

# Moderne Experimentalphysik III: Teilchenphysik (Physik VI)

Thomas Müller, Roger Wolf  
03. Mai 2018

INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IETP) – PHYSICS FACULTY



## 2.2 Nachweis geladener Teilchen in Materie

---



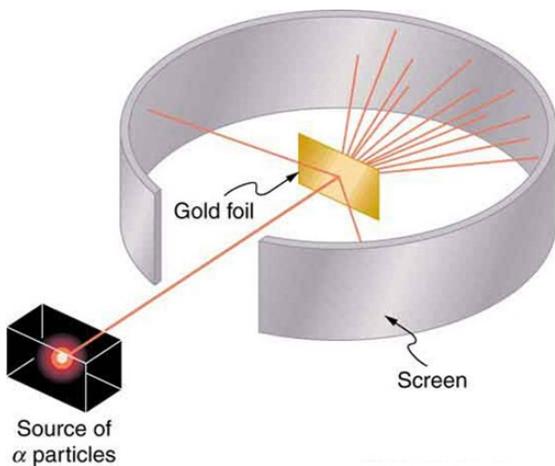


# heute

- Energieverlust durch Ionisation
- Bremsstrahlung
- Strahlungslänge, kritische Energie
- Cherenkov-, Übergangsstrahlung (in backup Folien zum Selbststudium)

# Rutherford vs Teilchenkollision bei höchsten Energien

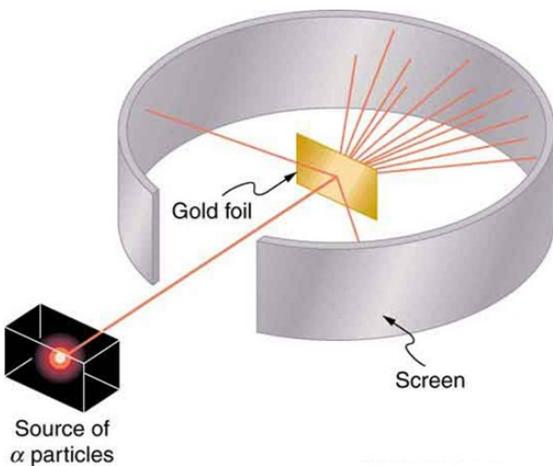
- **Rutherford-Experiment:**
  - Nachweis von Alphateilchen die auf szintillierendem Material Lichtblitze erzeugen
  - Schwerpunktsenergie: 5.6 GeV
  - Nachweisfrequenz:  $\mathcal{O}(\text{Hz})$
  - Keine Teilchenidentifikation



# Rutherford vs Teilchenkollision bei höchsten Energien

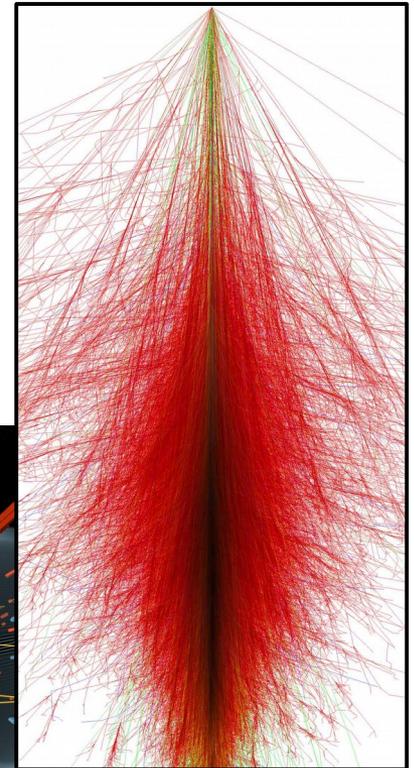
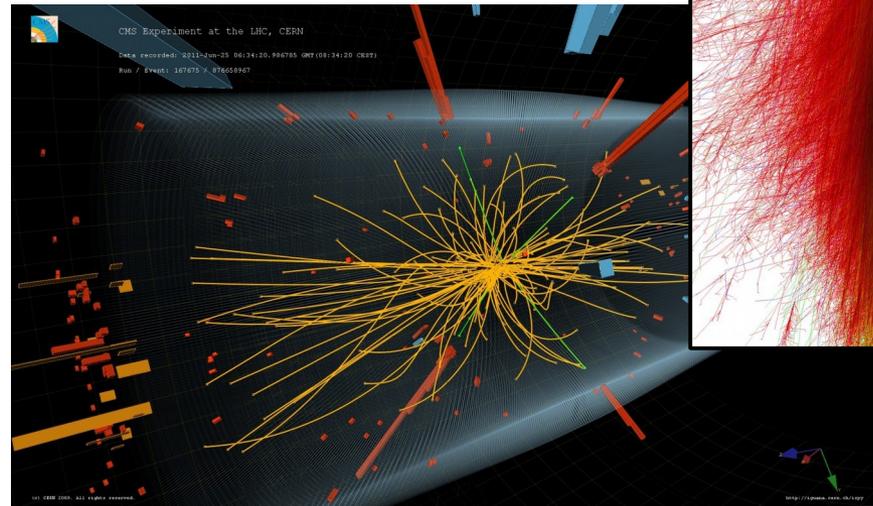
## • Rutherford-Experiment:

- Nachweis von Alphateilchen die auf szintillierendem Material Lichtblitze erzeugen
- Schwerpunktsenergie: 5.6 GeV
- Nachweisfrequenz:  $\mathcal{O}(\text{Hz})$
- Keine Teilchenidentifikation



## • Heutige Experimente der (Astro-)Teilchenphysik:

- Nachweis tausender von Teilchen bei Schwerpunktsenergien im TeV Bereich
- Nachweisraten tw. im MHz Bereich
- Detektorauslese bis zu 1000 TB/s equivalent



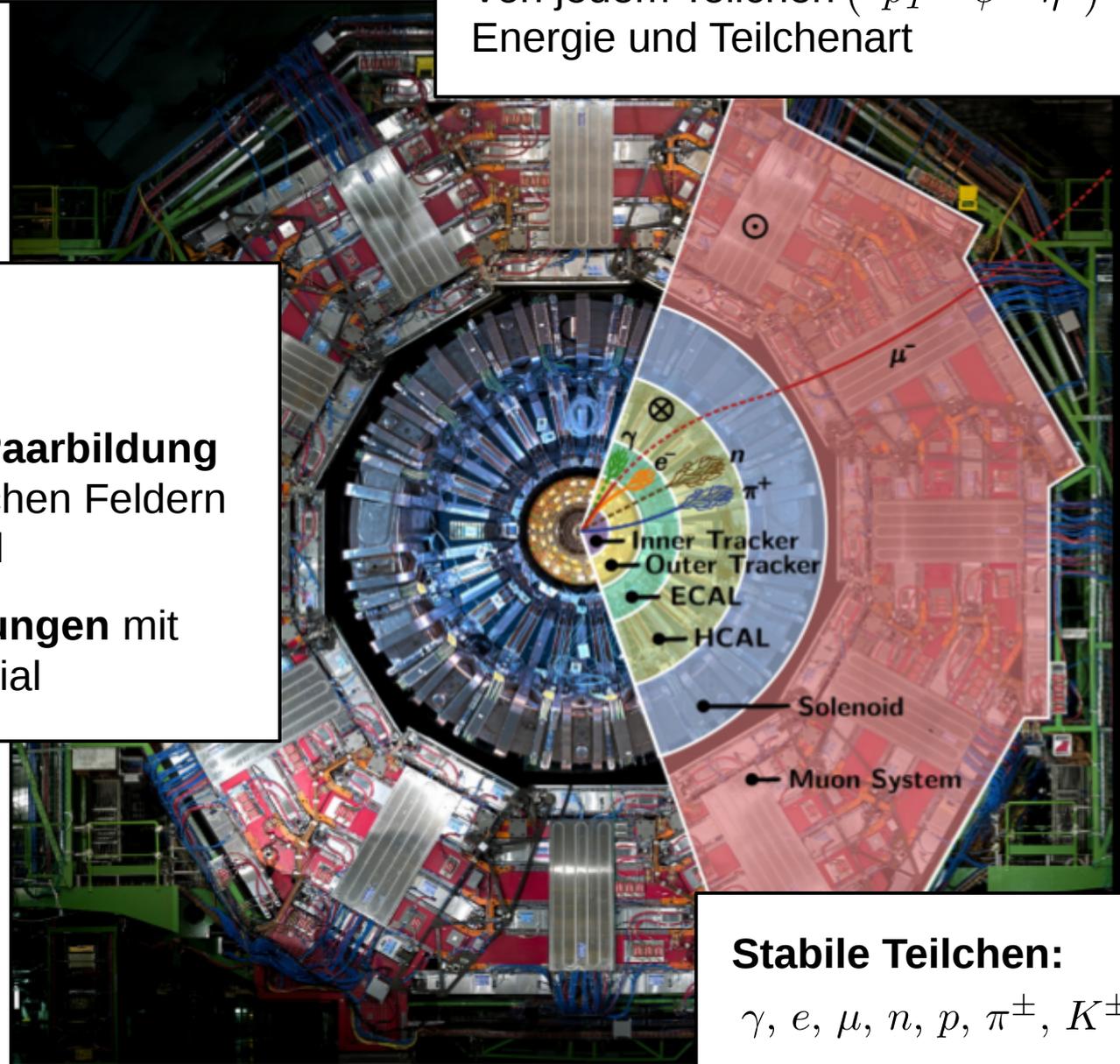
# Teilchennachweis...

... erfolgt durch  
**Wechselwirkung**  
(WW) mit Detektor-  
material:

- **Ionisation** des Detektormaterials
- **Bremsstrahlung/Paarbildung** in elektromagnetischen Feldern im Detektormaterial
- **Kernwechselwirkungen** mit dem Detektormaterial

**Was wir wissen wollen:**

Von jedem Teilchen (  $p_T$   $\phi$   $\eta$  )  
Energie und Teilchenart



**Stabile Teilchen:**

$\gamma, e, \mu, n, p, \pi^\pm, K^\pm$

# Teilchennachweis...

... erfolgt durch  
**Wechselwirkung**  
(WW) mit Detektor-  
material:

- **Ionisation** des Detektormaterials
- **Bremsstrahlung/Paarbildung** in elektromagnetischen Feldern im Detektormaterial
- **Kernwechselwirkungen** mit dem Detektormaterial

**Lokalisation** der Ladungstrennung



Rekonstruktion der Teilchentrajektorie (**Spur**)

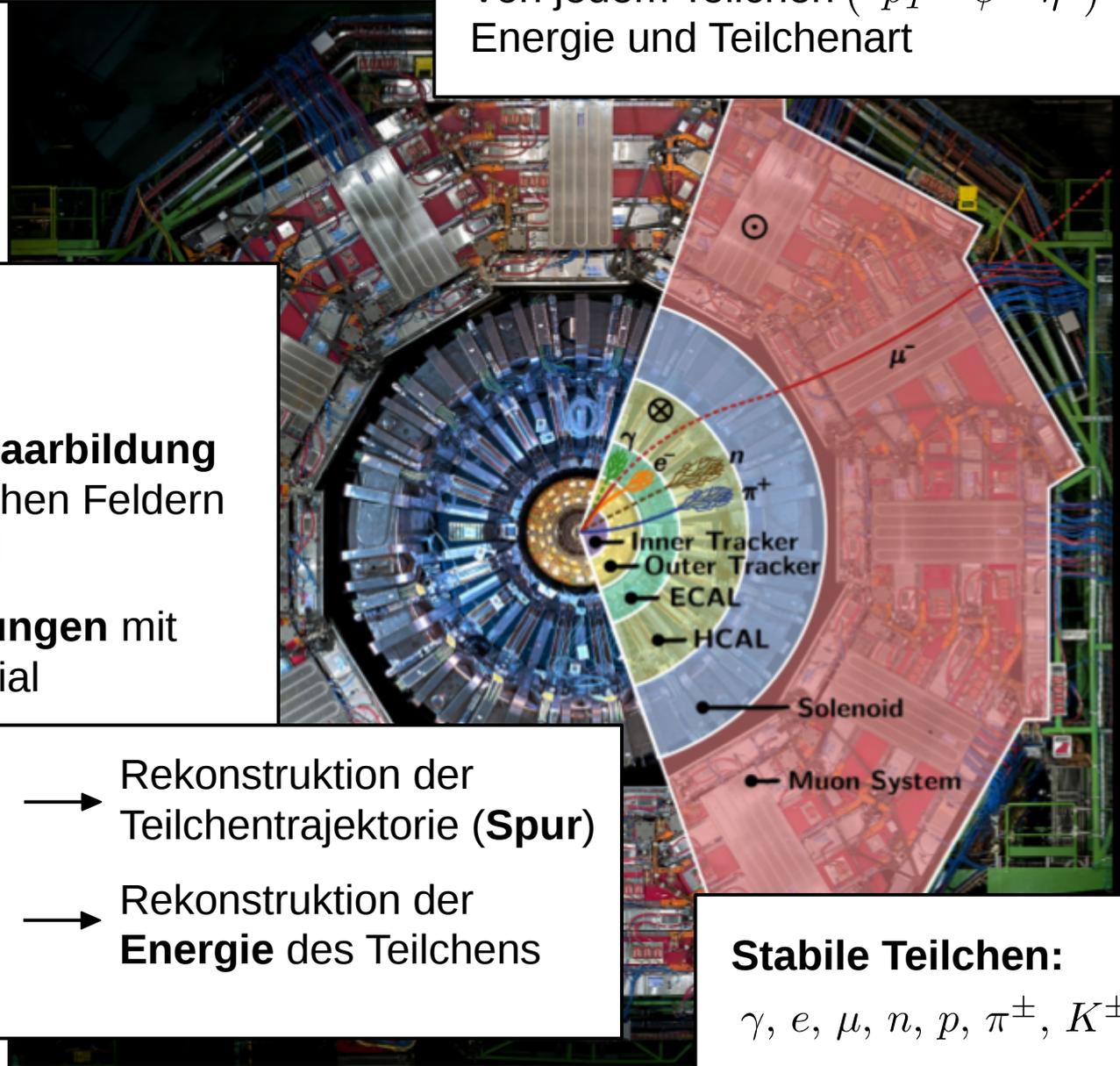
**Sammlung** aller frei gewordenen Ladungen



Rekonstruktion der **Energie** des Teilchens

**Was wir wissen wollen:**

Von jedem Teilchen (  $p_T$   $\phi$   $\eta$  )  
Energie und Teilchenart

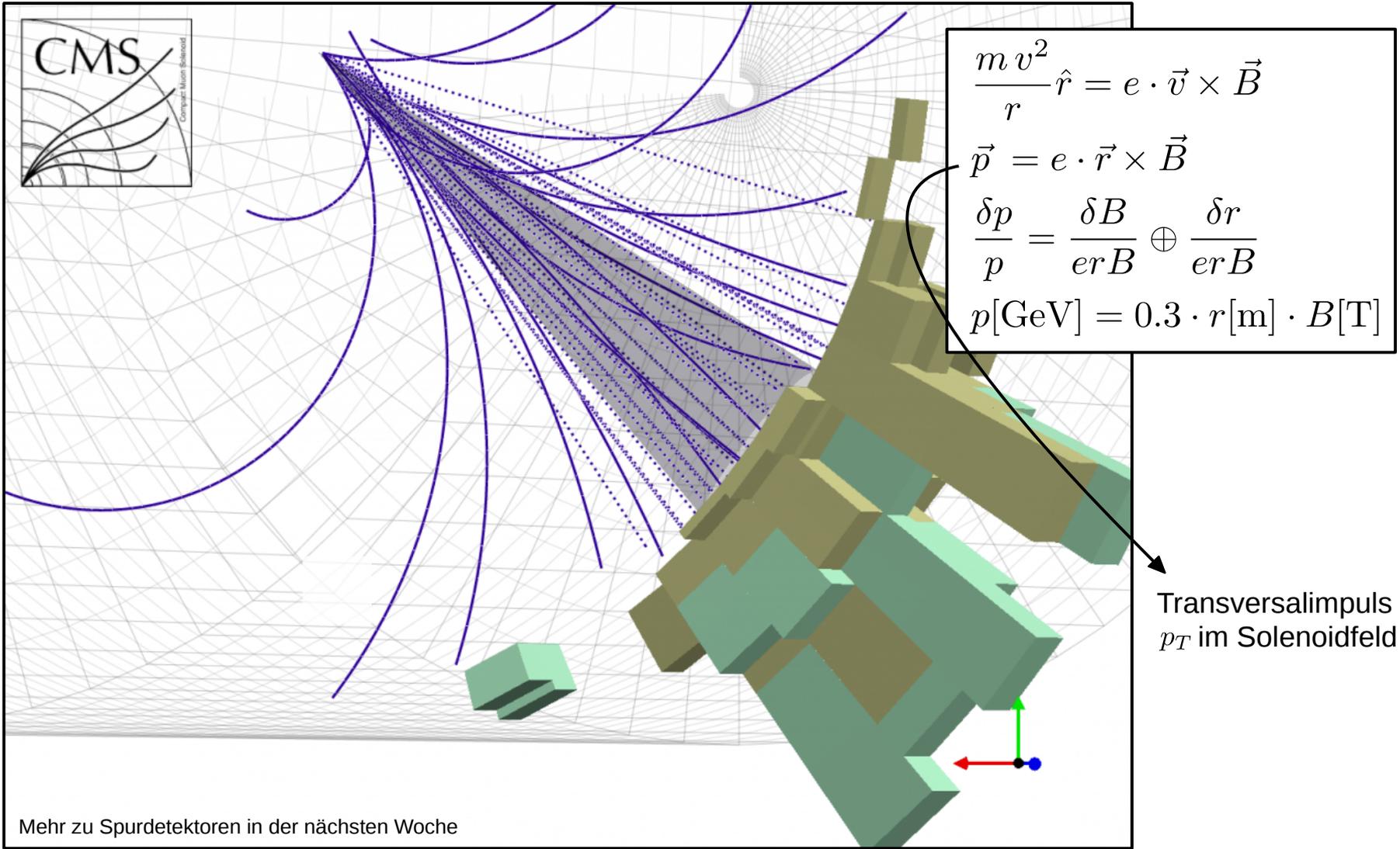


**Stabile Teilchen:**

$\gamma, e, \mu, n, p, \pi^\pm, K^\pm$

# Impulsbestimmung aus der rekonstruierten Spur

- Spurdetektoren in Magnetfeldern erlauben Impulsbestimmung:  
üblicherweise Solenoid-, manchmal auch Toroidfelder



