Moderne Experimentalphysik III (Teilchenphysik) (SS 18)

http://ekpwww.physik.uni-karlsruhe.de/~rwolf/teaching/ss18-teilchen.html

Übungsblatt 9

Name des Übungsgruppenleiters und Gruppenbuchstabe:

Namen der bearbeitenden Gruppe:

Ausgabe: Di, 19.06.2018 (15:45) Abgabe: Mo, 25.06.2018 (19:30) Briefkasten Geb. 30.23

Aufgabe 20: Strangeness Oszillationen **(10 Punkte)**

K^0 und $\bar{K}^0$ sind Eigenzustände der starken Wechselwirkung. Sie sind Bestandteil zweier starker Isospin Dubletts

$$\begin{pmatrix} |K^+\rangle \\ |K^0\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\mathrm{u\bar{s}}\rangle \\ |\mathrm{d\bar{s}}\rangle \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} |\bar{K}^0\rangle \\ |K^-\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\mathrm{\bar{d}s}\rangle \\ |\mathrm{\bar{u}s}\rangle \end{pmatrix}$$

mit Strangeness $S = \pm 1$. Das K^0 mit der Strangeness $S = +1$ kann durch starke Wechselwirkung in der Reaktion

$$\pi^- + \mathrm{p} \to \Lambda + K^0 \,,$$

das $\bar{K}^0$ mit der Strangeness $S = -1$ hingegen nur in Assoziation mit einem K^0, z.B. in der Reaktion

$$\pi^- + \mathrm{p} \to \bar{K}^0 + K^0 + \mathrm{n}$$

erzeugt werden.

a)
Zeichnen Sie jeweils ein vollständiges Quarkdiagramm für beide Produktionsreaktionen. Argumentieren Sie, warum das $\bar{K}^0$ nur paarweise mit dem K^0 erzeugt werden kann. Bei welcher Schwerpunktsenergie würden Sie ein Experiment mit π^+p-Kollisionen betreiben, um einen reinen K^0-Strahl zu erzeugen?

b)
Das K^0 und das $\bar{K}^0$ werden durch die $\mathcal{CP}$-Operation ineinander übergeführt:

$$\begin{aligned} \mathcal{CP}(|K^0\rangle) &= |\bar{K}^0\rangle \\ \mathcal{CP}(|\bar{K}^0\rangle) &= |K^0\rangle \end{aligned} \tag{1}$$

Das K^0 und das $\bar{K}^0$ sind also keine Eigenzustände der $\mathcal{CP}$-Operation. Zeigen Sie unter Verwendung von Gleichung (1), dass die eigentlichen Eigenzustände des $\mathcal{CP}$-Operators wie folgt aussehen

$$\begin{aligned} |K_1^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle\right) \\ |K_2^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle\right) \,, \end{aligned}$$

und geben Sie die $\mathcal{CP}$-Eigenwerte zu $|K_1^0\rangle$ und $|K_2^0\rangle$ an.

c)
Das sowohl das K^0 also auch das $\bar{K}^0$ können über die schwache Wechselwirkung in Endzustände mit zwei oder drei Pionen zerfallen. Geben Sie jeweils ein vollständiges Quarkdiagramm für die folgenden Zerfälle an, in dem nur die schwache Wechselwirkung vorkommt:

- $K^0 \to \pi^+ + \pi^-$,
- $K^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$.

- $\bar{K}^0 \to \pi^+ + \pi^-$,
- $\bar{K}^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$.

d)
Begründen Sie die $\mathcal{CP}$-Eigenzustände der folgenden Endzustände:

- $\mathcal{CP}(|\pi^0\pi^0\rangle) \quad = + |\pi^0\pi^0\rangle$
- $\mathcal{CP}(|\pi^+\pi^-\rangle) \quad = + |\pi^+\pi^-\rangle$
- $\mathcal{CP}(|\pi^0\pi^0\pi^0\rangle) \ = - |\pi^0\pi^0\pi^0\rangle$
- $\mathcal{CP}(|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle) = - |\pi^+\pi^-\pi^0\rangle$

e)
Wenn Sie zunächt davon ausgehen, dass die schwache Wechselwirkung $\mathcal{CP}$-erhaltend ist zerfällt der $\mathcal{CP}$-ungerade Zustand in Drei-Pion-Endzustände und der $\mathcal{CP}$-gerade Zustand in Zwei-Pion-Endzustände. Aufgrund des kleineren zur Verfügung stehenden Phasenraums hat der $\mathcal{CP}$-ungerade Zustand die größere Lebensdauer. Man bezeichnet diesen Zustand mit K_L^0 (für K-long) und den $\mathcal{CP}$-geraden Zustand mit K_S^0 (für K-short). Die zeitliche Entwicklung der Zustände K_L^0 und K_S^0 in deren Ruhesystem läßt sich wie folgt ausdrücken

