Moderne Experimentalphysik III (Teilchenphysik) (SS 18)

http://ekpwww.physik.uni-karlsruhe.de/~rwolf/teaching/ss18-teilchen.html

Übungsblatt 5

Name des Übungsgruppenleiters und Gruppenbuchstabe:

Namen der bearbeitenden Gruppe:

Ausgabe: Di, 22.05.2018 (09:45) Abgabe: Mo, 28.05.2018 (13:30) Briefkasten Geb. 30.23

Aufgabe 11: Zerfall des Pions **(10 Punkte)**

Geladene Pionen, π^+ (π^-) können sowohl in Elektronen, als auch in Myonen und entsprechende Neutrinos zerfallen. In diesem Zerfall ist die beobachtete Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung maximal. Alle folgenden Betrachtungen gelten für das π^+ und das π^- gleichermaßen. Wir werden daher im folgenden, der Einfachheit halber, auf die explizite Angabe der Ladung in den Reaktionsgleichungen verzichten.

a)
Fertigen Sie eine Skizze des Zerfalls im Ruhesystem des Pions an, in die Sie sowohl die Impulsvektoren, als auch die Spins der Zerfallsprodukte einzeichnen. Diskutieren Sie anhand dieser Skizze, warum Sie im Pionzerfall maximale Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung erwarten. Welcher Zerfall hat nach dieser Argumentation das höhere Verzweigungsverhältnis? Begründen Sie Ihre Antwort.

b)
Zeigen Sie, dass (unter Vernachläßigung der Neutrinomasse) für den Impuls und die Energie des geladenen (massiven) Leptons die folgende Beziehung gilt:

$$\begin{aligned} p_\ell &= \frac{m_\pi^2 - m_\ell^2}{2\,m_\pi} \\ E_\ell &= \frac{m_\pi^2 + m_\ell^2}{2\,m_\pi}\,, \end{aligned}$$

wobei $m_\pi = 139,57\,\text{MeV}$ der Masse Pions und $m_\ell = 105,66\,(0.511)\,\text{MeV}$ der Masse des Myons (resp. Elektrons) entspricht.

c)
Wenn der Zerfall des Pions helizitätsunterdrückt ist folgt daraus für das Matrixelement die Beziehung:

$$|\mathcal{M}_{fi}|^2 \propto (1 - \beta_f)\ ,$$

wobei β_f der relativistischen Geschwindigkeit des geladenen (massiven) Leptons im Endzustand entspricht. Zeigen Sie, dass in diesem Fall gilt:

$$\frac{|\mathcal{M}_{\pi\to e\nu_\mathrm{e}}|^2}{|\mathcal{M}_{\pi\to\mu\nu_\mu}|^2} = \frac{m_\mathrm{e}^2}{m_\mu^2}\cdot\frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mathrm{e}^2}$$

d)
Der Zerfall des Pions berechnet sich nach Fermi's Goldener Regel aus dem Produkt des Matrixelements im Quadrat mit einem Phasenraumfaktor,

$$\Gamma_{fi} \propto |\mathcal{M}_{fi}|^2 \cdot \rho_f\ ,$$

wie z.B. in Vorlesung-02 Seite 22ff diskutiert. Zeigen Sie, dass für das Verhältnis der Zustandsdichten für die Berechnung des Phasenraumfaktors gilt:

$$\frac{\rho_\mathrm{e}(E_f)}{\rho_\mu(E_f)} = \left(\frac{m_\pi^2 - m_\mathrm{e}^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}\right)^2\left(\frac{m_\pi^2 + m_\mathrm{e}^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2}\right)$$

e)
Berechnen Sie das Verhältnis der Partialbreiten

$$\frac{\Gamma\left(\pi \rightarrow e\nu_{\mathrm{e}}\right)}{\Gamma\left(\pi \rightarrow \mu\nu_{\mu}\right)}$$

und argumentieren Sie, dass dieses Verhältnis dem Doppelverhältnis der Verweigungsverhältnisse

$$\frac{\mathrm{BR}\left(\pi^{+} \rightarrow e\nu_{\mathrm{e}}\right)}{\mathrm{BR}\left(\pi^{+} \rightarrow \mu\nu_{\mu}\right)}$$

entspricht. Eine Argumentationshilfe sollten Sie in Vorlesung-03 Seite 18ff haben. Vergleichen Sie ihr Ergebnis mit der Messung. Sie können das Meßergebnis z.B. aus Vorlesung-08 Seite 17 entnehmen.