# Energieverlust durch Ionisation

- Wichtigste Form der WW für alle geladenen Teilchen
- Grundlegender Prozess: inelastische Stöße mit gebundenen Elektronen in Atomen des Detektormaterials, charakteristischer Energieverlust

$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Ion}} = -4 \pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \ln \left( \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 \right)$$

(Bethe-Formel)

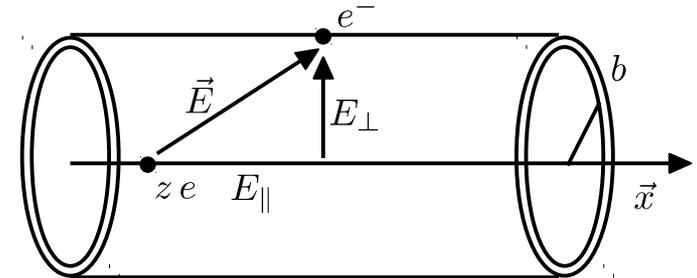
- Näherungsformel für mittleren Energieverlust durch Ionisation.
- Gültig für Teilchen mit Ladung  $z e$  und  $0.1 \lesssim \beta \gamma \lesssim 1000$
- **Teilchennachweis** in Form von...
  - ... Kondensationskeimen von Gasbläschen/Nebeltropfen
  - ... Freien Ladungen (getrennt durch E-Felder)



# Bethe-Formel (Herleitung - I)

- Impulsänderung:**

$$\begin{aligned}
 |\Delta \vec{p}_\perp| &= \int_{-\infty}^{\infty} e E_\perp dt = \int_{-\infty}^{\infty} e E_\perp \frac{dx}{v} \\
 &= \frac{e}{2\pi b v} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E} \cdot \hat{r} 2\pi b dx = \frac{e}{2\pi b v} \int_V \vec{\nabla} \vec{E} dV \\
 &= \frac{e}{2\pi b v} \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0} dV = \frac{2 z e^2}{(4\pi\epsilon_0) b v}
 \end{aligned}$$



- Energieübertrag:**

$$\Delta E_{kin} = \frac{\Delta p_\perp^2}{2 m_e} = \frac{2}{m_e} \left( \frac{z e^2}{(4\pi\epsilon_0) v b} \right)^2$$

- Anzahl der Elektronen im Volumenelement  $2\pi b db dx$ :**

$$N_e = n_e 2\pi b db dx$$

- Energieverlust pro Weglänge:**

$$\begin{aligned}
 \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{Ion}} &= -2\pi n_e \int b \Delta E_{kin} db \\
 &= -2\pi n_e \int b \frac{2 z^2 e^4}{m_e (4\pi\epsilon_0)^2 v^2 b^2} db \\
 &= -\frac{4\pi n_e z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e v^2} \int \frac{db}{b} \\
 &= -\frac{4\pi n_e z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e v^2} \ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right)
 \end{aligned}$$

# Bethe-Formel (Herleitung - II)

- Bestimmung der Integrationsgrenzen:**

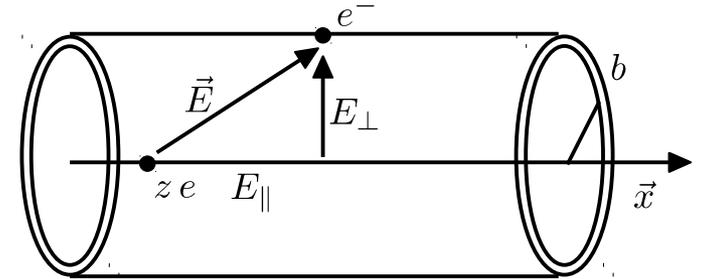
$$b_{\min} \approx \frac{h}{p} = \frac{h}{\gamma m_e v} \quad (\text{de-Broglie Wellenlänge})$$

$b_{\max}$ : das vorbei fliegende Teilchen stört das Atom durch sein elektromag. Feld für eine Zeit  $\Delta t \approx \frac{b}{\gamma v}$

Ist  $\Delta t$  lang gegen die Periode ( $\langle \nu \rangle$ ) des Atoms wird sich das Atom langsam strecken und dann wieder in seinen Ausgangszustand zurückkehren, ohne nennenswerten Energieübertrag. Dass das Elektron, wie hier, als quasi-frei betrachtet werden kann gilt nur für:

$$\Delta t \cdot \langle \nu \rangle \lesssim 1 \quad (\text{Heisenberg})$$

$$b \lesssim \frac{\gamma v}{\langle \nu \rangle} \equiv b_{\max}$$



- Energieverlust pro Weglänge:**

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{Ion}} &= -2 \pi n_e \int b \Delta E_{kin} db \\ &= -2 \pi n_e \int b \frac{2 z^2 e^4}{m_e (4 \pi \epsilon_0)^2 v^2 b^2} db \\ &= -\frac{4 \pi n_e z^2 e^4}{(4 \pi \epsilon_0)^2 m_e v^2} \int \frac{db}{b} \\ &= -\frac{4 \pi n_e z^2 e^4}{(4 \pi \epsilon_0)^2 m_e v^2} \ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \end{aligned}$$

# Bethe-Formel (Herleitung - II)

- Bestimmung der Integrationsgrenzen:**

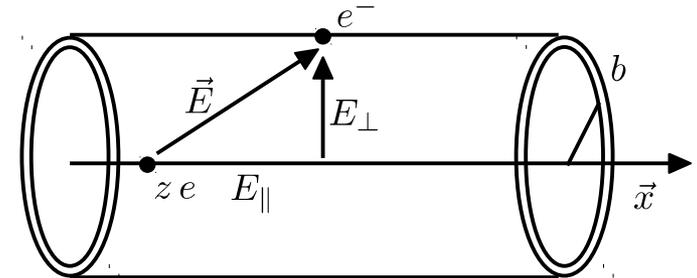
$$b_{\min} \approx \frac{h}{p} = \frac{h}{\gamma m_e v} \quad (\text{de-Broglie Wellenlänge})$$

$b_{\max}$ : das vorbei fliegende Teilchen stört das Atom durch sein elektromag. Feld für eine Zeit  $\Delta t \approx \frac{b}{\gamma v}$

Ist  $\Delta t$  lang gegen die Periode ( $\langle \nu \rangle$ ) des Atoms wird sich das Atom langsam strecken und dann wieder in seinen Ausgangszustand zurückkehren, ohne nennenswerten Energieübertrag. Dass das Elektron, wie hier, als quasi-frei betrachtet werden kann gilt nur für:

$$\Delta t \cdot \langle \nu \rangle \lesssim 1 \quad (\text{Heisenberg})$$

$$b \lesssim \frac{\gamma v}{\langle \nu \rangle} \equiv b_{\max}$$



- Energieverlust pro Weglänge:**

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{Ion}} &= -2 \pi n_e \int b \Delta E_{kin} db \\ &= -2 \pi n_e \int b \frac{2 z^2 e^4}{m_e (4 \pi \epsilon_0)^2 v^2 b^2} db \\ &= -\frac{4 \pi n_e z^2 e^4}{(4 \pi \epsilon_0)^2 m_e v^2} \int \frac{db}{b} \\ &= -\frac{4 \pi n_e z^2 e^4}{(4 \pi \epsilon_0)^2 m_e v^2} \ln \left( \frac{m_e \gamma^2 \beta^2 c^2}{h \langle \nu \rangle} \right) \end{aligned}$$

# Bethe-Formel (Herleitung - III)

## • Typische Ersetzungen:

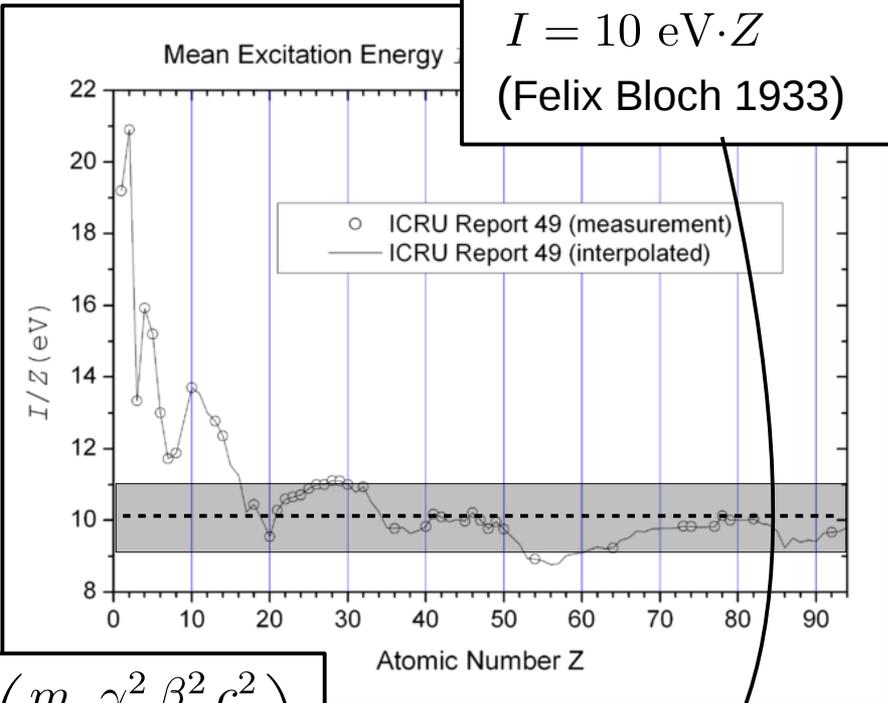
$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{Ion}} = - \frac{4 \pi n_e z^2 e^4}{(4 \pi \epsilon_0)^2 m_e v^2} \ln \left( \frac{m_e \gamma^2 \beta^2 c^2}{h \langle \nu \rangle} \right)$$

$$r_e = \frac{e^2}{(4 \pi \epsilon_0) m_e c^2} \quad (\text{klass. e-Radius})$$

$$n_e = N_A \cdot \rho \cdot \frac{Z^{(1)}}{A} \quad (\text{Elektronendichte})$$

$$X = \rho \cdot x \quad (\text{Belegungsdichte})$$

$$I = h \langle \nu \rangle \quad (\text{Ionisationsenergie})$$



$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Ion}} = -4 \pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \ln \left( \frac{m_e \gamma^2 \beta^2 c^2}{I} \right)$$

(1) Anm.: damit Sie hier eine Elektronendichte in "Teilchen/cm<sup>3</sup>" erhalten müssen Sie sich die Nukleonenzahl A als einheitenbehaftet (in g/mol) vorstellen. Damit entspricht A der molaren Masse, die Sie aus der Schule kennen.

# Bethe-Formel

$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Ion}} = -4 \pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \ln \left( \frac{m_e \gamma^2 \beta^2 c^2}{I} \right)$$

- **Volle QM Rechnung:**

- $m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 \rightarrow 2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$

- $\frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \rightarrow \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2$

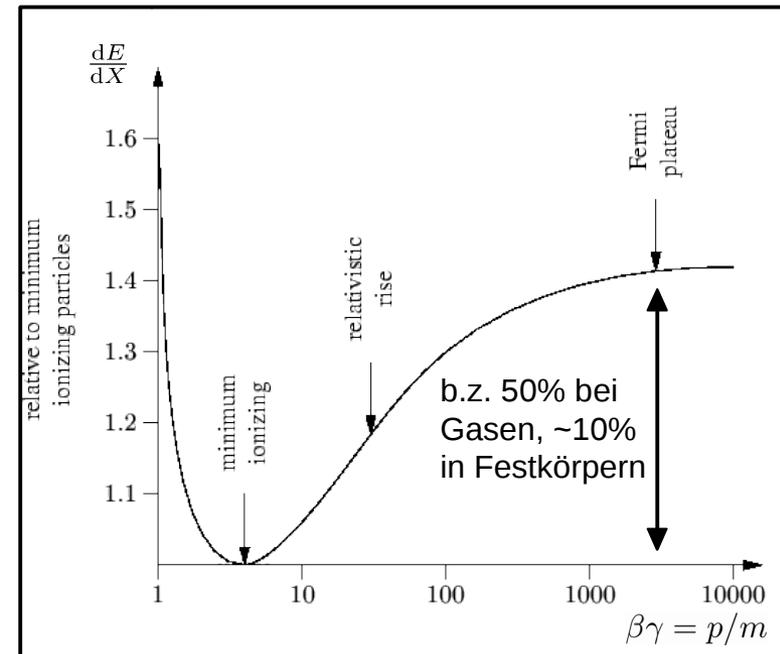
$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Ion}} = -4 \pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \ln \left( \frac{2 m_e \gamma^2 \beta^2 c^2}{I} - \beta^2 \right)$$

- Es gibt noch weitere Korrekturen (die auch den Gültigkeitsbereich erweitern)

# Bethe-Formel (Diskussion)

$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Ion}} = -4 \pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \ln \left( \frac{2 m_e \gamma^2 \beta^2 c^2}{I} - \beta^2 \right)$$

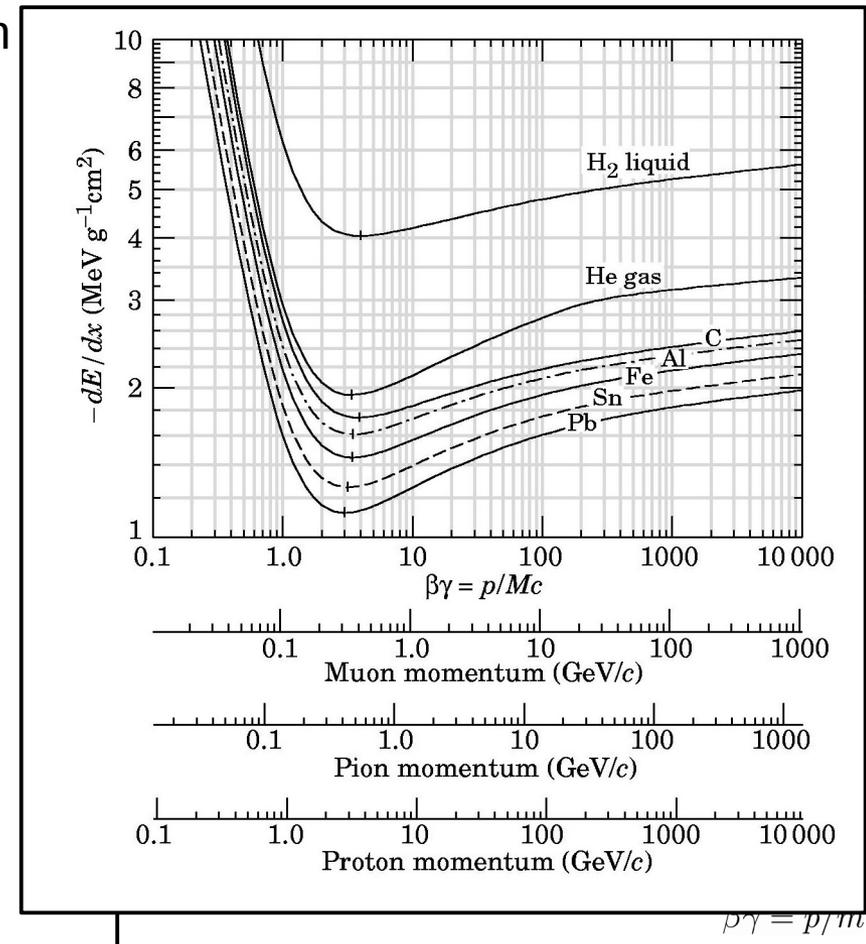
- Unabhängig von Masse des einlaufenden Teilchens
- Energieverlust hängt für hohe Z nur von Materialdichte ab ( $\frac{Z}{A} \approx 0.5$ )
- Für niedrige Energien  $\propto \frac{1}{v^2}$  ( $\ln(\dots) \approx 1$ )
- Für  $\beta\gamma \approx 3 \dots 3.5$  breites Minimum bei  $dE/dX \approx 1 \dots 2 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2/g$  (unabh. von Teilchenart oder Medium, minimal ionizing particle, MIP)
- Danach logarithmischer Anstieg (bedingt durch Lorentzkontraktion der elektromagnetischen Felder)



# Bethe-Formel (Diskussion)

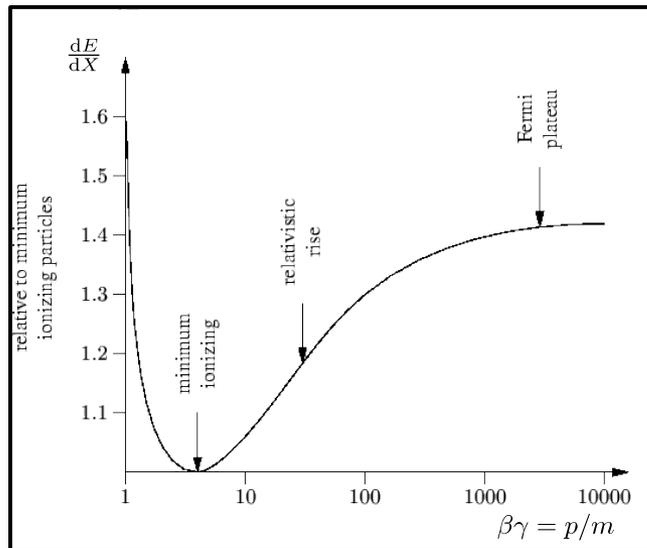
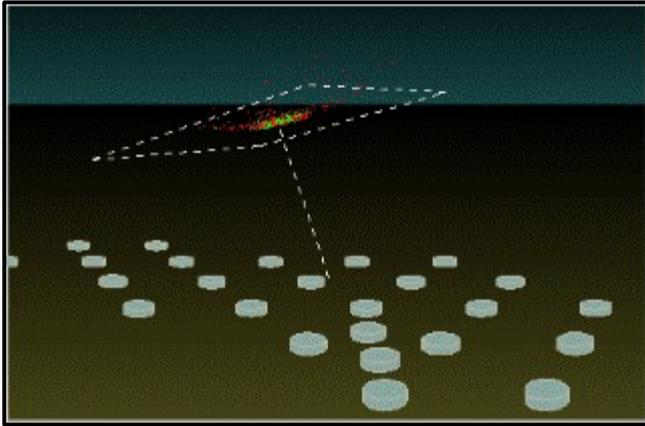
$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Ion}} = -4 \pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \ln \left( \frac{2 m_e \gamma^2 \beta^2 c^2}{I} - \beta^2 \right)$$

- Unabhängig von Masse des einlaufenden Teilchens
- Energieverlust hängt für hohe Z nur von Materialdichte ab ( $\frac{Z}{A} \approx 0.5$ )
- Für niedrige Energien  $\propto \frac{1}{v^2}$  ( $\ln(\dots) \approx 1$ )
- Für  $\beta\gamma \approx 3 \dots 3.5$  breites Minimum bei  $dE/dX \approx 1 \dots 2 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2/g$  (unabh. von Teilchenart oder Medium, minimal ionizing particle, MIP)
- Danach logarithmischer Anstieg (bedingt durch Lorentzkontraktion der elektromagnetischen Felder)



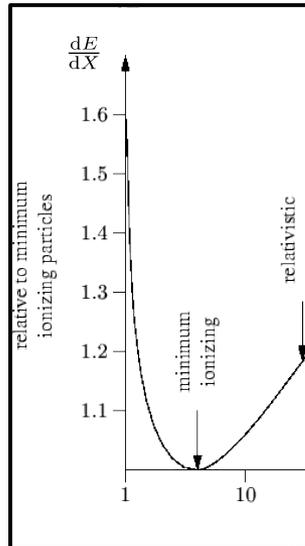
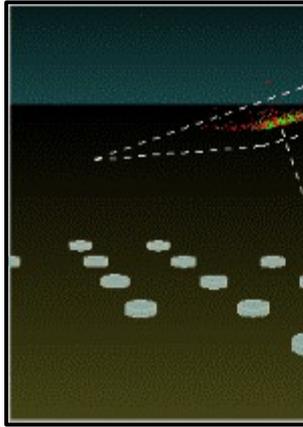
## Dicke der Luftschauerfront:

- Front i.A. nicht “dicker” als 1m



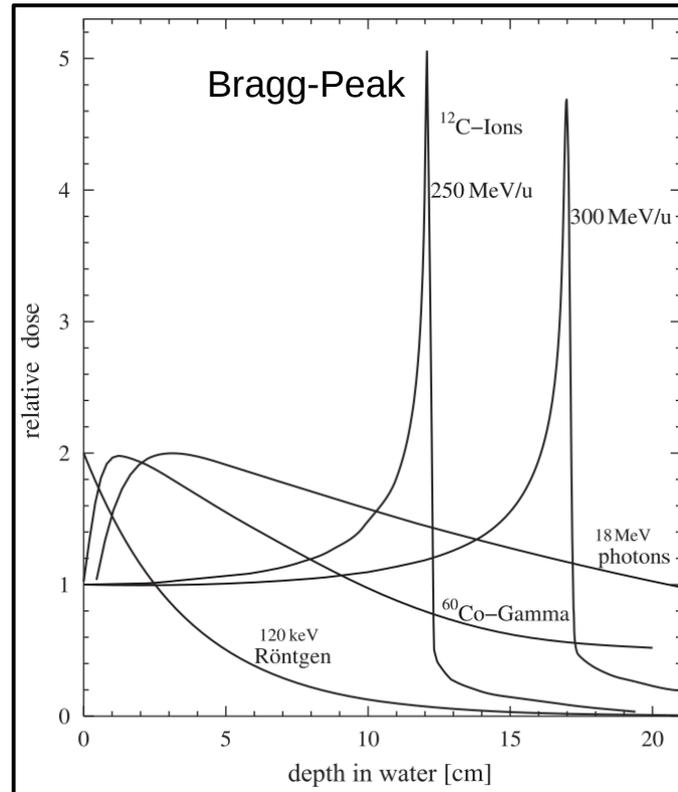
## Dicke der Luftschauerfront:

- Front i.A. nicht



## Mittlere Reichweite in Medium:

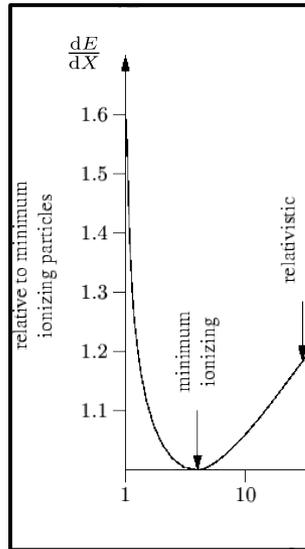
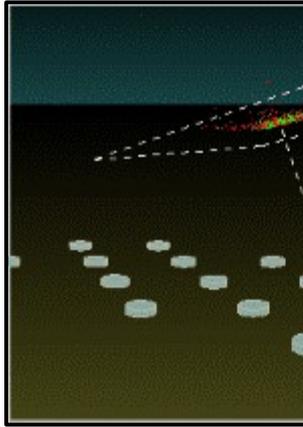
- Integration der Bethe-Gleichung



- Medizinische Anwendung in Schwerionentherapie

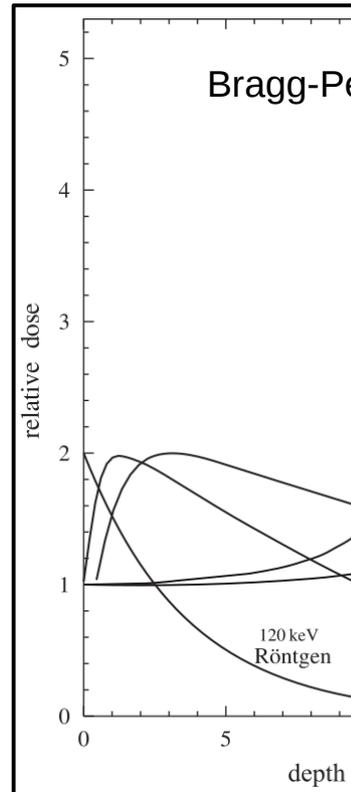
## Dicke der Luftschauerfront:

- Front i.A. nicht



## Mittlere Reichweite in Medium:

- Integration der Be

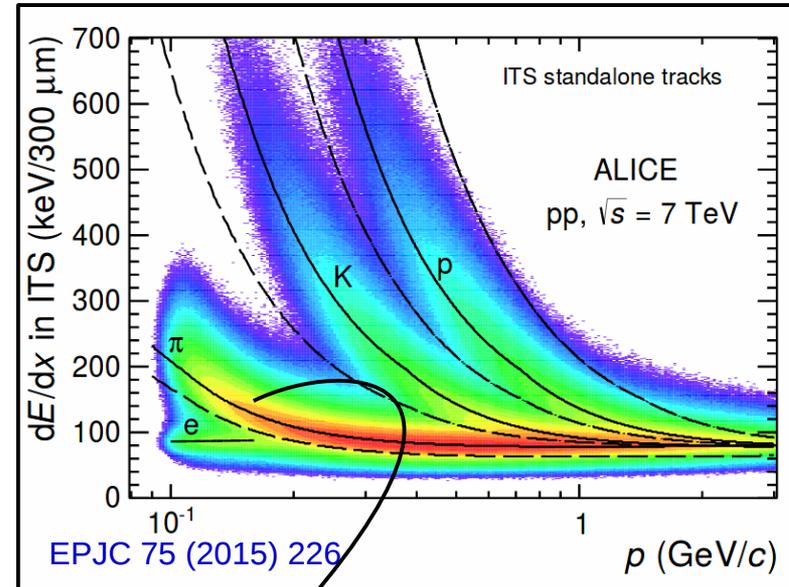


- Medizinische Anw  
Schwerionenthera

## Teilchenidentifikation in Experimenten der Teilchenphysik:

- Identifikation über Bestimmung der Teilchenmasse aus:

$$p = m \gamma \beta \rightarrow m = \frac{p}{\beta \gamma}$$

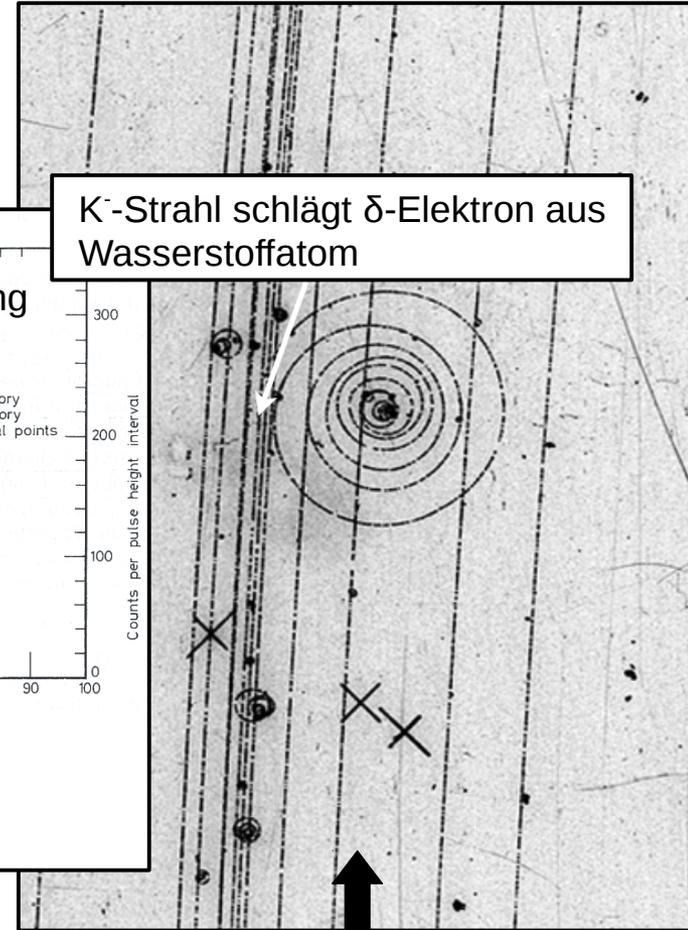


Bethe-Gleichung (Bereich kleiner  $\beta\gamma$ )

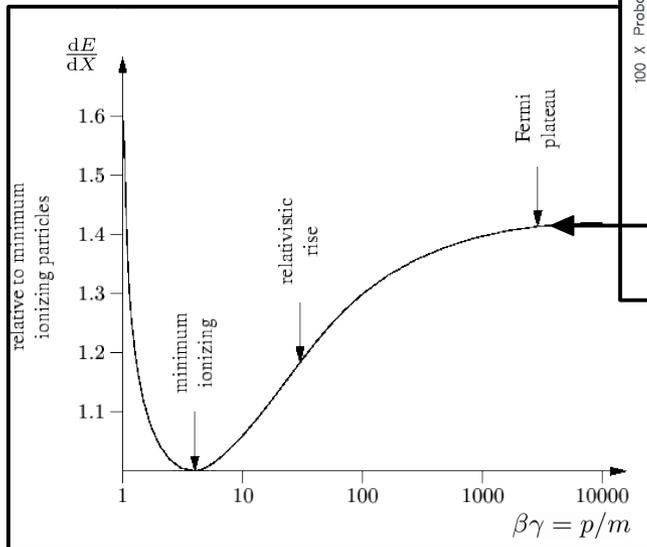
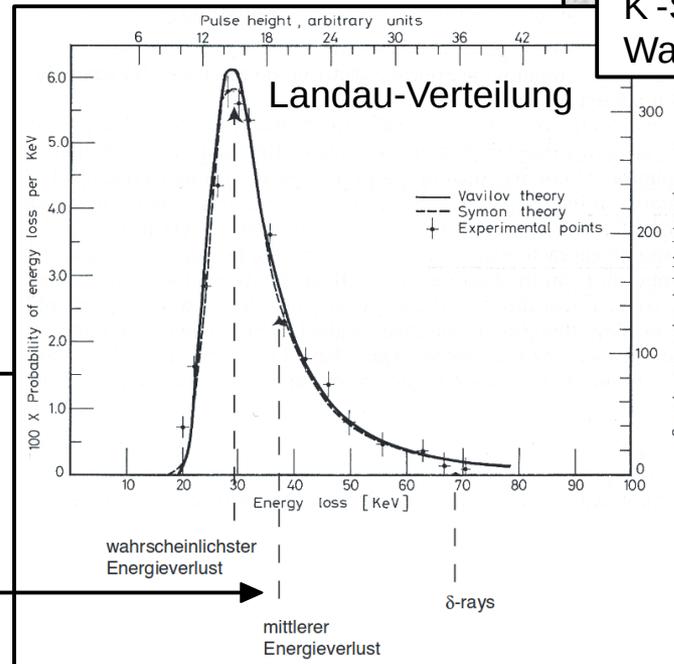
# dE/dx Fluktuationen

- Bethe-Gleichung → **mittlerer Energieverlust**
- Insbesondere in dünnen Absorbieren von Fall zu Fall asymmetrische Verteilungen
- Empirische Beschreibung durch **Landau-Verteilung**
- Physikalischer Grund:  $\delta$ -Elektronen (s. rechts)

Blasenkammeraufnahme:



K-Strahl schlägt  $\delta$ -Elektron aus Wasserstoffatom



K-Strahl

# Vielfachstreuung

- Durch vielfache Coulomb-Streuung (**Vielfachstreuung**, engl. **multiple scattering**)  
→ Änderung der Bewegungsrichtung

- Streuwinkel  $\theta$  ungefähr nach Gauß verteilt  
(→ zentraler Grenzwertsatz)

- In der Ebene:  $f(\theta') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_0} e^{-\frac{\theta'^2}{2\theta_0^2}} d\theta'$

- Breite der Streuwinkelverteilung nach Wegstrecke  $x$  in Materie:

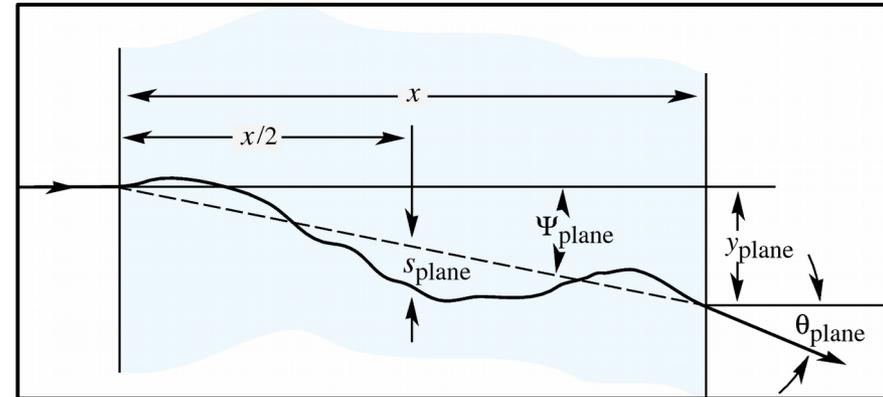
$$\theta_0 \approx 13.6 \text{ MeV} \frac{Z}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

$Z$  : Kernladungszahl Material

$\beta$  : rel. Geschwindigkeit

$p$  : Impuls einfallendes Teilchen

$X_0$  : Strahlungslänge (Anm.: Einführung auf [Folie 19](#))



## Streuwinkel im CMS Spurdetektor:

$$p(\pi) = 10 \text{ GeV}$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

$$Z(\text{Si}) = 14$$

Wie groß ist der Streuwinkel  $\theta_0$  für  $x = X_0$ ?



# Vielfachstreuung

- Durch vielfache Coulomb-Streuung (**Vielfachstreuung**, engl. **multiple scattering**)  
→ Änderung der Bewegungsrichtung

- Streuwinkel  $\theta$  ungefähr nach Gauß verteilt  
(→ zentraler Grenzwertsatz)

- In der Ebene:  $f(\theta') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_0} e^{-\frac{\theta'^2}{2\theta_0^2}} d\theta'$

- Breite der Streuwinkelverteilung nach Wegstrecke  $x$  in Materie:

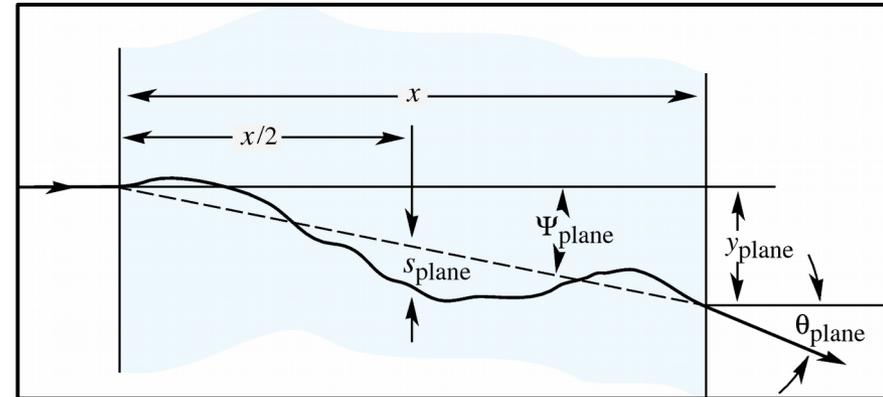
$$\theta_0 \approx 13.6 \text{ MeV} \frac{Z}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

$Z$  : Kernladungszahl Material

$\beta$  : rel. Geschwindigkeit

$p$  : Impuls einfallendes Teilchen

$X_0$  : Strahlungslänge (Anm.: Einführung auf [Folie 19](#))



## Streuwinkel im CMS Spurdetektor:

$$p(\pi) = 10 \text{ GeV}$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

$$Z(\text{Si}) = 14$$

Wie groß ist der Streuwinkel  $\theta_0$  für  $x = X_0$ ?  $\theta_0 \approx 1 \text{ deg}$

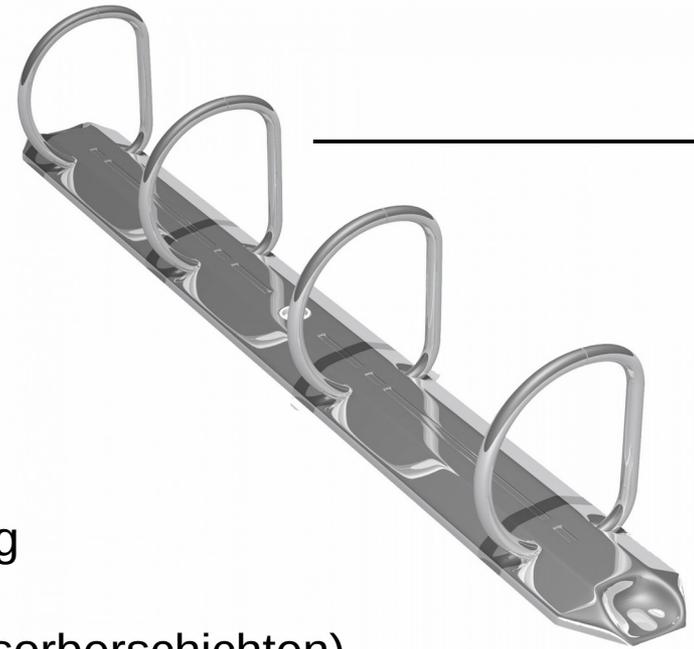
Impuls-/Energie- & Spurauflösung oft durch Vielfachstreuung begrenzt.



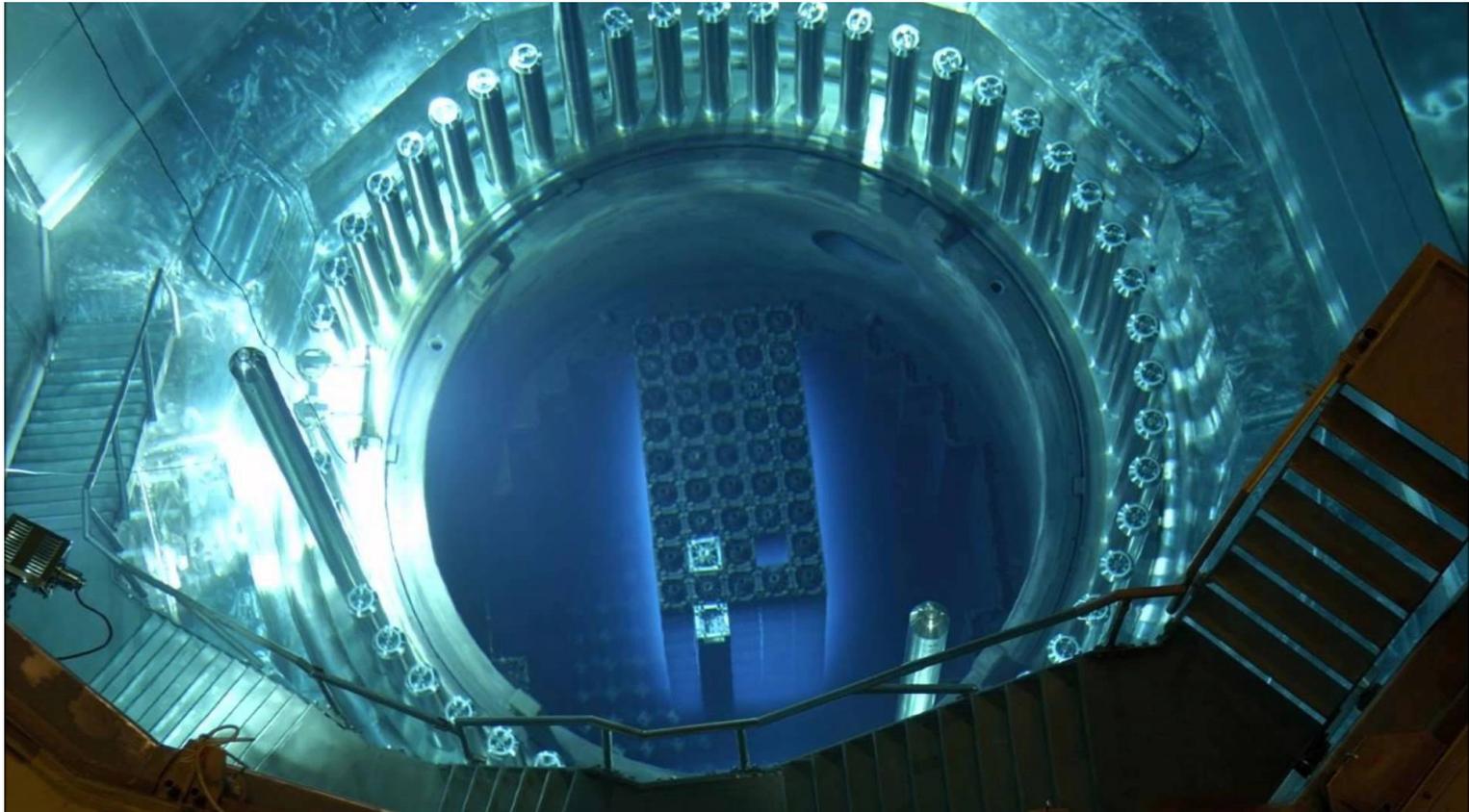
# Zusammenfassung

---

- Nachweis geladener Teilchen in Materie zum Zweck der Lokalisation und Energiemessung
- Wichtigster Nachweismechanismus für alle geladenen Teilchen → Energieverlust durch Ionisation
- Erwarteter mittlerer Energieverlust: Bethe-Gleichung
- Fluktuationen in Energieverlust (insb. in dünnen Absorberschichten) beschrieben durch Landau-Verteilung
- Vielfachstreuung oft limitierender Faktor für Bestimmung der Teilchentrajektorie



## 2.2.1 Elektromagnetische Wechselwirkung mit Materie

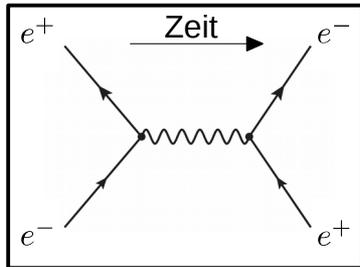


# Wechselwirkung von Elektronen mit Materie

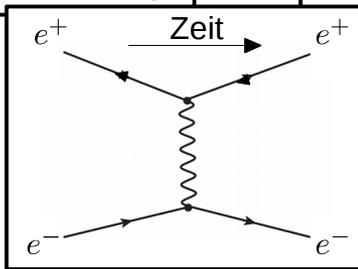
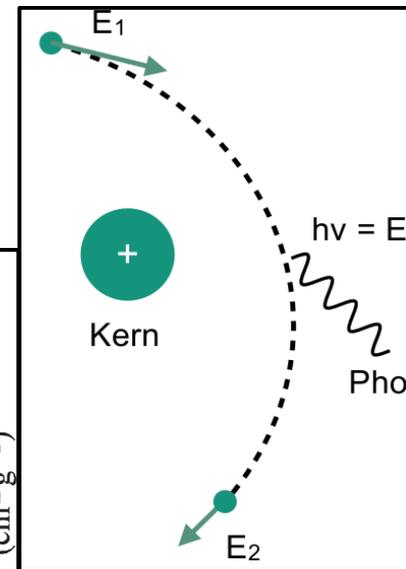
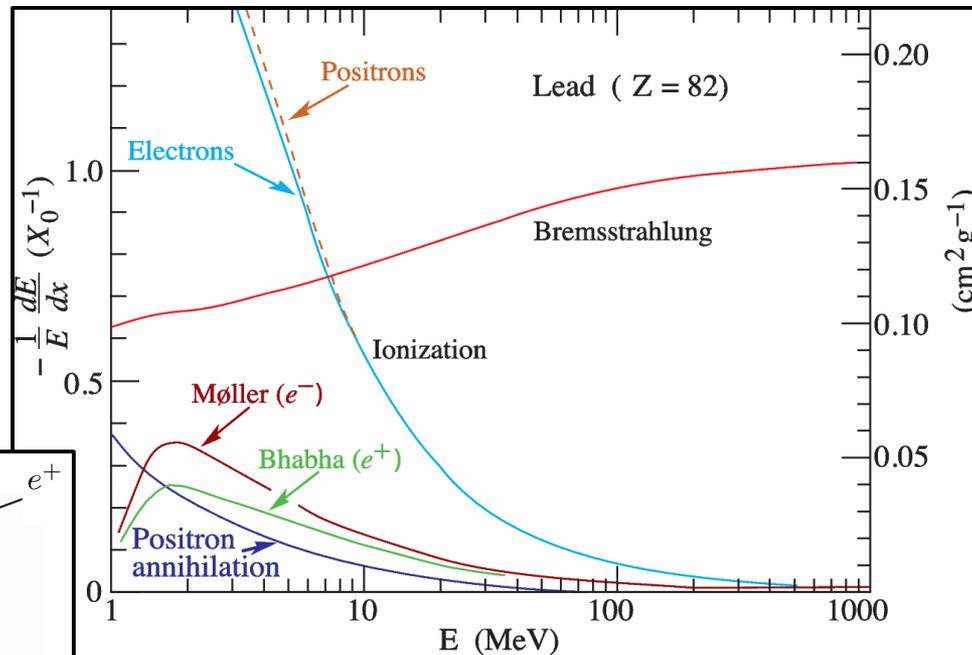
- Zusätzlich zur Ionisation:

Niedrige Energien:  $\xrightarrow{\hspace{10em}}$  Hohe Energien:  $\xrightarrow{\hspace{10em}}$

- Møller-Streuung ( $\rightarrow$  für  $e^-$ )
- Bremsstrahlung
- Bhabha-Streuung & Paarvernichtung ( $\rightarrow$  für  $e^+$ )



Können Sie die Prozesse zuordnen?

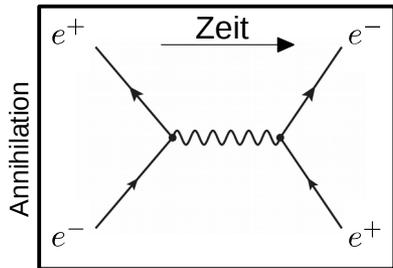


# Wechselwirkung von Elektronen mit Materie

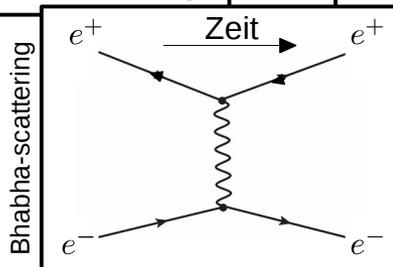
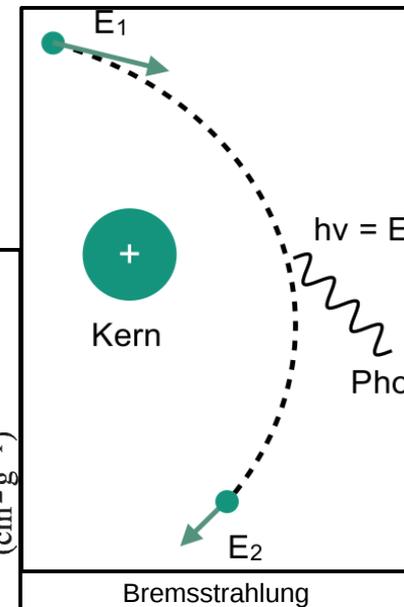
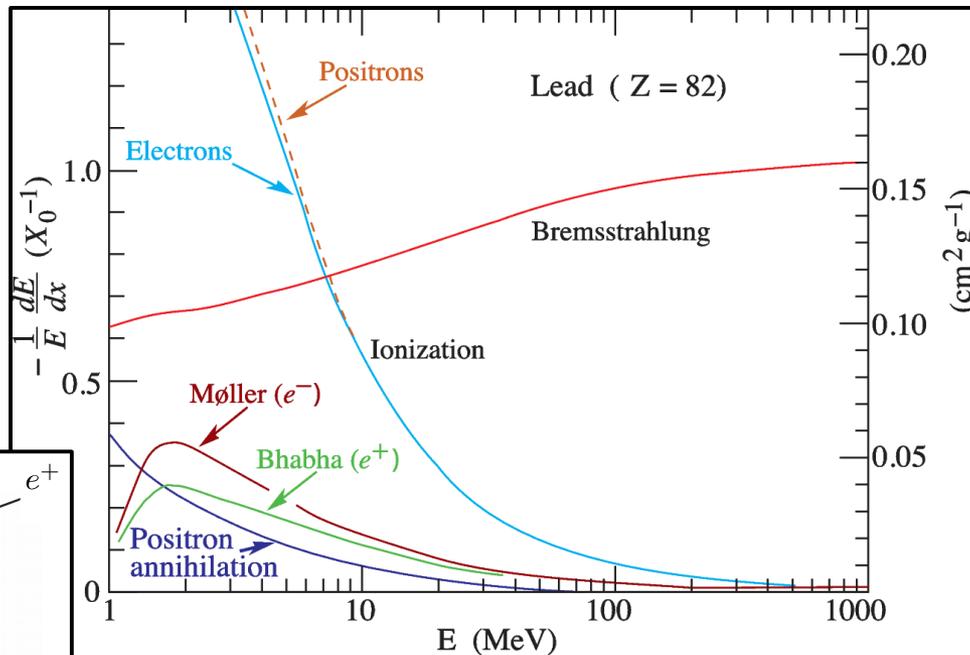
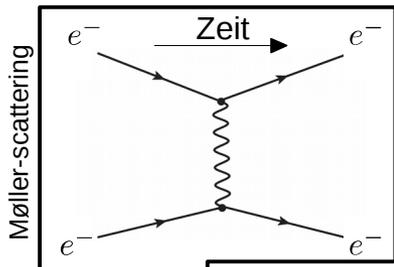
- **Zusätzlich zur Ionisation:**

Niedrige Energien:  $\longleftarrow$  Hohe Energien:  $\longrightarrow$

- Møller-Streuung ( $\rightarrow$  für  $e^-$ )
- Bhabha-Streuung & Paarvernichtung ( $\rightarrow$  für  $e^+$ )
- Bremsstrahlung

