

**Übungen zu
Moderne Experimentalphysik III
(Kerne und Teilchen)
Sommersemester 2017**

Übungsblatt Nr. 8

Ausgabe: Di, 27.06.2017

Abgabe: Di, 04.07.2017 (13:30) Briefkasten Geb. 30.23

Name des Übungsgruppenleiters und Gruppenbuchstabe:

Namen der bearbeitenden Gruppe:

Aufgabe 1: Parität und Ladungskonjugation

(4 Punkte)

Das K^+ -Meson hat Spin 0 und zerfällt hauptsächlich durch die Reaktion $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$.

- Skizzieren Sie die Richtung des Impulses und des Spins von Myon und Neutrino im Ruhesystem des Kaons.
- Wenden Sie auf diesen Zerfallsprozess nun jeweils den Paritätsoperator \hat{P} , den Ladungskonjugationsoperator \hat{C} sowie die Kombination beider Operatoren $\hat{C}\hat{P}$ an und skizzieren Sie die daraus resultierenden Teilchen und Impuls- und Spinrichtungen. Welche der resultierenden Reaktionen treten nicht auf und warum?

Aufgabe 2: Strangeness-Oszillation

(8 Punkte)

Durch Protonbeschuss eines Targets wird ein Strahl von K^0 -Mesonen erzeugt, die sich mit einem Impuls $p = 1,1 \text{ GeV}$ durch ein Vakuum bewegen. Durch Prozesse der elektroschwachen Wechselwirkung wird aus dem zunächst reinen K^0 -Strahl eine Mischung aus K^0 - und \bar{K}^0 -Mesonen (vgl. die in der Vorlesung gezeigten Boxdiagramme).

Im folgenden soll die CP-Verletzung vernachlässigt werden, die kurz- und langlebigen Kaonen K_S^0 bzw. K_L^0 werden also mit den CP-Eigenzuständen K_1^0 und K_2^0 identifiziert,

$$|K_S^0\rangle = |K_1^0\rangle, \quad |K_L^0\rangle = |K_2^0\rangle$$

wobei $|K_1^0\rangle$ und $|K_2^0\rangle$ wie in der Vorlesung als

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle), \quad |K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$$

definiert seien.

Die zeitliche Entwicklung der $|K_{S/L}^0\rangle$ -Zustände in ihrem Ruhesystem kann durch

$$|K_{S/L}^0\rangle(t) = |K_{S/L}^0\rangle(0) \cdot e^{-iM_{S/L}t} \cdot e^{-\frac{1}{2}\Gamma t}$$

beschrieben werden. Dabei bezeichnet $M_{S/L}$ die Massen und $\Gamma_{S/L} = \frac{1}{\tau_{S/L}}$ die Zerfallsbreiten der K_S^0/K_L^0 -Mesonen.

- Zeigen Sie, dass die Anzahl der K^0 - und \bar{K}^0 -Mesonen als Funktion der Eigenzeit t gegeben ist durch

$$N_{K^0}(t) = \frac{N_0}{4} (e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2 \cos(\Delta M t) e^{-\Gamma t})$$

$$N_{\bar{K}^0}(t) = \frac{N_0}{4} (e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2 \cos(\Delta M t) e^{-\Gamma t})$$

mit $\Delta M = M_L - M_S$ und $\Gamma = \frac{1}{2}(\Gamma_S + \Gamma_L)$. N_0 sei die ursprüngliche Anzahl K^0 -Mesonen zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$.

- b) Stellen Sie die Anteile $N_{K^0}(t)/N_0$ und $N_{\bar{K}^0}(t)/N_0$ der K^0 - und \bar{K}^0 -Mesonen als Funktion der Eigenzeit t grafisch dar für das Zeitintervall von 0 bis $15 \cdot 10^{-10}$ s. Diskutieren Sie das Ergebnis. Welcher Strecke im Laborsystem entspricht dieser Zeitraum?

Die Lebensdauern betragen $\tau_S = 9 \cdot 10^{-11}$ s und $\tau_L = 5 \cdot 10^{-8}$ s, und die Massendifferenz ist $\Delta M = 5,3 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$.

