi}$  :

$$i\gamma^\mu (\partial_\mu - m) \psi + e\gamma^\mu A_\mu \psi = 0$$

- Derive equations of motion for an interacting boson.

# Complete Lagrangian density (QED)

- Application of  $U(1)$  gauge symmetry leads to **Lagrangian density of QED**:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{QED}} &= \bar{\psi} (i\gamma^\mu (D_\mu - m)) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\
 &= \underbrace{\bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi}_{\text{Free Fermion Field}} - \underbrace{e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi}_{\text{IA Term}} - \underbrace{\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}_{\text{Gauge}}
 \end{aligned}$$

*(Interacting Fermion)*

- Variation of  $A_\mu$ :

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu A_\nu)} = \partial_\mu F^{\mu\nu} = 0$$

$$\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = (\partial_\mu \partial^\mu A_\mu - \partial^\nu \underbrace{\partial_\mu A^\mu}) = 0$$

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \quad (\text{Lorentz Gauge})$$

$$(\partial_\mu \partial^\mu - 0) A_\mu = 0$$

*(Klein-Gordon equation for a massless particle)*

# Complete Lagrangian density (QED)

- Application of  $U(1)$  gauge symmetry leads to **Lagrangian density of QED**:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu (D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu})$$

$$= \underbrace{\bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi}_{\text{Free Fermion Field}} - \underbrace{e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi}_{\text{IA Term}} - \underbrace{\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}_{\text{Gauge}}$$

(Interacting Fermion)

- Variation of  $A_\mu$ :

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu A_\nu)} = \partial_\mu F^{\mu\nu} = 0$$

$$\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = (\partial_\mu \partial^\mu A_\mu - \partial^\nu \underbrace{\partial_\mu A^\mu}_{=0}) = 0$$

$$(\partial_\mu \partial^\mu - 0) A_\mu = 0$$

(Klein-Gordon equation for a massless scalar field)

In einer Abelschen Eichtheorie kann jedes neue Teilchen mit seiner eigenen Kopplungskonstante  $e_i$ , das an  $A_\mu$  koppeln

In einer nicht-Abelschen Eichtheorie kommt die Kopplungskonstante  $g$  auch im dynamischen Term des Eichfeldes vor (s. backup Folie 42). Das legt  $g$  für alle an der WW teilnehmenden Fermionfelder fest ( $\rightarrow$  Leptonuniversalität).

# Non-Abelian gauge structure of $SU(2)$

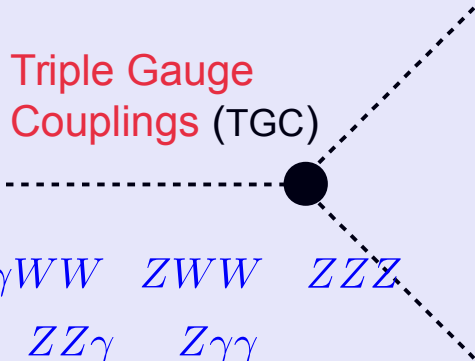
$$\mathcal{L}^{\text{gauge}} = -\frac{1}{2} \text{Tr} (W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu}) - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad \left| \begin{array}{l} B_\mu \rightarrow A_\mu \\ W_\mu^3 \rightarrow Z_\mu \end{array} \right.$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + ig [W_\mu^a, W_\nu^a]$$

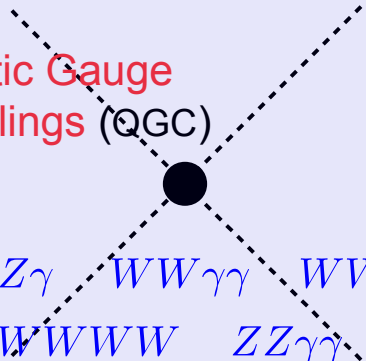
- This part of the Lagrangian density introduces:

Triple Gauge  
Couplings (TGC)



$\gamma WW$     $ZWW$     $ZZZ$   
 $ZZ\gamma$     $Z\gamma\gamma$

Quartic Gauge  
Couplings (QGC)



$WWZ\gamma$     $WW\gamma\gamma$     $WWZZ$   
 $WWWW$     $ZZ\gamma\gamma$

Which couplings are allowed (at tree level), which are not?

# Non-Abelian gauge structure of $SU(2)$

$$\mathcal{L}^{\text{gauge}} = -\frac{1}{2} \text{Tr} (W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu}) - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad \left| \begin{array}{l} B_\mu \rightarrow A_\mu \\ W_\mu^3 \rightarrow Z_\mu \end{array} \right.$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + ig [W_\mu^a, W_\nu^a]$$

- This part of the Lagrangian density introduces:

