

# Moderne Experimentalphysik III: Teilchenphysik (Physik VI)

**Thomas Müller, Roger Wolf**  
24. April 2018

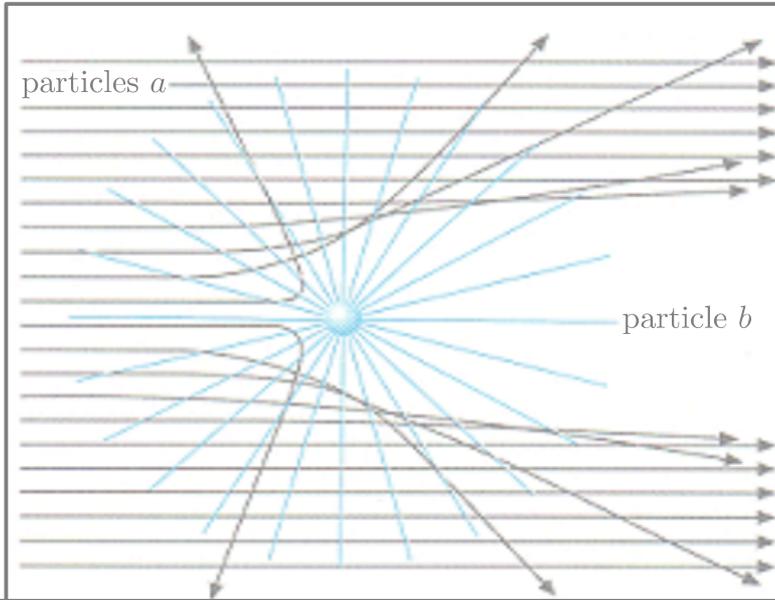
INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IETP) – PHYSICS FACULTY



THE STORY  
SO FAR

# Teilchenbild: Wirkungsquerschnitt

- Kontinuierlicher Fluß einlaufender (kleiner) Teilchen  $a$  auf ein (hier) ruhendes Target  $b$ . Elastische Streureaktion:  $a + b \rightarrow a + b$



$$n_a : \text{incident particle density} \left[ \frac{\text{particles}}{m^3} \right].$$

$$v : \text{incident particles velocity} \left[ \frac{m}{s} \right].$$

$$\mathcal{L} = n_a \cdot v : \text{incident part flux} \left[ \frac{\text{particles}}{m^2 s} \right].$$

$$W = \mathcal{L} \cdot \sigma : \text{scattering rate} \left[ \frac{1}{s} \right].$$

$$\sigma = \frac{W}{\mathcal{L}} : \text{rate/incident particle flux.}$$

**Wirkungsquerschnitt:**  $N_{\text{obs}}$  : N observed reactions.

$N_{\text{BG}}$  : N expected BG reactions.

$$\sigma = \frac{N_{\text{obs}} - N_{\text{BG}}}{\mathcal{L} \cdot \epsilon \cdot A} \frac{1}{T}$$

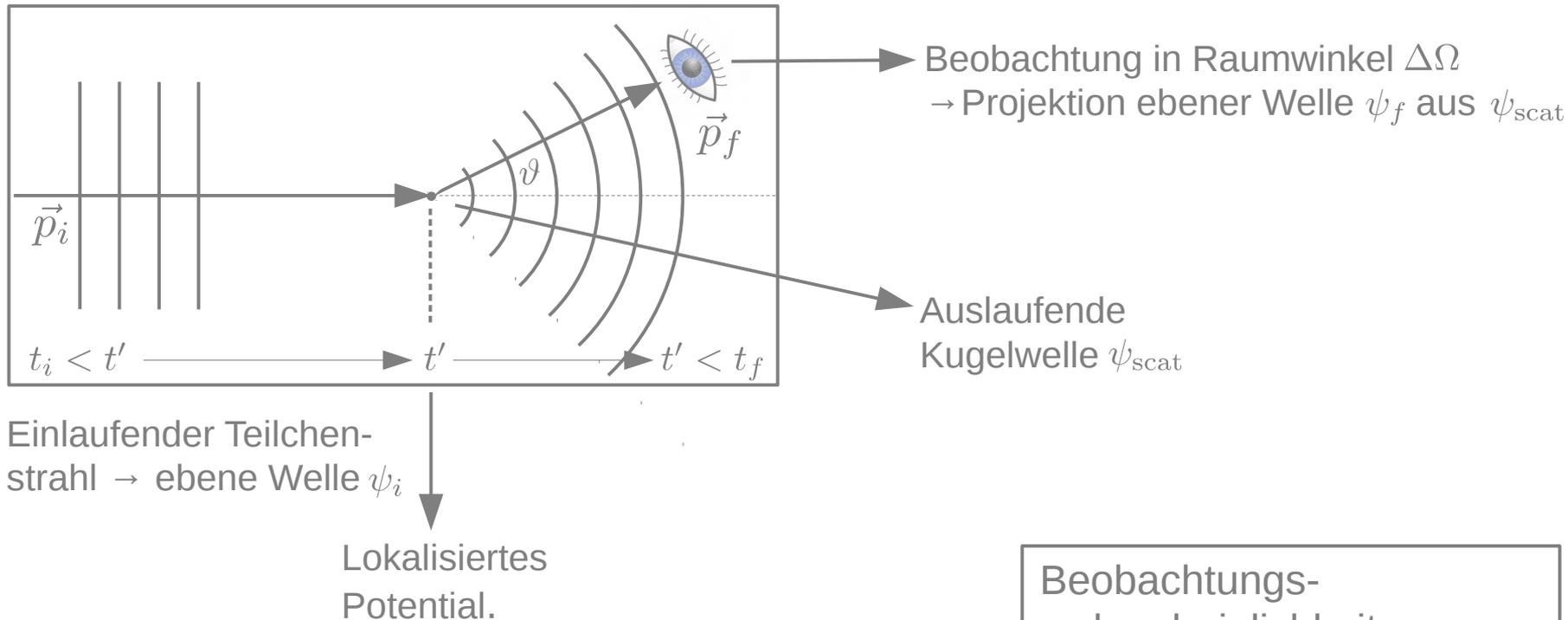
$\epsilon$  : detection efficiency.

$A$  : detector acceptance.

$T$  : observation time.

# Wellenbild: Wirkungsquerschnitt

- Kontinuierlicher Fluß einlaufender (kleiner) Teilchen  $a$  auf ein (hier) ruhendes Target  $b$ . Elastische Streureaktion:  $a + b \rightarrow a + b$



Streuoperator  $\mathcal{S}$  transformiert Wellenfunktion des Anfangszustands  $\psi_i$  auf gestreute Wellenfunktion  $\psi_{\text{scat}} = \mathcal{S} \cdot \psi_i$

Beobachtungswahrscheinlichkeit:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{fi} &= \psi_f^\dagger \cdot \psi_{\text{scat}} \\ &= \psi_f^\dagger \cdot \mathcal{S} \cdot \psi_i \end{aligned}$$

Element  $fi$  der Streumatrix



# heute

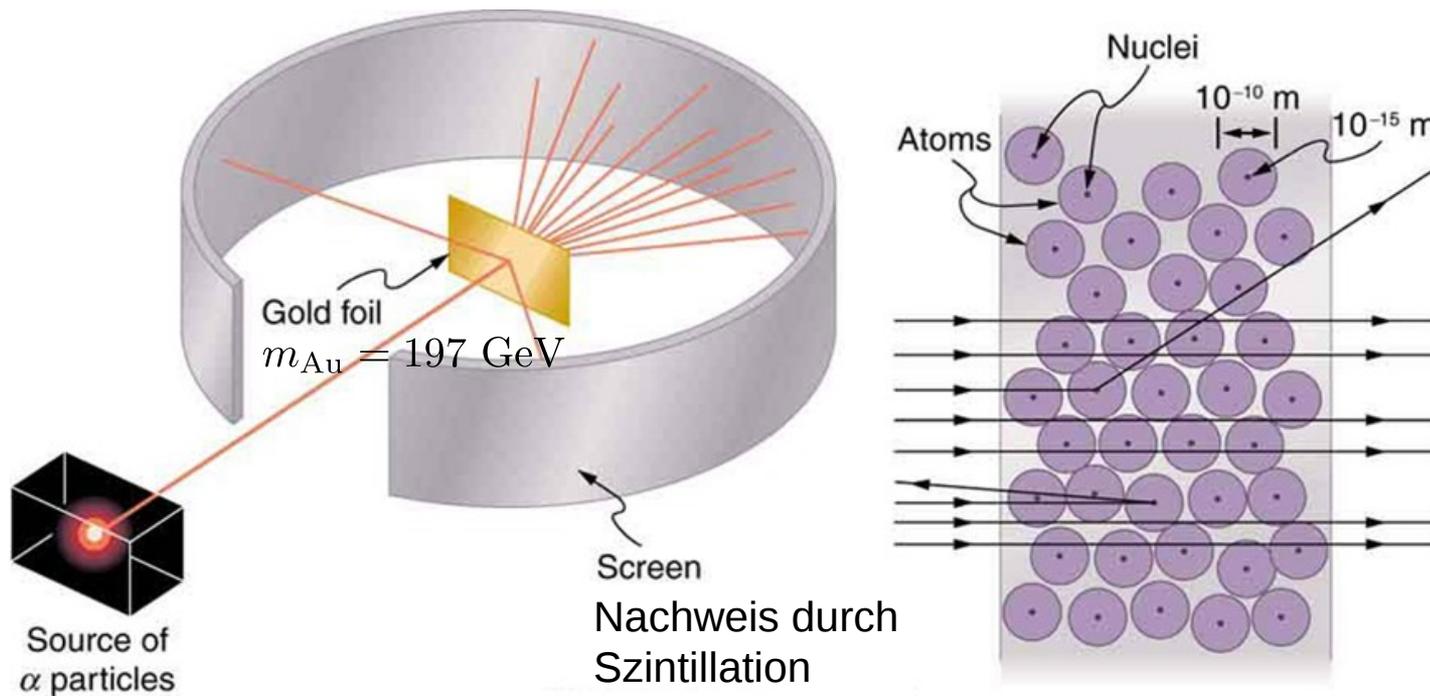
- Elastische Streuung

Projektil Target	Spin-0	Spin- $\frac{1}{2}$
Spin-0	Rutherford	Mott
Spin- $\frac{1}{2}$		Dirac

- Inelastische Streuung
- Tiefinelastische Streuung

# Spin-0 ↔ Spin-0 : $\alpha$ -Teilchen auf Goldkern

- Messe Rate der gestreuten Alphateilchen als Funktion des Streuwinkels (→ erlaubt Rückschlüsse auf Streuzentren, Rutherford, Geiger, Marsden, ab 1909):

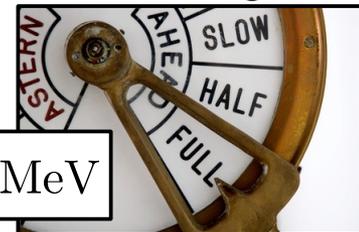


Source of  $\alpha$  particles

Abgeschirmte  
Radium-Quelle  
( $E_\alpha = 5.579 \text{ MeV}$ )

Strahlenergie:

$E = 5.579 \text{ MeV}$



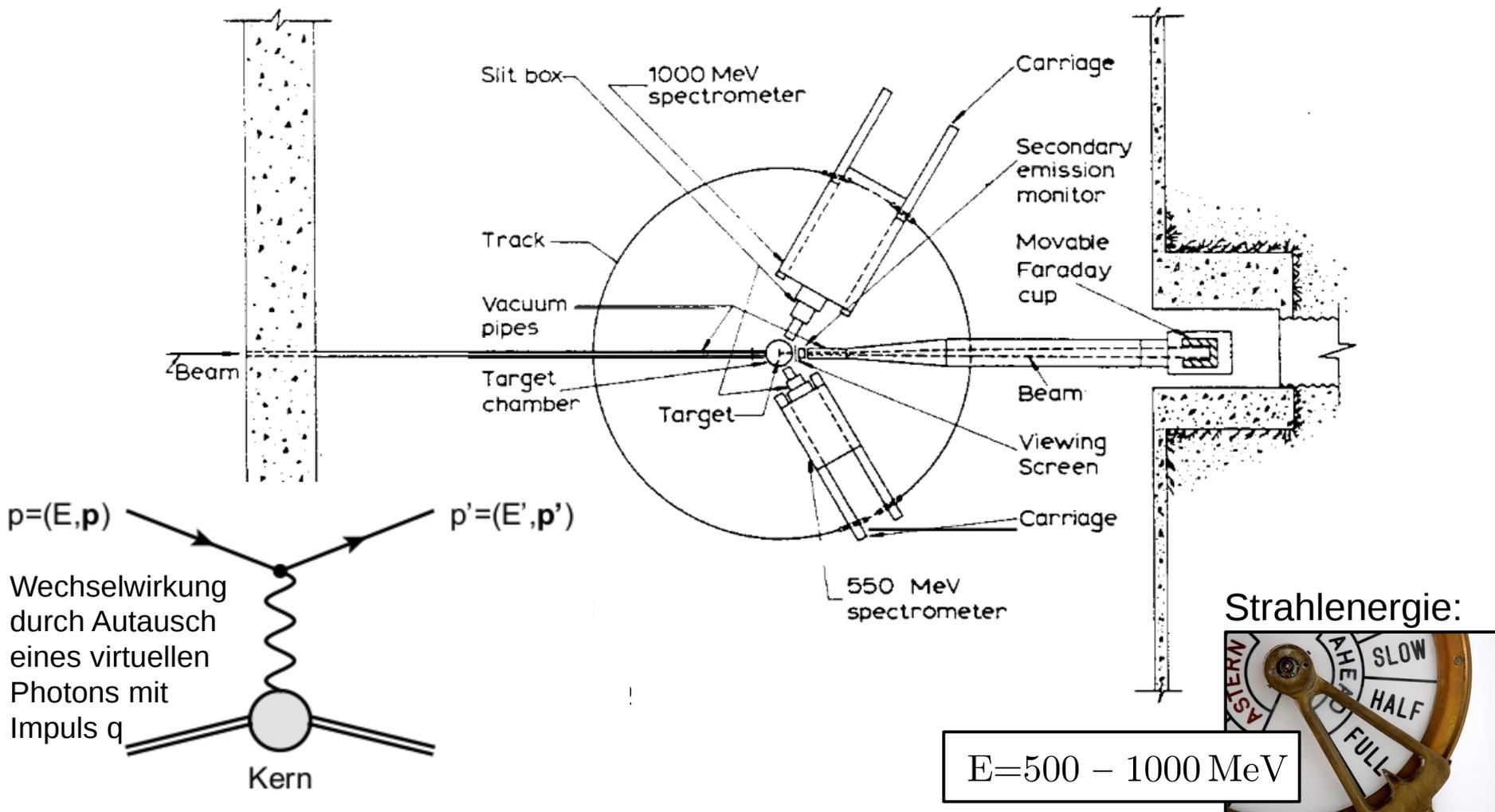
# Spin-0 ↔ Spin-0 : → Rutherford-Streuung