- c) Bestimmen Sie ebenfalls die Anteile $N_{K_S^0}(t)/N_0$ und $N_{K_L^0}(t)/N_0$ der K_S^0 und K_L^0 nach der Zeit t und zeichnen Sie diese in die Grafik aus b) ein. Wie groß ist der K_L^0 -Anteil $N_{K_L^0}(t)/(N_{K_S^0}(t) + N_{K_L^0}(t))$ am Gesamtstrahl nach $15 \cdot 10^{-10}$ s?

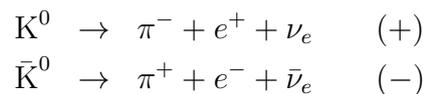
Aufgabe 3: Materie-/Antimaterieasymmetrie (8 Punkte)

Tatsächlich tritt im Kaonsystem CP-Verletzung auf¹. Die physikalischen Zustände K_S^0 und K_L^0 sind also nicht identisch mit den CP-Eigenzuständen K_1^0 und K_2^0 , sondern als deren Superpositionen

$$\begin{aligned} |K_S^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} (|K_1^0\rangle + \epsilon |K_2^0\rangle) \\ |K_L^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} (|K_2^0\rangle + \epsilon |K_1^0\rangle) \end{aligned}$$

gegeben, mit dem komplexen Mischungsparameter ϵ , wobei $|\epsilon| = 2,2 \cdot 10^{-3}$.

Die CP-Verletzung führt zu einer beobachtbaren Asymmetrie zwischen Materie- und Antimaterie. Man betrachte als Beispiel den K^0 -Strahl aus der vorherigen Aufgabe. Neben dem Zerfall in Pionen² zerfällt das K_L^0 mit einem großen Verzweigungsverhältnis von etwa 39% in Endzustände mit Elektronen („semileptonische“ Zerfälle), wobei die beiden Prozesse



beitragen. Man kann nun die Raten $R^+ = R(K^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e)$ und $R^- = R(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e)$ der beiden Zerfälle messen und daraus die Ladungsasymmetrie

$$\delta_C = \frac{R^+ - R^-}{R^+ + R^-}$$

berechnen. Das Ergebnis einer solchen Messung ist in Abb. 1 in Abhängigkeit der Zeit t dargestellt. Wie in der vorherigen Aufgabe gezeigt, besteht der ursprüngliche K^0 -Strahl aufgrund der Strangeness-Oszillation nach einer „Einschwingphase“ vollständig aus K_L^0 -Mesonen. Die Ladungsasymmetrie ist aber auch für große t nicht null sondern nimmt einen positiven Wert an.

¹Hier wird nur die CP-Verletzung in der Mischung (indirekte CP-Verletzung) betrachtet.

²Das Verzweigungsverhältnis für den Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi\pi$ beträgt etwa 34%. Das Verzweigungsverhältnis für $K_S^0 \rightarrow \pi\pi$ beträgt dagegen fast 100%.

