

Moderne Experimentalphysik III: Hadronen und Teilchen (Physik VI)

Thomas Müller, Roger Wolf
21. Juni 2018

INSTITUTE OF EXPERIMENTAL PARTICLE PHYSICS (IETP) – PHYSICS FACULTY



Das SM (ohne Massenterme)

- **Zusammenfassung** der Ergebnisse der letzten Vorlesung:

Fermionkinematik

$$\mathcal{L}^{SU(2)\times U(1)} = \mathcal{L}^{\text{kin}} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}^{\text{gauge}}$$

$$\mathcal{L}^{\text{kin}} = i\bar{e}\gamma^\mu\partial_\mu e + i\bar{\nu}\gamma^\mu\partial_\mu\nu$$

$$\mathcal{L}^{CC} = -\frac{e}{\sqrt{2}\sin\theta_W} [W_\mu^+ \bar{\nu}\gamma_\mu e_L + W_\mu^- \bar{e}_L\gamma_\mu\nu]$$

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{e}{2\sin\theta_W\cos\theta_W} Z_\mu [(\bar{\nu}\gamma_\mu\nu) + (\bar{e}_L\gamma_\mu e_L)] + e [A_\mu - \tan\theta_W Z_\mu] (\bar{e}\gamma_\mu e)$$

$$\mathcal{L}^{\text{gauge}} = -\frac{1}{2}\text{Tr}(W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu}) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \left| \begin{array}{l} B_\mu \rightarrow A_\mu \\ W_\mu^3 \rightarrow Z_\mu \end{array} \right.$$

Das SM (ohne Massenterme)

- **Zusammenfassung** der Ergebnisse der letzten Vorlesung:

Fermionkinematik Geladene Ströme

$$\mathcal{L}^{SU(2) \times U(1)} = \mathcal{L}^{\text{kin}} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}^{\text{gauge}}$$

$$\mathcal{L}^{\text{kin}} = i\bar{e}\gamma^\mu \partial_\mu e + i\bar{\nu}\gamma^\mu \partial_\mu \nu$$

$$\mathcal{L}^{CC} = -\frac{e}{\sqrt{2} \sin \theta_W} [W_\mu^+ \bar{\nu} \gamma_\mu e_L + W_\mu^- \bar{e}_L \gamma_\mu \nu]$$

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{e}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W} Z_\mu [(\bar{\nu} \gamma_\mu \nu) + (\bar{e}_L \gamma_\mu e_L)] + e [A_\mu - \tan \theta_W Z_\mu] (\bar{e} \gamma_\mu e)$$

$$\mathcal{L}^{\text{gauge}} = -\frac{1}{2} \text{Tr} (W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu}) - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \left| \begin{array}{l} B_\mu \rightarrow A_\mu \\ W_\mu^3 \rightarrow Z_\mu \end{array} \right.$$

Das SM (ohne Massenterme)

- **Zusammenfassung** der Ergebnisse der letzten Vorlesung:

Fermionkinematik Geladene Ströme **Neutrale Ströme**

$$\mathcal{L}^{SU(2)\times U(1)} = \mathcal{L}^{\text{kin}} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}^{\text{gauge}}$$

$$\mathcal{L}^{\text{kin}} = i\bar{e}\gamma^\mu\partial_\mu e + i\bar{\nu}\gamma^\mu\partial_\mu\nu$$

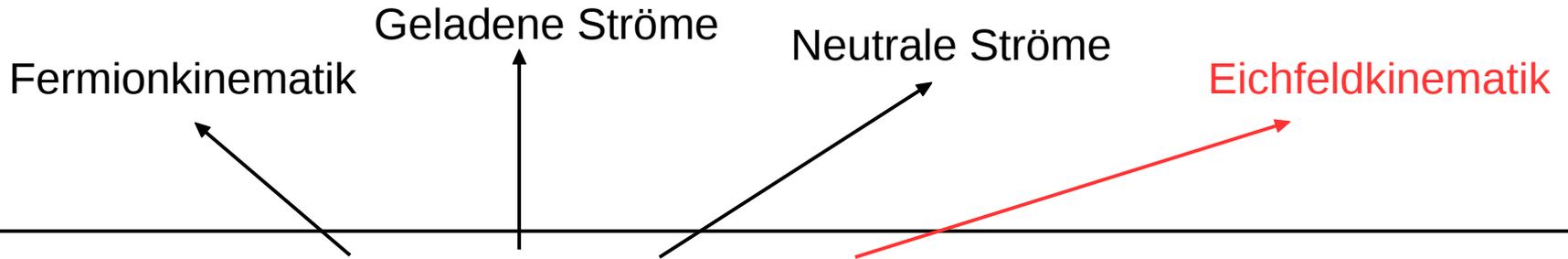
$$\mathcal{L}^{CC} = -\frac{e}{\sqrt{2}\sin\theta_W} [W_\mu^+ \bar{\nu}\gamma_\mu e_L + W_\mu^- \bar{e}_L\gamma_\mu\nu]$$

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{e}{2\sin\theta_W\cos\theta_W} Z_\mu [(\bar{\nu}\gamma_\mu\nu) + (\bar{e}_L\gamma_\mu e_L)] + e [A_\mu - \tan\theta_W Z_\mu] (\bar{e}\gamma_\mu e)$$

$$\mathcal{L}^{\text{gauge}} = -\frac{1}{2}\text{Tr}(W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu}) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \left| \begin{array}{l} B_\mu \rightarrow A_\mu \\ W_\mu^3 \rightarrow Z_\mu \end{array} \right.$$

Das SM (ohne Massenterme)

- **Zusammenfassung** der Ergebnisse der letzten Vorlesung:



$$\mathcal{L}^{SU(2)\times U(1)} = \mathcal{L}^{\text{kin}} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}^{\text{gauge}}$$

$$\mathcal{L}^{\text{kin}} = i\bar{e}\gamma^\mu\partial_\mu e + i\bar{\nu}\gamma^\mu\partial_\mu\nu$$

$$\mathcal{L}^{CC} = -\frac{e}{\sqrt{2}\sin\theta_W} [W_\mu^+ \bar{\nu}\gamma_\mu e_L + W_\mu^- \bar{e}_L\gamma_\mu\nu]$$