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{z Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 m v^2 \cdot 2 \sin^2(\frac{\theta}{2})} \right)^2 = \left( \frac{z Z \alpha (\hbar c)}{4 E_{kin}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\frac{\theta}{2})}$$

(Rutherford)

# Spin- $\frac{1}{2}$ $\leftrightarrow$ Spin-0 : Elektron auf Kern

- Bsp.: Streuung hochenergetischer Elektronen an ruhenden Kernen (fixed target) am Stanford Linear Accelerator (SLAC):



# Spin- $\frac{1}{2}$ $\leftrightarrow$ Spin-0 : $\rightarrow$ Mott-Streuung

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{z Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 m v^2 \cdot 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^2 = \left( \frac{z Z \alpha (\hbar c)}{4 E_{kin}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

(Rutherford)

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} \cdot \frac{E_f}{E} \cdot \left( 1 - \beta \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad \text{(Mott-Wirkungsquerschnitt)}$$

# Spin- $\frac{1}{2}$ $\leftrightarrow$ Spin-0 : $\rightarrow$ Mott-Streuung

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{z Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 m v^2 \cdot 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^2 = \left( \frac{z Z \alpha (\hbar c)}{4 E_{kin}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

(Rutherford)

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} \cdot \frac{E_f}{E} \cdot \left( 1 - \beta \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad \text{(Mott-Wirkungsquerschnitt)}$$

- Targetrückstoß

# Spin- $\frac{1}{2}$ $\leftrightarrow$ Spin-0 : $\rightarrow$ Mott-Streuung

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{z Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 m v^2 \cdot 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^2 = \left( \frac{z Z \alpha (\hbar c)}{4 E_{kin}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

(Rutherford)

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} \cdot \frac{E_f}{E} \cdot \underbrace{\left( 1 - \beta \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right)}_{\left( \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ für } \beta \rightarrow 1 \right)} \quad (\text{Mott-Wirkungsquerschnitt})$$

- Targetrückstoß
- Elektronen-Spin
- Für  $\beta = 1$  & Target ohne Spin Rückstreuung nicht möglich!

# Helizität

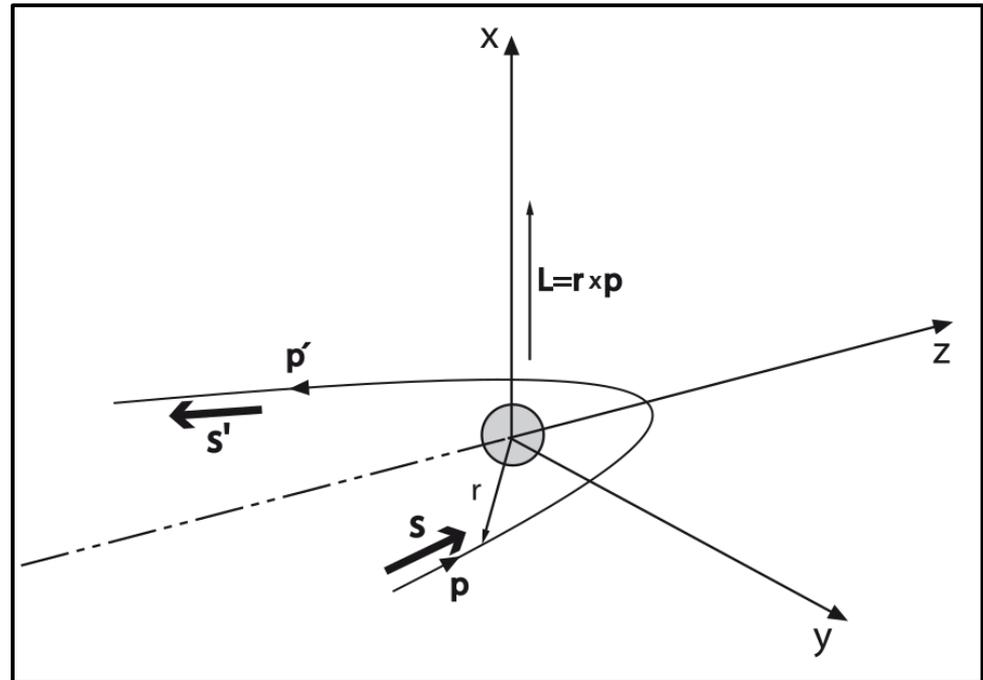
$$h \equiv \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| |\vec{p}|}$$

Projektion des Spins auf  
Bewegungsrichtung des Teilchens

Für  $\beta \rightarrow 1$  ist Helizität eine **Erhaltungsgröße** (folgt aus Dirac-Gleichung, **Weyl-Darstellung**)

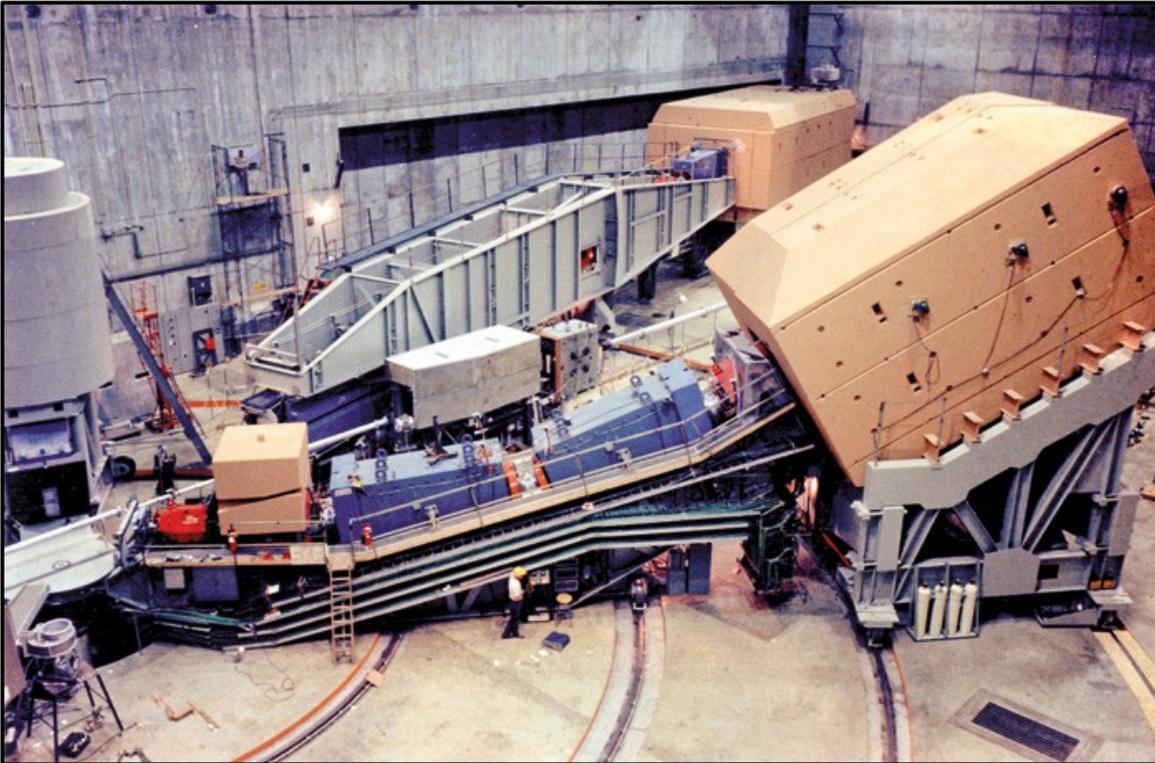
- Bei Rückstreuung ( $\theta = 180^\circ$ ) müßte Spin aufgrund der Helizitätserhaltung “umklappen”

Bahndrehimpuls senkrecht zu Streuebene. “Umklappen” ohne Spin-Kern-Wechselwirkung nicht möglich



# Spin- $\frac{1}{2}$ ↔ Spin- $\frac{1}{2}$ : Elektron auf Nukleon

- Z.B. bei [SLAC](#) in den 60er und 70er Jahren
- Protonstruktur aus  ${}^1_1\text{H}$ -**Target**; Neutronstruktur aus  ${}^2_1\text{H}$ -Target (eleganter: Streuung thermischer Reaktor-Neutronen an Elektronen aus Atomhülle)



Strahlenergie:



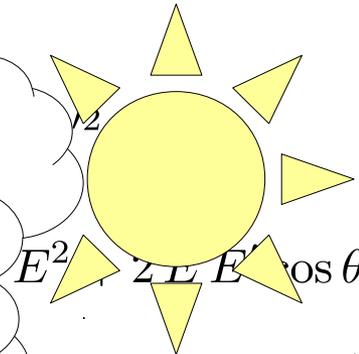
$E > 1 \text{ GeV}$



# NB: Impulsübertrag bei Elektronstreuung

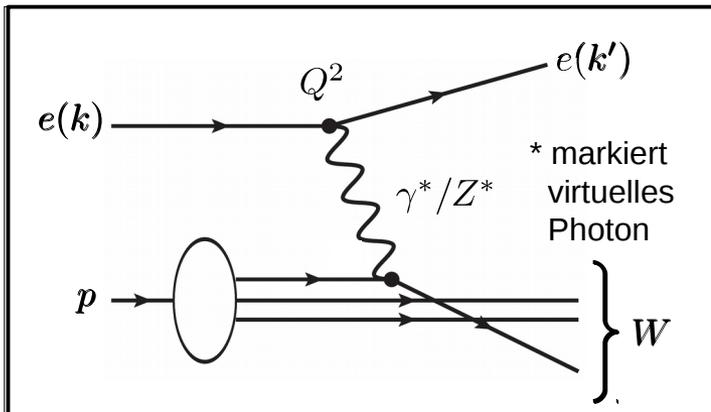
$$q^2 = \left( \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} E' \\ 0 \\ E' \sin \theta \\ E' \cos \theta \end{pmatrix} \right)^2$$

$$= -2 E E' \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \leq 0$$



”Masse des Photons”

- **Definiere:**  $Q^2 = -q^2$
- $Q^2 \rightarrow 0$  Forwärtstreuung bei fester Energie  $\rightarrow$  **reelles Photon**
- $Q^2 > 0 \rightarrow$  **virtuelles Photon**



# Spin- $\frac{1}{2}$ $\leftrightarrow$ Spin- $\frac{1}{2}$ : $\rightarrow$ Dirac-Streuung

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Dirac}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left[ 1 + 2\tau \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad \text{mit: } \tau \equiv \frac{Q^2}{4M^2c^2}$$

(Dirac)

## • Plausibilitätsbetrachtungen:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \frac{E_f}{E} \cdot \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Gleiches Argument der Drehimpulserhaltung, aber für Fortwärtsstreuung(!), für "Umklappen" des Spins  $\rightarrow$  zusätzlicher Term in Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \underbrace{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \frac{E_f}{E} \cdot \left(\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \kappa \cdot \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}_{\text{Mott-Streuung}} \quad \rightarrow \quad \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

# Spin- $\frac{1}{2}$ $\leftrightarrow$ Spin- $\frac{1}{2}$ : $\rightarrow$ Dirac-Streuung

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Dirac}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left[ 1 + 2\tau \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad \text{mit: } \tau \equiv \frac{Q^2}{4M^2c^2}$$

(Dirac)

## • Plausibilitätsbetrachtungen:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \frac{E_f}{E} \cdot \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Gleiches Argument der Drehimpulserhaltung, aber für Fortwärtsstreuung(!), für "Umklappen" des Spins  $\rightarrow$  zusätzlicher Term in Wirkungsquerschnitt

