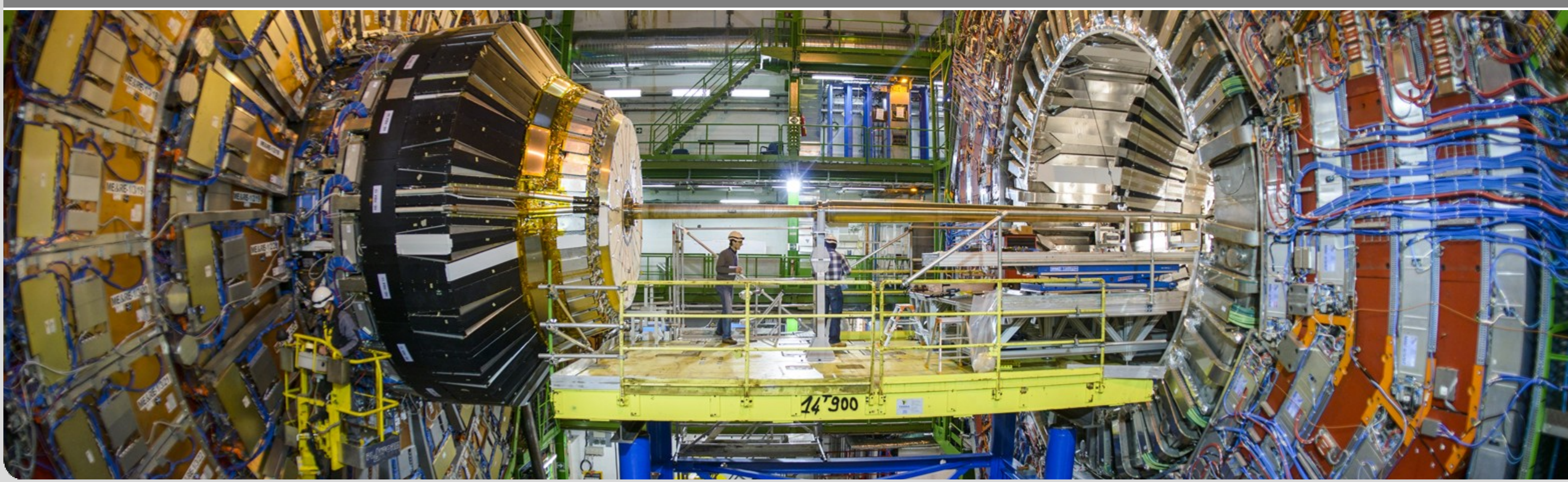
Moderne Experimentalphysik III: Kerne und Teilchen (Physik VI)

Günter Quast, Roger Wolf, Pablo Goldenzweig

11. Juli 2017

INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IEKP) – PHYSICS FACULTY



Das SM (ohne Massenterme)

- **Zusammenfassung** der Ergebnisse der letzten Vorlesung:

Fermionkinematik

$$\mathcal{L}^{SU(2)\times U(1)} = \mathcal{L}^{\mathrm{kin}} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}^{\mathrm{gauge}}$$

$$\mathcal{L}^{\mathrm{kin}} = i\bar{e}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}e + i\bar{\nu}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\nu$$

$$\mathcal{L}^{CC} = -\frac{e}{\sqrt{2}\sin\theta_W}\left[W_{\mu}^{+}\bar{\nu}\gamma_{\mu}e_L + W_{\mu}^{-}\bar{e}_L\gamma_{\mu}\nu\right]$$

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{e}{2\sin\theta_W\cos\theta_W}Z_{\mu}\left[(\bar{\nu}\gamma_{\mu}\nu) + (\bar{e}_L\gamma_{\mu}e_L)\right] + e\left[A_{\mu} - \tan\theta_W Z_{\mu}\right](\bar{e}\gamma_{\mu}e)$$

$$\mathcal{L}^{\mathrm{gauge}} = -\frac{1}{2}Tr\left(W_{\mu\nu}^{a}W^{a\mu\nu}\right) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\Bigg|_{\substack{B_{\mu}\to A_{\mu}\\ W_{\mu}^{3}\to Z_{\mu}}}$$

Das SM (ohne Massenterme)

- **Zusammenfassung** der Ergebnisse der letzten Vorlesung:

Geladene Ströme

Fermionkinematik

$$\mathcal{L}^{SU(2)\times U(1)} = \mathcal{L}^{\text{kin}} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}^{\text{gauge}}$$

$$\mathcal{L}^{\text{kin}} = i\bar{e}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}e + i\bar{\nu}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\nu$$

$$\mathcal{L}^{CC} = -\frac{e}{\sqrt{2}\sin\theta_W}\left[W_{\mu}^{+}\bar{\nu}\gamma_{\mu}e_L + W_{\mu}^{-}\bar{e}_L\gamma_{\mu}\nu\right]$$

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{e}{2\sin\theta_W\cos\theta_W}Z_{\mu}\left[(\bar{\nu}\gamma_{\mu}\nu) + (\bar{e}_L\gamma_{\mu}e_L)\right] + e\left[A_{\mu} - \tan\theta_W Z_{\mu}\right](\bar{e}\gamma_{\mu}e)$$

$$\mathcal{L}^{\text{gauge}} = -\frac{1}{2}Tr\left(W_{\mu\nu}^{a}W^{a\mu\nu}\right) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\Big|_{\substack{B_{\mu}\to A_{\mu}\\ W_{\mu}^{3}\to Z_{\mu}}}$$

Das SM (ohne Massenterme)

- **Zusammenfassung** der Ergebnisse der letzten Vorlesung:

Geladene Ströme

Neutrale Ströme

Fermionkinematik

$$\mathcal{L}^{SU(2)\times U(1)} = \mathcal{L}^{\mathrm{kin}} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}^{\mathrm{gauge}}$$

$$\mathcal{L}^{\mathrm{kin}} = i\bar{e}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}e + i\bar{\nu}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\nu$$

$$\mathcal{L}^{CC} = -\frac{e}{\sqrt{2}\sin\theta_W}\left[W_{\mu}^{+}\bar{\nu}\gamma_{\mu}e_L + W_{\mu}^{-}\bar{e}_L\gamma_{\mu}\nu\right]$$

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{e}{2\sin\theta_W\cos\theta_W}Z_{\mu}\left[(\bar{\nu}\gamma_{\mu}\nu) + (\bar{e}_L\gamma_{\mu}e_L)\right] + e\left[A_{\mu} - \tan\theta_W Z_{\mu}\right](\bar{e}\gamma_{\mu}e)$$

$$\mathcal{L}^{\mathrm{gauge}} = -\frac{1}{2}Tr\left(W_{\mu\nu}^{a}W^{a\mu\nu}\right) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\Bigg|_{\substack{B_{\mu}\to A_{\mu}\\ W_{\mu}^{3}\to Z_{\mu}}}$$

Das SM (ohne Massenterme)

- **Zusammenfassung** der Ergebnisse der letzten Vorlesung:

Fermionkinematik

Geladene Ströme

Neutrale Ströme

Eichfeldkinematik

$$\mathcal{L}^{SU(2)\times U(1)} = \mathcal{L}^{\text{kin}} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}^{\text{gauge}}$$

$$\mathcal{L}^{\text{kin}} = i\overline{e}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}e + i\overline{\nu}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\nu$$

$$\mathcal{L}^{CC} = -\frac{e}{\sqrt{2}\sin\theta_W}\left[W_{\mu}^{+}\overline{\nu}\gamma_{\mu}e_L + W_{\mu}^{-}\overline{e}_L\gamma_{\mu}\nu\right]$$

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{e}{2\sin\theta_W\cos\theta_W}Z_{\mu}\left[(\overline{\nu}\gamma_{\mu}\nu) + (\overline{e}_L\gamma_{\mu}e_L)\right] + e\left[A_{\mu} - \tan\theta_W Z_{\mu}\right](\overline{e}\gamma_{\mu}e)$$

$$\mathcal{L}^{\text{gauge}} = -\frac{1}{2}Tr\left(W_{\mu\nu}^{a}W^{a\mu\nu}\right) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$$

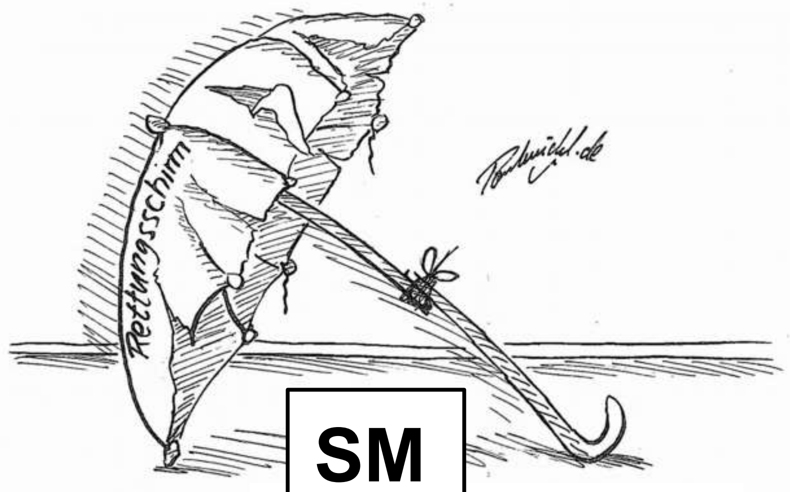
$$B_{\mu} \to A_{\mu}$$
$$W_{\mu}^{3} \to Z_{\mu}$$

Lokale Eichtheorien **erklären nicht-triviale Struktur** fundamentaler WW aus relativ einfachem Ansatz

Lokale Eichtheorien **erklären nicht-triviale Struktur** fundamentaler WW aus relativ einfachem Ansatz

Präsenz massiver Eichbosonen **bricht lokale Eichsymmetrie explizit**!

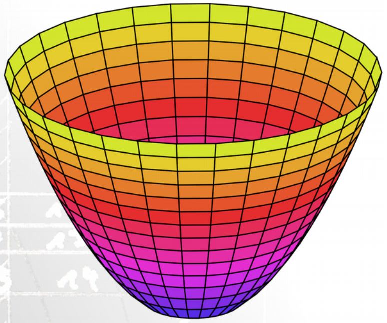
Wie kann eine Symmetrie zur gleichen Zeit erhalten und gebrochen sein?



SM

Problem: lokale Eichsymmetrien in Lagrangedichte sind durch massive Teilchen explizit gebrochen

Spontane Symmetrie-brechung:



$$f(x,y) = x^2 + y^2$$

$$x = r\cos\varphi$$

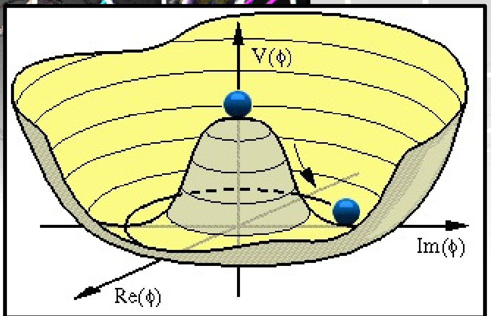
$$y = r\sin\varphi$$

$$f(x,y)\big|_{r,\varphi} = r^2\left(\cos\varphi^2 + \sin\varphi^2\right) = r^2$$

$$\tilde{f}(x,y) = (x-1)^2 + (y-1)^2$$

$$\tilde{f}(x,y)\Big|_{r,\varphi} = r^2 + 2\left(1 - r\left(\sin\varphi + \cos\varphi\right)\right)$$

("hidden symmetry")



Führe Potential ein das den Grundzustand des Universums aus der Symmetrieachse der Bewegungsgleichungen zwingt.

→ Teilchenmasse als Kopplung an nicht verschwindenden Vakuumerwartungswert.

Erinnerung:
VL-15 Folie 11

Wie Symmetriebrechung einführen?

- Alle bekannten Teilchen **erfüllen lokale Eichsymmetrie** (entweder als $SU(2)_L$ -Dublett oder -Singulett)

Wie Symmetriebrechung einführen?

- Alle bekannten Teilchen **erfüllen lokale Eichsymmetrie** (entweder als $SU(2)_L$ -Dublett oder -Singulett)
- **Postuliere Existenz eines neuen Feldes** ϕ mit den folgenden Eigenschaften:
  - ϕ ist ein $SU(2)_L$ -Dublett
  - Besitzt eine Selbstwechselwirkung, die zu einem Potential mit spontaner Symmetriebrechung führt

Wie Symmetriebrechung einführen?

- Alle bekannten Teilchen **erfüllen lokale Eichsymmetrie** (entweder als $SU(2)_L$ -Dublett oder -Singulett)

- **Postuliere Existenz eines neuen Feldes** ϕ mit den folgenden Eigenschaften:
  - ϕ ist ein $SU(2)_L$ -Dublett
  - Besitzt eine Selbstwechselwirkung, die zu einem Potential mit spontaner Symmetriebrechung führt