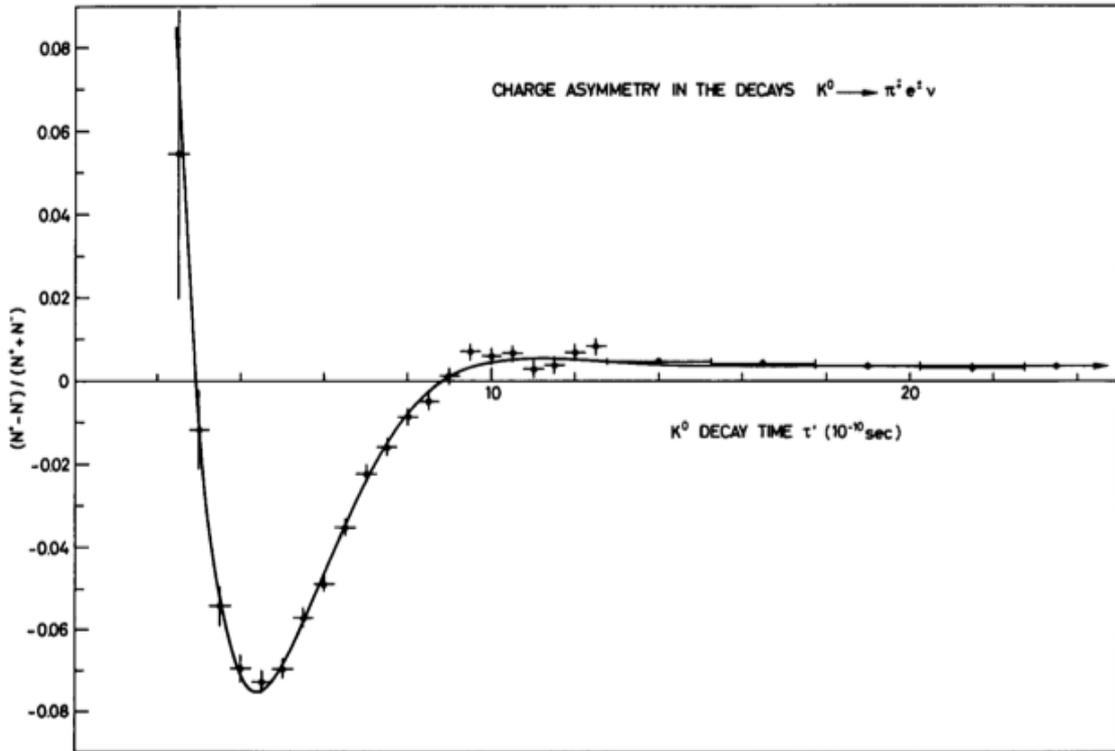


Abbildung 1: Ladungsasymmetrie δ_C in semileptonischen Zerfällen neutraler K-Mesonen als Funktion der Zeit t . Entnommen aus [1].

- Zeichnen Sie die Feynmandiagramme der semileptonischen Zerfälle (+) und (-) der K^0 - und \bar{K}^0 -Mesonen.
- Zeigen Sie, dass für große Zeiten $t \gtrsim 20 \cdot 10^{-10} \text{ s} \approx 2\tau_S$ für die Ladungsasymmetrie gilt

$$\delta_C = 2 \cdot \Re(\epsilon).$$

Machen Sie dazu den Ansatz

$$\begin{aligned} R^+ &\propto |\langle \pi^- e^+ \nu_e | T | K_L^0 \rangle|^2 \\ R^- &\propto |\langle \pi^+ e^- \bar{\nu}_e | T | K_L^0 \rangle|^2, \end{aligned}$$

wobei T den Operator des semileptonischen Zerfalls bezeichne. Wie ist dieser Ansatz motiviert? Nutzen Sie dann, dass

$$\begin{aligned} (i) \quad &\langle \pi^- e^+ \nu_e | T | K^0 \rangle = \langle \pi^+ e^- \bar{\nu}_e | T | \bar{K}^0 \rangle \\ (ii) \quad &\langle \pi^- e^+ \nu_e | T | \bar{K}^0 \rangle = 0 = \langle \pi^+ e^- \bar{\nu}_e | T | K^0 \rangle. \end{aligned}$$

Wie lassen sich diese Beziehungen begründen? Vernachlässigen Sie bei der Rechnung ferner Terme $\mathcal{O}(|\epsilon|^2)$.

- Aus Abb. 1 entnimmt man, dass für große Zeiten gilt $\delta_C = 3,3 \cdot 10^{-3}$. Welcher Wert für die Phase des Mischungsparameters ϵ folgt daraus?

Im Standardmodell der Kosmologie ist das Universum aus einem Urknall entstanden. Naiverweise würde daraus folgen, dass es heute gleich viel Materie und Antimaterie geben muss. Dies ist allerdings offenbar nicht der Fall³. Man vermutet, dass die CP-Verletzung den Schlüssel zum Verständnis dieser Asymmetrie birgt.

Literatur

- [1] S. Gjesdal et al., “A Measurement of the K(L)-K(s) Mass Difference from the Charge Asymmetry in Semileptonic Kaon Decays”, *Phys. Lett.* **B52** (1974) 113–118. doi:10.1016/0370-2693(74)90734-5.

³Es sei denn, es gibt weiträumig getrennte Regionen von Materie und Antimaterie im Universum.