Wahrscheinlichkeit für Spin-Flip proportional zu:

$$\kappa \propto \frac{Q^2}{M^2}$$

(Bei Streuung erzeugtes Magnetfeld, d.h.  $\sim$  Ablenkung des Projektils)<sup>2</sup>  
(Magnetisches Moment des Targets)<sup>2</sup>

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \underbrace{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \frac{E_f}{E} \cdot \left(\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \kappa \cdot \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}_{\text{Mott-Streuung}}$$

Mott-Streuung

$$\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

# Dirac-Streuung – für ausgedehnte Objekte

Exaktes Aussehen der Klammer ergibt sich aus theoretischer Ableitung analog zu Formfaktor bei Rutherford-Streuung

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left[ \frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]$$

$$\tau \equiv \frac{Q^2}{4M^2c^2}$$

(Rosenbluth-Formel)

## Normierung

Größe	Proton	Neutron	Kommentar
$G_E(Q^2)$	1	0	elektrischer Formfaktor
$G_M(Q^2)$	+2.794	-1.91	magnetischer Formfaktor

Normierung für  $Q^2 = 0$

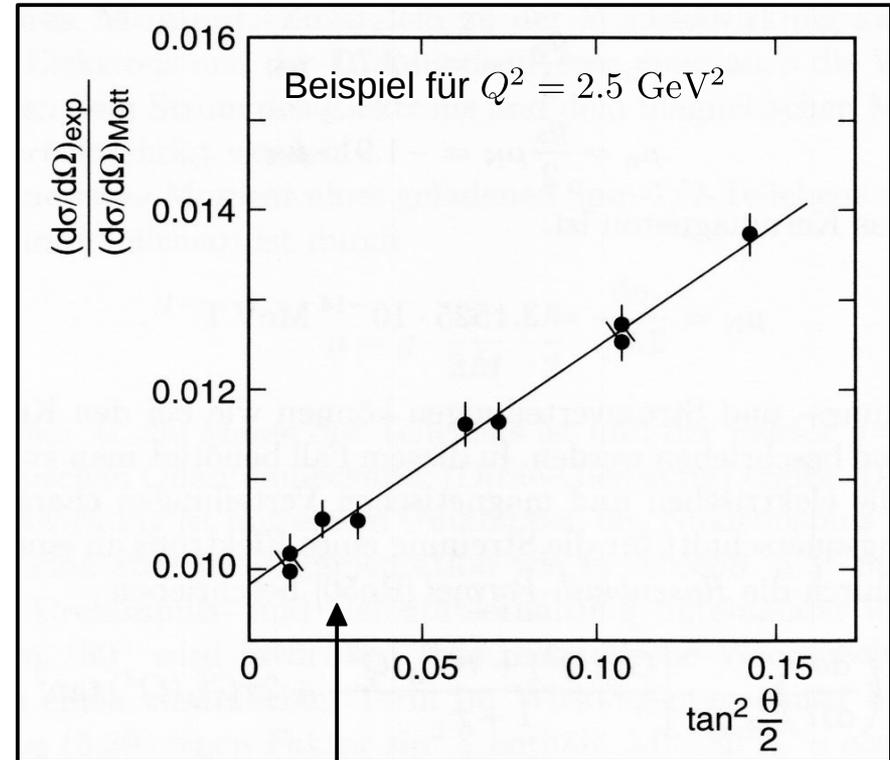
- Formfaktoren **analog zu Elektron-Kern Streuung** → Fouriertransformierte der Ladungs-/Stromdichte im Nukleon
- Bestimmung mittels Rosenbluth-Plot



# Rosenbluth-Plot

- Bestimme  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}$  als Funktion von  $\tan^2(\theta/2)$  bei festem  $Q^2$

- Variiere Energie des Elektronstahls
- Bestimme  $G_E$  und  $G_M$  aus Steigung und Achsenabschnitt der sich daraus ergebenden Geraden



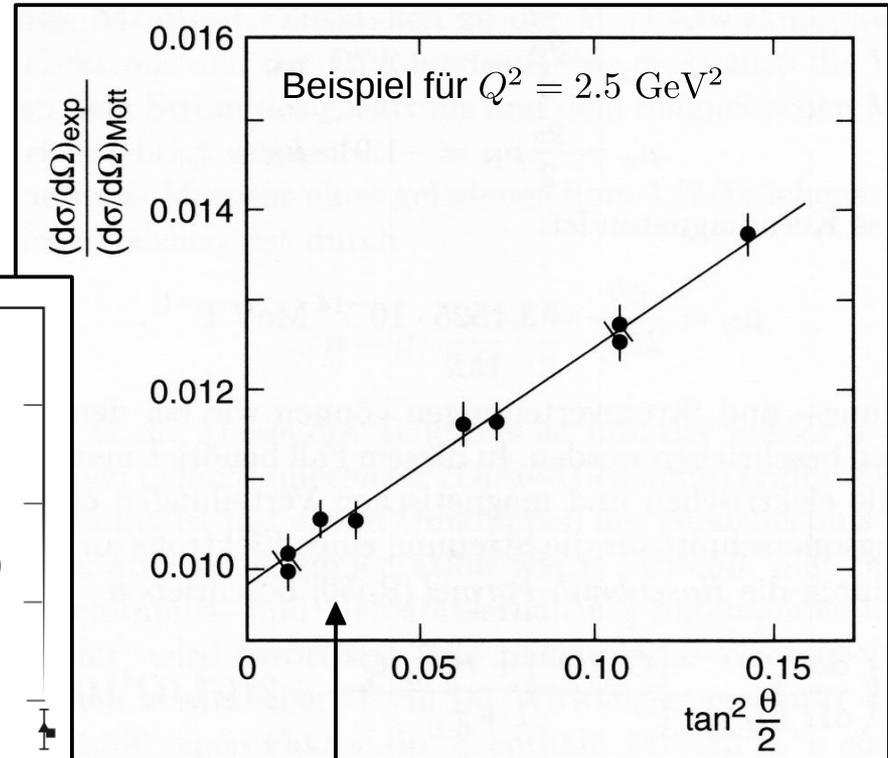
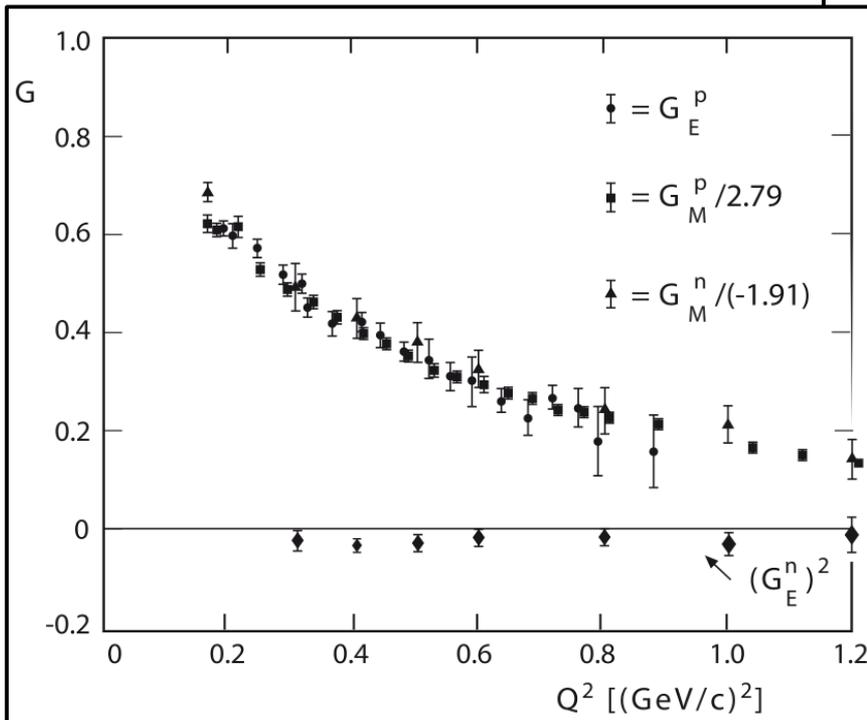
Schätzen Sie den Wert von  $G_{E,M}$  für  $Q^2 = 2.5 \text{ GeV}^2$  ab. Streuung an Proton oder Neutron?



# Rosenbluth-Plot

- Bestimme  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}$  als Funktion von  $\tan^2(\theta/2)$  bei festem  $Q^2$

- Variere Energie des Elektronstrahls
- Bestimme  $G_E$  und  $G_M$  aus Steigung und Achsenabschnitt der sich daraus ergebenden Geraden



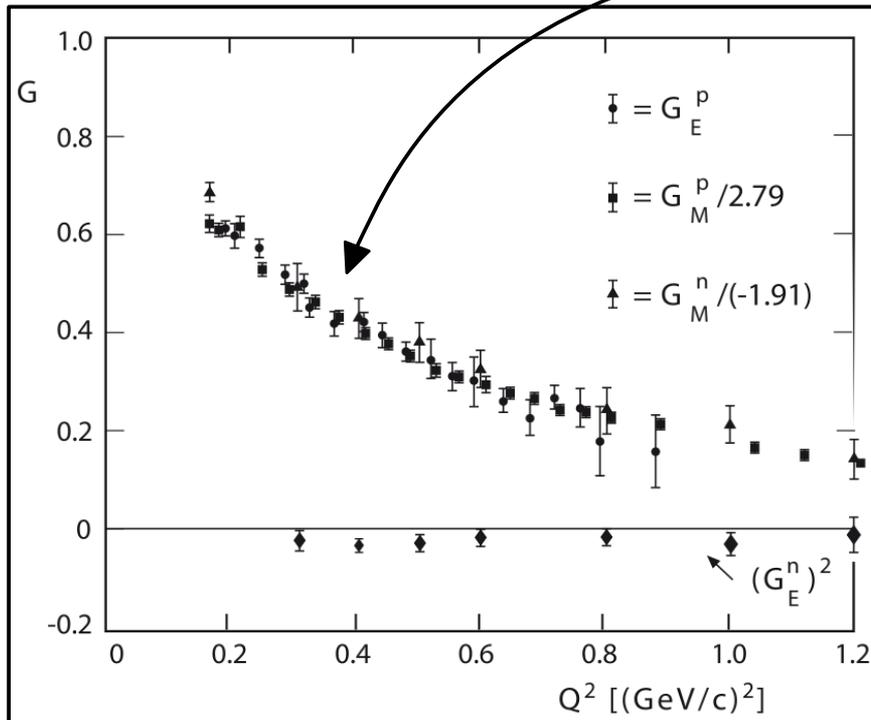
Schätzen Sie den Wert von  $G_{E,M}$  für  $Q^2 = 2.5 \text{ GeV}^2$  ab. Streuung an Proton oder Neutron?

# Rosenbluth-Plot

- Bestimme  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}$  als Funktion von  $\tan^2(\theta/2)$  bei festem  $Q^2$

Beide Formfaktoren haben den gleichen(!) **Dipolcharakter**

$$G(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{ GeV}^2}\right)^{-2}$$

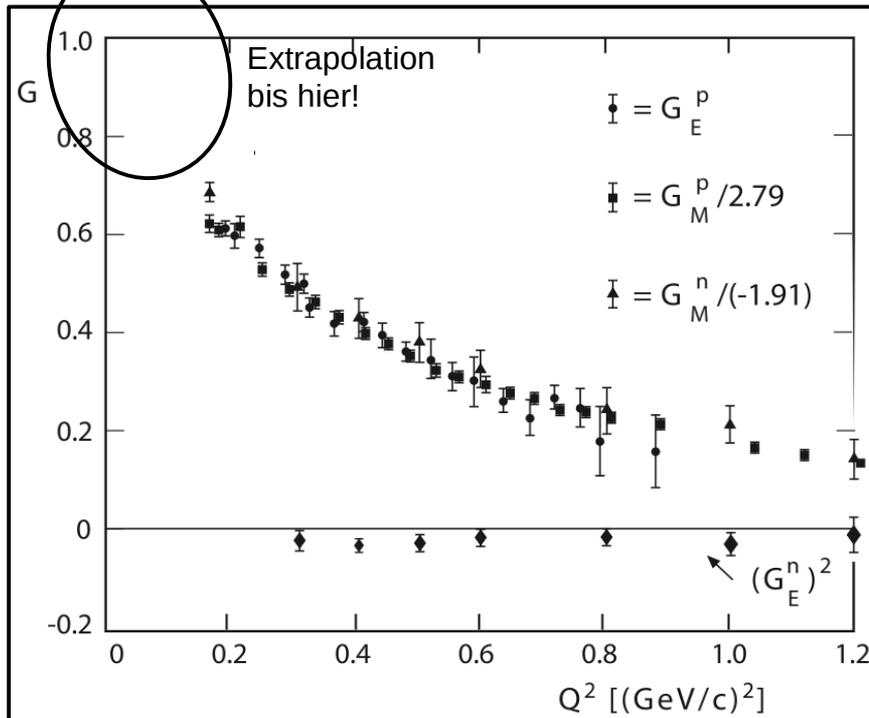


Welcher Form der Ladungs-/Stromverteilung entspricht das?



# Rosenbluth-Plot

- Bestimme  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}$  als Funktion von  $\tan^2(\theta/2)$  bei festem  $Q^2$



Beide Formfaktoren haben den gleichen(!) **Dipolcharakter**

$$G(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{ GeV}^2}\right)^{-2}$$

Welcher Form der Ladungs-/Stromverteilung entspricht das?