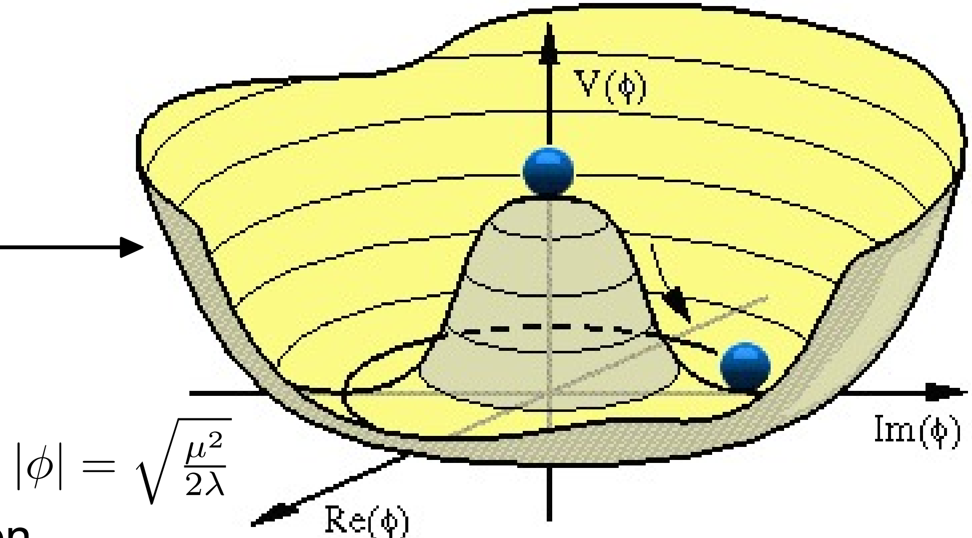
- Die Massen aller Teilchen lassen sich dann dynamisch, durch Kopplung an dieses neue Feld in die Theorie einführen

- Im folgenden Demonstration an komplex-skalarem Feld (=”einfaches Beispiel”)

Spontane Symmetriebrechung in der Teilchenphysik

- **Goldstone Potential**:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$$
$$V(\phi) = -\mu^2|\phi|^2 + \lambda|\phi|^4$$
$$\mathcal{L}(\phi) = \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi^* - V(\phi)$$



- invariant unter $U(1)$ Transformationen (= φ symmetrisch)

- metastabil in $\phi = 0$

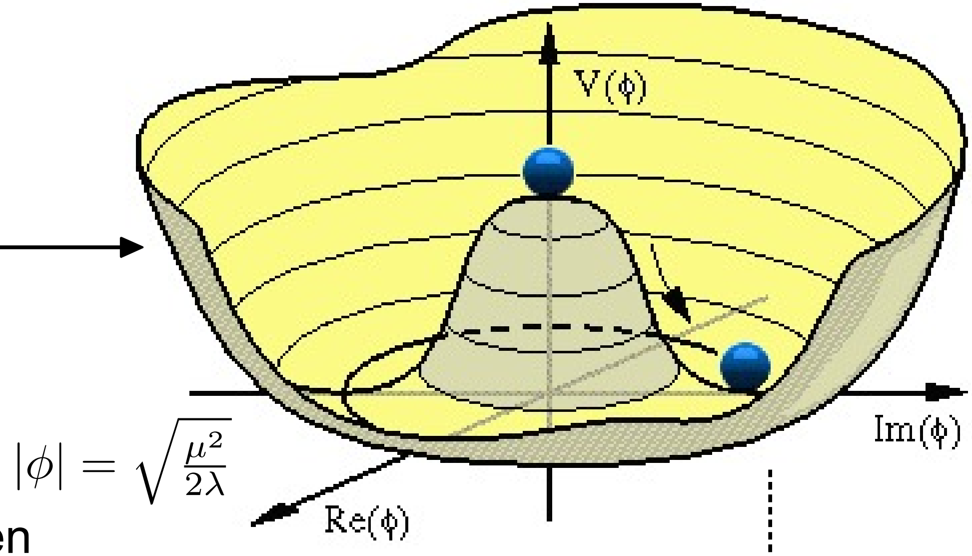
- Grundzustand bricht $U(1)$

- Zur gleichen Zeit sind Grundzustände in φ ununterscheidbar

Spontane Symmetriebrechung in der Teilchenphysik

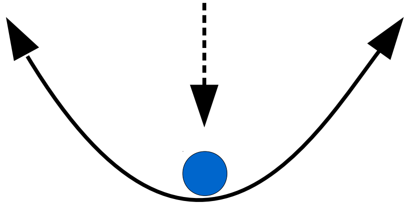
- **Goldstone Potential**:

$$
\begin{aligned}
\phi &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \\
V(\phi) &= -\mu^2|\phi|^2 + \lambda|\phi|^4 \\
\mathcal{L}(\phi) &= \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi^* - V(\phi)
\end{aligned}
$$



- invariant unter $U(1)$ Transformationen (= φ symmetrisch)
- metastabil in $\phi = 0$
- Grundzustand bricht $U(1)$
- Zur gleichen Zeit sind Grundzustände in φ ununterscheidbar

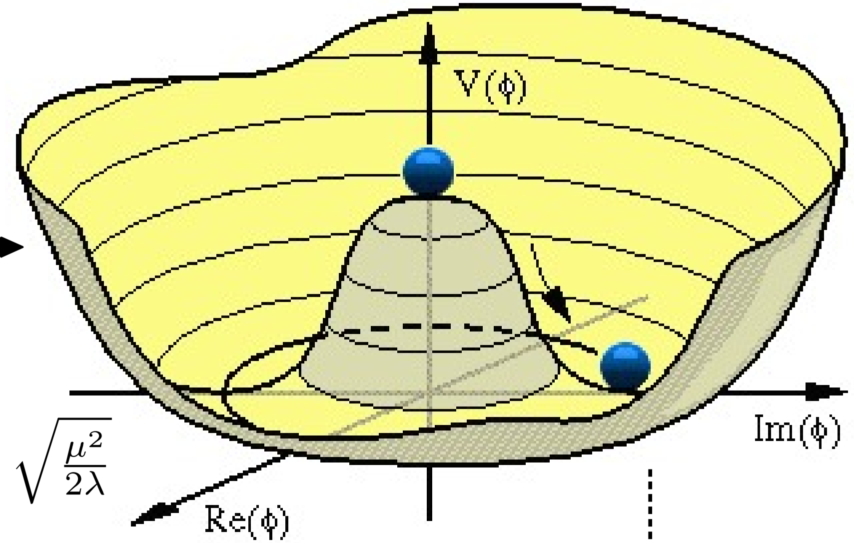
- ϕ besitzt radiale Anregungs-zustände im Potential $V(\phi)$



Spontane Symmetriebrechung in der Teilchenphysik

- **Goldstone Potential**:

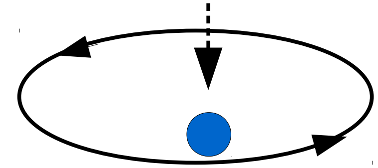
$$
\begin{aligned}
\phi &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \\
V(\phi) &= -\mu^2|\phi|^2 + \lambda|\phi|^4 \\
\mathcal{L}(\phi) &= \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi^* - V(\phi)
\end{aligned}
$$



$$|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$$

- invariant unter $U(1)$ Transformationen (= φ symmetrisch)
- metastabil in $\phi = 0$
- Grundzustand bricht $U(1)$
- Zur gleichen Zeit sind Grundzustände in φ ununterscheidbar