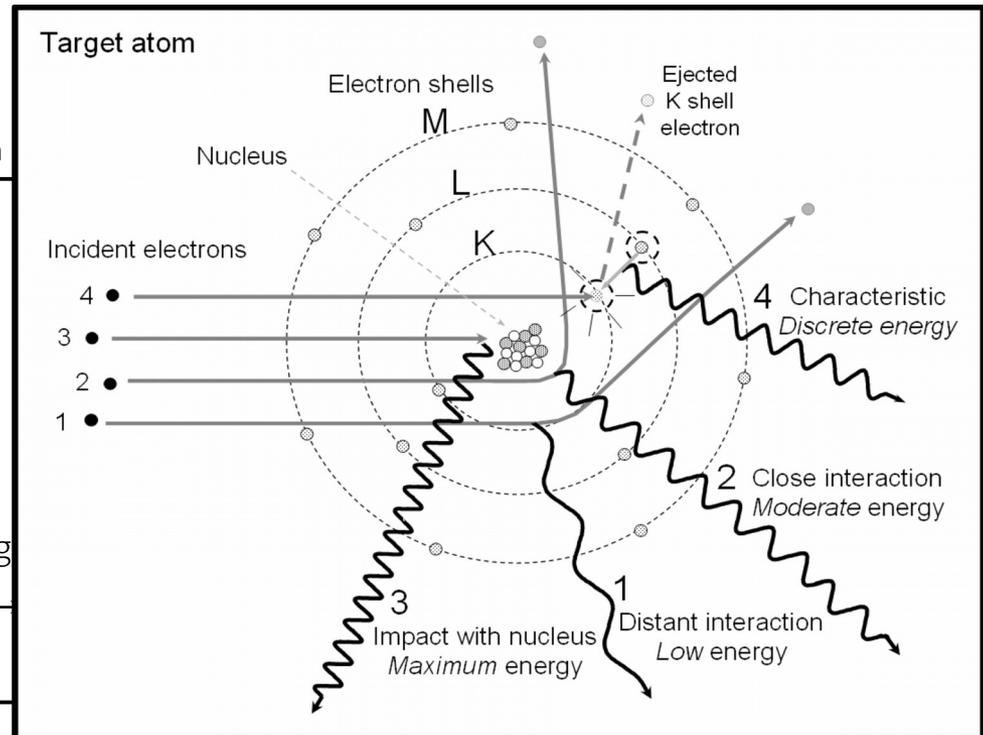
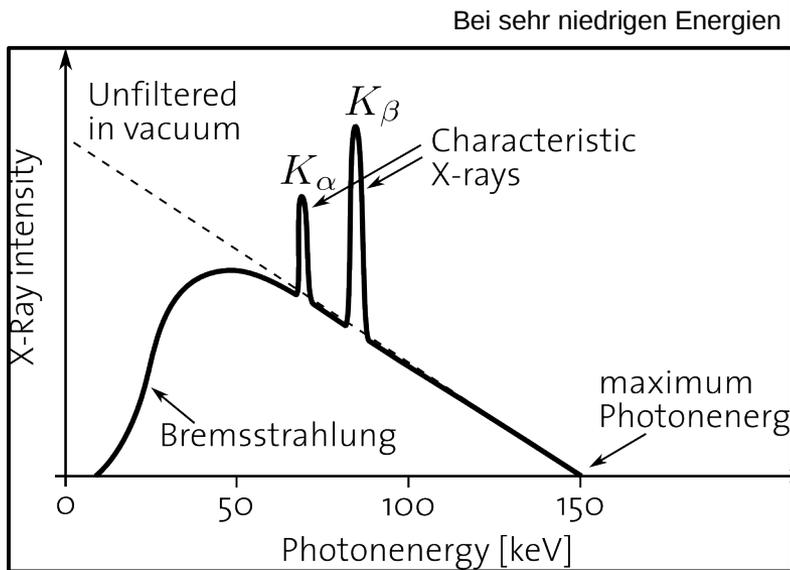
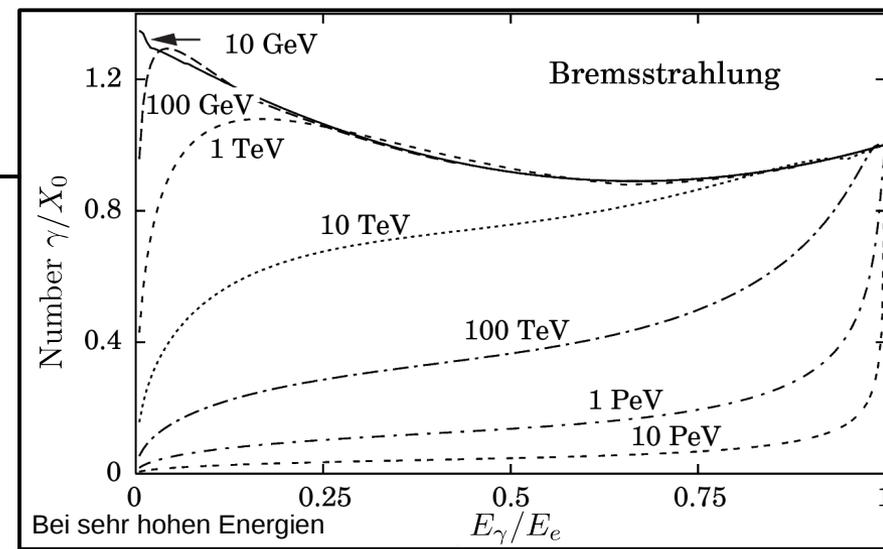


Können Sie die Prozesse zuordnen?



# Bremsstrahlungsspektrum

- Kontinuierlich bis zur maximalen Energie des Elektrons
- Zusätzlich charakteristische monoenergetische Linien durch Fluoreszenz des Detektormaterials



# Strahlungslänge

- Mittlerer Energieverlust durch Bremsstrahlung (für Materialien mit großem Z):

$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Brem}} = -4 \alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \cdot \ln \left( \frac{187}{Z^{1/3}} \right) \cdot E = -\frac{E}{X_0}$$

$$X_0 = \frac{1}{4 \alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \cdot \ln \left( \frac{187}{Z^{1/3}} \right)} \quad (\text{Strahlungslänge})$$

- Materialspezifische Größe, Einheiten:  $[X_0] = \text{g/cm}^2$
- Nach Durchqueren einer Strahlungslänge in einem bestimmten Material ist die Energie eines hochenergetischen Elektrons im Mittel auf den Bruchteil  $1/e$  ( $e$ : Eulersche Zahl) abgefallen
- $X_0 \propto \frac{1}{Z^2} \rightarrow$  kürzere Strahlungslänge für Absorber mit höherer Kernladungszahl (wichtig z.B. für Kalorimeter)

# Strahlungslänge

- Mittlerer Energieverlust durch Bremsstrahlung (für Materialien mit großem Z):

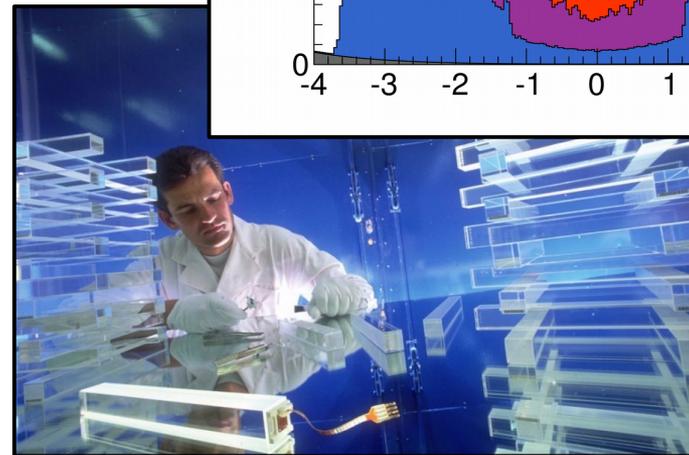
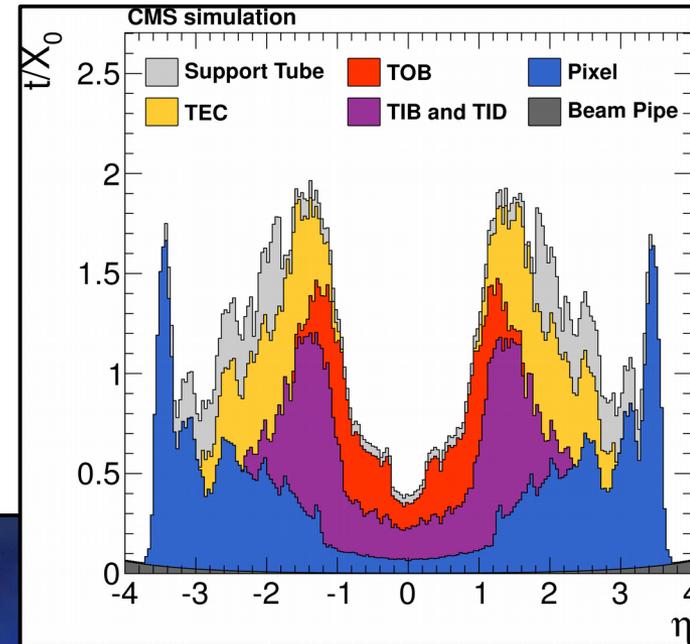
$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Brem}} = -4 \alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \cdot \ln \left( \frac{187}{Z^{1/3}} \right) \cdot E = -\frac{E}{X_0}$$

$$X_0 = \frac{1}{4 \alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \cdot \ln \left( \frac{187}{Z^{1/3}} \right)} \quad (\text{Strahlungslänge})$$

- Beispielwerte:

Material	$X_0$ in $\text{g}/\text{cm}^2$	$X_0/\rho$ in cm
Si	21.82	9.37
LAr	19.55	14.00
Eisen	13.84	1.757
Blei	6.37	0.5612

## Materialbudget CMS Tracker:



CMS em Kalorimeter ( $\text{PbWO}_4$ ,  $x/X_0 = 28$ )

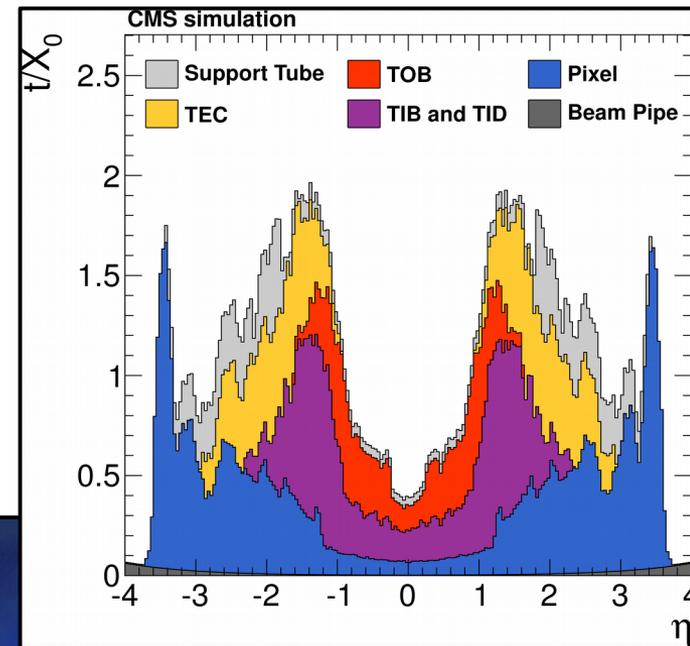
# Strahlungslänge

- Mittlerer Energieverlust durch Bremsstrahlung (für Materialien mit großem Z):

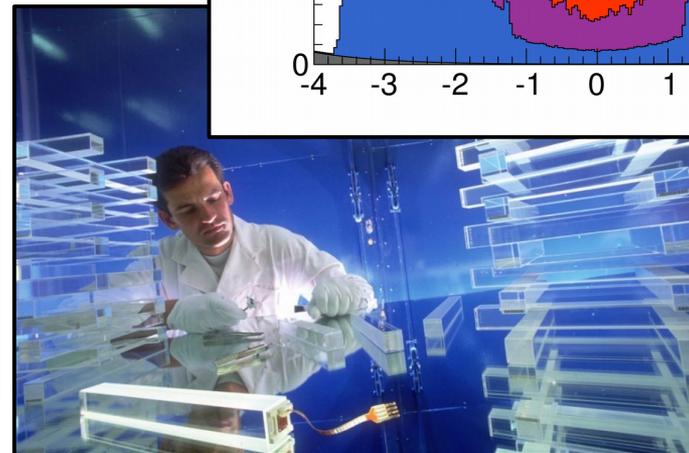
$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Brem}} = -4 \alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \cdot \ln \left( \frac{187}{Z^{1/3}} \right) \cdot E = -\frac{E}{X_0}$$

$$X_0 = \frac{1}{4 \alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \cdot \ln \left( \frac{187}{Z^{1/3}} \right)} \quad (\text{Strahlungslänge})$$

## Materialbudget CMS Tracker:



Welcher Winkelabdeckung entspricht  $\eta = 4$  ?



CMS em Kalorimeter ( $\text{PbWO}_4$ ,  $x/X_0 = 28$ )

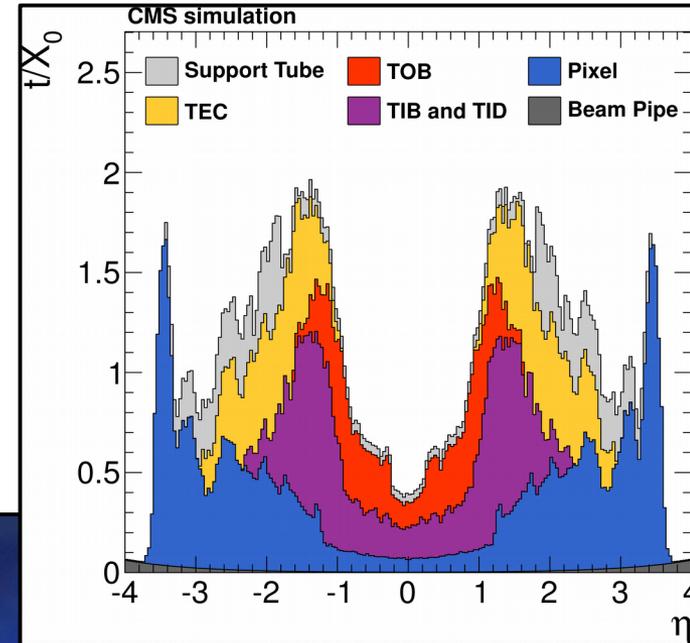
# Strahlungslänge

- Mittlerer Energieverlust durch Bremsstrahlung (für Materialien mit großem Z):

$$\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle_{\text{Brem}} = -4 \alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \cdot \ln \left( \frac{187}{Z^{1/3}} \right) \cdot E = -\frac{E}{X_0}$$

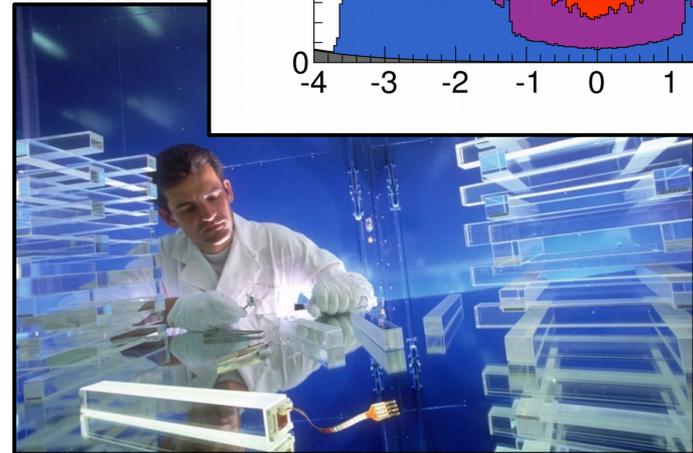
$$X_0 = \frac{1}{4 \alpha r_e^2 N_A \frac{Z^2}{A} \cdot \ln \left( \frac{187}{Z^{1/3}} \right)} \quad (\text{Strahlungslänge})$$

## Materialbudget CMS Tracker:



Welcher Winkelabdeckung entspricht  $\eta = 4$  ?

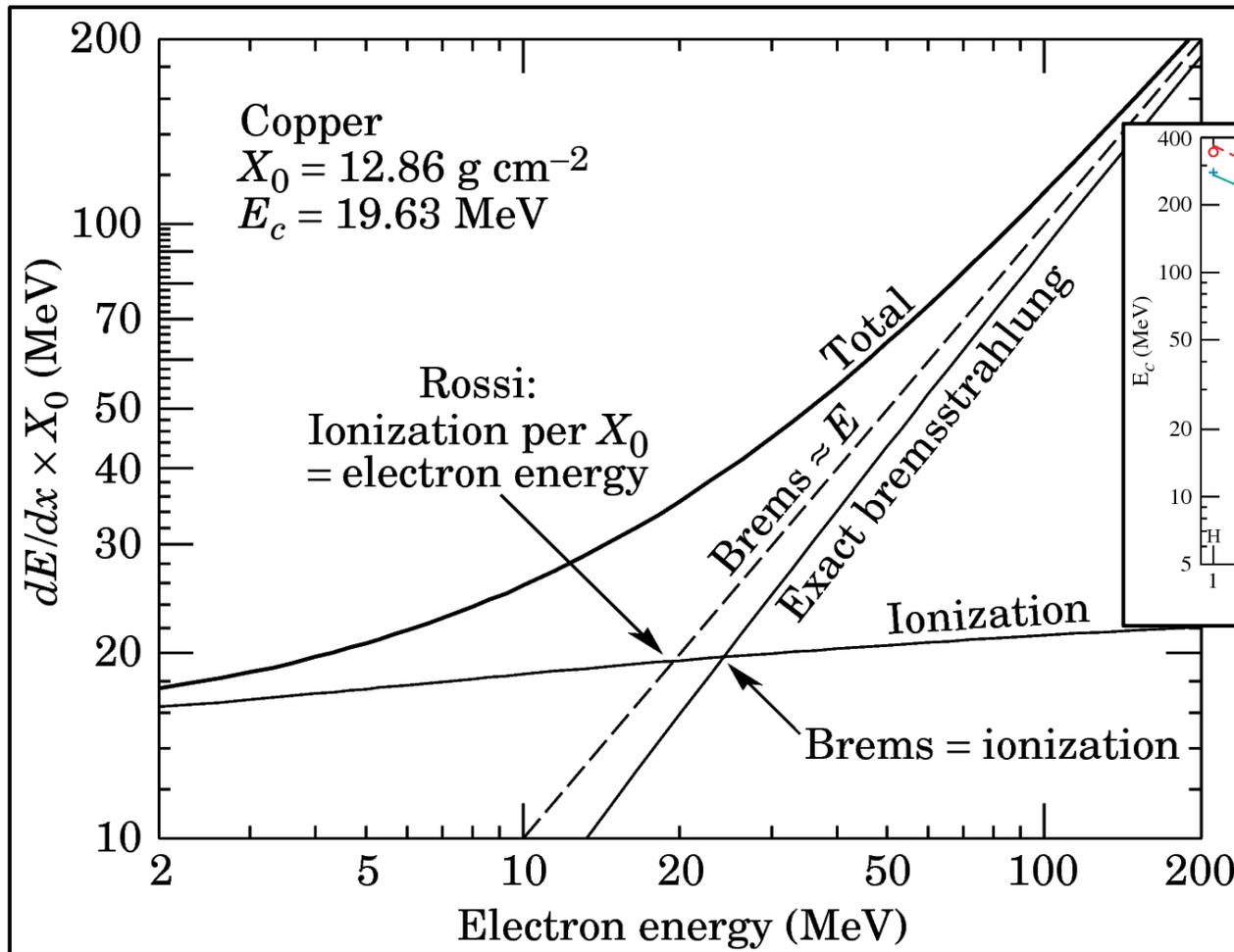
$$\Delta\eta = [2; 178] \text{ deg}$$



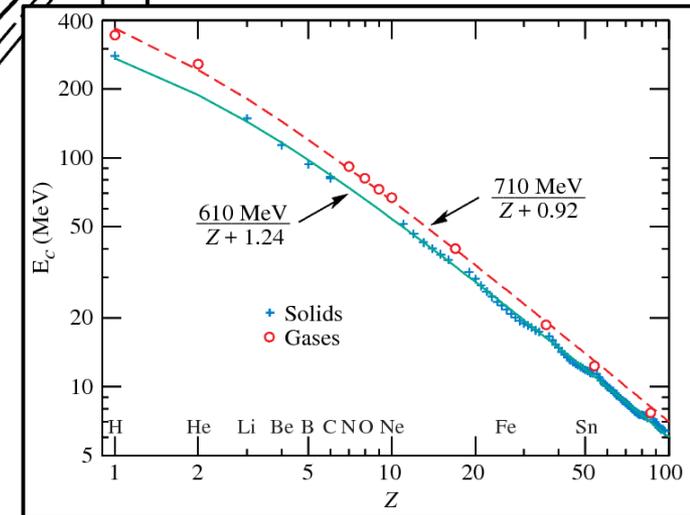
CMS em Kalorimeter ( $\text{PbWO}_4$ ,  $x/X_0 = 28$ )