Diffuse Ladungs-/Stromverteilung mit

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_p} = 0.862 \text{ fm}$$

kann bestimmt werden aus:

$$\langle r^2 \rangle = -6\hbar^2 \left. \frac{dG(Q^2)}{dQ^2} \right|_{Q^2=0}$$



## NB: Erinnerung magnetisches Moment

- Ein (geladenes) Teilchen mit Spin besitzt ein **magnetisches Moment**:

- Elektron (Spin- $1/2$ , punktförmig):

$$\mu = \frac{g}{2} \cdot \frac{q \hbar}{2m} \rightarrow \frac{e \hbar}{2m_e} : \text{Bohrsches Magneton}$$

$g \equiv 2$  : Landé-Faktor aus Dirac-Gleichung

- Proton (Spin- $1/2$ , mit Struktur):

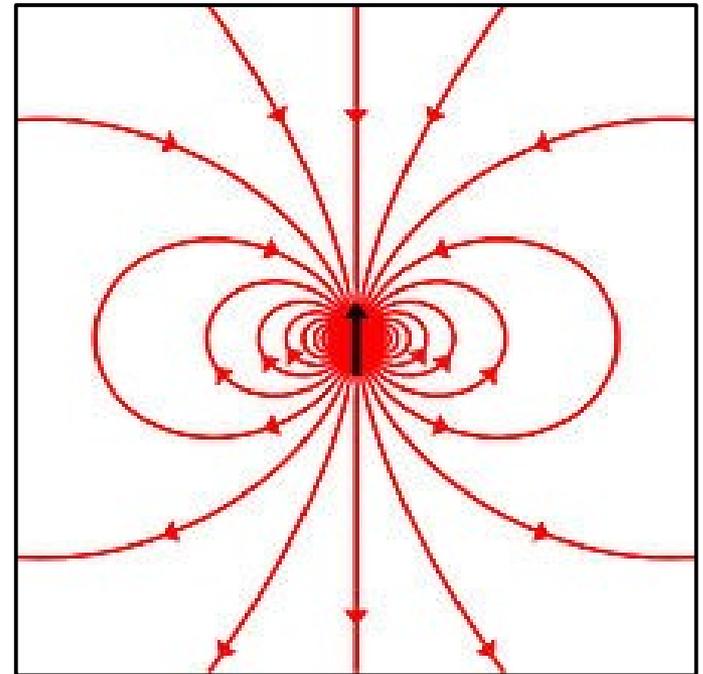
$$\mu = \frac{g_p}{2} \cdot \frac{e \hbar}{2m_p} = +2.79 \cdot \mu_N$$

$$\mu_N \equiv \frac{e \hbar}{2m_p} : \text{Kernmagneton}$$

$m_p$  : Protonmasse

- Neutron (Spin- $1/2$ , mit Struktur):

$$\mu = \frac{g_n}{2} \cdot \frac{e \hbar}{2m_p} = -1.91 \cdot \mu_N$$



# NB: Erinnerung magnetisches Moment

- Ein (geladenes) Teilchen mit Spin besitzt ein **magnetisches Moment**:

- Elektron (Spin- $1/2$ , punktförmig):

$$\mu = \frac{g}{2} \cdot \frac{q \hbar}{2m} \rightarrow \frac{e \hbar}{2m_e} : \text{Bohrsches Magneton}$$

$g \equiv 2$  : Landé-Faktor aus Dirac-Gleichung

- Proton (Spin- $1/2$ , mit Struktur):

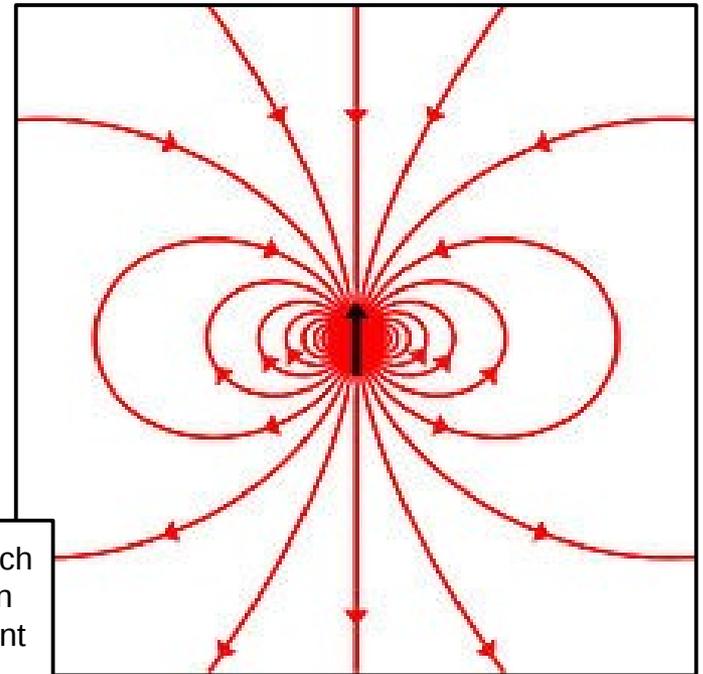
$$\mu = \frac{g_p}{2} \cdot \frac{e \hbar}{2m_p} = +2.79 \cdot \mu_N$$

$$\mu_N \equiv \frac{e \hbar}{2m_p} : \text{Kernmagneton}$$

$m_p$  : Protonmasse

- Neutron (Spin- $1/2$ , mit Struktur):

$$\mu = \frac{g_n}{2} \cdot \frac{e \hbar}{2m_p} = -1.91 \cdot \mu_N$$



Wie kann ein elektrisch neutrales Teilchen ein magnetisches Moment haben?

# Zusammenfassung: Elastische Wirkungsquerschnitte...

- ... für Teilchen **ohne Ausdehnung/Struktur**:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \frac{(2zZ\alpha(\hbar c))^2 E^2}{q^4 c^4}$$



$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \frac{E_f}{E} \cdot \underbrace{\left(1 - \beta \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}_{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ für } \beta \rightarrow 1}$$



$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Dirac}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left[1 + 2\tau \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad \text{mit: } \tau \equiv \frac{Q^2}{4M^2 c^2}$$



# Zusammenfassung: Elastische Wirkungsquerschnitte...

- ... für Teilchen mit Ausdehnung/Struktur:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \frac{(2zZ\alpha(\hbar c))^2 E^2}{q^4 c^4} \cdot |F(\vec{q})|^2$$

Projektil

0

Target

0

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \frac{E_f}{E} \cdot \underbrace{\left(1 - \beta \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}_{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ für } \beta \rightarrow 1} \cdot |F(\vec{q})|^2$$

Projektil

0

Target

0

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Dirac}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left[1 + 2\tau \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad \text{mit: } \tau \equiv \frac{Q^2}{4M^2 c^2}$$

Projektil

0

Target

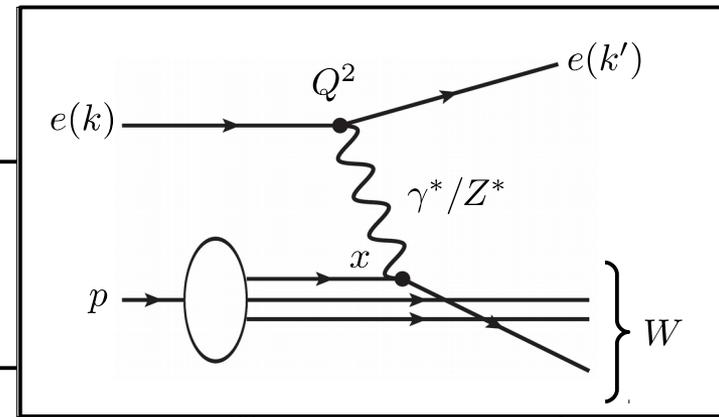
0

$$\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau}$$

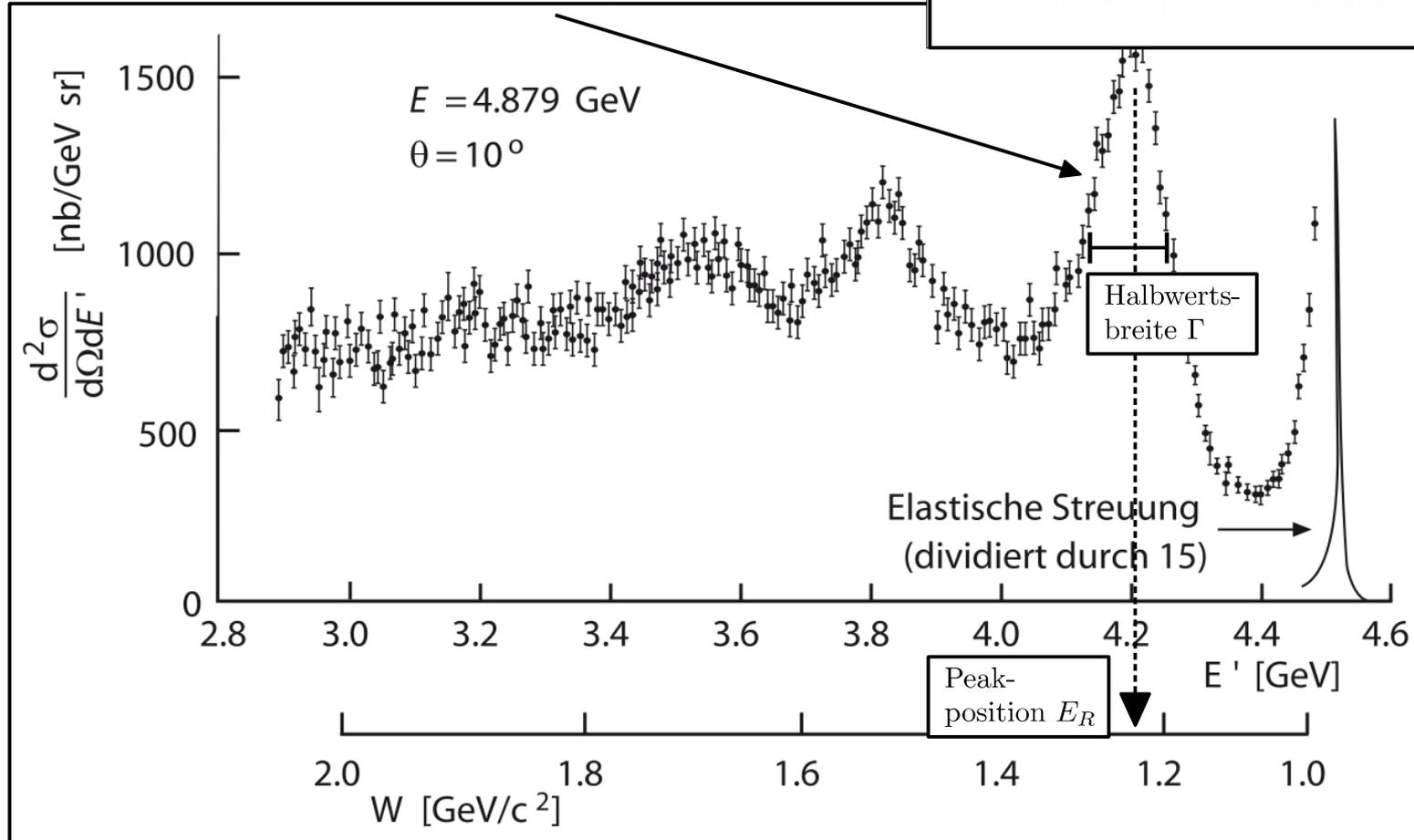
$$G_M^2(Q^2)$$

# Inelastische Streuung

- Für Strahlenergien oberhalb von 1–2 GeV:



## Beispiel: Resonanzerzeugung



Invariante Masse des **hadronischen Endzustands**  $W > m_p$

# Zerfälle und Resonanzen

- Über die Unschärferelation ist die Lebensdauer eines instabilen Zustands mit einer (intrinsischen) Unschärfe in der Messung seiner Energie verknüpft:

$$\Delta t \Delta E \gtrsim \hbar$$

$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$   
 $\Gamma$  : Zerfallsbreite  
 $\tau$  : Lebensdauer

- Das Zerfallsgesetz läßt sich so schreiben als:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{\Gamma}{\hbar} \cdot t}$$

Kann ein Zustand über verschiedene Kanäle zerfallen, so ist die totale Zerfallsbreite (in guter Näherung) die Summe der partiellen Zerfallsbreiten:

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i$$

# Wellenfunktion eines zerfallenden Zustands

- Die Wellenfunktion eines zerfallenden Zustands kann geschrieben werden als:

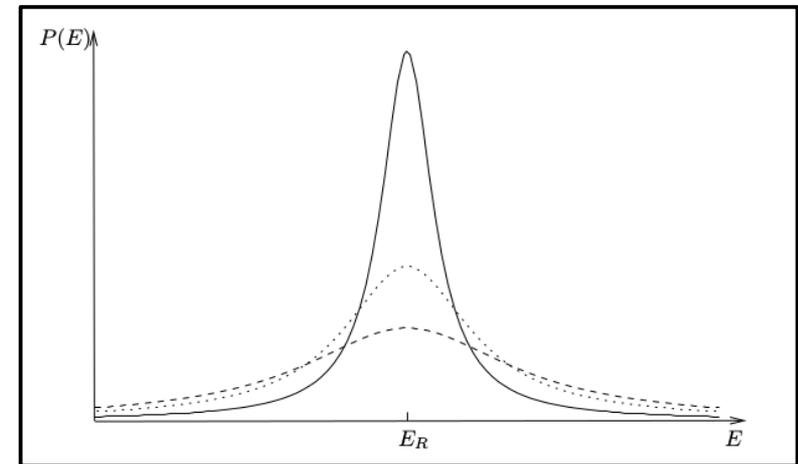
$$\psi(t) = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(E_R - i\frac{\Gamma}{2}) \cdot t} = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar} E_R \cdot t} e^{-\frac{\Gamma}{2\hbar} \cdot t}$$

$$P(t) = \psi^* \psi = \psi_0^2 e^{-\frac{\Gamma}{\hbar} \cdot t} \quad (\text{Amplitudenquadrat})$$

- Durch Fouriertransformation erhält man  $\psi(E)$ :

$$\begin{aligned} \psi(E) &= \int_0^{\infty} \psi(t) e^{\frac{i}{\hbar} E \cdot t} dt \\ &= \psi_0 \int_0^{\infty} e^{-\frac{i}{\hbar} ((E_R - E) - i\frac{\Gamma}{2}) \cdot t} dt \\ &= \psi_0 \frac{i\hbar}{(E_R - E) + i\Gamma/2} \end{aligned}$$

Energieverteilung instabiler Zustände für verschiedene Werte von  $\Gamma$ :



- Für die Energieverteilung eines instabilen Zustands erwartet man also:

$$P(E) = \psi^* \psi \propto \frac{\hbar^2 \Gamma^2}{(E_R - E)^2 + \Gamma^2/4} \quad (\text{Breit-Wigner-Resonanzformel})$$

# Erzeugung ↔ Zerfall

---

- Für den Wirkungsquerschnitt der Reaktion  $a + b \rightarrow c$  bei dem aus den Teilchen  $a$  und  $b$  ein Zustand  $c$  mit der zentralen Energie  $E_R$  erzeugt wird ist ebenfalls gegeben durch:

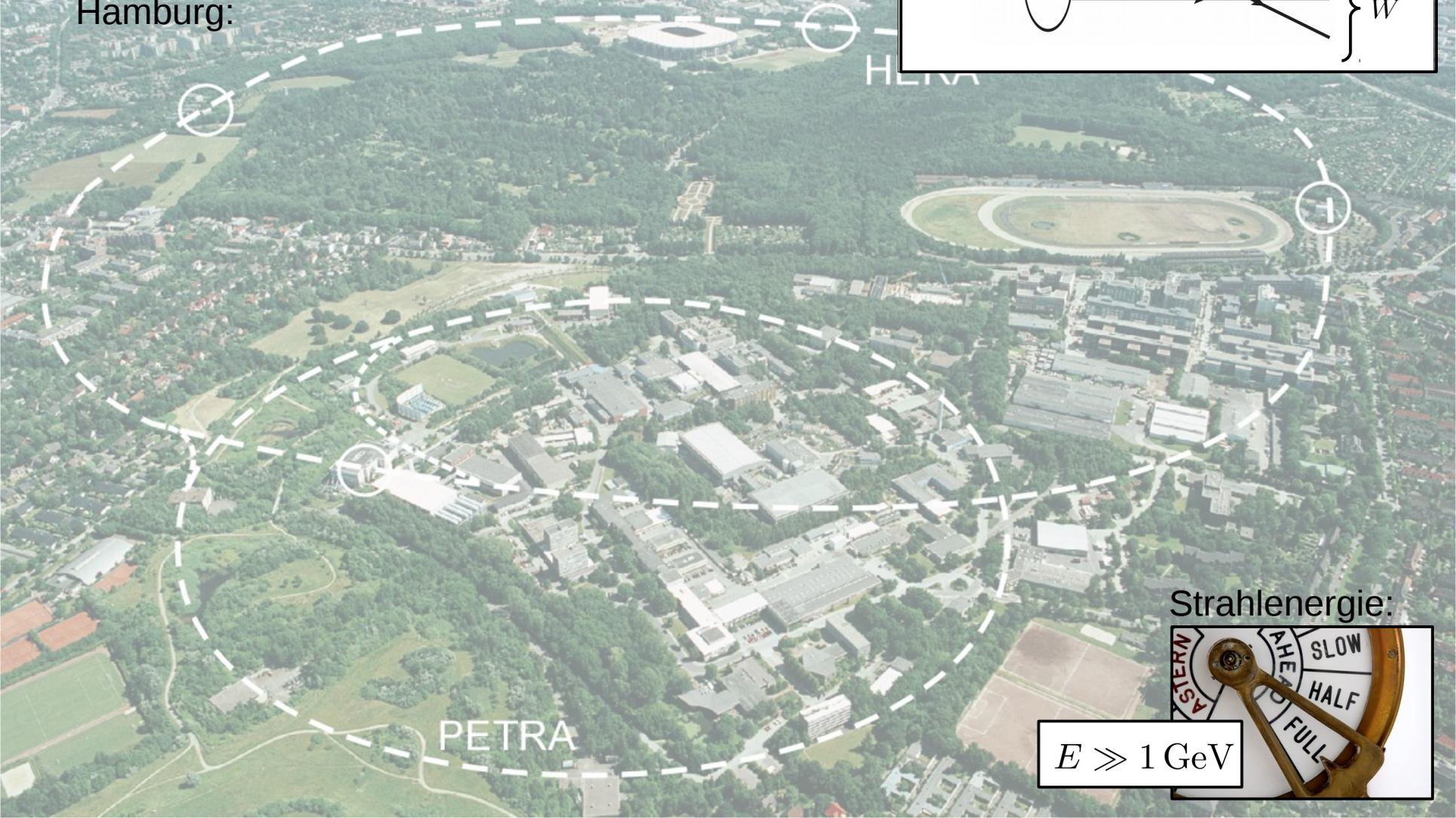
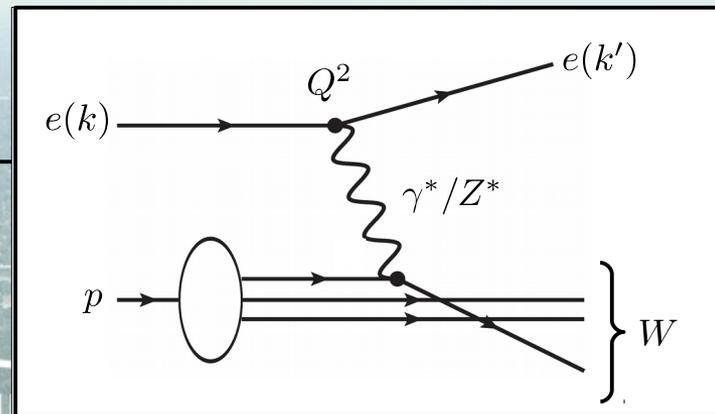
$$\sigma(E) \propto \psi^* \psi \propto \frac{\hbar^2 \Gamma^2}{(E_R - E)^2 + \Gamma^2/4}$$

- Wird ein Zustand durch einen Kanal  $i$  erzeugt und zerfällt durch einen Kanal  $j$ , so erhält man den Wirkungsquerschnitt für diesen Prozess ( $\rightarrow$  Erzeugung & Zerfall) aus:

$$\sigma_{ij}(E) \propto \frac{\Gamma_i \Gamma_j}{\Gamma^2} \cdot \sigma(E)$$

# Tiefinelastische Streuung

- Untersuchungen an fixed target Experimenten an SLAC, aber auch am [HERA Beschleuniger](#) in Hamburg:



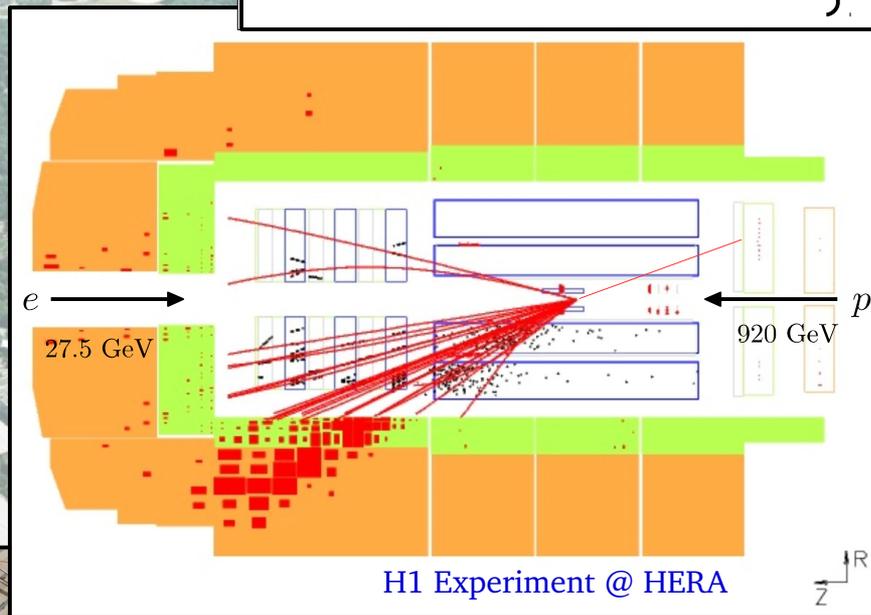
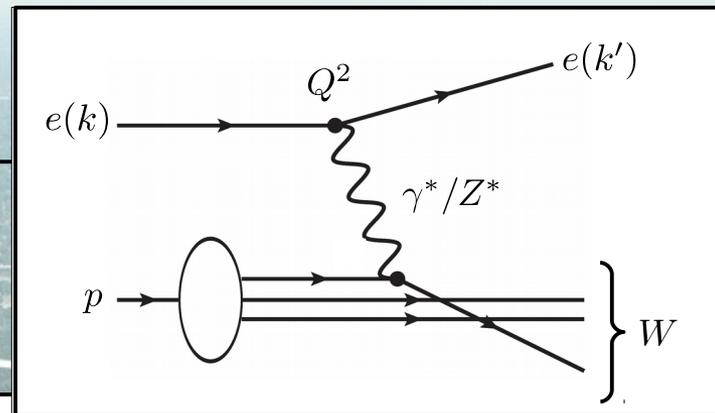
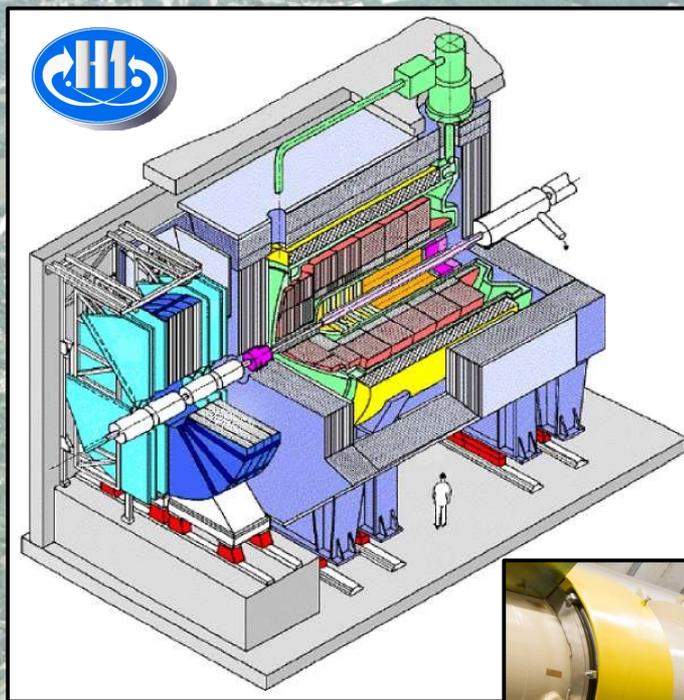
Strahlenergie:



$E \gg 1 \text{ GeV}$

# Tiefinelastische Streuung

- Untersuchungen an fixed target Experimenten an SLAC, aber auch am **HERA Beschleuniger** in Hamburg:



Strahlenergie:



$E \gg 1 \text{ GeV}$

# Kinematik

$$Q^2 = -q^2 = (k^\mu - k^{\mu'})^2 \quad (\text{Impulsübertrag } e)$$

$$s = (k^\mu + p^\mu)^2 = 4 E_e E_p \quad (\text{Schwerpunktsenergie})$$

$$x = \frac{Q^2}{2 q_\mu p^\mu} \quad (\text{Bjorken'sche Skalenvariable})$$

$$\nu = \frac{q_\mu p^\mu}{m_p} = \Delta E_e^\dagger$$

$$y = \frac{q_\mu p^\mu}{k_\mu p^\mu} = \frac{\Delta E_e^\dagger}{E_e^\dagger}$$

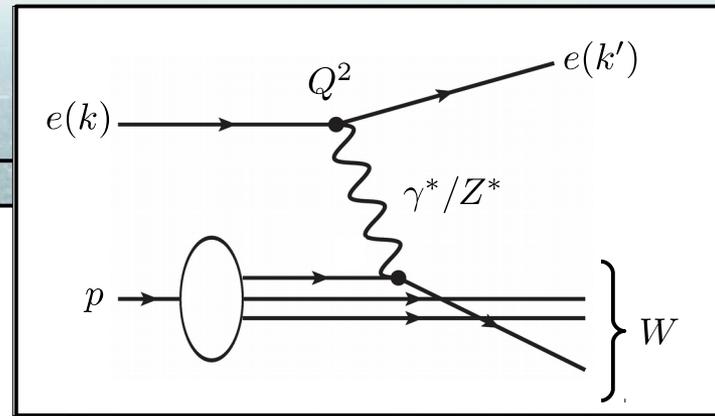
(Energieübertrag  $e$  im Ruhesystem  $p$ )

$$W^2 = (p^\mu + q^\mu)^2$$

$$= p^{\mu 2} + 2 q_\mu p^\mu + q^{\mu 2}$$

$$= m_p^2 + 2 m_p \nu - Q^2$$

(Invariante Masse hadronischer Endzustand)