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{e}{2\sin\theta_W\cos\theta_W} Z_\mu [(\bar{\nu}\gamma_\mu\nu) + (\bar{e}_L\gamma_\mu e_L)] + e [A_\mu - \tan\theta_W Z_\mu] (\bar{e}\gamma_\mu e)$$

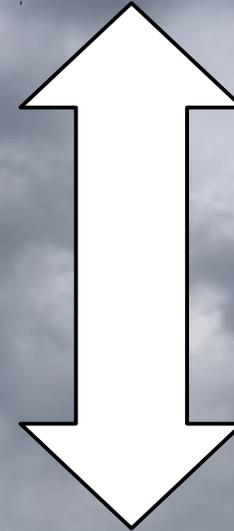
$$\mathcal{L}^{\text{gauge}} = -\frac{1}{2}\text{Tr}(W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu}) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \left| \begin{array}{l} B_\mu \rightarrow A_\mu \\ W_\mu^3 \rightarrow Z_\mu \end{array} \right.$$

In dieser Vorlesung
nicht diskutiert

Lokale Eichtheorien **erklären nicht-triviale Struktur** fundamentaler WW aus relativ einfachem Ansatz

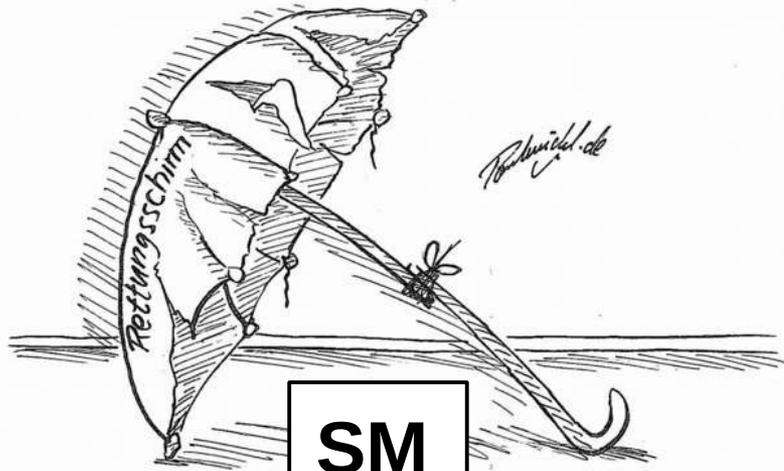


Lokale Eichtheorien **erklären nicht-triviale Struktur** fundamentaler WW aus relativ einfachem Ansatz



Präsenz massiver Eichbosonen **bricht lokale Eichsymmetrie explizit!**




SM

Problem: lokale Eichsymmetrien in Lagrangedichte sind durch massive Teilchen explizit gebrochen

Wie kann eine Symmetrie zur gleichen Zeit erhalten und gebrochen sein?

Spontane Symmetriebrechung:

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$x = r \cos \varphi$$

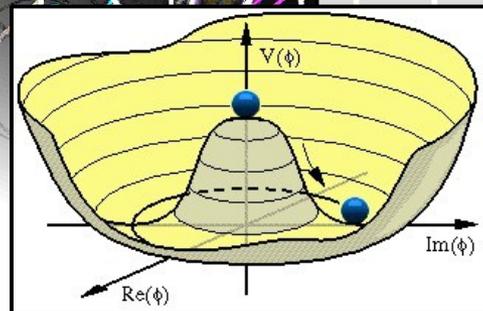
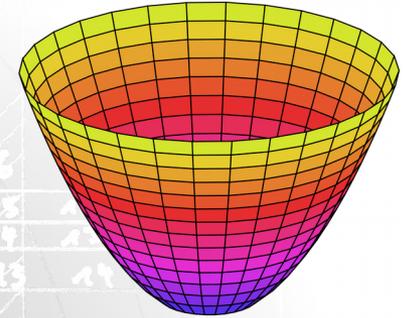
$$y = r \sin \varphi$$

$$f(x, y)|_{r, \varphi} = r^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = r^2$$

$$\tilde{f}(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 1)^2$$

$$\tilde{f}(x, y)|_{r, \varphi} = r^2 + 2(1 - r(\sin \varphi + \cos \varphi))$$

("hidden symmetry")



Führe Potential ein das den Grundzustand des Universums aus der Symmetrieachse der Bewegungsgleichungen zwingt.

→ Teilchenmasse als Kopplung an nicht verschwindenden Vakuumerwartungswert.

Wie Symmetriebrechung einführen?

- Alle bekannten Teilchen **erfüllen lokale Eichsymmetrie** (entweder als $SU(2)_L$ - Dublett oder -Singulett)

Wie Symmetriebrechung einführen?

- Alle bekannten Teilchen **erfüllen lokale Eichsymmetrie** (entweder als $SU(2)_L$ -Dublett oder -Singulett)
- **Postuliere Existenz eines neuen Feldes ϕ** mit den folgenden Eigenschaften:
 - ϕ ist ein $SU(2)_L$ -Dublett
 - Besitzt eine Selbstwechselwirkung, die zu einem Potential mit spontaner Symmetriebrechung führt

Wie Symmetriebrechung einführen?

- Alle bekannten Teilchen **erfüllen lokale Eichsymmetrie** (entweder als $SU(2)_L$ -Dublett oder -Singulett)
- **Postuliere Existenz eines neuen Feldes** ϕ mit den folgenden Eigenschaften:
 - ϕ ist ein $SU(2)_L$ -Dublett
 - Besitzt eine Selbstwechselwirkung, die zu einem Potential mit spontaner Symmetriebrechung führt
- Die Massen aller Teilchen lassen sich dann dynamisch, durch Kopplung an dieses neue Feld in die Theorie einführen
- Im folgenden Demonstration an komplex-skalarem Feld (=”einfaches Beispiel”)