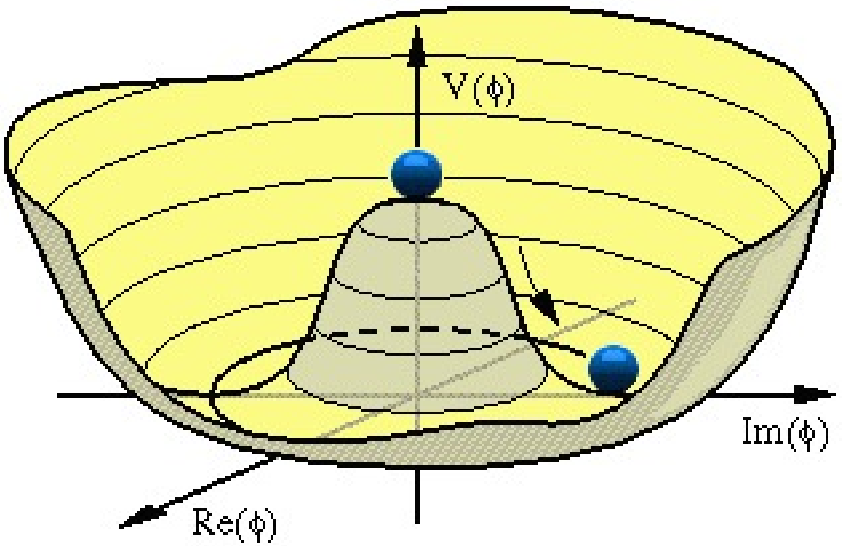
- ϕ kann sich “frei entlang des Ringes bewegen”, der dem Minimum von $V(\phi)$ entspricht



Goldstone Theorem

- Übersetzt in Teilchenhysik:

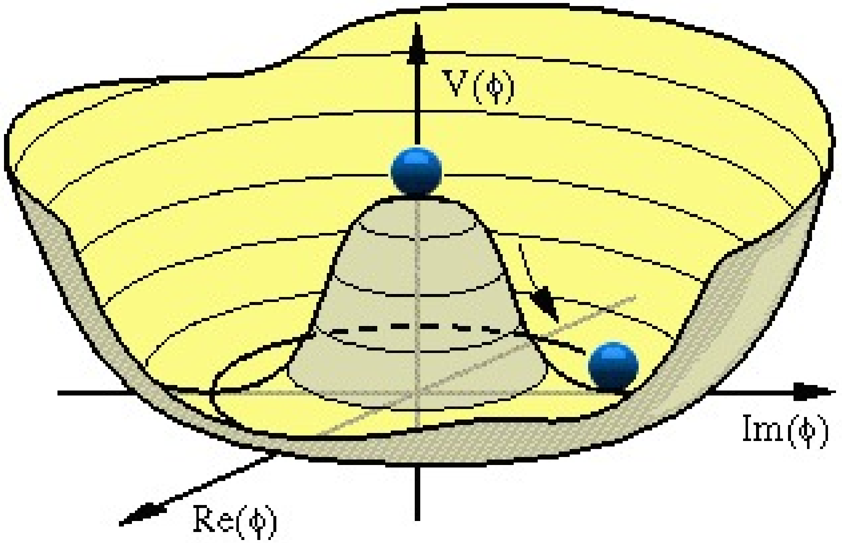
In einer relativistisch kovarianten Quantenfeldtheorie mit spontaner Symmetriebrechung werden **masselose Teilchen** (→ **Goldstone-Bosonen**) erzeugt



Goldstone Theorem

- Übersetzt in Teilchenhysik:

In einer relativistisch kovarianten Quantenfeldtheorie mit spontaner Symmetriebrechung werden **masselose Teilchen** (→ **Goldstone-Bosonen**) erzeugt



Goldstone Bosonen können sein:

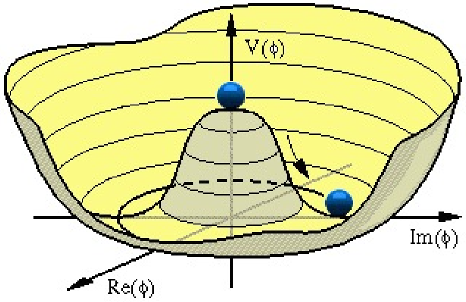
- elementare Felder, die bereits in $\mathcal{L}$ vorkommen
- gebundene Zustände, die in der Theorie erzeugt werden (Bsp. H-Atom, Cooper-Paare in Supraleitung, …)
- Unphysikalische (Eich-)Freiheitsgrade, die aus der Theorie durch Wahl geeigneter Randbedingungen entfernt werden können

Grundzustand (= Quantenvakuum**)**

- Grundzustand → Ort in dem Hamilton-Operator

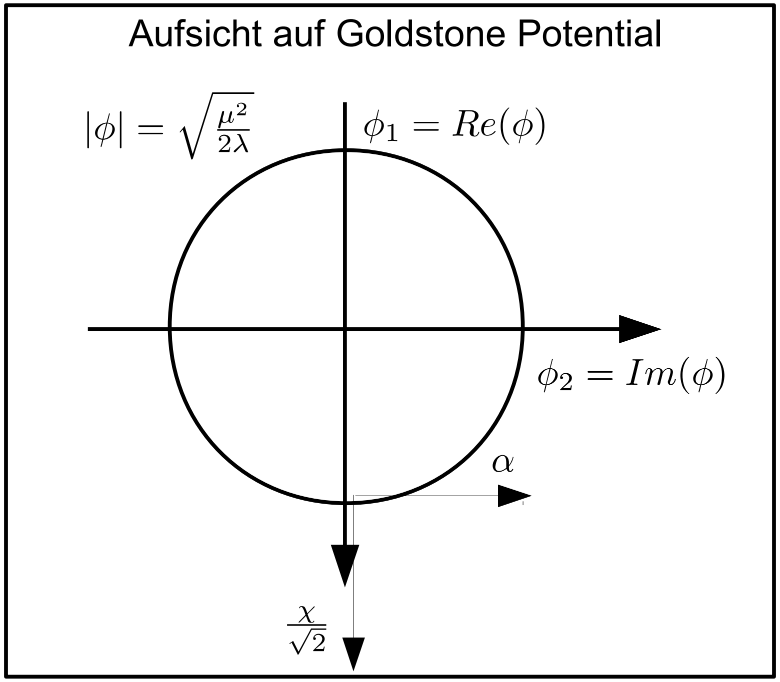
$$\mathcal{H} = \frac{\partial L}{\partial\left(\partial_0 \phi\right)} \partial_0 \phi - \mathcal{L} = \partial_0 \phi \partial^0 \phi^* + \partial_j \phi \partial^j \phi^* + V(\phi)$$

minimal ist. In unserem Bsp. $|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$



- Analyse in physikalischem Grundzustand → **Taylorentwicklung** in beliebigem Punkt in Minimum

$$\phi(\chi, \alpha) = e^{i\alpha} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)$$



Goldstone Potential in Grundzustand

$$\phi(\chi,\alpha) = e^{i\alpha}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)$$

- Entwicklung im Grundzustand in zylindrischen Koordinaten:

$$\mathcal{L} = \Big[\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - V(\phi)\Big]_{\phi(\chi,\alpha)} = \frac{1}{2}\partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)^2 \partial_\mu \alpha \partial^\mu \alpha - V'(\chi)$$

$$V'(\chi) = \Big[-\mu^2|\phi|^2 + \lambda|\phi|^4\Big]_{\phi(\chi)} = -\frac{\mu^4}{4\lambda} + \mu^2\chi^2 + \underbrace{\mu\sqrt{\lambda}\chi^3 + \frac{\lambda}{4}\chi^4}$$

const.

dynamischer Massenterm

Selbstwechselwirkungen

Warum gibt es keinen Term linear in χ?