$p^\mu$  : einlaufendes Proton  
 $k^\mu$  : einlaufendes Elektron  
 $k^{\mu'}$  : auslaufendes Elektron

# Kinematik

$$Q^2 = -q^2 = (k^\mu - k^{\mu'})^2 \quad (\text{Impulsübertrag } e)$$

$$s = (k^\mu + p^\mu)^2 = 4 E_e E_p \quad (\text{Schwerpunktsenergie})$$

$$x = \frac{Q^2}{2 q_\mu p^\mu} \quad (\text{Bjorken'sche Skalenvariable})$$

$$\nu = \frac{q_\mu p^\mu}{m_p} = \Delta E_e^\dagger$$

$$y = \frac{q_\mu p^\mu}{k_\mu p^\mu} = \frac{\Delta E_e^\dagger}{E_e^\dagger}$$

(Energieübertrag  $e$  im Ruhesystem  $p$ )

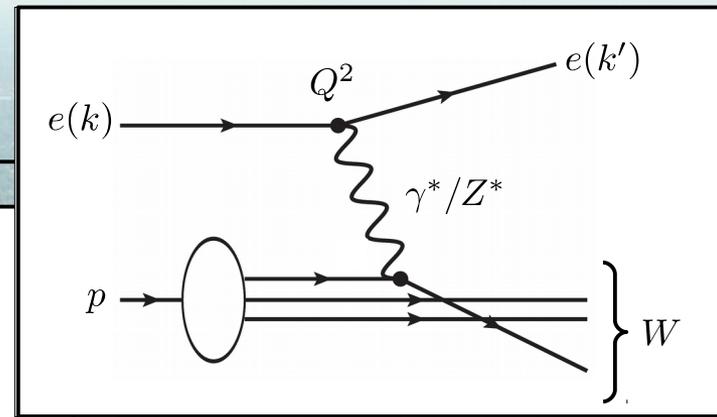
$$W^2 = (p^\mu + q^\mu)^2$$

$$= p^{\mu 2} + 2 q_\mu p^\mu + q^{\mu 2}$$

$$= m_p^2 + 2 m_p \nu - Q^2$$

(Invariant hadronis)

$p^\mu$  : einlaufendes Proton  
 $k^\mu$  : einlaufendes Elektron  
 $k^{\mu'}$  : auslaufendes Elektron



## Wichtige Relationen:

$$Q^2 = x y s$$

$$x = \frac{Q^2}{2 q_\mu p^\mu} = \frac{Q^2}{2 \nu m_p} \approx \frac{Q^2}{W^2 + Q^2}$$

$$Q^2 = \begin{cases} 2 m_p \nu & \text{elastisch} \\ 2 m_p \nu - (W^2 - m_p^2) & \text{inelastisch} \end{cases}$$

# Kinematik

$$Q^2 = -q^2 = (k^\mu - k^{\mu'})^2 \quad (\text{Impulsübertrag } e)$$

$$s = (k^\mu + p^\mu)^2 = 4 E_e E_p \quad (\text{Schwerpunktsenergie})$$

$$x = \frac{Q^2}{2 q_\mu p^\mu} \quad (\text{Bjorken'sche Skalenvariable})$$

$$\nu = \frac{q_\mu p^\mu}{m_p} = \Delta E_e^\dagger$$

$$y = \frac{q_\mu p^\mu}{k_\mu p^\mu} = \frac{\Delta E_e^\dagger}{E_e^\dagger}$$

(Energieübertrag  $e$  im Ruhesystem  $p$ )

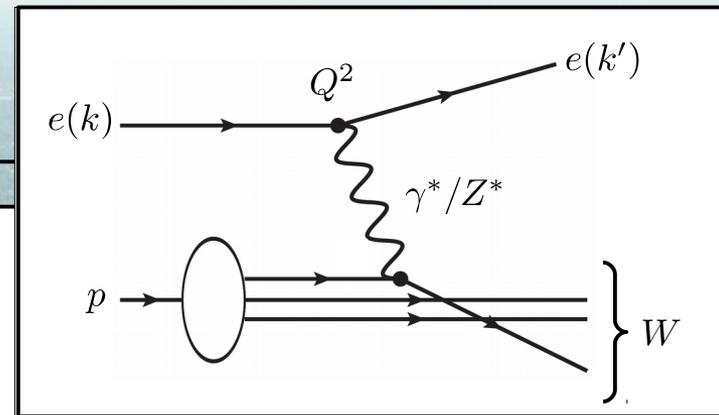
$$W^2 = (p^\mu + q^\mu)^2$$

$$= p^{\mu 2} + 2 q_\mu p^\mu + q^{\mu 2}$$

$$= m_p^2 + 2 m_p \nu - Q^2$$

(Invariant hadronis)

$p^\mu$  : einlaufendes Proton  
 $k^\mu$  : einlaufendes Elektron  
 $k^{\mu'}$  : auslaufendes Elektron



## Wichtige Relationen:

$$Q^2 = x y s$$

$$x = \frac{Q^2}{2 q_\mu p^\mu} = \frac{Q^2}{2 \nu m_p} \approx \frac{Q^2}{W^2 + Q^2}$$

$$Q^2 = \begin{cases} 2 m_p \nu & \text{elastisch} \\ 2 m_p \nu - (W^2 - m_p^2) & \text{inelastisch} \end{cases}$$

# Inelastischer Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left[ \frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]$$

$$\tau \equiv \frac{Q^2}{4M^2c^2}$$

Übersetzung



(Rosenbluth-Formel)

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left[ W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \tan^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]$$

(Inelastische Elektron-Proton Streuung)

- Strukturfunktionen  $W_{1,2}(Q^2, \nu)$ : Parametrisieren Struktur der Nukleonen
- Nun von zwei Variablen abhängig  $Q^2$  und  $\nu$
- Für elastische Streuung an Punktteilchen der Masse  $m$  :

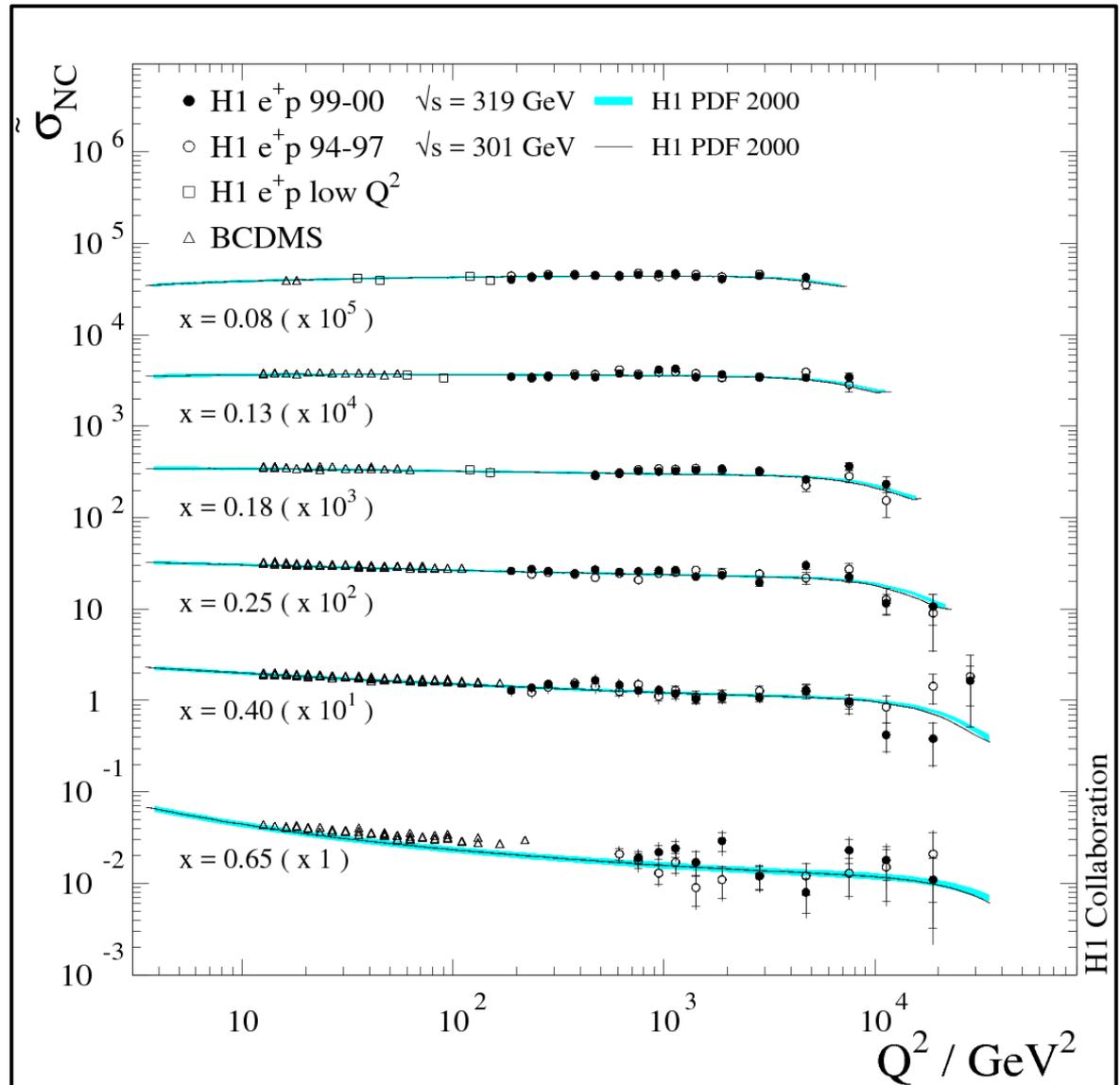
$$\frac{d^2\sigma}{d\nu d\Omega} = \underbrace{\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left[ 1 + \frac{Q^2}{2m^2c^2} \tan^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]}_{\text{Dirac-Wirkungsquerschnitt}} \cdot \underbrace{\delta \left( \nu - \frac{Q^2}{2m} \right)}_{\text{Legt Kinematik des gestreuten Elektrons fest}}$$

Dirac-Wirkungsquerschnitt

Legt Kinematik des gestreuten Elektrons fest

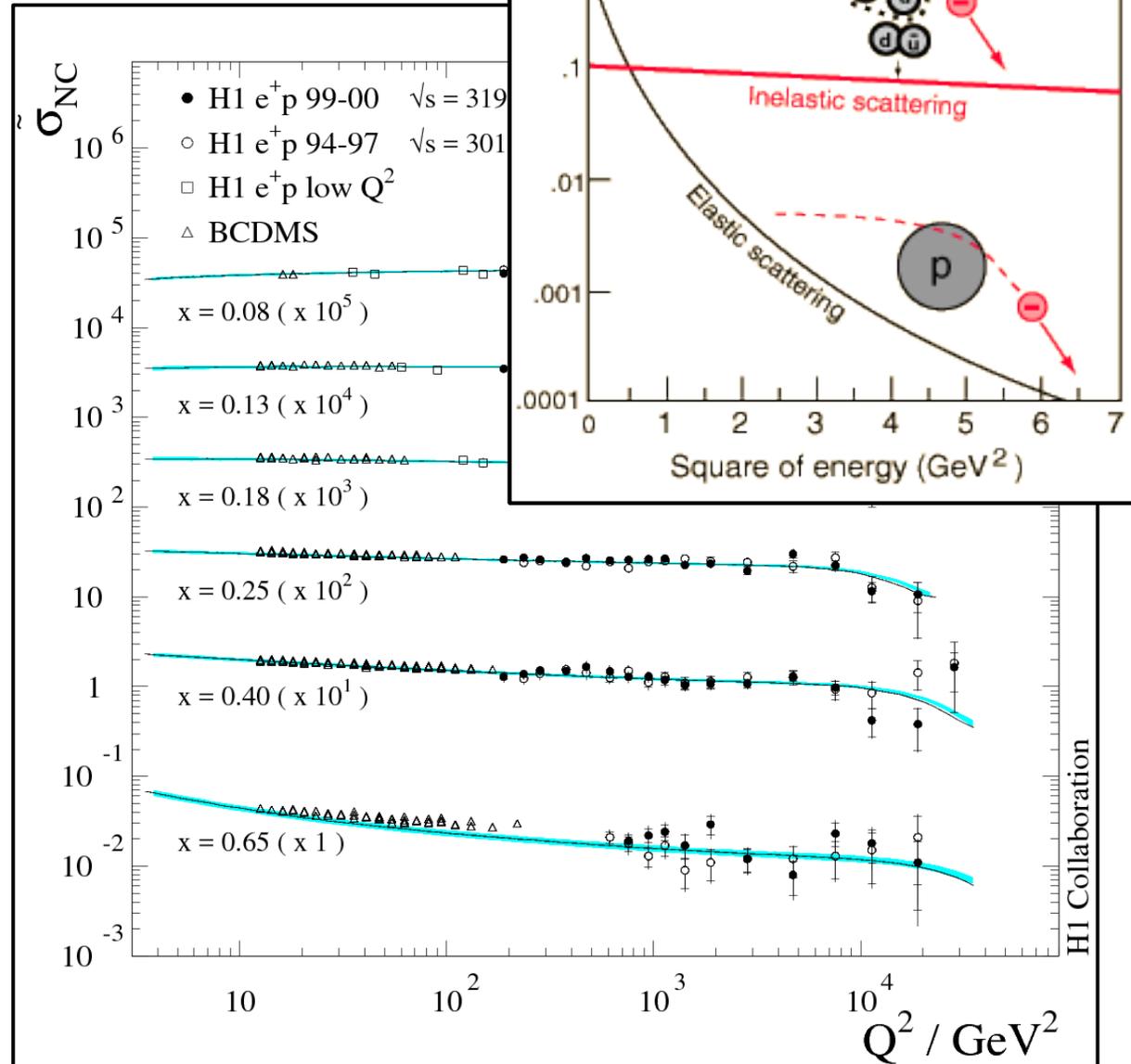
# Struktur des Protons

- $\tilde{\sigma}_{\text{NC}}$ : Wirkungsquerschnitt **normiert auf Dirac-WQ** ( $\rightarrow$  reduzierter Wirkungsquerschnitt)
- **Skalenverhalten!** Vgl. mit [VL-02 Folie 36](#) ( $\rightarrow$  Formfaktor und Ladungsverteilung)



