Moderne Experimentalphysik III (Teilchenphysik) (SS 18)

http://ekpwww.physik.uni-karlsruhe.de/~rwolf/teaching/ss18-teilchen.html

Übungsblatt 2

Name des Übungsgruppenleiters und Gruppenbuchstabe:

Namen der bearbeitenden Gruppe:

Ausgabe: Di, 01.05.2018 (09:45) Abgabe: Mo, 07.05.2018 (13:30) Briefkasten Geb. 30.23

Aufgabe 4: Rapidität und Pseudorapidität **(7 Punkte)**

Bei vorgegebener Masse ist die Kinematik eines Teilchens durch drei unabhängige Variablen vollständig bestimmt. Wie Sie in der Vorlesung kennengelernt haben werden in der Teilchenphysik hierzu im allgemeinen die Varibalen $\begin{pmatrix} p_{\mathrm{T}} & \phi & y \end{pmatrix}$ verwendet. Dabei entspricht p_{T} dem Transversalimpuls, ϕ dem Azimuthalwinkel, und y der Rapidität des Teilchens. Die Größen p_{T} und ϕ werden jeweils in der Ebene senkrecht zur Streuachse bestimmt. Die Streuachse entspreche im folgenden der z-Achse des verwendeten Koordinatensystems. Die Rapidität ist definiert als

$$y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E + p_z}{E - p_z}\right) .$$

Für Energien (E) wesentlich größer als die Ruhemasse (m) des Teilchens ($E \gg m$) läßt sich y durch die Pseudorapidität

$$\eta = -\ln\Big(\tan\left(\theta/2\right)\Big)$$

annähern, wobei θ der Streuwinkel des Teilchens (im Laborsystem) ist.

a)
Zeigen Sie, dass y forminvariant unter Lorentz*boosts* entlang der z-Achse ist. Was bedeutet Forminvarianz in diesem Zusammenhang?

b)
Bestätigen Sie durch Rechnung, dass y für $E \gg m$ in η übergeht. Berechnen Sie, y und η für die folgenden Teilchen, wie sie bei Kollisionen am LHC oft vorkommen und vervollständigen Sie die Tabelle:

Teilchenart	Masse	Energie	Streuwinkel θ	y	η
π^-	140 MeV	10 GeV	5°		
t Quark	175 GeV	300 GeV	10°		

c)
Nehmen Sie an ein Proton der kosmischen Primärstrahlung mit der Masse $m = 1\,\mathrm{GeV}$ und der Energie $E = 10^{19}\,\mathrm{eV}$ kollidiere mit einem als ruhend anzunehmenden Sauerstoffatom der Ozonschicht der Atmosphäre, mit der Masse $M = 16\,\mathrm{GeV}$. Anmerkung: Es handelt sich dabei um das Rechenbeispiel aus Vorlesung 02. Bei dieser Kollision werde ein geladenes Teilchen i mit $E_i \gg m_i$ im Schwerpunktsystem der Streuung senkrecht zur Einfallsrichtung des Protons gestreut. Wie groß ist der Streuwinkel dieses Teilchens im Laborsystem "Erde"?

Aufgabe 5: Differentieller Streuwirkungsquerschnitt **(7 Punkte)**

Sie haben in der Vorlesung den differentiellen Wirkungsquerschnitt der Rutherford–Streuung

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{z\,Z\,e^2}{4\,\pi\,\epsilon_0\,m\,v^2\cdot 2\sin^2(\frac{\theta}{2})}\right)^2 = \left(\frac{zZ\alpha\,(\hbar\,c)}{4\,E_{\mathrm{kin}}}\right)^2\frac{1}{\sin^4(\frac{\theta}{2})} \tag{1}$$

Größe	Kommentar/Bedeutung
$z(=1)$	Kernladungszahl des Projektils
Z	Kernladungszahl des Targets
$e = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{A\,s}$	Elementarladung
$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\,\dfrac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$	Dielektrizitätskonstante
m	Masse des Projektils
v	Geschwindigkeit des Projektils (im Laborsystem)
θ	Streuwinkel des Projektils (im Laborsystem)
E_{kin}	Kinetische Energie des Projektils (im Laborsystem)
$\alpha = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \dfrac{1}{137}$	Feinstrukturkonstante

Tabelle 1: Bedeutung der Variablen in Gleichung (1).

abgeleitet. Eine Erklärung der einzelnen Variablen in Gleichung (1) ist in Tabelle 1 gegeben. Obwohl sie über 100 Jahre alt ist und damals "nur" im Rahmen der klassischen Streutheorie hergeleitet wurde, besitzt diese Formel heute noch unverändert eine zentrale Bedeutung für die Teilchenphysik, z.B. zur Beschreibung der Streuung zweier punktförmiger Spin-0 Teilchen.

a)

Bestätigen Sie, dass bei elastischer Streuung und $E_i \gg m_i$, mit $|\vec{p}_i| = p_i$, für die Mandelstam–Varibale t aus Aufgabe 1 gilt:

$$t = -2\,p_1\,p_3\,(1 - \cos\theta) = -4\,p_1\,p_3\sin^2(\theta/2)\ .$$

Für t sind auch die folgenden Bezeichnungen gebräuchlich:

$$t = q_\mu q^\mu = q^2 = -Q^2\,,$$

wobei q_μ dem bei der Streuung übertragenen Viererimpuls entspricht.