Goldstone Potential in Grundzustand

$$\phi(\chi,\alpha) = e^{i\alpha}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)$$

- Entwicklung im Grundzustand in zylindrischen Koordinaten:

$$\mathcal{L} = \Big[\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi^* - V(\phi)\Big]_{\phi(\chi,\alpha)} = \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)^2 \partial_\mu\alpha\partial^\mu\alpha - V'(\chi)$$

$$V'(\chi) = \Big[-\mu^2|\phi|^2 + \lambda|\phi|^4\Big]_{\phi(\chi)} = -\frac{\mu^4}{4\lambda} + \mu^2\chi^2 + \underbrace{\mu\sqrt{\lambda}\chi^3 + \frac{\lambda}{4}\chi^4}$$

const.

dynamischer Massenterm

Selbstwechsel-wirkungen

Warum gibt es keinen Term linear in χ? – Wir haben eine Taylorentwicklung im Minimum durchgeführt. Per Konstruktion gibt es keinen Term linear in χ.

Goldstone Potential in Grundzustand

- Entwicklung im Grundzustand in zylindrischen Koordinaten:

$$\mathcal{L} = \Big[\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - V(\phi)\Big]_{\phi(\chi,\alpha)} = \frac{1}{2}\partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)^2 \partial_\mu \alpha \partial^\mu \alpha - V'(\chi)$$

$$V'(\chi) = \Big[-\mu^2|\phi|^2 + \lambda|\phi|^4\Big]_{\phi(\chi)} = -\frac{\mu^4}{4\lambda} + {\color{red}\mu^2\chi^2} + {\color{blue}\mu\sqrt{\lambda}\chi^3 + \frac{\lambda}{4}\chi^4}$$

- **Anmerkungen:**
  - Massenterm für χ, entlang der radialen Auslenkung, die aus Minimum von $V(\chi)$ herausführt
  - Massenterm aus Taylorentwicklung in niedrigster (nicht-verschwindender) Ordnung $\rightarrow$ unabhängig von exakter Form des Potentials
  - Feld α, das nicht aus Minimum von $V(\chi)$ herausführt, erhält keine Masse $\rightarrow$ Goldstone Boson

Erweiterung zur Eichfeldtheorie

- Hier für Abelsches Modell:

kovariante Ableitung

$$\phi(\chi,\alpha) = e^{i\alpha}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \left[(\partial_\mu + ieA_\mu)\,\phi\right]\left[(\partial^\mu + ieA^\mu)\,\phi\right]^* - V(\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\
&= \left|\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu\chi e^{i\alpha} + ie^{i\alpha}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)(eA_\mu + \partial_\mu\alpha)\right|^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\
&= \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi + \left(\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)\underbrace{(eA_\mu + \partial_\mu\alpha)}\right)^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}
\end{aligned}$$

Entferne α-Abhängigkeit durch geeignete Eichung:

$$A'_\mu = A_\mu - \tfrac{1}{e}\partial_\mu\vartheta$$

Wie sieht diese Eichung aus?

Erweiterung zur Eichfeldtheorie

- Hier für Abelsches Modell:

kovariante Ableitung

$$\phi(\chi,\alpha) = e^{i\alpha}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \left[\left(\partial_\mu + ieA_\mu\right)\phi\right]\left[\left(\partial^\mu + ieA^\mu\right)\phi\right]^* - V(\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\
&= \left|\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu\chi e^{i\alpha} + ie^{i\alpha}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)\left(eA_\mu + \partial_\mu\alpha\right)\right|^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\
&= \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi + \left(\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)\underbrace{\left(eA_\mu + \partial_\mu\alpha\right)}\right)^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}
\end{aligned}$$

Entferne α-Abhängigkeit durch geeignete Eichung:

$$A'_\mu = A_\mu - \tfrac{1}{e}\partial_\mu\vartheta$$

Wie sieht diese Eichung aus? $\vartheta = -\alpha$

Erweiterung zur Eichfeldtheorie

- Hier für Abelsches Modell:

kovariante Ableitung

$$\phi(\chi,\alpha) = e^{i\alpha}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= [(\partial_\mu + ieA_\mu)\,\phi]\,[(\partial^\mu + ieA^\mu)\,\phi]^* - V(\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\
&= \left|\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu\chi e^{i\alpha} + ie^{i\alpha}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)(eA_\mu + \partial_\mu\alpha)\right|^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\
&= \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi + \left(\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right) eA'_\mu\right)^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}
\end{aligned}$$

Massenterm für A'_μ:

$\frac{e^2\mu^2}{2\lambda}A'_\mu A'^{\mu*}$

Quartische und trilineare Kopplungen an χ.

Higgsmechanismus

- Entwicklung von $\phi \rightarrow \phi(\chi, \alpha)$ in Grundzustand des Goldstone Potentials
  $\rightarrow$ Erzeugung eines **Massenterms für** A'_μ **aus Kopplung** $e^2 \left|\phi\right|^2 A'_\mu A'^{\mu *}$

Higgsmechanismus

- Entwicklung von $\phi \rightarrow \phi(\chi, \alpha)$ in Grundzustand des Goldstone Potentials
  $\rightarrow$ Erzeugung eines **Massenterms für** A'_μ **aus Kopplung** $e^2 \left|\phi\right|^2 A'_\mu A'^{\mu *}$

- χ ist ein nicht-komplexes Feld, α wurde in A'_μ absorbiert. Es scheint als habe die Theorie einen Freiheitsgrad verloren

Higgsmechanismus

- Entwicklung von $\phi \rightarrow \phi(\chi, \alpha)$ in Grundzustand des Goldstone Potentials
  $\rightarrow$ Erzeugung eines **Massenterms für A'_μ aus Kopplung** $e^2 \left|\phi\right|^2 A'_\mu A'^{\mu *}$