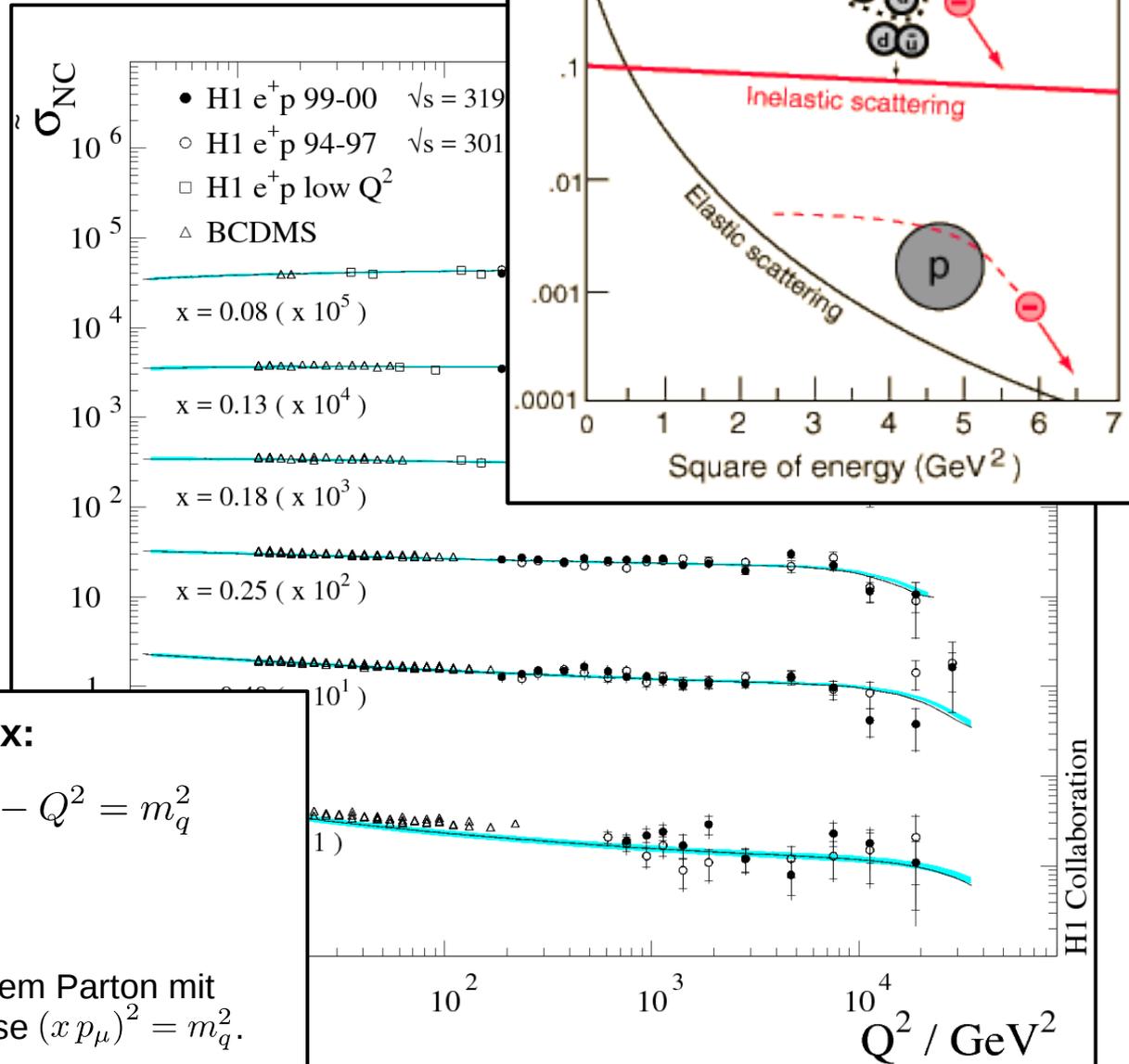
# Struktur des Protons

- $\tilde{\sigma}_{\text{NC}}$ : Wirkungsquerschnitt **normiert auf Dirac-WQ** ( $\rightarrow$  reduzierter Wirkungsquerschnitt)
- **Skalenverhalten!** Vgl. mit [VL-02 Folie 36](#) ( $\rightarrow$  Formfaktor und Ladungsverteilung)
- Proton besteht aus **punktförmigen Konstituenten**



# Struktur des Protons

- $\tilde{\sigma}_{\text{NC}}$ : Wirkungsquerschnitt **normiert auf Dirac-WQ** ( $\rightarrow$  reduzierter Wirkungsquerschnitt)
- **Skalenverhalten!** Vgl. mit [VL-02 Folie 36](#) ( $\rightarrow$  Formfaktor und Ladungsverteilung)
- Proton besteht aus **punktförmigen Konstituenten**



## Anschauliche Bedeutung von $x$ :

$$(x p^\mu + q^\mu)^2 = x^2 p^{\mu 2} + 2 x q^\mu p^\mu - Q^2 = m_q^2$$

$$\rightarrow x = \frac{Q^2}{2 q^\mu p^\mu}$$

Elastische Streuung an punktförmigem Parton mit Bruchteil  $x$  am Protonimpuls & Masse  $(x p_\mu)^2 = m_q^2$ .

# Dimensionslose Strukturfunktionen

- Skalenverhalten motiviert Einführung dimensionsloser Strukturfunktionen:

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left[ W_2(Q^2, \nu) + 2 W_1(Q^2, \nu) \tan^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]$$

(Inelastische Elektron-Proton Streuung)

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\nu d\Omega} &= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left[ 1 + \frac{Q^2}{2 m^2 c^2} \tan^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \cdot \delta \left( \nu - \frac{Q^2}{2 m} \right) \\ &= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left[ 1 + \frac{Q^2}{2 m^2 c^2} \tan^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \cdot \delta \left( 1 - \frac{Q^2}{2 \nu m} \right) \cdot \frac{1}{\nu} \end{aligned}$$

Dirac WQ, formal  
aufgeschrieben für  
elastische Streuung  
an punktförmigem  
Spin- $\frac{1}{2}$  Teilchen der  
Mass  $m$ .

- Übersetzt auf Strukturfunktionen:

$$\text{mit: } x = \frac{Q^2}{2 \nu m} \equiv 1$$

$$\frac{1}{\nu} = \frac{2 m}{Q^2}$$

$$\frac{1}{\nu} \cdot W_2(Q^2, \nu) \rightarrow F_2(x)$$

$$\frac{1}{m_p c^2} \cdot W_1(Q^2, \nu) \rightarrow F_1(x)$$

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left[ F_2(x) + 2 F_1(x) \tan^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \cdot \delta(1 - x)$$

(elastische Streuung an  
ausgedehntem Spin- $\frac{1}{2}$   
Teilchen)

# Callan-Gross Relation

- Aus der Annahme, dass das Proton aus punktförmigen Teilchen der Masse  $m_q = x m_p$  zusammengesetzt ist erhält man eine Relation zwischen  $F_1(x)$  und  $F_2(x)$

$$\frac{2 W_1(Q^2, \nu)}{W_2(Q^2, \nu)} = \frac{2 F_1(x)}{F_2(x)} \cdot \frac{\nu}{m_p c^2}$$

$$\stackrel{!}{=} \frac{Q^2}{2 (x m_p)^2 c^2}$$

mit:  $m_q = x m_p$

$$F_2(x) = 2 F_1(x) \cdot x^2 \cdot \frac{2 \nu m_p}{Q^2}$$

$$= 2 x F_1(x) \quad (\text{Callan-Gross Relation})$$

$$\frac{1}{\nu} \cdot W_2(Q^2, \nu) \rightarrow F_2(x)$$

$$\frac{1}{m_p c^2} \cdot W_1(Q^2, \nu) \rightarrow F_1(x)$$

# Callan-Gross Relation

- Aus der Annahme, dass das Proton aus punktförmigen Teilchen der Masse  $m_q = x m_p$  zusammengesetzt ist erhält man eine Relation zwischen  $F_1(x)$  und  $F_2(x)$

$$\frac{2 W_1(Q^2, \nu)}{W_2(Q^2, \nu)} = \frac{2 F_1(x)}{F_2(x)} \cdot \frac{\nu}{m_p c^2} \longrightarrow \boxed{\text{Streuung an Proton}}$$

$$\stackrel{!}{\equiv} \frac{Q^2}{2 (x m_p)^2 c^2} \longrightarrow \boxed{\text{Streuung an punktförmigem Objekt in Proton mit Spin-1/2 und } m_q = x m_p.}$$

mit:  $m_q = x m_p$

$$\begin{aligned} F_2(x) &= 2 F_1(x) \cdot x^2 \cdot \frac{2 \nu m_p}{Q^2} \\ &= 2 x F_1(x) \quad (\text{Callan-Gross Relation}) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\nu} \cdot W_2(Q^2, \nu) \rightarrow F_2(x)$$

$$\frac{1}{m_p c^2} \cdot W_1(Q^2, \nu) \rightarrow F_1(x)$$

# Callan-Gross Relation

- Aus der Annahme, dass das Proton aus punktförmigen Teilchen der Masse  $m_q = x m_p$  zusammengesetzt ist erhält man eine Relation zwischen  $F_1(x)$  und  $F_2(x)$

$$\frac{2 W_1(Q^2, \nu)}{W_2(Q^2, \nu)} = \frac{2 F_1(x)}{F_2(x)} \cdot \frac{\nu}{m_p c^2}$$

$$\stackrel{!}{\equiv} \frac{Q^2}{2 (x m_p)^2 c^2}$$

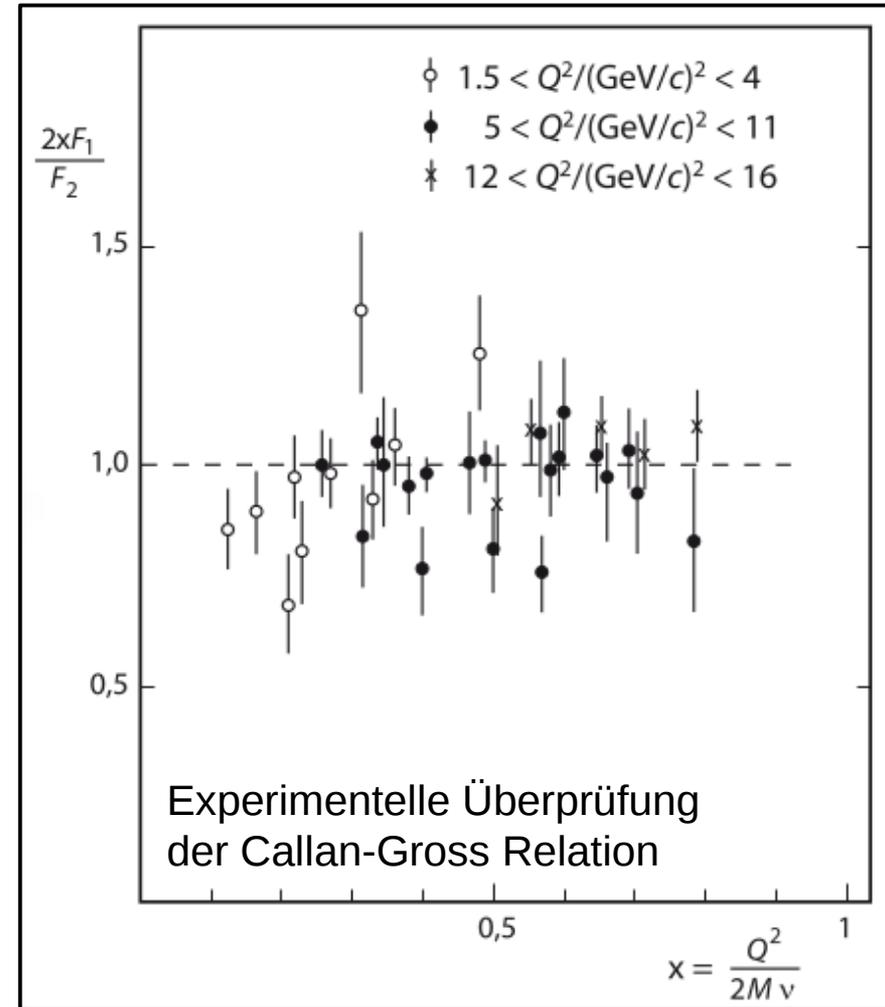
mit:  $m_q = x m_p$

$$F_2(x) = 2 F_1(x) \cdot x^2 \cdot \frac{2 \nu m_p}{Q^2}$$

$$= 2 x F_1(x) \quad (\text{Callan-Gross Relation})$$

$$\frac{1}{\nu} \cdot W_2(Q^2, \nu) \rightarrow F_2(x)$$

$$\frac{1}{m_p c^2} \cdot W_1(Q^2, \nu) \rightarrow F_1(x)$$



# Callan-Gross Relation

- Aus der Annahme, dass das Proton aus punktförmigen Teilchen der Masse  $m_q = x m_p$  zusammengesetzt ist erhält man eine Relation zwischen  $F_1(x)$  und  $F_2(x)$

$$\frac{2 W_1(Q^2, \nu)}{W_2(Q^2, \nu)} = \frac{2 F_1(x)}{F_2(x)} \cdot \frac{\nu}{m_p c^2}$$

