

Einführung in Supersymmetrie und das MSSM

Marvin Gerlach

14.01.2016





Übersicht

SUSY

Motivation

SUSY-Operator

Poincaré-Superalgebra

Brechung

Wess-Zumino-Modell

MSSM

Eigenschaften des MSSM

R-Parität

Parameterfreiheit

Weitere supersymmetrische Erweiterungen



SUSY

(Supersymmetrie)

Motivation - Hierarchieproblem (Wdh.)

Problem: Strahlungskorrekturen im SM führen zu quadratischen Divergenzen der skalaren Bosonenmassen.

$$\delta m_S^2 = -\frac{\lambda_F^2}{8\pi^2} \left[\Lambda^2 - m_F^2 \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m_F^2} \right) \right] + \dots$$

Abhilfe: Einführen weiterer bosonischer/fermionischer Partnerteilchen (SUSY-Partner) zu bereits bekanntem Modell.

⇒ Strahlungskorrekturen divergieren logarithmisch und stellen kein Problem mehr da, falls Massen der Partnerteilchen nicht zu groß sind.



Motivation

Supersymmetrie

SUSY beschreibt die Symmetrie zwischen fermionischen und bosonischen Zuständen.

Allgemein gilt bei SUSY:

Boson-Fermion-Regel

Zahl der Bosonen = Zahl der Fermionen



SUSY-Operator

Gesucht: Operator(en) mit folgenden Eigenschaften:

- ▶ Transformation zwischen Bosonen und Fermionen:

$$Q |\text{Boson}\rangle \propto |\text{Fermion}\rangle \quad \& \quad Q |\text{Fermion}\rangle \propto |\text{Boson}\rangle$$

- ▶ Energieerhaltend:

$$[H_S, Q] = 0$$

$\Rightarrow Q$ ist eine Erhaltungsgröße

Ansatz: $Q_+ = b^- f^+$ & $Q_- = b^+ f^-$



SUSY-Operator - Vergleich mit Drehimpuls

Noether-Theorem

Zu jeder kontinuierlichen Symmetrietransformation gehört eine Erhaltungsgröße.

- ▶ Der Drehimpuls L ist ebenfalls eine Erhaltungsgröße
 $([H_S, L] = 0)$

Erhaltungsgröße	Symmetrie
L	Rotationssymmetrie
Q	Supersymmetrie

\Rightarrow Superladung Q

Poincarégruppe

- ▶ Gruppe der *Lorentztransformationen* und *Verschiebungen* im Minkowskiraum
- ▶ Allgemein: $x^\mu \rightarrow x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu + a^\mu$
- ▶ Poincaré-Algebra: Lie-Algebra der Poincarégruppe.
Bestehend aus 6 Generatoren der Lorentzgruppe $M^{\mu\nu}$ und 4 Generatoren der Translationsgruppe P^μ .

Coleman-Mandula-Theorem

Jede Lie-Algebra, welche die Poincaré-Gruppe und eine innere Symmetriegruppe enthält, muss ein direktes Produkt beider Gruppen sein.

Superalgebra

Die Annahmen des Coleman-Mandula-Theorems können jedoch erweitert werden. Eine verallgemeinerte Form bietet das Theorem von Haag, Łopuszański und Sohnius, welches den Begriff der Lie-Algebra weiter fasst:

HLS-Theorem

Die Poincaré-Algebra kann sowohl durch Lie-Algebren mit Kommutatoren sowie mit Antikommutatoren erweitert werden.

⇒ Die Supersymmetrie-Algebra (*Superalgebra*) ist die Erweiterung der Poincaré-Algebra mit der größtmöglichen Symmetrie.



SUSY-Algebra

$$[P^\mu, P^\nu] = 0$$

$$[P^\mu, M^{\rho\sigma}] = i(g^{\mu\rho} P^\sigma - g^{\mu\sigma} P^\rho)$$

$$[M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}] = -i(g^{\mu\rho} M^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} M^{\nu\rho} - g^{\nu\rho} M^{\mu\sigma} - g^{\nu\sigma} M^{\mu\rho})$$

$$[P^\mu, Q_a] = 0$$

$$[M^{\mu\nu}, Q_a] = -\Sigma_{ab}^{\mu\nu} Q_b$$

$$\{Q_a, \bar{Q}_b\} = 2\gamma_{ab}^\mu P_\mu$$

M : Generatoren der Lorentzgruppe ; P : Generatoren der Translationsgruppe; Q : SUSY-Generatoren

Was sagt das nun aus?