$$|K_j^0\rangle (t) = |K_j^0\rangle (t=0) \cdot e^{-i\, m_j\, t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_j\, t} \qquad j = L, S\,,$$

wobei m_j der Masse und Γ_j der Zerfallsbreite der Zustände $\left|K_j^0\right\rangle$ entspricht (siehe Vorlesung 03 Folie 19). Zeigen Sie, dass die Anzahl der K^0- und $\bar{K}^0$-Mesonen als Funktion der Eigenzeit t gegeben ist durch:

$$\begin{aligned}
N_{K^0}(t) &= \frac{N_0}{4}\left(e^{-\Gamma_S\, t} + e^{-\Gamma_L\, t} + 2\cos(\Delta m\, t)\; e^{-\Gamma\, t}\right) \\
N_{\bar{K}^0}(t) &= \frac{N_0}{4}\left(e^{-\Gamma_S\, t} + e^{-\Gamma_L\, t} - 2\cos(\Delta m\, t)\; e^{-\Gamma\, t}\right),
\end{aligned}$$

wobei N_0 der ursprünglichen Anzahl der K^0-Mesonen zum Zeitpunkt $t = 0$, $\Delta m = (m_L - m_S)$ und $\Gamma = \frac{1}{2}(\Gamma_L + \Gamma_S)$ entspricht. Man bezeichnet diesen Umstand als Strangeness Oszillation.

f)
Stellen Sie die Anteile N_{K^0}/N_0, $N_{\bar{K}^0}/N_0$, $N_{K_S^0}/N_0$ und $N_{K_L^0}/N_0$ als Funktion der Eigenzeit t für das Zeitintervall von $t = 0 \ldots 25 \times 10^{-10}\,$s graphisch dar. Die inversen Zerfallsbreiten betragen $\Gamma_S^{-1} = 9 \times 10^{-11}\,$s und $\Gamma_L^{-1} = 5 \times 10^{-8}\,$s. Die Massendifferenz beträgt $\Delta m = 5{,}3 \times 10^9\,\mathrm{s}^{-1}$.

Aufgabe 21: Materie-/Antimaterieasymmetrie **(10 Punkte)**

Heute wissen wir, dass die schwache Wechselwirkung auch die $\mathcal{CP}$-Symmetrie verletzt. Das heißt unter anderem, dass die physikalischen Zustände K_L^0 und K_S^0 nicht mit den $\mathcal{CP}$-Eigenzuständen K_1^0 und K_2^0 aus **Aufgabe 20** identisch sind. Stattdessen sind es Mischzustände

$$\begin{aligned}
|K_S^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}\left(|K_1^0\rangle + \epsilon\, |K_2^0\rangle\right) \\
|K_L^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}\left(|K_2^0\rangle + \epsilon\, |K_1^0\rangle\right)
\end{aligned}$$

aus K_1^0 und K_2^0 mit dem komplexen Mischungsparameter ϵ, mit $|\epsilon| = 2,2 \times 10^{-3}$. Die Verletzung der $\mathcal{CP}$-Symmetrie führt zu einer beobachtbaren geringen Asymmetrie zwischen Materie und Antimeterie. Wir werden diese Asymmetrie am Strahl aus K_L^0-Mesonen aus **Aufgabe 20** diskutieren. Neben dem Zerfall in Pionen zerfällt das K_L^0 mit einem Verzweigungsverhältnis von $\mathcal{B} = 0.39$ in Endzustände mit Elektronen. Dazu tragen die folgenden Prozesse bei:

$$K^0 \to \pi^- + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$$
$$\bar{K}^0 \to \pi^+ + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e}$$

a)

Zeichnen Sie die vollständigen Feynmandiagramme der angegebenen Zerfälle des K^0- und des $\bar{K}^0$-Mesons und überzeugen Sie sich so, dass der Zerfall eines K^0 in ein e^-, oder eines $\bar{K}^0$ in ein e^+ nicht möglich ist. Durch den Nachweis des e^+ oder e^- erhalten Sie einen *flavor tag*, mit dessen Hilfe Sie bestimmen können, welchen flavor der oszillierende Flavormischzustand zum Zeitpunkt seines Zerfalls hatte.

b)