# Kritische Energie

- $E_c$  : Energieverlust durch Ionisation = Energieverlust durch Bremsstrahlung
- Faustformel für Materialabhängigkeit von  $E_c$  in Festkörpern:  $E_c \approx \frac{610 \text{ MeV}}{Z+1.24}$  (Festkörper)



$$E_c \approx \frac{710 \text{ MeV}}{Z+0.92} \quad (\text{Gase})$$



Genauere Werte  
 i.a. [tabelliert](#)

# Kritische Energie

- $E_c$  : Energieverlust durch Ionisation = Energieverlust durch Bremsstrahlung
- Faustformel für Materialabhängigkeit von  $E_c$  in Festkörpern:  $E_c \approx \frac{610 \text{ MeV}}{Z+1.24}$  (Festkörper)

$$E_c \approx \frac{710 \text{ MeV}}{Z+0.92} \quad (\text{Gase})$$

## Kritische Energie im em Kalorimeter von CMS:

$$Z(W) = 74 \quad X_0 = 6.67 \text{ g/cm}^{-2}$$

$$p(e^-) = 30 \text{ GeV}$$

Wie groß ist die kritische Energie von Wolfram?

Nach wieviel Strahlungslängen erreicht das  $e^-$   $E_c$  ?



# Kritische Energie

- $E_c$  : Energieverlust durch Ionisation = Energieverlust durch Bremsstrahlung
- Faustformel für Materialabhängigkeit von  $E_c$  in Festkörpern:  $E_c \approx \frac{610 \text{ MeV}}{Z+1.24}$  (Festkörper)
- $E_c \approx \frac{710 \text{ MeV}}{Z+0.92}$  (Gase)

## Kritische Energie im em Kalorimeter von CMS:

$$Z(W) = 74 \quad X_0 = 6.67 \text{ g/cm}^{-2}$$

$$p(e^-) = 30 \text{ GeV}$$

Wie groß ist die kritische Energie von Wolfram?

$$E_c = 8.11(7.94) \text{ MeV} \quad (\text{Wert in Klammern aus [Tabelle](#)})$$

Nach wieviel Strahlungslängen erreicht das  $e^-$   $E_c$  ?

$$\frac{E_c}{p(e^-)} = 0.00027 \quad x/X_0 = -\ln\left(\frac{E_c}{p(e^-)}\right) = 8.216$$



# Gliederung der Vorlesung



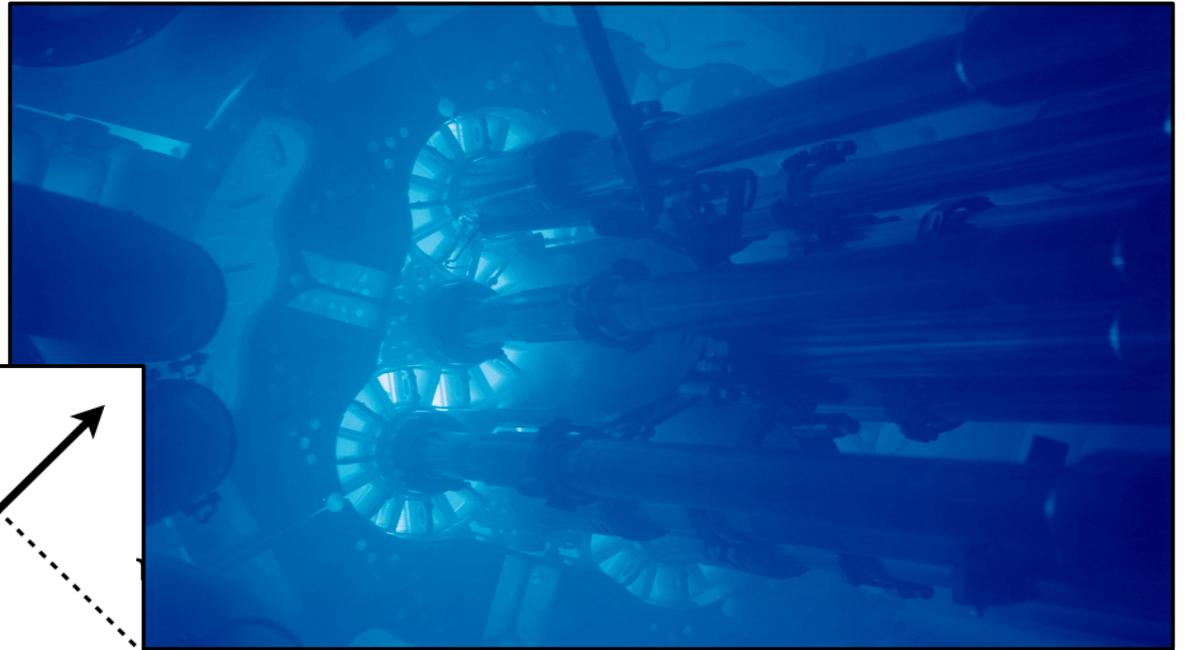
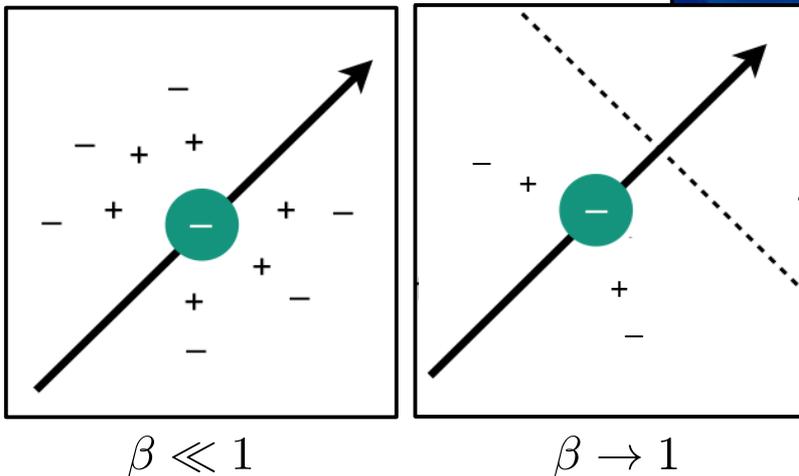
Vorlesung:	Vorlesungstag:	Übungsblatt:
VL-01 Einheiten, Relativistische Kinematik	Di 17.04.2018	-
VL-02 Teilchenstreuung	Do 19.04.2018	-
VL-03 Wirkungsquerschnitt	Di 24.04.2018	Blatt-01
VL-04 Teilchenbeschleunigung	Do 26.04.2018	-
Vorlesung fällt aus	Di 01.05.2018	Blatt-02
VL-05 Teilchennachweis durch Ionisation	Do 03.05.2018	-
VL-06 Elektromag. WW und Schauer	Di 08.05.2018	Blatt-03
Vorlesung fällt aus	<del>Do 10.05.2018</del>	-
VL-07 Detektoren der Teilchenphysik	Di 15.05.2018	Blatt-04
VL-08 Symmetrien und Erhaltungsätze	Do 17.05.2018	-
VL-09 Fundamentale Teilchen und Kräfte im SM	Di 22.05.2018	Blatt-05
VL-10 Diskrete Symmetrien des SM	Do 24.05.2018	-
VL-11 Teilchenzoo: vom Hadron zum Quark	Di 29.05.2018	Blatt-06
Vorlesung fällt aus	Do 31.05.2018	-
VL-12 Farbladung und QCD	Di 05.06.2018	Blatt-07
VL-13 Phänomenologie der schwachen WW	Do 07.06.2018	-
VL-14 Theorie der elektroschwachen WW	Di 12.06.2018	Blatt-08
VL-15 Higgs Mechanismus	Do 14.06.2018	-
VL-16 SM: Quarksektor	Di 19.06.2018	Blatt-09
VL-17 Top: Entdeckung und Eigenschaften	Do 21.06.2018	-
VL-18 Higgs: Entdeckung und Eigenschaften	Di 26.06.2018	-
VL-19 Neutrinoophysik	Do 28.06.2018	-



# Cherenkovstrahlung

- Charakteristische Strahlung geladener Teilchen, wenn Geschwindigkeit größer als Lichtgeschwindigkeit in Medium ( $c/n$ ,  $n$ : Brechungsindex) selbst OHNE Beschleunigung der Ladung
- Zuerst beobachtet von Pavel Cherenkov (1934), theoretische Erklärung von Ilya Frank und Igor Tamm (1937)

- Klassisches Bild:

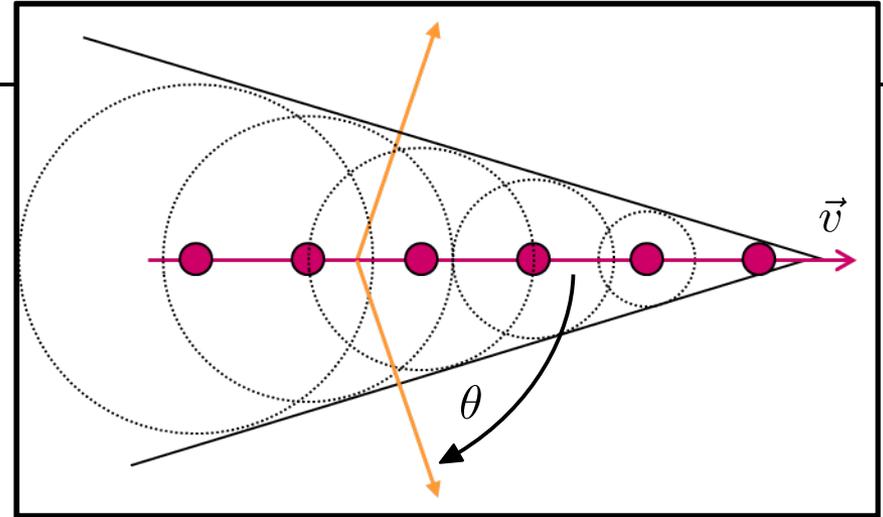


(Schnelle geladene Teilchen in einem Kernreaktor)

# Cherenkovstrahlung (Erklärung)

## • Voraussetzungen:

- Kontinuierliches, isotropes, unendlich ausgedehntes Medium ohne innere Struktur
- Teilchen bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit (trotz Energieverlust)



## • Maxwell-Gleichungen in Medium (→ fouriertransformiert in t, in Lorentz-Eichung):

$$\vec{H}_\omega = \vec{\nabla} \times \vec{A}_\omega \quad \vec{E}_\omega = -\frac{1}{c} \partial_t \vec{A}_\omega - \vec{\nabla} \phi_\omega$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A}_\omega + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \vec{A}_\omega = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_\omega \quad \vec{\nabla}^2 \phi_\omega + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \phi_\omega = -\frac{4\pi}{n^2} \rho_\omega$$

mit

$$\vec{H}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{H}_\omega e^{i\omega t} d\omega \quad \vec{E}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_\omega e^{i\omega t} d\omega$$

$$\vec{A}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{A}_\omega e^{i\omega t} d\omega \quad \phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_\omega e^{i\omega t} d\omega$$

Dichte/Strom für einzelnes Elektron

$$\rho(\vec{r}, t) = e \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt)$$

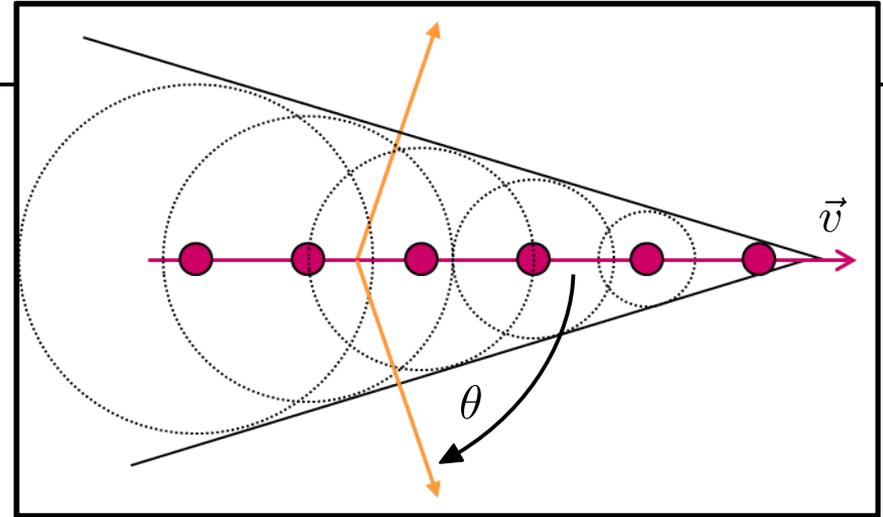
$$\vec{j}(\vec{r}, t) = e \vec{v} \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt)$$

$$= e \vec{v} \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - vt)$$

# Cherenkovstrahlung (Erklärung)

- Fouriertransformierte von  $\vec{j}(\vec{r}, t)$ :

$$\begin{aligned}\vec{j}_\omega &= \int e \vec{v} \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - vt) e^{-i\omega t} \frac{dt}{2\pi} \\ &= \frac{e}{4\pi^2 r} \delta(r) e^{-i\omega \frac{z}{v}} \hat{z}\end{aligned}$$



- in (\*):

$$\begin{aligned}\vec{H}_\omega &= \vec{\nabla} \times \vec{A}_\omega & \vec{E}_\omega &= -\frac{1}{c} \partial_t \vec{A}_\omega - \vec{\nabla} \phi_\omega \\ \vec{\nabla}^2 \vec{A}_\omega + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \vec{A}_\omega &\stackrel{(*)}{=} -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_\omega & \vec{\nabla}^2 \phi_\omega + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \phi_\omega &= -\frac{4\pi}{n^2} \rho_\omega\end{aligned}$$

$$\vec{\nabla}_{r\varphi z}^2 \vec{A}_\omega + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \vec{A}_\omega = -\frac{e}{\pi c r} \delta(r) e^{-i\omega \frac{z}{v}} \hat{z}$$

mit

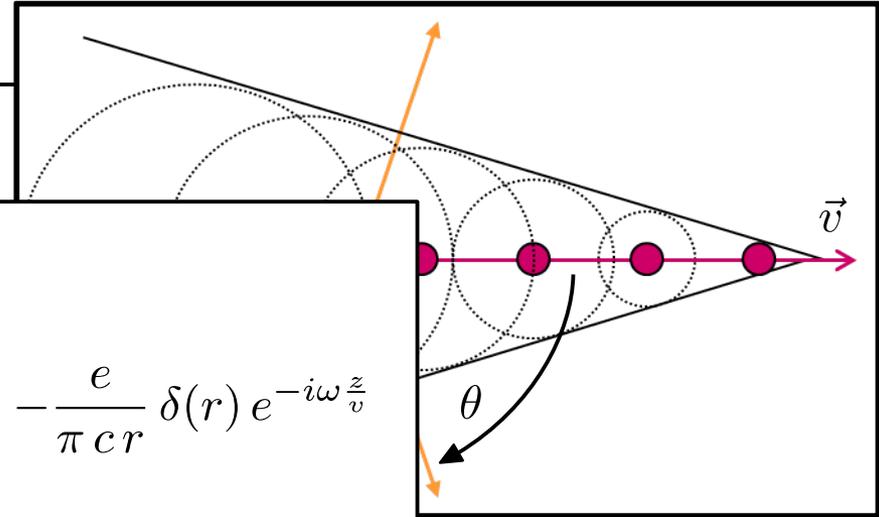
$$\vec{\nabla}_{r\varphi z}^2 = \partial_r^2 + \frac{1}{r} \partial_r + \frac{1}{r^2} \partial_\varphi^2 + \partial_z^2$$

Dichte/Strom für einzelnes Elektron

$$\begin{aligned}\rho(\vec{r}, t) &= e \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt) \\ \vec{j}(\vec{r}, t) &= e \vec{v} \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt) \\ &= e \vec{v} \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - vt)\end{aligned}$$