- ▶ SUSY beschreibt die maximal mögliche Symmetrie für die Quantenfeldtheorien.
- ▶ SUSY ist aus mathematischer Sicht „perfekt“.
- ▶ Die letzte Identität der Superalgebra zeigt Translation bei zwei SUSY-Transformationen hintereinander.
⇒ Lokale Translationsinvarianz führt zur Allgemeinen Relativitätstheorie. Man erwartet Zusammenhang zwischen Supersymmetrie und Gravitation!
- ▶ Es lohnt sich, sich mit SUSY zu beschäftigen.

Brechung

SUSY muss spontan gebrochen sein, wenn es sie denn gibt.
 \Rightarrow Supersymmetrisches Potential hat positiven VEV.

Ferrara-Girardello-Palumbo Summenregel

$$\sum_S (-1)^{2S} (2S + 1) m_S^2 = 0$$

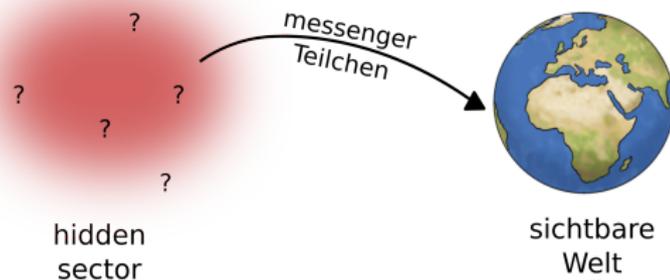
Bsp.: $m_{\tilde{e}_L}^2 + m_{\tilde{e}_R}^2 = 2m_e^2$
 $\Rightarrow m_{\tilde{e}_L} \leq m_e \vee m_{\tilde{e}_R} \leq m_e \vee m_{\tilde{e}_L} = m_{\tilde{e}_R} = m_e$

Die SUSY-Brechung kann nicht in der uns zugänglichen
 (sichtbaren) Welt stattfinden!

Brechung im *hidden sector*

Der *hidden sector* könnte supergravitativer Natur sein
⇒ Zusätzliche Materieerme, die nicht mit unserer Welt
wechselwirken

Messenger Teilchen kommunizieren mit der „realen“ Welt und
lassen so Brechung zu.



Mögliche Brechungsmechanismen

- ▶ Gravity Mediated SUSY-Breaking: Supergravitative Kopplung zwischen *hidden sector* und *visible sector* sorgt für zusätzliche Massenterme der Brechung (mSUGRA). Führt zu sehr schwerem Gravitino.
- ▶ Gauge Mediated SUSY-Breaking: Zusätzliche Massenterme werden durch Schleifendiagramme mit massiven *messenger Teilchen* hervorgerufen. An diese koppeln elektroschwache und starke Eichbosonen. Führt zu leichtem Gravitino (LSP Kandidat)

Wess-Zumino-Modell

- ▶ Benannt nach Julius Wess und Bruno Zumino (1974)
- ▶ Gilt als erstes und einfachstes 4-dimensionales supersymmetrisches Modell.
- ▶ Betrachtet wird ein freies, masseloses Superfeld (aus einem reellen Skalar S , einem reellen Pseudoskalar P und einem zweikomponentigen Fermion ψ)
- ▶ Lagrangedichte:

$$\mathcal{L}_{kin} = -\frac{1}{2} (\partial S)^2 - \frac{1}{2} (\partial P)^2 - \frac{1}{2} \bar{\psi} \not{\partial} \psi$$

Wess-Zumino-Modell

- ▶ Durch infinitesimale Symmetriebetrachtungen lässt sich eine SUSY-Invarianz feststellen.
- ▶ Man kann Massen- und Interaktionsterme zu \mathcal{L}_{kin} hinzufügen und so weitere Eigenschaften supersymmetrischer Modelle zeigen.