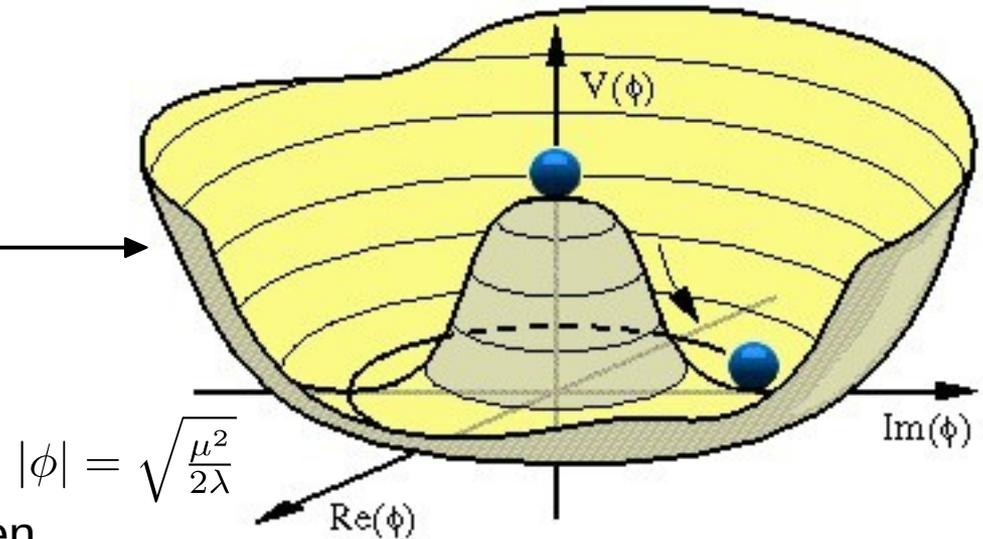
Spontane Symmetriebrechung in der Teilchenphysik

- **Goldstone Potential:**

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 + i\phi_2)$$

$$V(\phi) = -\mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4$$

$$\mathcal{L}(\phi) = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - V(\phi)$$



- invariant unter $U(1)$ Transformationen (= φ symmetrisch)
- metastabil in $\phi = 0$
- Grundzustand bricht $U(1)$
- Zur gleichen Zeit sind Grundzustände in φ ununterscheidbar

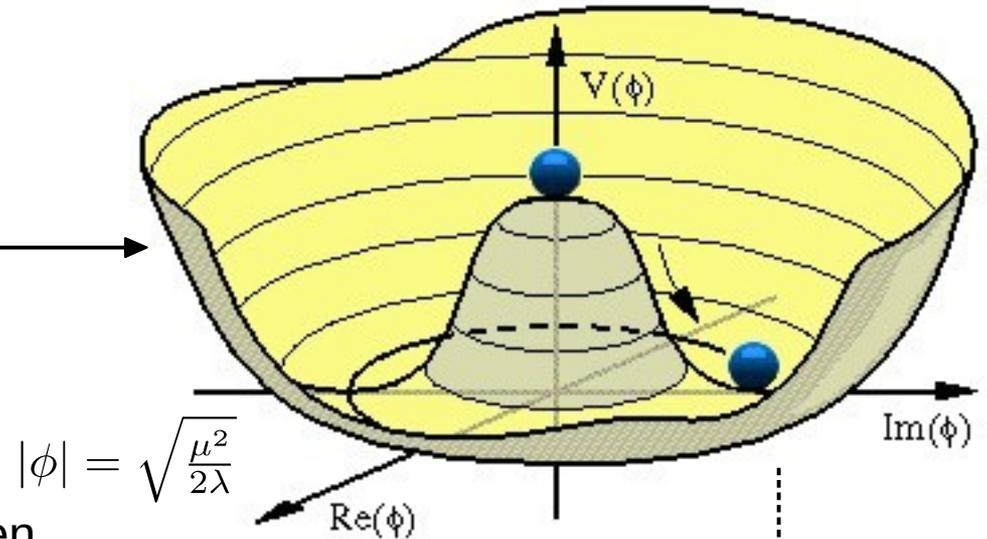
Spontane Symmetriebrechung in der Teilchenphysik

- **Goldstone Potential:**

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 + i\phi_2)$$

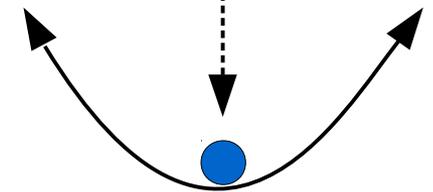
$$V(\phi) = -\mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4$$

$$\mathcal{L}(\phi) = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - V(\phi)$$



- invariant unter $U(1)$ Transformationen (= φ symmetrisch)
- metastabil in $\phi = 0$
- Grundzustand bricht $U(1)$
- Zur gleichen Zeit sind Grundzustände in φ ununterscheidbar

- ϕ besitzt radiale Anregungszustände im Potential $V(\phi)$



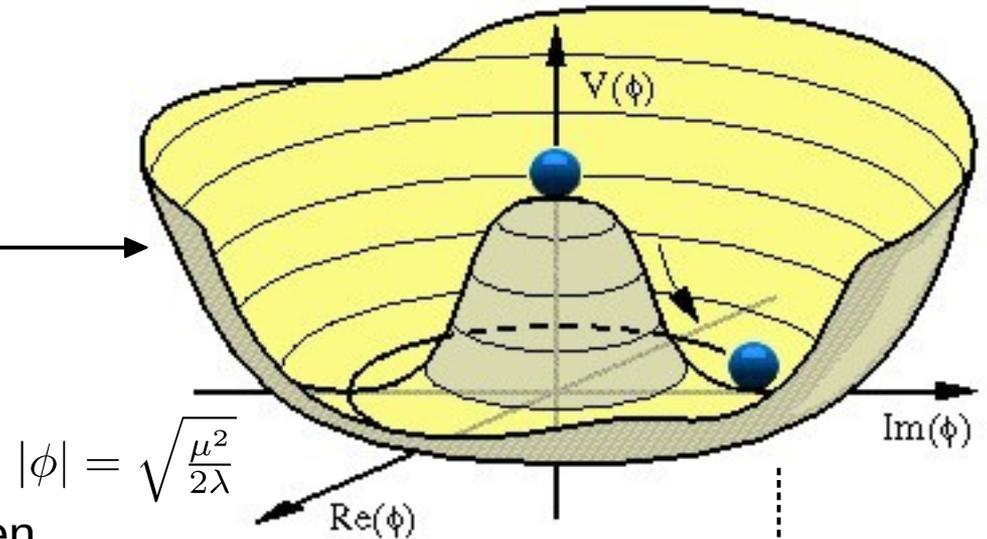
Spontane Symmetriebrechung in der Teilchenphysik

• Goldstone Potential:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 + i\phi_2)$$