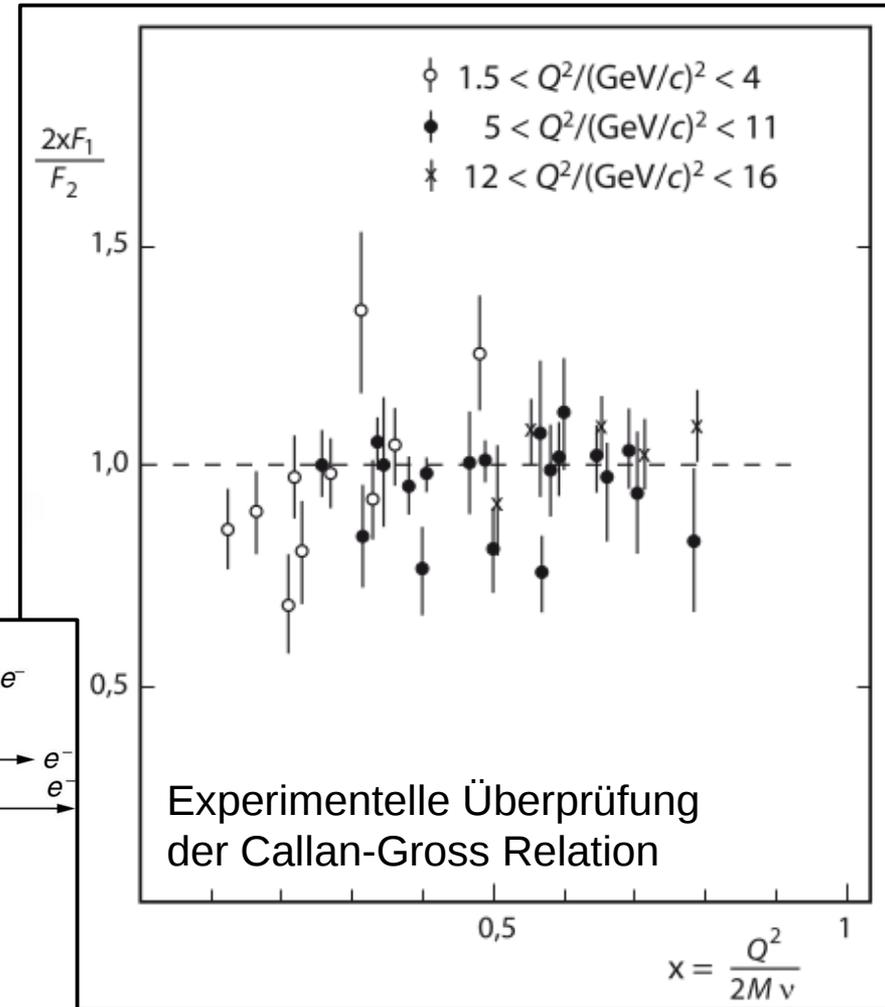
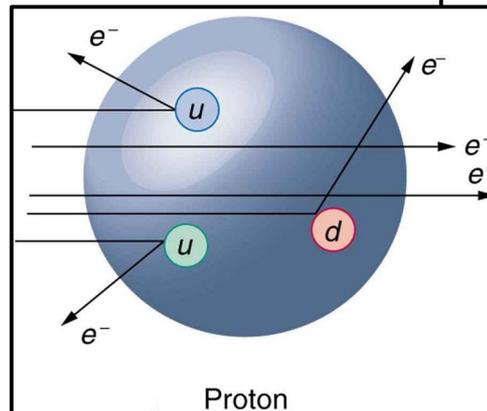
$$\stackrel{!}{\equiv} \frac{Q^2}{2 (x m_p)^2 c^2}$$

mit:  $m_q = x m_p$

$$F_2(x) = 2 F_1(x) \cdot x^2 \cdot \frac{2 \nu m_p}{Q^2}$$

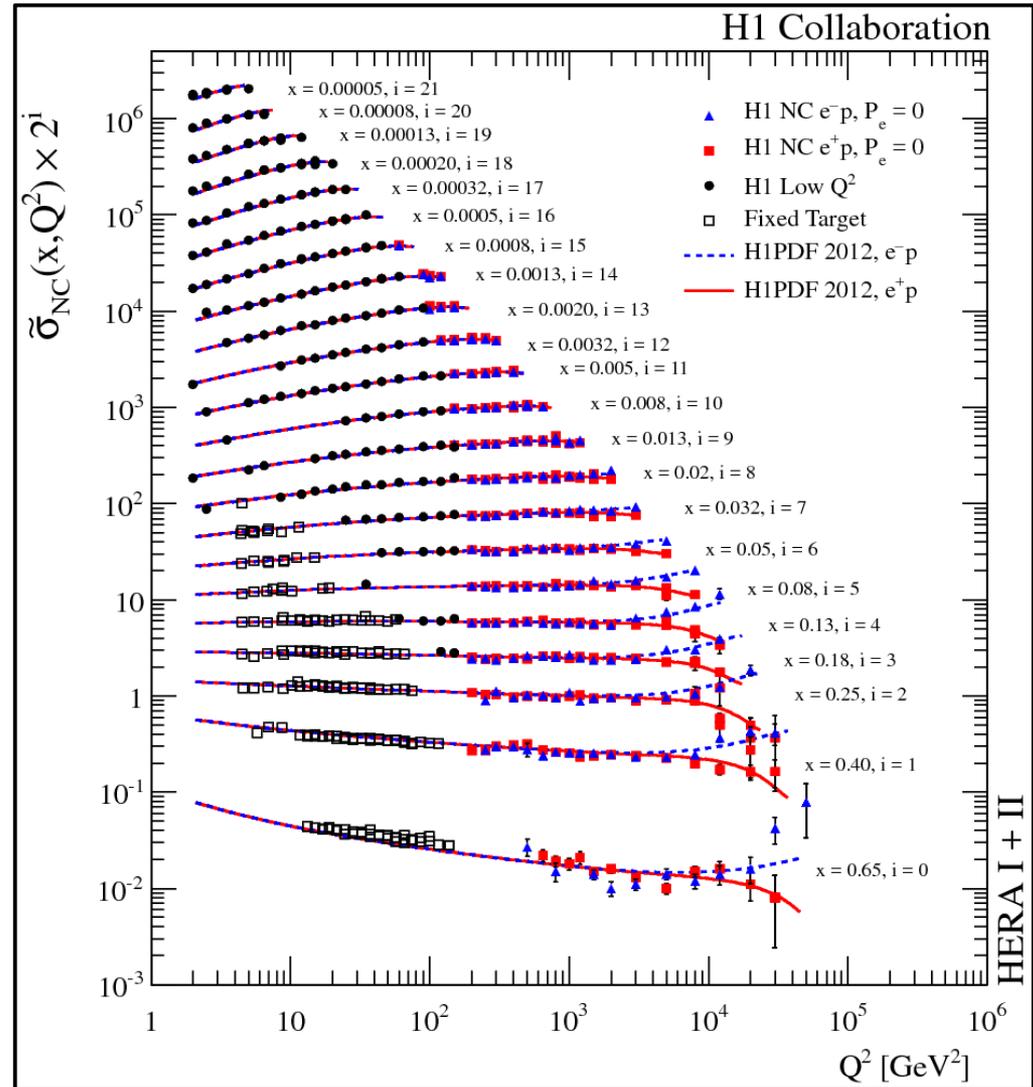
$$= 2 x F_1(x) \quad (\text{Callan-Gross Relation})$$

- Proton besteht aus punktförmigen Spin-1/2 Teilchen ( $\rightarrow$  Partonen)
- Partonen = Quarks



# Ausblick: Partonmodell $\rightarrow$ QCD

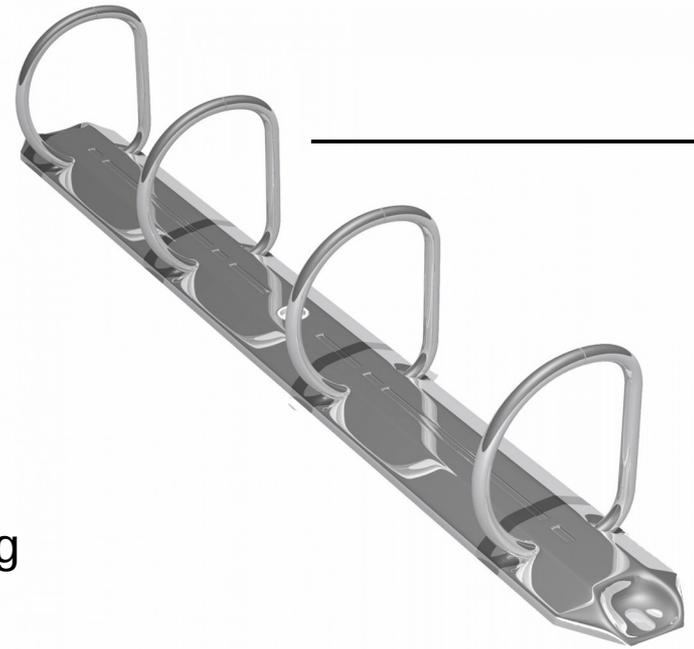
- Bei genauerer Betrachtung ist die Skaleninvarianz verletzt  $F_1(x, Q^2)$  und  $F_2(x, Q^2)$  hängen von  $Q^2$  ab
- Diese Brechung der Skaleninvarianz wird exakt von der QCD vorhergesagt



# Zusammenfassung

---

- Streuexperimente im Teilchenbild und im Wellenbild
- Streuung von punktförmigen Teilchen in verschiedenen Spin-Konfigurationen
- Elastische – Inelastische – Tiefinelastische Streuung



# Gliederung der Vorlesung



Vorlesung:	Vorlesungstag:	Übungsblatt:
VL-01 Einheiten, Relativistische Kinematik	Di 17.04.2018	-
VL-02 Teilchenstreuung	Do 19.04.2018	-
VL-03 Wirkungsquerschnitt	Di 24.04.2018	Blatt-01
VL-04 Teilchenbeschleunigung	Do 26.04.2018	-
Vorlesung fällt aus	Di 01.05.2018	Blatt-02
VL-05 Teilchennachweis durch Ionisation	Do 03.05.2018	-
VL-06 Elektromag. WW und Schauer	Di 08.05.2018	Blatt-03
Vorlesung fällt aus	Do 10.05.2018	-
VL-07 Detektoren der Teilchenphysik	Di 15.05.2018	Blatt-04
VL-08 Symmetrien und Erhaltungsätze	Do 17.05.2018	-
VL-09 Fundamentale Teilchen und Kräfte im SM	Di 22.05.2018	Blatt-05
VL-10 Diskrete Symmetrien des SM	Do 24.05.2018	-
VL-11 Teilchenzoo: vom Hadron zum Quark	Di 29.05.2018	Blatt-06
Vorlesung fällt aus	Do 31.05.2018	-
VL-12 Farbladung und QCD	Di 05.06.2018	Blatt-07
VL-13 Phänomenologie der schwachen WW	Do 07.06.2018	-
VL-14 Theorie der elektroschwachen WW	Di 12.06.2018	Blatt-08
VL-15 Higgs Mechanismus	Do 14.06.2018	-
VL-16 SM: Quarksektor	Di 19.06.2018	Blatt-09
VL-17 Top: Entdeckung und Eigenschaften	Do 21.06.2018	-
VL-18 Higgs: Entdeckung und Eigenschaften	Di 26.06.2018	-
VL-19 Neutrino-Physik	Do 28.06.2018	-