Nach Fermis Goldener Regel ist die Rate des Zerfalls

$$K^0 \to \pi^- + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$$

proportional zum Quadrat des Matrixelements

$$R_{fi} \propto |\mathcal{S}_{fi}|^2 = |\langle\psi_f|\, \mathcal{H}_\mathrm{int}\, |\psi_i\rangle|^2 = \left|\left\langle \pi^- \mathrm{e}^+ \nu_\mathrm{e} \right| \mathcal{H}_\mathrm{int} \left| K^0 \right\rangle\right|^2 ,$$

wobei $\mathcal{H}_\mathrm{int}$ der Hamiltonoperator der Wechselwirkung ist (siehe Vorlesung 2 Folie 22). Analoges gilt für den Zerfall des $\bar{K}^0$. Beachten Sie, dass Ihren Überlegungen aus Teilaufgabe **a)** zufolge gilt:

$$\left\langle \pi^+ \mathrm{e}^- \bar{\nu}_\mathrm{e} \right| \mathcal{H}_\mathrm{int} \left| K^0 \right\rangle = 0$$
$$\left\langle \pi^- \mathrm{e}^+ \nu_\mathrm{e} \right| \mathcal{H}_\mathrm{int} \left| \bar{K}^0 \right\rangle = 0$$

Berechnen Sie mit Hilfe dieser Informationen die Matrixelemente:

$$\left\langle \pi^+ \mathrm{e}^- \bar{\nu}_\mathrm{e} \right| \mathcal{H}_\mathrm{int} \left| K_L^0 \right\rangle$$
$$\left\langle \pi^- \mathrm{e}^+ \nu_\mathrm{e} \right| \mathcal{H}_\mathrm{int} \left| K_L^0 \right\rangle$$

und zeigen Sie, dass für die Asymmetrie unter Ladungskonjugation $\mathcal{C}$ für große Zeiten $t \geq 20 \times 10^{-10}\,\mathrm{s} \approx \frac{2}{\Gamma_S}$ gilt:

$$\delta_\mathcal{C} = \frac{R_{\pi^- \mathrm{e}^+ \nu_\mathrm{e}} - R_{\pi^+ \mathrm{e}^- \bar{\nu}_\mathrm{e}}}{R_{\pi^- \mathrm{e}^+ \nu_\mathrm{e}} + R_{\pi^+ \mathrm{e}^- \bar{\nu}_\mathrm{e}}} = 2\, Re(\epsilon)$$

c)

Sie sehen eine Messung der Größe $\delta_\mathcal{C}$ in Abbildung 1. Erklären Sie den Verlauf der Kurve.

d)

Aus dem Verlauf der Kurve können Sie ersehen, das $\delta_\mathcal{C}$ für $t \geq 20 \times 10^{-10}\,\mathrm{s}$ immer noch Werte ungleich Null annimmt. Der genaue bestimmte Wert ist $\delta_\mathcal{C} = 3,3 \times 10^{-3}$. Berechnen Sie daraus den Wert der Phase des Mischungsparameters ϵ.

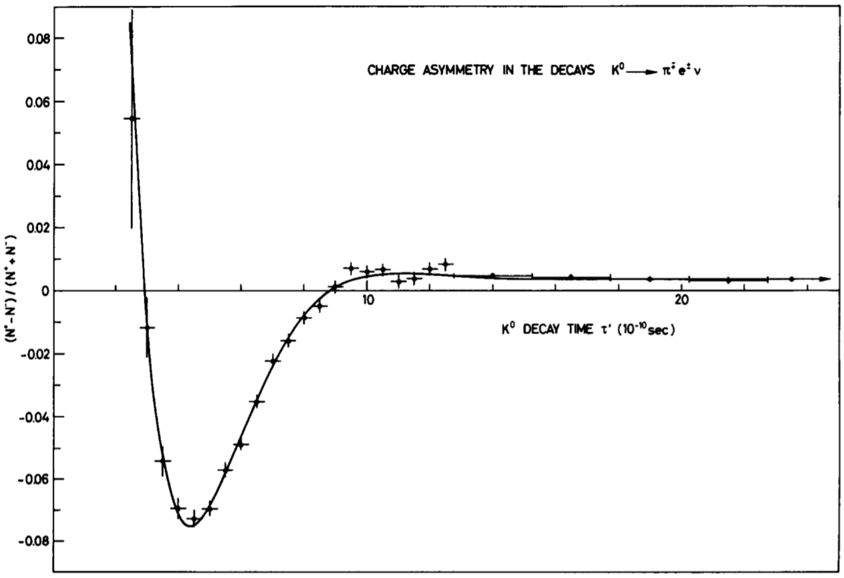

Abbildung 1: Ladungsasymmetrie δ_C in semi-leptonischen Zerfällen neutraler K-Mesonen als Funktion der Zeit t [1].

Literatur

[1] S. Gjesdal et al., “A measurment of the K_L-K_S mass difference from the charge asymmetry in semi-leptonic Kaon decays”, Phys. Lett. B**52** (1974).
`113-118.doi:10.1016/0370-2693(74)90734-5`.