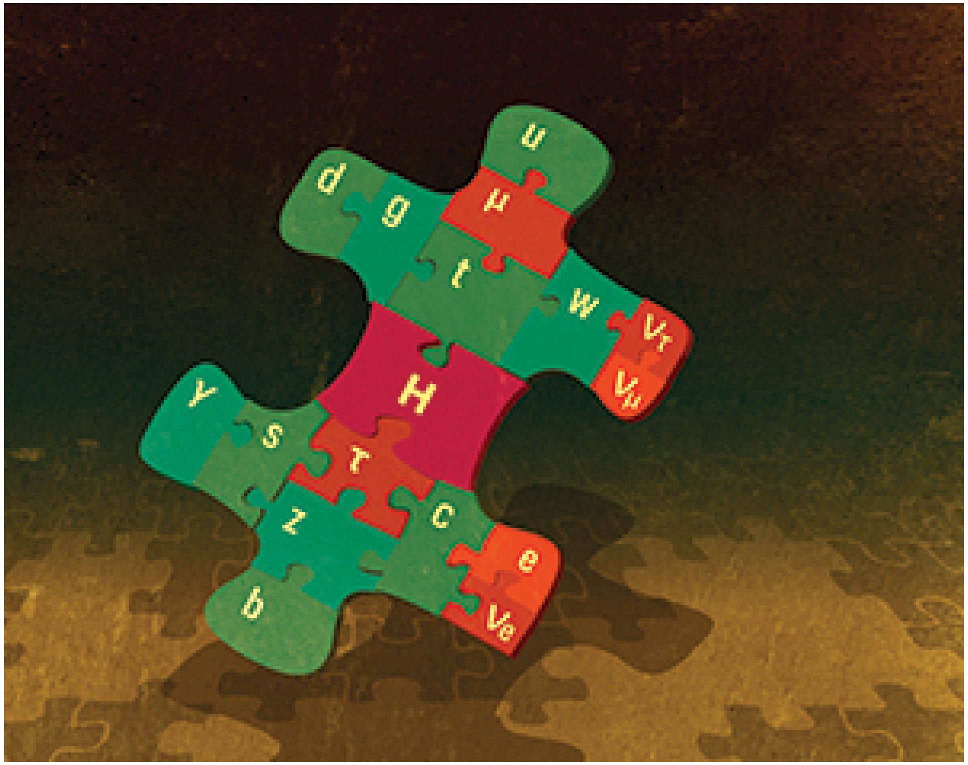
- χ ist ein nicht-komplexes Feld, α wurde in A'_μ absorbiert. Es scheint als habe die Theorie einen Freiheitsgrad verloren

- Dies ist nicht der Fall:
  - als massloses Teilchen hat A'_μ nur zwei Freiheitsgrade (Helizitätseigenzustände für ±1)
  - als massives Teilchen erhält es einen weiteren Freiheitsgrad (Helizitätseigen-zustände für ±1 und 0)

Man sagt:

“Das Eichboson hat das Goldstone Boson aufgefressen und hat darüber seine Masse erhalten… ”

Vervollständigung des SM



Das neue Feld ϕ

- Füge ϕ als $SU(2)_L$ **-Dublett** zu:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix}$$

Transformationsverhalten:

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\vartheta'} G\phi$$

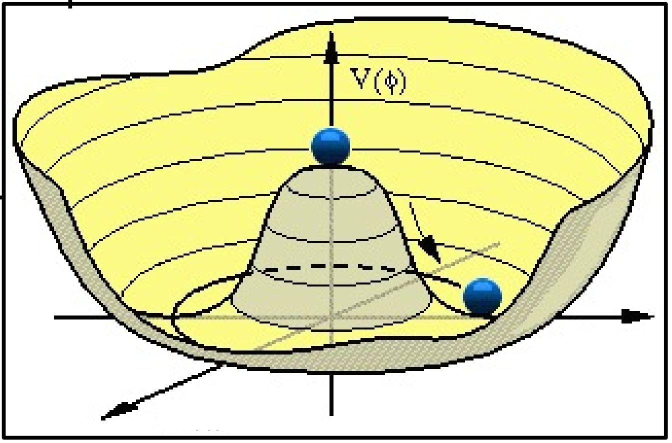
$$\phi^\dagger \rightarrow \phi'^\dagger = \phi^\dagger G^\dagger e^{-i\vartheta'}$$

$$G = e^{i\vartheta^a t^a} \in SU(2)_L \quad \vartheta^a, \vartheta' \in \mathbb{R}$$

$$\mathcal{L}^{SU(2)\times U(1)} = \mathcal{L}^{\text{kin}} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}^{\text{gauge}} + \mathcal{L}^{\text{Higgs}}$$

$$\mathcal{L}^{\text{Higgs}} = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - V(\phi)$$

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda \left(\phi^\dagger \phi\right)^2$$



Taylorentwicklung in Grundzustand

- **Entwickle** ϕ in Grundzustand $|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$:

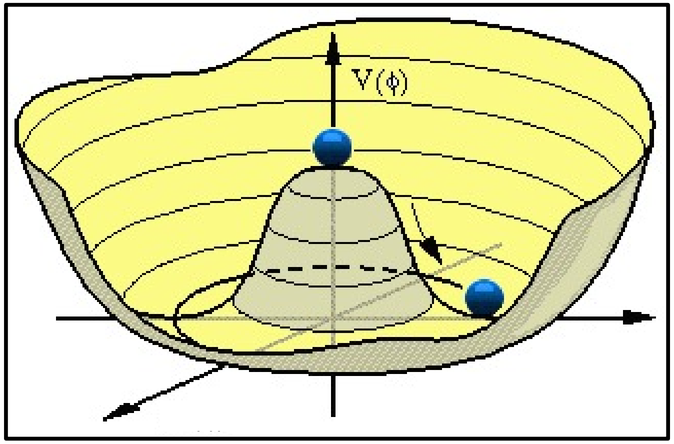
$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

NB: Entwicklung grundsätzlich überall im Minimum möglich. Für physikalisch konsistentes Modell Entwicklung in unterer Komponente von ϕ nötig

Nicht-verschwindender Vakuumerwartungswert

$$v = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$$

Radiale Anregung
→ Higgs Boson



Lokale Eichinvarianz für ϕ

- **Entwickle** ϕ in Grundzustand $|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$:

$$\boxed{\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}}$$

- Implementiere lokale $SU(2)_L$-Invarianz für $\mathcal{L}^{\text{Higgs}}$
- D.h. führe kovariante Ableitung für ϕ ein:

$$\boxed{\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu + ig'\frac{Y_\phi}{2}B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a}$$

(vgl VL-20 Folie 7ff)

$SU(2)_L \times U(1)_Y$ Hypercharges			
Field	Y_ϕ	I_3	Q
ϕ_+	$+1$	$+1/2$	$+1$
ϕ_0		$-1/2$	0