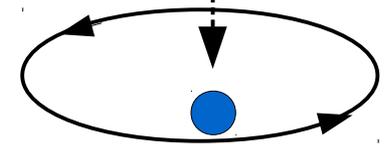
$$V(\phi) = -\mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4$$

$$\mathcal{L}(\phi) = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - V(\phi)$$



- invariant unter $U(1)$ Transformationen (= φ symmetrisch)
- metastabil in $\phi = 0$
- Grundzustand bricht $U(1)$
- Zur gleichen Zeit sind Grundzustände in φ ununterscheidbar

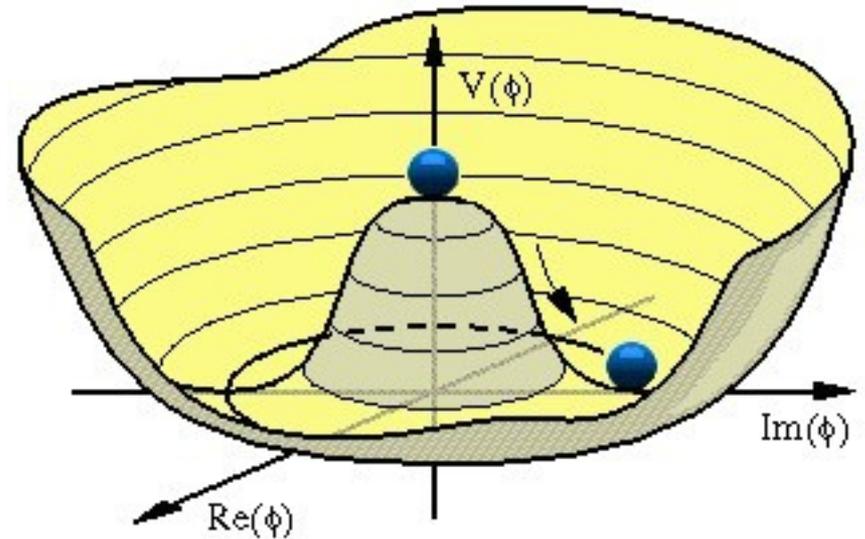
- ϕ kann sich "frei entlang des Ringes bewegen", der dem Minimum von $V(\phi)$ entspricht



Goldstone Theorem

- Übersetzt in Teilchenphysik:

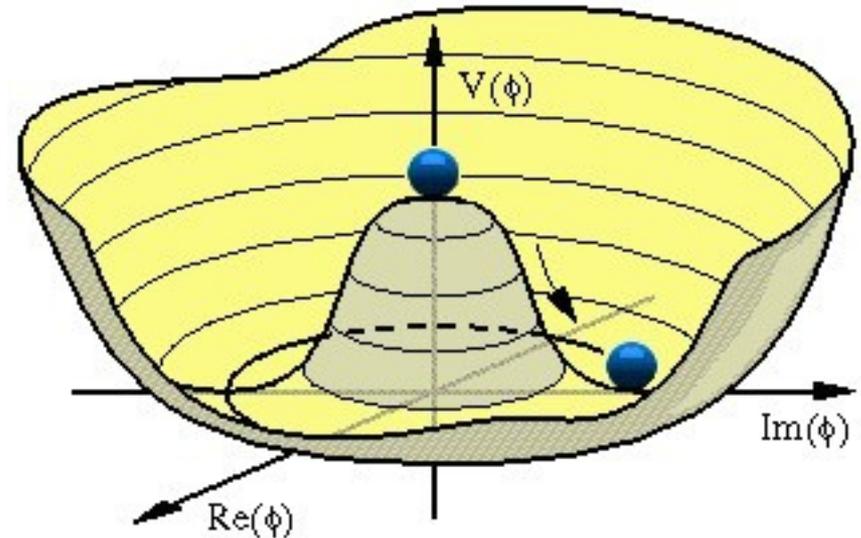
In einer relativistisch kovarianten Quantenfeldtheorie mit spontaner Symmetriebrechung werden **masselose Teilchen** (\rightarrow **Goldstone-Bosonen**) erzeugt



Goldstone Theorem

- Übersetzt in Teilchenhysik:

In einer relativistisch kovarianten Quantenfeldtheorie mit spontaner Symmetriebrechung werden **masselose Teilchen** (\rightarrow **Goldstone-Bosonen**) erzeugt



Goldstone Bosonen können sein:

- elementare Felder, die bereits in \mathcal{L} vorkommen
- gebundene Zustände, die in der Theorie erzeugt werden (Bsp. H-Atom, Cooper-Paare in Supraleitung, ...)
- Unphysikalische (Eich-)Freiheitsgrade, die aus der Theorie durch Wahl geeigneter Randbedingungen entfernt werden können

Grundzustand (= Quantenvakuum)

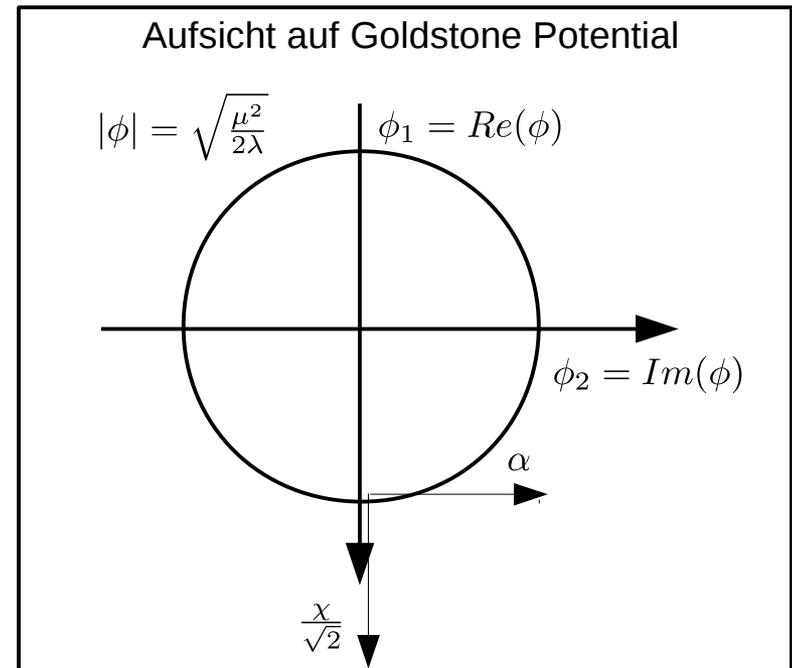
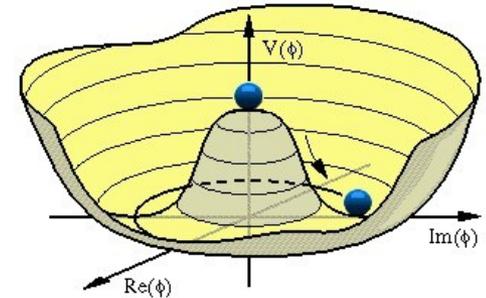
- Grundzustand → Ort in dem Hamilton-Operator