# Cherenkovstrahlung (Erklärung)

- Ansatz:



$$A_r = A_\varphi \equiv 0 \quad A_z = u(r) e^{-i\omega \frac{z}{v}}$$

$$\left( \left[ \partial_r^2 + \frac{1}{r} \partial_r + \partial_z^2 \right] + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \right) u(r) e^{-i\omega \frac{z}{v}} = -\frac{e}{\pi c r} \delta(r) e^{-i\omega \frac{z}{v}}$$

$$\partial_r^2 u(r) + \frac{1}{r} \partial_r u(r) + \underbrace{\frac{\omega^2}{v^2} (n^2 \beta^2 - 1)}_{\equiv s^2} u(r) = -\frac{e}{\pi c r} \delta(r)$$

Schwingung für  $s^2 > 0$

(Bessel-Gleichung)

- Lösung in Fernfeldnäherung ( $r \gg 0$ ):

$$A_z(\omega) = \begin{cases} \frac{e}{c\sqrt{2\pi}\sigma r} e^{-\sigma r} e^{-i\omega \frac{z}{v}} & 0 > s^2 \equiv -\sigma^2 \longrightarrow \text{Schwingung im Fernfeld} \\ \frac{e}{c\sqrt{2\pi}s r} e^{-i(s r + \frac{3}{4}\pi)} e^{-i\omega \frac{z}{v}} & 0 < s^2 \longrightarrow \text{Nachhaltige} \\ & \text{Schwingung} \end{cases}$$

# Cherenkovstrahlung (Erklärung)

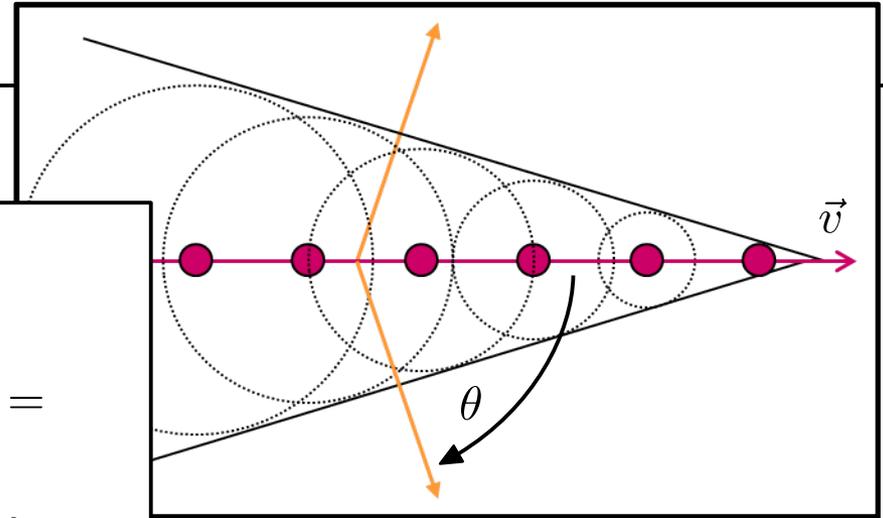
- Argument in exp-Funktion:

$$-i \frac{\omega}{v} \left( z + r \cdot \sqrt{\beta^2 n^2 - 1} \right) - \frac{3}{4} \pi i =$$

$$-i n \frac{\omega}{c} \left( z \cdot \frac{1}{\beta n} + r \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}} \right) - \frac{3}{4} \pi i =$$

Im Fernfeld bewegt sich die Welle als freie ebene Welle mit

$$-i \vec{k} \cdot \vec{r} = -i |\vec{k}| (z \cdot \cos \theta + r \cdot \sin \theta)$$



Schwingung nur unter festem Winkel  $\cos \theta_C \equiv \frac{1}{\beta n} \leq 1$

- Lösung in Fernfeldnäherung:

$$A_z(\omega) = \begin{cases} \frac{e}{c\sqrt{2\pi}\sigma r} e^{-\sigma r} e^{-i\omega \frac{z}{v}} & 0 > s^2 \equiv -\sigma^2 \longrightarrow \text{Schwingung im Fernfeld gedämpft (} e^{-\sigma r} \text{)} \\ \frac{e}{c\sqrt{2\pi}sr} e^{-i(sr + \frac{3}{4}\pi)} e^{-i\omega \frac{z}{v}} & 0 < s^2 \longrightarrow \text{Nachhaltige Schwingung} \end{cases}$$

# Cherenkovstrahlung (Erklärung)

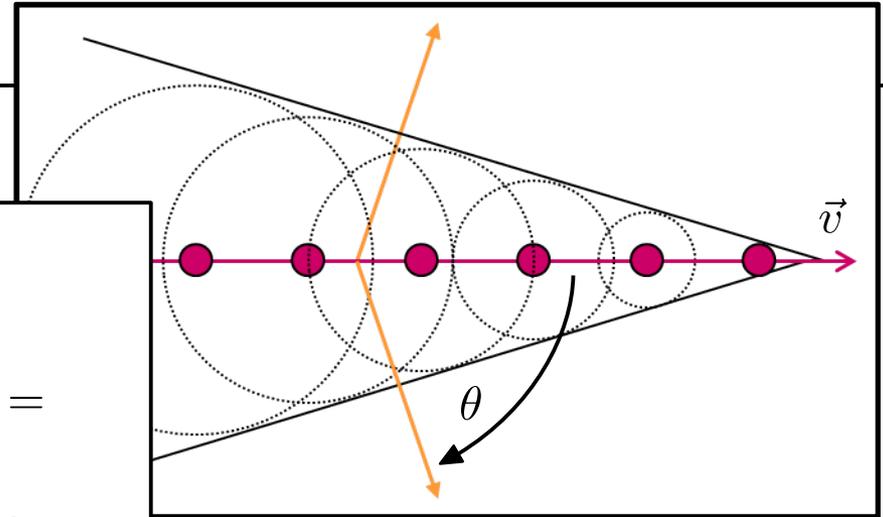
- Argument in exp-Funktion:

$$-i \frac{\omega}{v} \left( z + r \cdot \sqrt{\beta^2 n^2 - 1} \right) - \frac{3}{4} \pi i =$$

$$-i n \frac{\omega}{c} \left( z \cdot \frac{1}{\beta n} + r \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}} \right) - \frac{3}{4} \pi i =$$

Im Fernfeld bewegt sich die Welle als freie ebene Welle mit

$$-i \vec{k} \cdot \vec{r} = -i |\vec{k}| (z \cdot \cos \theta + r \cdot \sin \theta)$$



Schwingung nur unter festem Winkel  $\cos \theta_C \equiv \frac{1}{\beta n} \leq 1$

- Lösung in Fernfeldnäherung:

$$A_z(\omega) = \begin{cases} \frac{e}{c\sqrt{2\pi\sigma r}} e^{-\sigma r} e^{-i\omega \frac{z}{v}} \\ \frac{e}{c\sqrt{2\pi s r}} e^{-i(s r + \frac{3}{4}\pi)} e^{-i\omega \frac{z}{v}} \end{cases}$$

Bewegte Ladung → erzwungene Dipolschwingungen in Medium

Cherenkovstrahlung bei:  $\frac{1}{\beta n} \leq 1 \rightarrow \frac{c}{n} < v$

Andernfalls Welle gedämpft →  $e^{-\sigma r}$ ,  $r \gg 0$

Wenn Cherenkovstrahlung, dann nur unter dem festen Winkel  $\cos \theta_C = \frac{1}{\beta n}$

# Energiespektrum

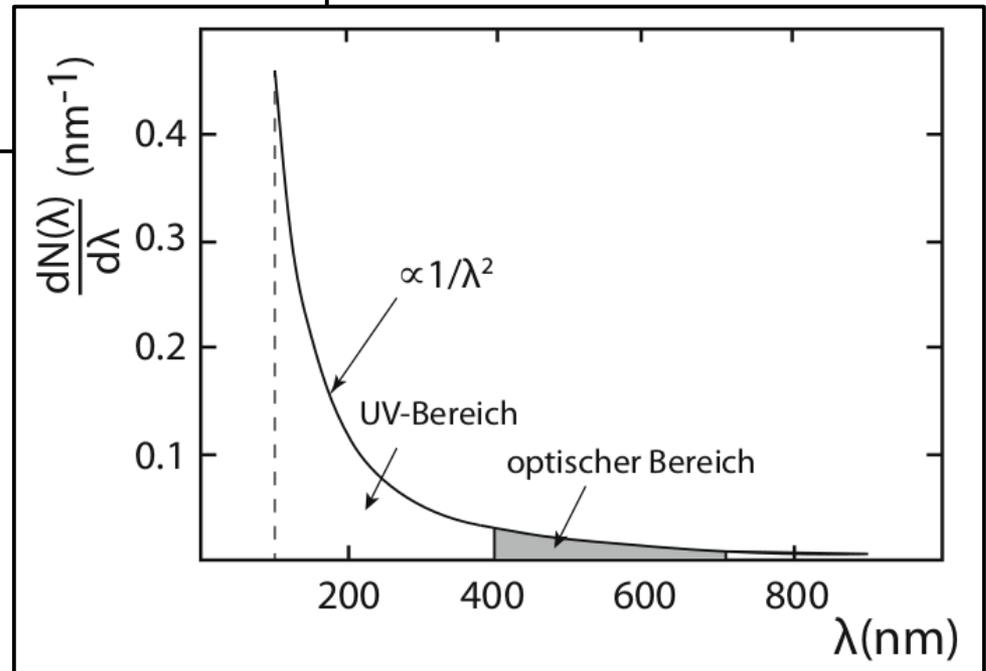
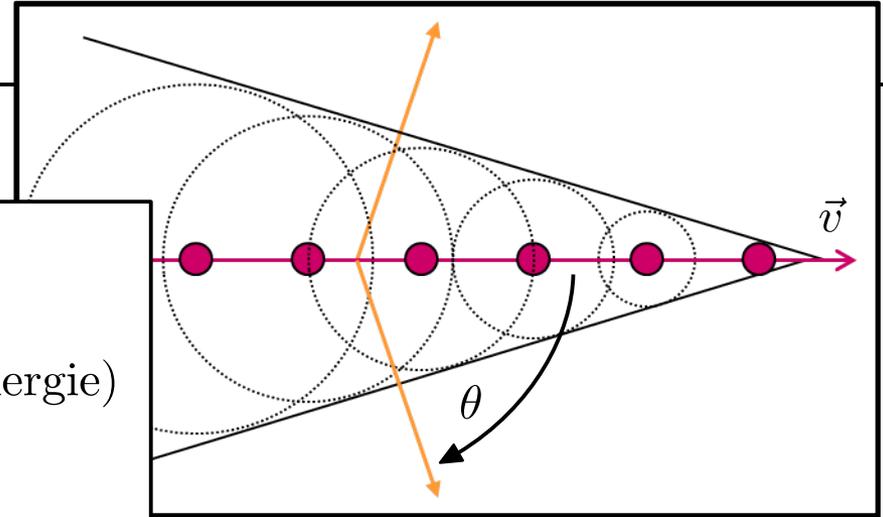
- Ermittelt aus Poynting-Vektor:

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{H})$$

$$W = \int \vec{S} \cdot d\vec{f} dt \quad (\text{abgestrahlte Gesamtenergie})$$

$$\frac{d^2W}{dzd\omega} \stackrel{(*)}{=} \frac{e^2 z^2}{c^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) \cdot \omega$$

$$\frac{d^2N_\gamma}{dzdE_\gamma} \stackrel{(*)}{=} \frac{\alpha z^2}{\hbar c} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right)$$



- (\*) Anmerkung: bei diesen Gleichungen entspricht  $dz$  auf der linken Seite einem Wegelement und  $z$  auf der rechten Seite der Ladung des einfallenden Teilchens

## Schwellenzähler:

Teilchen benötigt minimale Geschwindigkeit um Cherenkovstrahlung zu verursachen

Beispiel:

$$n(H_2O) = 1.33 \rightarrow \beta_{th} = \frac{1}{n} = 0.75$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

Verursacht ein  $\pi^+$  mit 1 GeV  
Cherenkovstrahlung in Wasser?



Wie sieht die Situation für ein Proton  
mit der Masse 1 GeV aus?

## Schwellenzähler:

Teilchen benötigt minimale Geschwindigkeit um Cherenkovstrahlung zu verursachen

Beispiel:

$$n(H_2O) = 1.33 \rightarrow \beta_{th} = \frac{1}{n} = 0.75$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

Verursacht ein  $\pi^+$  mit 1 GeV  
Cherenkovstrahlung in Wasser?



$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2}{p^2}}} = 0.99 \quad \checkmark$$

Wie sieht die Situation für ein Proton  
mit der Masse 1 GeV aus?

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2}{p^2}}} = 0.71$$

## Schwellenzähler:

Teilchen benötigt mindigke  
digkeit um Cherenkov  
verursachen

Beispiel:

$$n(H_2O) = 1.33 \rightarrow \beta_{th}$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

Verursacht ein  $\pi^+$  mit  
Cherenkovstrahlung i



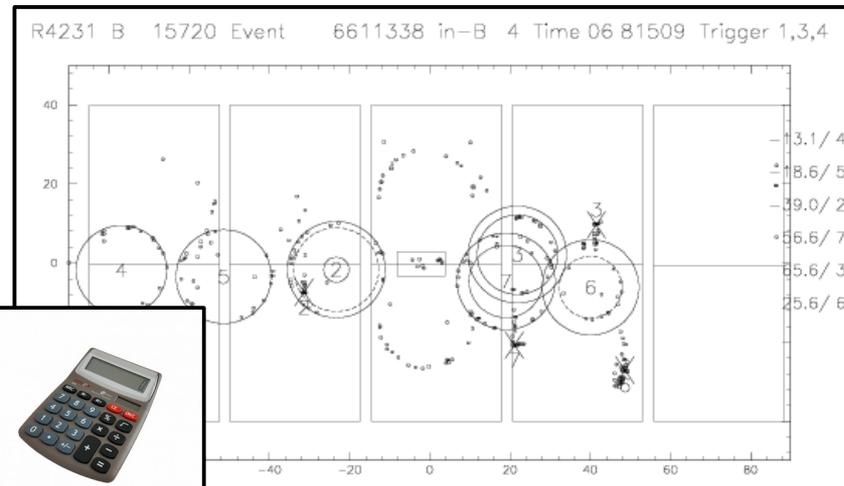
$$\beta =$$

Wie sieht die Situati  
mit der Masse 1 GeV

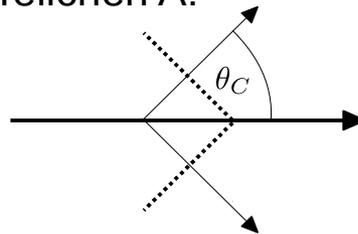
$$\beta =$$

## Abbildung des Cherenkov-Kegels (engl. imaging counter):

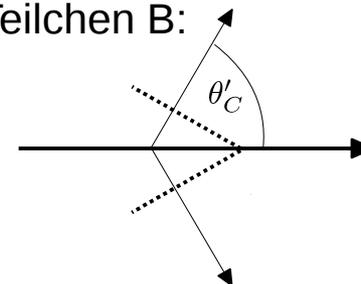
Bestimmung der Teilchengeschwindigkeit  
aus Öffnungswinkel  $\theta_C$



Teilchen A:



Teilchen B:



Welches Teilchen ist schneller, A oder B?