$Q = I_3 + \frac{Y}{2}$

Massive Eichbosonen

- Ergebnis Entwicklung in Grundzustand (nach Rechnung):(1)

$$
\begin{aligned}
D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = {} & \tfrac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H \\
& + m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{2m_Z^2}{v} Z_\mu Z^\mu \frac{H}{\sqrt{2}} + \frac{m_Z^2}{v^2} Z_\mu Z^\mu \frac{H}{\sqrt{2}}\frac{H}{\sqrt{2}} \\
& + m_W^2 W_\mu^+ W^{\mu -} + \frac{2m_W^2}{v} W_\mu^+ W^{\mu -} \frac{H}{\sqrt{2}} + \frac{m_W^2}{v^2} W_\mu^+ W^{\mu -} \frac{H}{\sqrt{2}}\frac{H}{\sqrt{2}}
\end{aligned}
$$

- (Dynamische) **Massenterme für W- und Z-Boson**
- Charakteristische trilineare und quartische Kopplungen der Eichbosonen an Higgsfeld
- Zusätzliche Vorhersage zu Massen der Eichbosonen:

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cdot \cos^2\theta_W} \equiv 1 \longrightarrow m_Z > m_W$$

$$\boxed{\theta_W \approx 28,74^\circ}$$

z.B. aus Messung von W und Z Masse

(1) Rechnung in backup

Ankopplung an Fermionen

- Higgsmechanismus kann auch dazu genutzt werden **Fermionen (dynamische) Masse** zu verleihen:

$$\boxed{\mathcal{L}^{\text{Yukawa}} = -f_e \left(\overline{e}_R \phi^\dagger \psi_L\right) - f_e^* \left(\overline{\psi}_L \phi e_R\right)}$$

- Prüfe $SU(2)_L$ und $U(1)_Y$ Verhalten von $\mathcal{L}^{\text{Yukawa}}$

Ankopplung an Fermionen

- Higgsmechanismus kann auch dazu genutzt werden **Fermionen (dynamische) Masse** zu verleihen:

$$\boxed{\mathcal{L}^{\text{Yukawa}} = -f_e \left(\overline{e}_R \phi^\dagger \psi_L\right) - f_e^* \left(\overline{\psi}_L \phi e_R\right)}$$

- Prüfe $SU(2)_L$ und $U(1)_Y$ Verhalten von $\mathcal{L}^{\text{Yukawa}}$

$$\begin{aligned}
\overline{e'}_R \phi'^\dagger \psi'_L &= \overline{e}_R e^{-iY_R \vartheta'/2} \phi^\dagger G^\dagger e^{-iY_\phi \vartheta'/2} e^{iY_L \vartheta'/2} G \psi_L \\
&= e^{i(Y_L - Y_\phi - Y_R)\vartheta'/2} \overline{e}_R \phi^\dagger G^\dagger G \psi_L \\
&= e^{i((-1)-(+1)-(-2))\vartheta'/2} \overline{e}_R \phi^\dagger \psi_L \\
&= \overline{e}_R \phi^\dagger \psi_L \\
\overline{\psi'}_L \phi' e_R &= \text{analog}
\end{aligned}$$

$\mathcal{L}^{\text{Yukawa}}$ manifest eichinvariant

- NB: $f_e = f_e^*$ kann reell gewählt werden. Eventuelle komplexe Phase kann in e_R absorbiert werden

Taylorentwicklung in Grundzustand

- **Entwickle** ϕ in Grundzustand $|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$:

$$\boxed{\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^{\text{Yukawa}} &= -f_e \left(\bar{e}_R \phi^\dagger \psi_L\right) - f_e^* \left(\overline{\psi}_L \phi e_R\right) \\
&= -f_e \left(\bar{e}_R \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ e_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{\nu} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e_R \right) \\
&= \underbrace{-f_e \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}\right.}_{m_e \equiv f_e \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \left. + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \underbrace{\left(\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R\right)}_{\overset{(1)}{\equiv} \bar{e} e} = -f_e \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \bar{e} e
\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathcal{L}^{\text{Yukawa}} = -f_e \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R\right) = -m_e \bar{e} e - \frac{m_e}{v} \frac{H}{\sqrt{2}} \bar{e} e}$$

(1) Vgl VL-20 Folie 15

YOU ARE HERE

Backup

Karlsruhe Institute of Technology

Notes on the *Goldstone* potential

- The choice of the *Goldstone* potential has the following properties:
  - it leads to spontaneous symmetry breaking.
  - it does not distinguish any direction in space ($\rightarrow$ i.e. only depends on $|\phi|$).
  - it is bound from below and does not lead to infinite negative energies, which is a prerequisite for a stable theory.
  - it is the simplest potential with these features.

Dynamic term of Lagrangian density

- Couple to gauge fields:

$$\boxed{\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}}$$

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$\boxed{D_\mu = \partial_\mu + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a}$$

(covariant derivative)

Dynamic term of Lagrangian density

- Couple to gauge fields:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$\boxed{D_\mu = \partial_\mu + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a}$$ (covariant derivative)

Dynamic term of Lagrangian density

- Couple to gauge fields:

$$\boxed{\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}}$$

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(i g' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + i g W_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$\boxed{D_\mu = \partial_\mu + i g' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + i g W_\mu^a \mathbf{t}^a}$$

(covariant derivative)

Dynamic term of Lagrangian density

- Resolve products of *Pauli* matrices ($\mathbf{t}^a \equiv \frac{1}{2}\sigma_a$):

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(i g' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + i g W_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$\boxed{\begin{aligned} D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = & \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H - \frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) (g W_\mu^3 - g' B_\mu) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 \\ & + \left| \left[\frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) g W_\mu^+ \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2 \end{aligned}}$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Resolve products of *Pauli* matrices ($\mathbf{t}^a \equiv \frac{1}{2}\sigma_a$):
  - Ascending operator $\mathbf{t}^+$(of W_μ^+) shifts unit vector of the down component up.

$$D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(ig'\frac{Y_\phi}{2}B_\mu + igW_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$\boxed{\begin{aligned} D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = & \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu H - \frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(gW_\mu^3 - g'B_\mu \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 \\ & + \left| \left[\frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) gW_\mu^+ \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2 \end{aligned}}$$

Dynamic term of Lagrangian density

Karlsruhe Institute of Technology

- Resolve products of *Pauli* matrices ($\mathbf{t}^a \equiv \frac{1}{2}\sigma_a$):
  - Ascending operator $\mathbf{t}^+$(of W_μ^+) shifts unit vector of the down component up.
  - Descending operator $\mathbf{t}^-$(of W_μ^-) "destroys" unit vector of the down component.

$$D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = \left|\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}}\right)\left(ig'\frac{Y_\phi}{2}B_\mu + igW_\mu^a\mathbf{t}^a\right)\right]\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right|^2$$

$$\boxed{\begin{aligned} D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = &\left|\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu H - \frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}}\right)\left(gW_\mu^3 - g'B_\mu\right)\right]\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right|^2 \\ &+ \left|\left[\frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}}\right)gW_\mu^+\right]\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right|^2 \end{aligned}}$$