$$\mathcal{H} = \frac{\partial L}{\partial(\partial_0\phi)}\partial_0\phi - \mathcal{L} = \partial_0\phi\partial^0\phi^* + \partial_j\phi\partial^j\phi^* + V(\phi)$$

minimal ist. In unserem Bsp. $|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$

- Analyse in physikalischem Grundzustand
→ **Taylorentwicklung** in beliebigem
Punkt in Minimum

$$\phi(\chi, \alpha) = e^{i\alpha} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)$$



Goldstone Potential in Grundzustand

$$\phi(\chi, \alpha) = e^{i\alpha} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)$$

- Entwicklung im Grundzustand in zylindrischen Koordinaten:

$$\mathcal{L} = \left[\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - V(\phi) \right]_{\phi(\chi, \alpha)} = \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)^2 \partial_\mu \alpha \partial^\mu \alpha - V'(\chi)$$

$$V'(\chi) = \left[-\mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4 \right]_{\phi(\chi)} = -\frac{\mu^4}{4\lambda} + \mu^2 \chi^2 + \underbrace{\mu\sqrt{\lambda}\chi^3 + \frac{\lambda}{4}\chi^4}_{\text{Selbstwechselwirkungen}}$$

const.

dynamischer
Massenterm

Selbstwechsel-
wirkungen



Warum gibt es keinen Term linear in χ ?

Goldstone Potential in Grundzustand

$$\phi(\chi, \alpha) = e^{i\alpha} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)$$

- Entwicklung im Grundzustand in zylindrischen Koordinaten:

$$\mathcal{L} = \left[\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - V(\phi) \right]_{\phi(\chi, \alpha)} = \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)^2 \partial_\mu \alpha \partial^\mu \alpha - V'(\chi)$$

$$V'(\chi) = \left[-\mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4 \right]_{\phi(\chi)} = -\frac{\mu^4}{4\lambda} + \mu^2 \chi^2 + \underbrace{\mu\sqrt{\lambda} \chi^3 + \frac{\lambda}{4} \chi^4}$$

const.

dynamischer
Massenterm

Selbstwechsel-
wirkungen



Warum gibt es keinen Term linear in χ ? – Wir haben eine Taylorentwicklung im Minimum durchgeführt. Per Konstruktion gibt es keinen Term linear in χ .

Goldstone Potential in Grundzustand

- Entwicklung im Grundzustand in zylindrischen Koordinaten:

$$\mathcal{L} = \left[\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - V(\phi) \right]_{\phi(\chi, \alpha)} = \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)^2 \partial_\mu \alpha \partial^\mu \alpha - V'(\chi)$$

$$V'(\chi) = \left[-\mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4 \right]_{\phi(\chi)} = -\frac{\mu^4}{4\lambda} + \mu^2 \chi^2 + \mu \sqrt{\lambda} \chi^3 + \frac{\lambda}{4} \chi^4$$

- Anmerkungen:**

- Massenterm für χ , entlang der radialen Auslenkung, die aus Minimum von $V(\chi)$ herausführt
- Massenterm aus Taylorentwicklung in niedrigster (nicht-verschwindender) Ordnung \rightarrow unabhängig von exakter Form des Potentials
- Feld α , das nicht aus Minimum von $V(\chi)$ herausführt, erhält keine Masse \rightarrow Goldstone Boson

Erweiterung zur Eichfeldtheorie

- Hier für Abelsches Modell:

kovariante Ableitung

$$\phi(\chi, \alpha) = e^{i\alpha} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= [(\partial_\mu + ieA_\mu) \phi] [(\partial^\mu + ieA^\mu) \phi]^* - V(\phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu \chi e^{i\alpha} + ie^{i\alpha} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right) (eA_\mu + \partial_\mu \alpha) \right|^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \left(\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right) \underbrace{(eA_\mu + \partial_\mu \alpha)} \right)^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \end{aligned}$$

Entferne α -Abhängigkeit durch geeignete Eichung:

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \vartheta$$

Wie sieht diese Eichung aus?



Erweiterung zur Eichfeldtheorie

- Hier für Abelsches Modell:

kovariante Ableitung

$$\phi(\chi, \alpha) = e^{i\alpha} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= [(\partial_\mu + ieA_\mu) \phi] [(\partial^\mu + ieA^\mu) \phi]^* - V(\phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu \chi e^{i\alpha} + ie^{i\alpha} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right) (eA_\mu + \partial_\mu \alpha) \right|^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \left(\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right) \underbrace{(eA_\mu + \partial_\mu \alpha)} \right)^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \end{aligned}$$

Entferne α -Abhängigkeit durch geeignete Eichung:

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \vartheta$$

Wie sieht diese Eichung aus? $\vartheta = -\alpha$



Erweiterung zur Eichfeldtheorie

- Hier für Abelsches Modell:

kovariante Ableitung

$$\phi(\chi, \alpha) = e^{i\alpha} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= [(\partial_\mu + ieA_\mu) \phi] [(\partial^\mu + ieA^\mu) \phi]^* - V(\phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu \chi e^{i\alpha} + ie^{i\alpha} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right) (eA_\mu + \partial_\mu \alpha) \right|^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \left(\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \right) eA'_\mu \right)^2 - V'(\chi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \end{aligned}$$

Massenterm für A'_μ :

$$\frac{e^2 \mu^2}{2\lambda} A'_\mu A'^{\mu*}$$

Quartische und trilineare
Kopplungen an χ .