## Schwellenzähler:

Teilchen benötigt mindigke  
digkeit um Cherenkov  
verursachen

Beispiel:

$$n(H_2O) = 1.33 \rightarrow \beta_{th}$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

Verursacht ein  $\pi^+$  mit  
Cherenkovstrahlung i



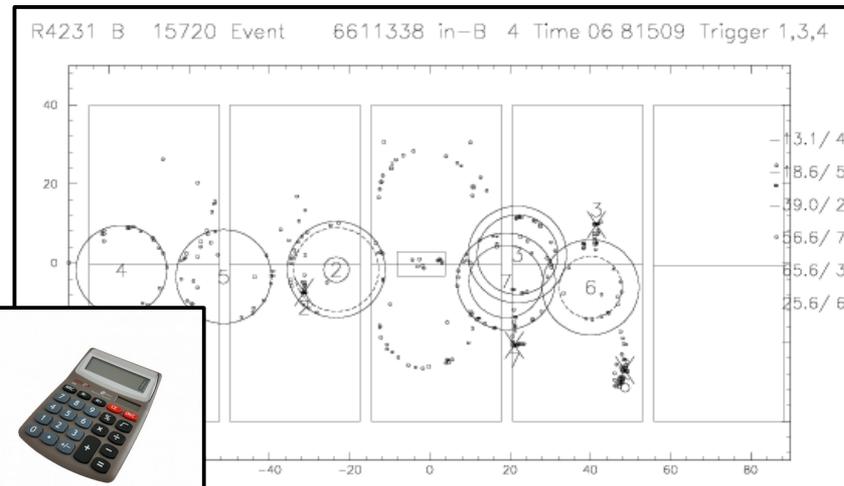
$$\beta =$$

Wie sieht die Situati  
mit der Masse 1 GeV

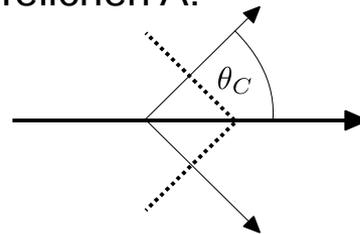
$$\beta =$$

## Abbildung des Cherenkov-Kegels (engl. imaging counter):

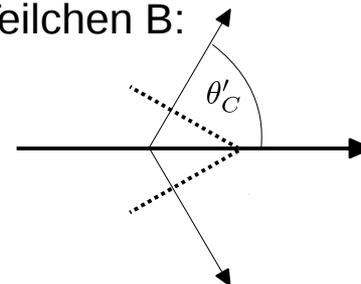
Bestimmung der Teilchengeschwindigkeit  
aus Öffnungswinkel  $\theta_C$



Teilchen A:



Teilchen B:



Welches Teilchen ist schneller, A oder B?  $\rightarrow$  A

### Schwellenzähler:

Teilchen benötigt mindigkeid um Cherenkov verursachen

Beispiel:

$$n(H_2O) = 1.33 \rightarrow \beta_{th}$$

$$m(\pi) = 140 \text{ MeV}$$

Verursacht ein  $\pi^+$  mit Cherenkovstrahlung i



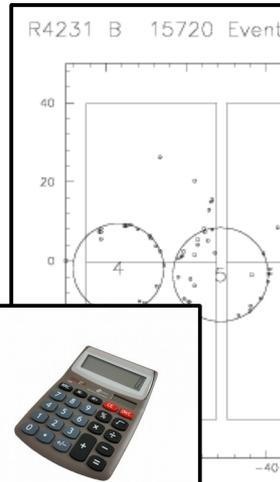
$$\beta =$$

Wie sieht die Situatio mit der Masse 1 GeV

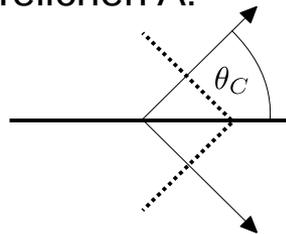
$$\beta =$$

### Abbildung des Cherenkov-Kegels (engl. imaging counter):

Bestimmung keit aus Öffn



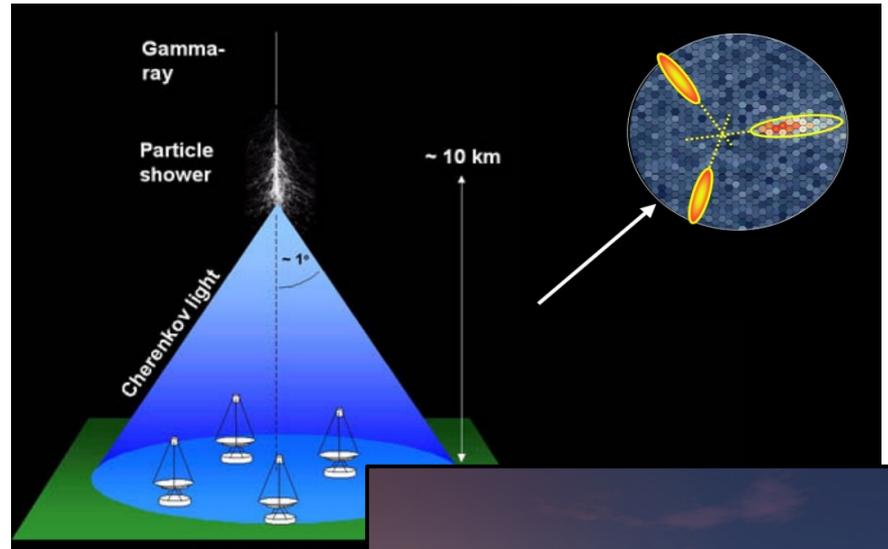
Teilchen A:



Welches Teilche

### Cherenkov-Teleskope:

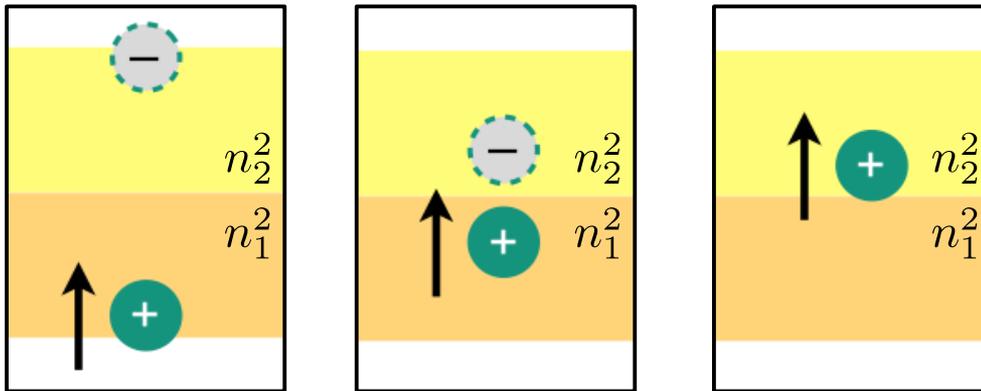
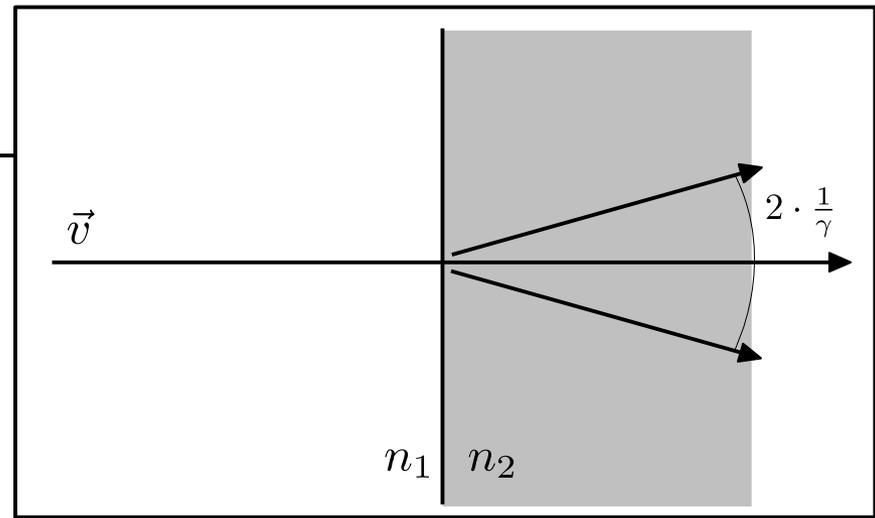
Schnelle Teilchen aus kosmischer Höhenstrahlung emittieren Cherenkovstrahlung



Cherenkov Telescope Array (CTA)

# Übergangsstrahlung

- Theoretische Erklärung durch Ilya Frank und Vitaly Ginzburg und Vitaly Ginzburg
- Analog zu Erklärung der Cherenkovstrahlung (aber mit anderen Randbedingungen)
- Lichtsignal an Grenzfläche, bevorzugt in Forwärtsrichtung (zusätzlich zu eventueller Cherenkovstrahlung in Medium)
- Klassisches Bild: "Spiegelladungsmodell"

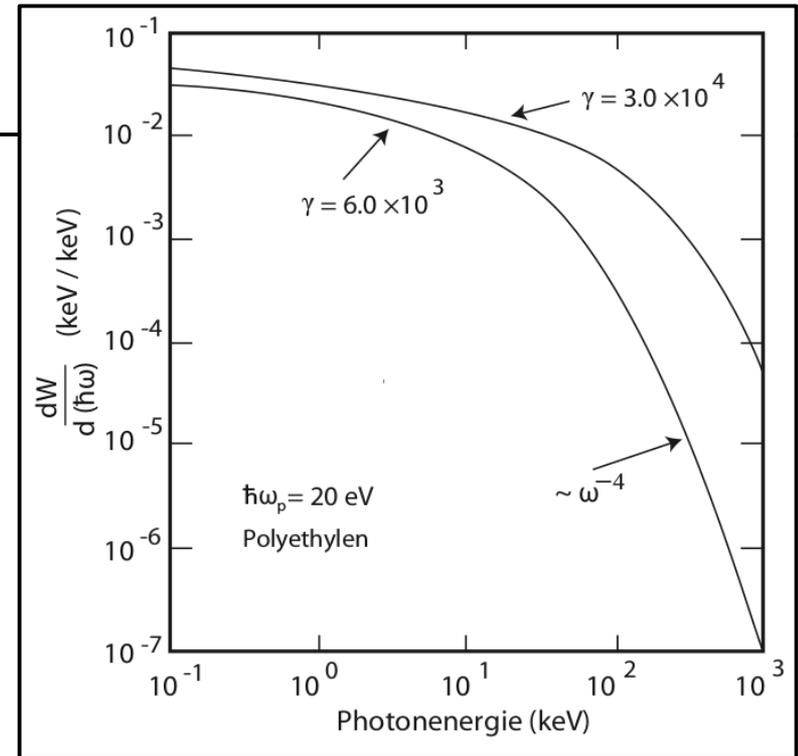


Abstrahlung eines zeitlich veränderlichen Dipols aus Ladung und Spiegelladung an Grenzfläche

# Energiespektrum

- Komplizierter Feldverlauf gegeben durch Kontinuitätsbedingung an Grenzfläche
- Übergang von Medium 1 nach 2
- Abgestrahlte Leistung aus Poynting-Vektor

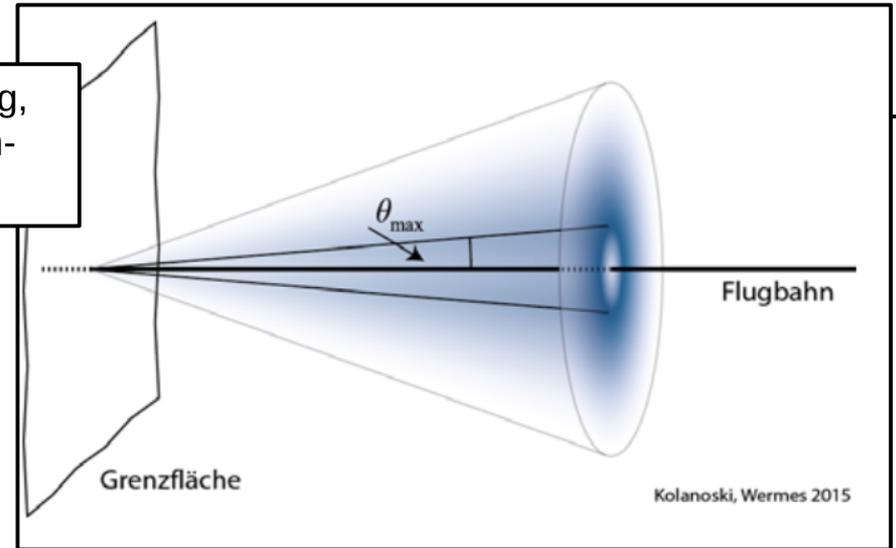
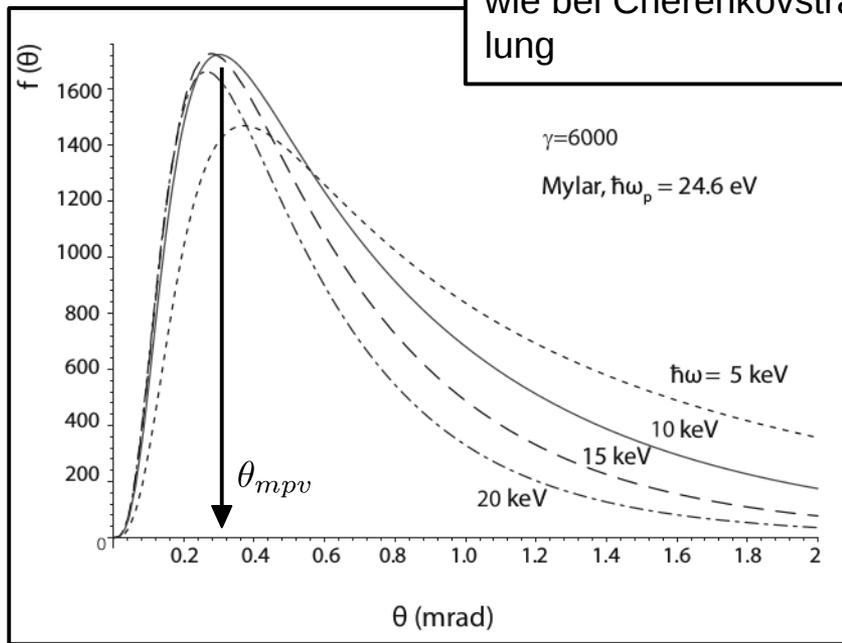
$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = n_1 \beta^2 \frac{\hbar \alpha}{\pi^2} \frac{\sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_1}{(1 - n_1^2 \beta^2 \cos^2 \theta_1)^2}.$$



$$\left| \frac{\left( n_2^2 - n_1^2 \right) \left( 1 - n_1^2 \beta^2 + \beta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1} \right)}{\left( 1 + \beta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1} \right) \left( n_2^2 \cos^2 \theta_1 + \sqrt{n_1^2 n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1} \right)} \right|^2$$

(Ginzburg-Frank-Formel)

# Winkelspektrum



- Wahrscheinlichster Winkel (“most probable value” – mpv) für die Abstrahlung:

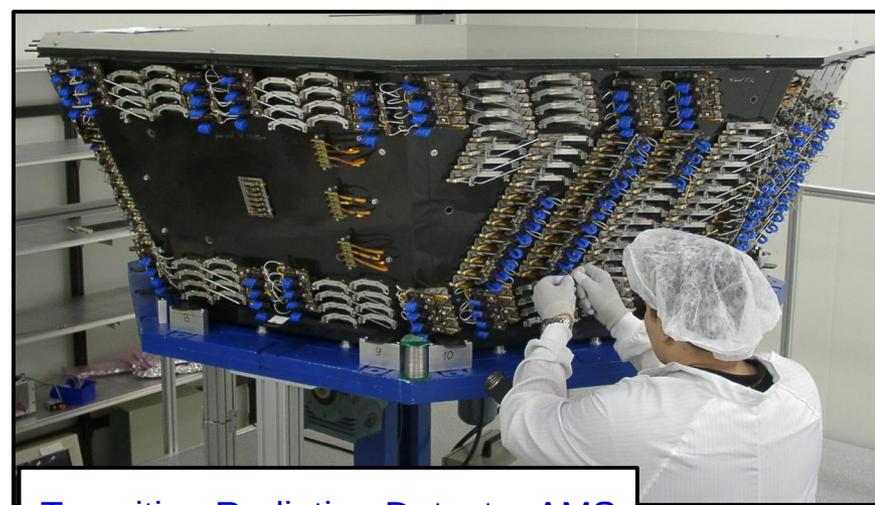
$$\theta_{mpv} \approx \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + \left(\frac{\omega_{p,1}}{\omega}\right)^2} \approx \frac{1}{\gamma} \quad (\text{für } \omega_{p,2} \gg \omega_{p,1})$$

$$\Delta\theta_{rms} \approx \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + \left(\frac{\omega_{p,2}}{\omega}\right)^2} \quad \omega_{p,i}^2 = \frac{e^2 \rho_e}{m_e n_i^2} \text{ Plasmafrequenz}$$

## Übergangsstrahlungsdetektoren (engl. transition radiation detector TRD):

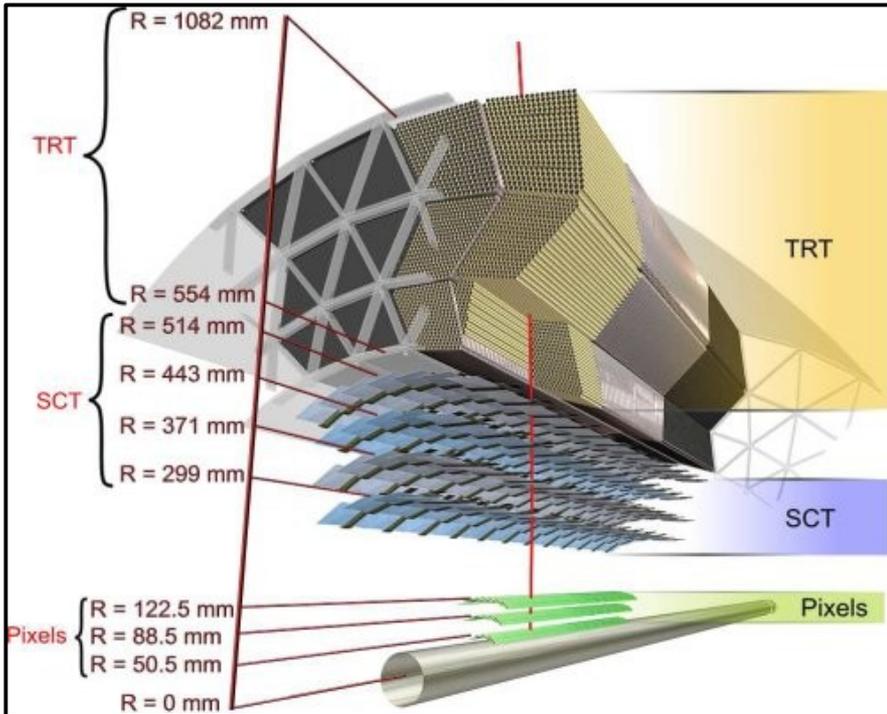
Lichtgewinn aus vielen Übergängen (dünne Folien).

Aus Kenntnis von Impuls  $p$  und  $\gamma \rightarrow$  bestimme Teilchenart.



Transition Radiation Detector AMS

## Transition Radiation Tracker (TRT), ATLAS



(\*) TOF = Time of flight (\*\*) RICH = Ring Imaging Cherenkov Counter

Nachweis

$\gamma$ -Faktor

$\beta$

Impuls

$\beta$

$\beta$

Energie