b)

Berechnen Sie q^2 explizit für die Streuung eines Elektrons in einem der HERA Experimente. Das Elektron habe die Energie E im Anfangszustand und die Energie E' und den Streuwinkel θ im Endzustand, angegeben jeweils im Laborsystem. Verwenden Sie die Werte $E = 27.5\,\mathrm{GeV}$, $E' = 15\,\mathrm{GeV}$, $\theta = 20°$. Im Teilchenbild gehen wir davon aus, dass die Wechselwirkung des Elektrons durch den Austausch eines Photons vonstatten geht. Was bedeutet dieses Ergebnis für die "Masse" des abgestrahlten Photons?

c)

Bestätigen Sie die folgenden relativistischen Formulierungen des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die Rutherfordstreuung:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{zZ\alpha\,(\hbar\,c)}{4\,m\,c^2\,(\gamma-1)}\right)^2 \left(\frac{4\,p_1\,p_3}{q^2}\right)^2$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}Q^2} = \left(\frac{zZ\alpha\,(\hbar\,c)}{4\,m\,c^2\,(\gamma-1)}\right)^2 \frac{16\pi\,p_1\,p_3}{Q^4}\,.$$

Aufgabe 6: Rosenbluth–Plot **(6 Punkte)**

Die elektrischen und magnetischen Formfaktoren G_E und G_M ausgedehnter Ladungsverteilungen lassen sich, wie in der Vorlesung diskutiert, mit Hilfe der Rosenbluth–Formel

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_\mathrm{Mott} \left[\frac{G_\mathrm{E}^2(Q^2) + \tau\,G_\mathrm{M}^2(Q^2)}{1+\tau} + 2\,\tau\,G_\mathrm{M}^2(Q^2)\,\tan^2(\theta/2)\right]$$

mit

$$\tau \equiv \frac{Q^2}{4M^2c^2}$$

aus dem Rosenbluth–Plot ganz handwerklich bestimmen, indem man bei festem Q^2 das Verhältnis

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_\mathrm{exp} \bigg/ \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_\mathrm{Mott}$$

gegen $\tan^2(\theta/2)$, bestimmt im Laborsystem, aufträgt; M entspricht dabei der Masse des Targets. In Abbildung 1 (rechts) ist ein solcher Rosenbluth–Plot für den festen Wert von $Q^2 = 2.5\,\mathrm{GeV}^2$ bei variierender Energie des Elektronenstrahls in Elektron-Nukleon-Streuung gezeigt (Quelle Povh). Schätzen Sie aus diesem Plot G_E und G_M ab. Wurde dieser Plot aus Elektron-Proton oder Elektron-Neutron-Streuung bestimmt?

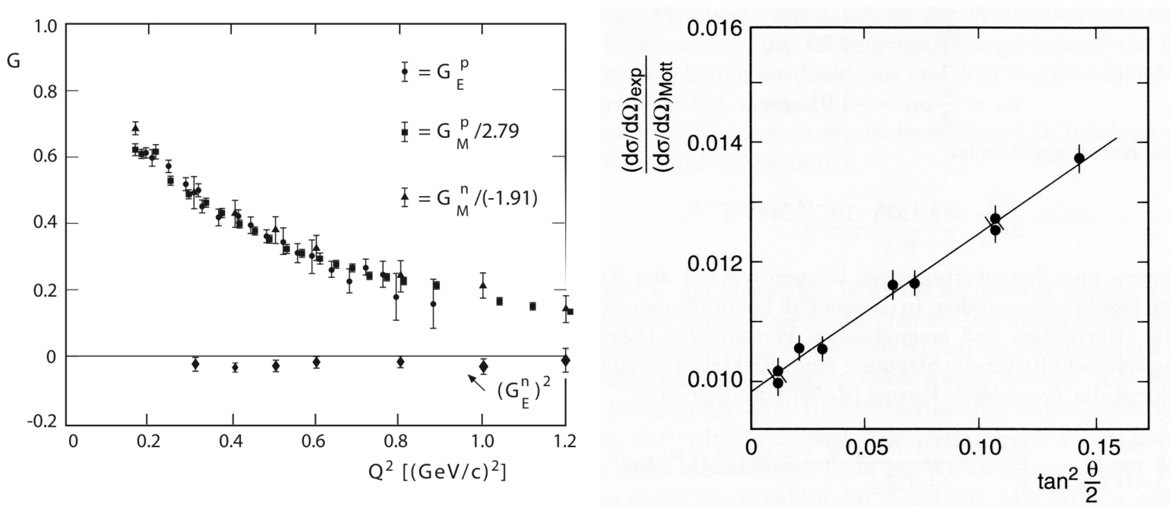

Abbildung 1: (Links) Formfaktoren G_{E} und G_{M} als Funktion von Q^2 aus Elektron-Nukleon-Streuung am Standford Linear Accelerator (SLAC), und (rechts) ein klassischer Rosenbluth–Plot für einen festen Wert von $Q^2 = 2,5\,\mathrm{GeV}^2$ (Quelle Povh).