Higgsmechanismus

- Entwicklung von $\phi \rightarrow \phi(\chi, \alpha)$ in Grundzustand des Goldstone Potentials
→ Erzeugung eines **Massenterms** für A'_μ aus **Kopplung** $e^2 |\phi|^2 A'_\mu A'^{\mu*}$

Higgsmechanismus

- Entwicklung von $\phi \rightarrow \phi(\chi, \alpha)$ in Grundzustand des Goldstone Potentials
→ Erzeugung eines **Massenterms für A'_μ aus Kopplung $e^2 |\phi|^2 A'_\mu A'^{\mu*}$**
- χ ist ein nicht-komplexes Feld, α wurde in A'_μ absorbiert. Es scheint als habe die Theorie einen Freiheitsgrad verloren

Higgsmechanismus

- Entwicklung von $\phi \rightarrow \phi(\chi, \alpha)$ in Grundzustand des Goldstone Potentials
→ Erzeugung eines **Massenterms für A'_μ aus Kopplung $e^2 |\phi|^2 A'_\mu A'^{\mu*}$**
- χ ist ein nicht-komplexes Feld, α wurde in A'_μ absorbiert. Es scheint als habe die Theorie einen Freiheitsgrad verloren
- Dies ist nicht der Fall:
 - als massloses Teilchen hat A'_μ nur zwei Freiheitsgrade (Helizitätseigenzustände für ± 1)
 - als massives Teilchen erhält es einen weiteren Freiheitsgrad (Helizitätseigenzustände für ± 1 und 0)

Man sagt:

“Das Eichboson hat das Goldstone Boson aufgefressen und hat darüber seine Masse erhalten...”

Vervollständigung des SM



Das neue Feld ϕ

- Füge ϕ als $SU(2)_L$ -**Dublett** zu:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix}$$

Transformationsverhalten:

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\vartheta'} G \phi$$

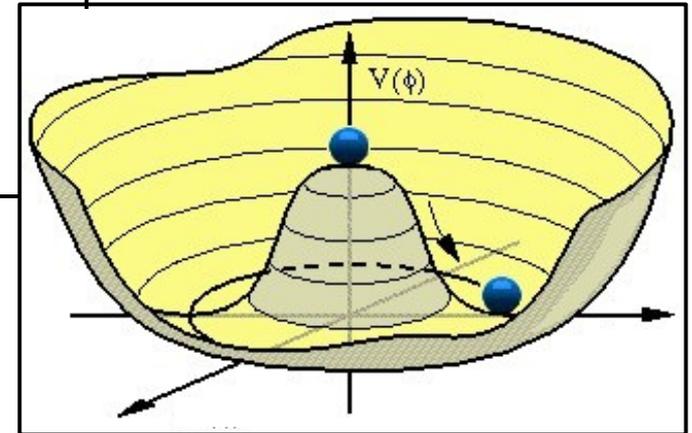
$$\phi^\dagger \rightarrow \phi'^\dagger = \phi^\dagger G^\dagger e^{-i\vartheta'}$$

$$G = e^{i\vartheta^a t^a} \in SU(2)_L \quad \vartheta^a, \vartheta' \in \mathbb{R}$$

$$\mathcal{L}^{SU(2) \times U(1)} = \mathcal{L}^{\text{kin}} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}^{\text{gauge}} + \mathcal{L}^{\text{Higgs}}$$

$$\mathcal{L}^{\text{Higgs}} = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - V(\phi)$$

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$$



Taylorentwicklung in Grundzustand

- **Entwickle** ϕ in Grundzustand $|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$:

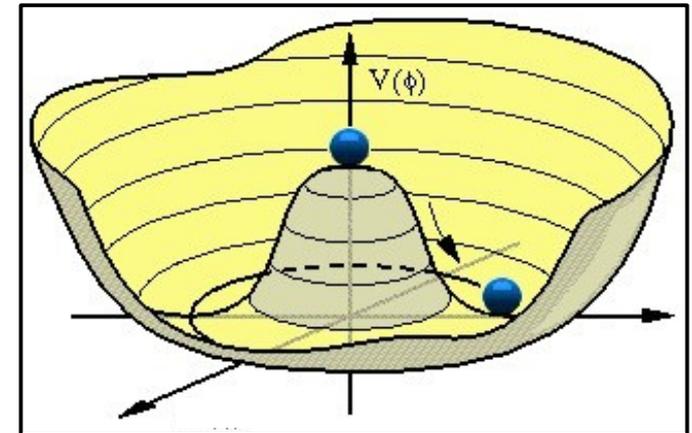
$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

NB: Entwicklung grundsätzlich überall im Minimum möglich. Für physikalisch konsistentes Modell Entwicklung in unterer Komponente von ϕ nötig

Nicht-verschwindender Vakuumerwartungswert

$$v = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$$

Radiale Anregung
→ Higgs Boson



Lokale Eichinvarianz für ϕ

- Entwickle ϕ in Grundzustand $|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

- Implementiere lokale $SU(2)_L$ -Invarianz für $\mathcal{L}^{\text{Higgs}}$
- D.h. führe kovariante Ableitung für ϕ ein:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a$$

(vgl [VL-14 Folie 11ff](#))

$SU(2)_L \times U(1)_Y$ Hypercharges			
Field	Y_ϕ	I_3	Q
ϕ_+	+1	+1/2	+1
ϕ_0	+1	-1/2	0

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}$$

Massive Eichbosonen

- Ergebnis Entwicklung in Grundzustand (nach Rechnung):⁽¹⁾

$$\begin{aligned}
 D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H \\
 &+ m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{2m_Z^2}{v} Z_\mu Z^\mu \frac{H}{\sqrt{2}} + \frac{m_Z^2}{v^2} Z_\mu Z^\mu \frac{H}{\sqrt{2}} \frac{H}{\sqrt{2}} \\
 &+ m_W^2 W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{2m_W^2}{v} W_\mu^+ W^{\mu-} \frac{H}{\sqrt{2}} + \frac{m_W^2}{v^2} W_\mu^+ W^{\mu-} \frac{H}{\sqrt{2}} \frac{H}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

- (Dynamische) **Massenterme für W- und Z-Boson**
- Charakteristische trilineare und quartische Kopplungen der Eichbosonen an Higgsfeld
- Zusätzliche Vorhersage zu Massen der Eichbosonen:

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cdot \cos^2 \theta_W} \equiv 1 \longrightarrow m_Z > m_W$$

$$\theta_W \approx 28,74^\circ$$

z.B. aus Messung von W und Z Masse

Ankopplung an Fermionen

- Higgsmechanismus kann auch dazu genutzt werden **Fermionen (dynamische) Masse** zu verleihen:

$$\mathcal{L}^{\text{Yukawa}} = -f_e (\bar{e}_R \phi^\dagger \psi_L) - f_e^* (\bar{\psi}_L \phi e_R)$$

- Prüfe $SU(2)_L$ und $U(1)_Y$ Verhalten von $\mathcal{L}^{\text{Yukawa}}$

Ankopplung an Fermionen

- Higgsmechanismus kann auch dazu genutzt werden **Fermionen (dynamische) Masse** zu verleihen:

$$\mathcal{L}^{\text{Yukawa}} = -f_e (\bar{e}_R \phi^\dagger \psi_L) - f_e^* (\bar{\psi}_L \phi e_R)$$

- Prüfe $SU(2)_L$ und $U(1)_Y$ Verhalten von $\mathcal{L}^{\text{Yukawa}}$

$$\begin{aligned} \bar{e}'_R \phi'^\dagger \psi'_L &= \bar{e}_R e^{-iY_R \vartheta'/2} \phi^\dagger G^\dagger e^{-iY_\phi \vartheta'/2} e^{iY_L \vartheta'/2} G \psi_L \\ &= e^{i(Y_L - Y_\phi - Y_R) \vartheta'/2} \bar{e}_R \phi^\dagger G^\dagger G \psi_L \\ &= e^{i((-1) - (+1) - (-2)) \vartheta'/2} \bar{e}_R \phi^\dagger \psi_L \\ &= \bar{e}_R \phi^\dagger \psi_L \end{aligned}$$

$$\bar{\psi}'_L \phi' e_R = \text{analog}$$

$\mathcal{L}^{\text{Yukawa}}$ manifest
eichinvariant

- NB: $f_e = f_e^*$ kann reell gewählt werden. Eventuelle komplexe Phase kann in e_R absorbiert werden

Taylorentwicklung in Grundzustand

- Entwickle ϕ in Grundzustand $|\phi\rangle = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi\rangle = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{Yukawa}} &= -f_e (\bar{e}_R \phi^\dagger \psi_L) - f_e^* (\bar{\psi}_L \phi e_R) \\ &= -f_e \left(\bar{e}_R \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ e_L \end{pmatrix} + (\bar{\nu} \quad \bar{e}_L) \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \end{pmatrix} e_R \right) \\ &= -f_e \left(\underbrace{\left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \right)}_{m_e \equiv f_e \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R) \right) = -f_e \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \right) \bar{e}e \\ &\quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{(1) \equiv \bar{e}e} \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}^{\text{Yukawa}} = -f_e \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \right) (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R) = -m_e \bar{e}e - \frac{m_e}{v} \frac{H}{\sqrt{2}} \bar{e}e$$

Gliederung der Vorlesung



Vorlesung:	Vorlesungstag:	Übungsblatt:
VL-01 Einheiten, Relativistische Kinematik	Di 17.04.2018	-
VL-02 Teilchenstreuung	Do 19.04.2018	-
VL-03 Wirkungsquerschnitt	Di 24.04.2018	Blatt-01
VL-04 Teilchenbeschleunigung	Do 26.04.2018	-
Vorlesung fällt aus	Di 01.05.2018	Blatt-02
VL-05 Teilchennachweis durch Ionisation	Do 03.05.2018	-
VL-06 Elektromag. WW und Schauer	Di 08.05.2018	Blatt-03
Vorlesung fällt aus	Do 10.05.2018	-
VL-07 Detektoren der Teilchenphysik	Di 15.05.2018	Blatt-04
VL-08 Symmetrien und Erhaltungsätze	Do 17.05.2018	-
VL-09 Fundamentale Teilchen und Kräfte im SM	Di 22.05.2018	Blatt-05
VL-10 Diskrete Symmetrien des SM	Do 24.05.2018	-
VL-11 Teilchenzoo: vom Hadron zum Quark	Di 29.05.2018	Blatt-06
Vorlesung fällt aus	Do 31.05.2018	-
VL-12 Farbladung und QCD	Di 05.06.2018	Blatt-07
VL-13 Phänomenologie der schwachen WW	Do 07.06.2018	-
VL-14 Theorie der elektroschwachen WW	Di 12.06.2018	Blatt-08
VL-15 Higgs Mechanismus	Do 14.06.2018	-
VL-16 SM: Quarksektor	Di 19.06.2018	Blatt-09
VL-17 Top: Entdeckung und Eigenschaften	Do 21.06.2018	-
VL-18 Higgs: Entdeckung und Eigenschaften	Di 26.06.2018	-
VL-19 Neutrinoophysik	Do 28.06.2018	-

- The choice of the *Goldstone* potential has the following properties:
 - it **leads to spontaneous symmetry breaking**.
 - it does **not distinguish any direction in space** (\rightarrow i.e. only depends on $|\phi|$).
 - it is **bound from below** and does not lead to infinite negative energies, which is a prerequisite for a stable theory.
 - it is the simplest potential with these features.

Dynamic term of Lagrangian density

- Couple to gauge fields:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \end{pmatrix}$$

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \right) \left(ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$D_\mu = \partial_\mu + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a$$

(covariant derivative)

Dynamic term of Lagrangian density

- Couple to gauge fields:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \end{pmatrix}$$

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \right) \left(ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$D_\mu = \partial_\mu + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a$$

(covariant derivative)

Dynamic term of Lagrangian density

- Couple to gauge fields:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \xrightarrow{|\phi| = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}} \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \end{pmatrix}$$

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda} + \frac{H}{\sqrt{2}}} \right) \left(ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$D_\mu = \partial_\mu + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a$$

(covariant derivative)

Dynamic term of Lagrangian density

- Resolve products of *Pauli* matrices ($\mathbf{t}^a \equiv \frac{1}{2}\sigma_a$):

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

Result:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H - \frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) (g W_\mu^3 - g' B_\mu) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$+ \left| \left[\frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) g W_\mu^+ \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Resolve products of *Pauli* matrices ($\mathbf{t}^a \equiv \frac{1}{2}\sigma_a$):
 - Ascending operator \mathbf{t}^+ (of W_μ^+) shifts unit vector of the down component up.