Dynamic term of Lagrangian density

Karlsruhe Institute of Technology

- Resolve products of *Pauli* matrices ($\mathbf{t}^a \equiv \frac{1}{2}\sigma_a$):
  - Ascending operator $\mathbf{t}^+$ (of W_μ^+) shifts unit vector of the down component up.
  - Descending operator $\mathbf{t}^-$ (of W_μ^-) "destroys" unit vector of the down component.
  - Operator $\mathbf{t}^3$ switches sign for unit vector of down component.

$$D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = \left|\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}}\right)\left(ig'\frac{Y_\phi}{2}B_\mu + igW_\mu^a\mathbf{t}^a\right)\right]\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right|^2$$

$$\boxed{\begin{aligned} D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = &\left|\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu H - \frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}}\right)\left(gW_\mu^3 - g'B_\mu\right)\right]\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right|^2 \\ &+\left|\left[\frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}}\right)gW_\mu^+\right]\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right|^2 \end{aligned}}$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Evaluate components of absolute value squared:

$$D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = \tfrac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H + \tfrac{g^2+g'^2}{4}\left(\sqrt{\tfrac{\mu^2}{2\lambda}}+\tfrac{H}{\sqrt{2}}\right)^2 Z_\mu Z^\mu + \tfrac{g^2}{4}\left(\sqrt{\tfrac{\mu^2}{2\lambda}}+\tfrac{H}{\sqrt{2}}\right)^2 W_\mu^+ W^{\mu -}$$

$$\left(gW_\mu^3 - g'B_\mu\right) \equiv \sqrt{g^2+g'^2}\,Z_\mu$$

$$D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = \left|\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu H - \frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)\left(gW_\mu^3 - g'B_\mu\right)\right]\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right|^2 + \left|\left[\frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right) gW_\mu^+\right]\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right|^2$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Evaluate components of absolute value squared:

$$D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = \frac{1}{2}\partial_\mu H\partial^\mu H + \frac{g^2+g'^2}{4}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{g^2}{4}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)^2 W_\mu^+ W^{\mu -}$$

$$(gW_\mu^3 - g'B_\mu) \equiv \sqrt{g^2+g'^2}Z_\mu$$

$$D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = \left|\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu H - \frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)(gW_\mu^3 - g'B_\mu)\right]\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right|^2 + \left|\left[\frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)gW_\mu^+\right]\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right|^2$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Evaluate components of absolute value squared:

$$D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = \tfrac{1}{2}\partial_\mu H\partial^\mu H + \frac{g^2+g'^2}{4}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{g^2}{4}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)^2 W_\mu^+ W^{\mu-}$$

$$(gW_\mu^3 - g'B_\mu) \equiv \sqrt{g^2+g'^2}\,Z_\mu$$

$$D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = \left|\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu H - \frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)(gW_\mu^3 - g'B_\mu)\right]\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right|^2 + \left|\left[\frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)gW_\mu^+\right]\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right|^2$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Evaluate components of absolute value squared:

$$\boxed{\begin{aligned} D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi &= \tfrac{1}{2}\partial_\mu H\partial^\mu H \\ &+\tfrac{g^2+g'^2}{4}\left(\sqrt{\tfrac{\mu^2}{2\lambda}}+\tfrac{H}{\sqrt{2}}\right)^2 Z_\mu Z^\mu + \tfrac{g^2}{4}\left(\sqrt{\tfrac{\mu^2}{2\lambda}}+\tfrac{H}{\sqrt{2}}\right)^2 W_\mu^+ W^{\mu-}\end{aligned}}$$

$$\left(gW_\mu^3 - g'B_\mu\right) \equiv \sqrt{g^2+g'^2}Z_\mu$$

$$\boxed{\begin{aligned} D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = &\left|\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu H - \frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)\left(gW_\mu^3 - g'B_\mu\right)\right]\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right|^2 \\ &+\left|\left[\frac{i}{2}\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}+\frac{H}{\sqrt{2}}\right)gW_\mu^+\right]\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right|^2\end{aligned}}$$

Masses for Gauge Bosons

- By introducing ϕ as a $SU(2)$ doublet with a non-zero energy ground state we have obtained:

$$\boxed{D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = \tfrac{1}{2}\partial_\mu H\partial^\mu H + \underbrace{\tfrac{g^2+g'^2}{4}\left(\sqrt{\tfrac{\mu^2}{2\lambda}}+\tfrac{H}{\sqrt{2}}\right)^2}_{} Z_\mu Z^\mu + \underbrace{\tfrac{g^2}{4}\left(\sqrt{\tfrac{\mu^2}{2\lambda}}+\tfrac{H}{\sqrt{2}}\right)^2}_{} W_\mu^+ W^{\mu -}}$$

- Masses: $m_Z^2 \equiv \frac{(g^2+g'^2)\mu^2}{8\lambda}$ $\qquad m_W^2 \equiv \frac{g^2\mu^2}{8\lambda}$

- Characteristic tri-linear and quartic couplings of the gauge bosons to the Higgs field.

- A solid prediction of the SM on the masses of the gauge bosons:

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cdot \cos^2\theta_W} \equiv 1 \longrightarrow m_Z > m_W$$

Masses for Gauge Bosons

- By introducing ϕ as a $SU(2)$ doublet with a non-zero energy ground state we have obtained:

$$
\begin{aligned}
D_\mu\phi^\dagger D^\mu\phi = {} & \tfrac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H \\
& + m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{2m_Z^2}{v} Z_\mu Z^\mu \frac{H}{\sqrt{2}} + \frac{m_Z^2}{v^2} Z_\mu Z^\mu \frac{H}{\sqrt{2}}\frac{H}{\sqrt{2}} \\
& + m_W^2 W_\mu^+ W^{\mu -} + \frac{2m_W^2}{v} W_\mu^+ W^{\mu -} \frac{H}{\sqrt{2}} + \frac{m_W^2}{v^2} W_\mu^+ W^{\mu -} \frac{H}{\sqrt{2}}\frac{H}{\sqrt{2}}
\end{aligned}
$$

- Characteristic tri-linear and quartic couplings of the gauge bosons to the Higgs field.

- A solid prediction of the SM on the masses of the gauge bosons:

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cdot \cos^2\theta_W} \equiv 1 \longrightarrow m_Z > m_W$$

Vacuum expectation value

Karlsruhe Institute of Technology

- We can obtain a precise estimate for the vacuum expectation value, $v = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$, via its relation to m_W.

$m_W^2 = \left(\frac{g}{2}\right)^2 v^2$ (from Higgs mechanism, c.f. backup slide 49)

$m_W^2 = \frac{\sqrt{2}g^2}{8G_F}$ (from Fermi theory VL-19 Folie 19)

Fermi constant:

$$G_F = (1.16639 \pm 0.00002) \times 10^{-5}\ \mathrm{GeV}^{-2}$$

(determined from muon lifetime measurements)

$$\boxed{v = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}G_F}} = 246.22\ \mathrm{GeV}}$$

- Sets the scale of electroweak symmetry breaking.