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

Result:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H - \frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) (g W_\mu^3 - g' B_\mu) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$+ \left| \left[\frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) g (W_\mu^1 - i W_\mu^2) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Resolve products of *Pauli* matrices ($\mathbf{t}^a \equiv \frac{1}{2}\sigma_a$):
 - Ascending operator \mathbf{t}^+ (of W_μ^+) shifts unit vector of the down component up.
 - Descending operator \mathbf{t}^- (of W_μ^-) “destroys” unit vector of the down component.

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

Result:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H - \frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) (g W_\mu^3 - g' B_\mu) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$+ \left| \left[\frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) g (W_\mu^1 - i W_\mu^2) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Resolve products of *Pauli* matrices ($\mathbf{t}^a \equiv \frac{1}{2}\sigma_a$):
 - Ascending operator \mathbf{t}^+ (of W_μ^+) shifts unit vector of the down component up.
 - Descending operator \mathbf{t}^- (of W_μ^-) “destroys” unit vector of the down component.
 - Operator \mathbf{t}^3 switches sign for unit vector of down component.

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H + \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \left(ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu + ig W_\mu^a \mathbf{t}^a \right) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

Result:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H - \frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) (g W_\mu^3 - g' B_\mu) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$+ \left| \left[\frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) g (W_\mu^1 - i W_\mu^2) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Evaluate components of absolute value squared:

$$\begin{aligned}
 D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H \\
 &+ \frac{g^2 + g'^2}{4} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right)^2 Z_\mu Z^\mu + 2 \cdot \frac{g^2}{4} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right)^2 W_\mu^+ W^{\mu-}
 \end{aligned}$$

$$(gW_\mu^3 - g'B_\mu) \equiv \sqrt{g^2 + g'^2} Z_\mu$$

Result:

$$\begin{aligned}
 D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi &= \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H - \frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) (gW_\mu^3 - g'B_\mu) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 \\
 &+ \left| \left[\frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) g (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2
 \end{aligned}$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Evaluate components of absolute value squared:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2 + g'^2}{4} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right)^2 Z_\mu Z^\mu + 2 \cdot \frac{g^2}{4} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right)^2 W_\mu^+ W^{\mu-}$$

$$(gW_\mu^3 - g'B_\mu) \equiv \sqrt{g^2 + g'^2} Z_\mu$$

Result:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H - \frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) (gW_\mu^3 - g'B_\mu) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 + \left| \left[\frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) g (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Evaluate components of absolute value squared:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2 + g'^2}{4} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right)^2 Z_\mu Z^\mu + 2 \cdot \frac{g^2}{4} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right)^2 W_\mu^+ W^{\mu-}$$

$$(gW_\mu^3 - g'B_\mu) \equiv \sqrt{g^2 + g'^2} Z_\mu$$

Result:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H - \frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) (gW_\mu^3 - g'B_\mu) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 + \left| \left[\frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) g (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2$$

Dynamic term of Lagrangian density

- Evaluate components of absolute value squared:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2 + g'^2}{4} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right)^2 Z_\mu Z^\mu + 2 \cdot \frac{g^2}{4} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right)^2 W_\mu^+ W^{\mu-}$$

$$(gW_\mu^3 - g'B_\mu) \equiv \sqrt{g^2 + g'^2} Z_\mu$$

Result:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu H - \frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) (gW_\mu^3 - g'B_\mu) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 + \left| \left[\frac{i}{2} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) g (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$\begin{aligned} |W_\mu^1 - iW_\mu^2|^2 &= (W_\mu^1 - iW_\mu^2) (W^{\mu 1} + iW^{\mu 2}) \\ &= \sqrt{2} W_\mu^+ \sqrt{2} W^{\mu-} \end{aligned}$$

Masses for Gauge Bosons

- By introducing ϕ as a $SU(2)$ doublet with a non-zero energy ground state we have obtained:

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2 + g'^2}{4} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right)^2 Z_\mu Z^\mu + 2 \cdot \frac{g^2}{4} \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} + \frac{H}{\sqrt{2}} \right)^2 W_\mu^+ W^{\mu-}$$

For 2 W bosons

- Masses: $m_Z^2 \equiv \frac{(g^2 + g'^2) \mu^2}{8\lambda}$ $m_W^2 \equiv \frac{g^2 \mu^2}{8\lambda}$
- Characteristic tri-linear and quartic couplings of the gauge bosons to the Higgs field.
- A solid prediction of the SM on the masses of the gauge bosons:

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cdot \cos^2 \theta_W} \equiv 1 \longrightarrow m_Z > m_W$$

- By introducing ϕ as a $SU(2)$ doublet with a non-zero energy ground state we have obtained:

$$\begin{aligned} D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H \\ &+ m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{2m_Z^2}{v} Z_\mu Z^\mu \frac{H}{\sqrt{2}} + \frac{m_Z^2}{v^2} Z_\mu Z^\mu \frac{H}{\sqrt{2}} \frac{H}{\sqrt{2}} \\ &+ m_W^2 W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{2m_W^2}{v} W_\mu^+ W^{\mu-} \frac{H}{\sqrt{2}} + \frac{m_W^2}{v^2} W_\mu^+ W^{\mu-} \frac{H}{\sqrt{2}} \frac{H}{\sqrt{2}} + \dots \end{aligned}$$

- **Characteristic tri-linear and quartic couplings** of the gauge bosons to the Higgs field.
- A solid prediction of the SM on the masses of the gauge bosons:

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cdot \cos^2 \theta_W} \equiv 1 \longrightarrow m_Z > m_W$$

Vacuum expectation value

- We can obtain a precise estimate for the vacuum expectation value, $v = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$, via its relation to m_W .

$$m_W^2 = \left(\frac{g}{2}\right)^2 v^2 \quad (\text{from Higgs mechanism, c.f. backup slide 49})$$

$$m_W^2 = \frac{\sqrt{2}g^2}{8G_F} \quad (\text{from Fermi theory SS'17 VL-19 Folie 19})$$



Fermi constant:

$$G_F = (1.16639 \pm 0.00002) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

(determined from muon lifetime measurements)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}G_F}} = 246.22 \text{ GeV}$$

- Sets the scale of electroweak symmetry breaking.