Das MSSM

(minimal supersymmetric standard model)

Eigenschaften des MSSM

Minimale 4-dimensionale $N=1$ supersymmetrische Erweiterung des SM.

- ▶ Ein zusätzliches Higgsdublett kommt zum SM dazu
- ▶ Zu jedem Freiheitsgrad gehört ein supersymmetrischer Partner-Freiheitsgrad.
- ▶ $N=1$: Nur ein SUSY-Operator Q
- ▶ Gilt als interessantester Kandidat unter den SM-Erweiterungen.

Higgs-Mechanismus

$$H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix} \quad H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix}$$

- ▶ H_u verleiht den up-artigen Quarks Masse ($Y=+1$)
- ▶ H_d verleiht den down-artigen Quarks Masse ($Y=-1$)
- ▶ Jeder Term besitzt 2 Freiheitsgrade \Rightarrow Insgesamt 8
- ▶ 3 FG werden von W^\pm und Z^0 geschluckt

$$\langle H_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad \langle H_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- ▶ $\tan \beta = \frac{v_2}{v_1}; \quad \beta \in [0, \frac{\pi}{2}]$

Higgs-Mechanismus

Die Higgs-Masseneigenzustände sind bei gegebener CP-Erhaltung folgende:

- ▶ h^0 und H^0 : neutrale *CP-even* Higgs
- ▶ A^0 : neutrales *CP-odd* Higgs
- ▶ H^+ und H^- : geladene Higgs

Im *tree-level* hängen alle Higgs-Massen und -Kopplungen von $\tan\beta$ und m_{A^0} ab

Teilchenzoo

Supersymmetrische Partnerteilchen (*Steilchen*) werden in folgende Kategorien unterteilt:

Teilchen	Steilchen	Symbole	Ladung
Leptonen	Sleptonen	$\tilde{e}, \tilde{\nu}_e, \tilde{\mu}, \tilde{\nu}_\mu, \tilde{\tau}, \tilde{\nu}_\tau$	$0, -1$
Quarks	Squarks	$\tilde{u}, \tilde{d}, \tilde{c}, \tilde{s}, \tilde{t}, \tilde{b}$	$-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$
Gluonen	Gluinos	\tilde{g}	0
W^\pm, H^\pm	Charginos	$\tilde{\chi}_1^\pm, \tilde{\chi}_2^\pm$	± 1
$\gamma, Z^0, h^0, H^0, A^0$	Neutralinos	$\tilde{\chi}_1^0, \dots, \tilde{\chi}_4^0$	0

Charginos und Neutralinos sind Mischungszustände, die nach der Brechung entstehen.

Teilchenzoo

- ▶ Fermionen werden als Dirac-Spinoren dargestellt. Zu jedem Eintrag gehört ein FG. \Rightarrow 4 FG für Spin up/down Teilchen und Antiteilchen.
- ▶ Sfermionen besitzen Spin 0, daher fehlen 2 FG. \Rightarrow Jedes Fermion besitzt zwei Partnerteilchen mit umgekehrter Chiralität (Bsp. Folie 12)
- ▶ Bei den Partnern von τ , Top und Bottom kommt man durch Mischungen auf die Masseneigenzustände:

$$\tilde{t}_1 = e^{i\Phi} \cos(\theta) \tilde{t}_L + \sin(\theta) \tilde{t}_R$$

$$\tilde{t}_2 = e^{-i\Phi} \cos(\theta) \tilde{t}_R - \sin(\theta) \tilde{t}_L$$

R-Parität

- ▶ In supersymmetrischen Theorien ist die Leptonen- bzw. Baryonenzahl nicht erhalten.
⇒ Protonen können zerfallen: $(p \rightarrow e^+ \pi^0)$ mit Halbwertszeit von $\tau_p \sim 10^{-2}$ s
- ▶ Experimente sagen jedoch eine untere Schranke der Protonenhalbwertszeit von 10^{35} Jahren voraus.

⇒ Einführen einer schwachen erhaltenen Symmetrie, die im Zusammenhang mit Leptonen- und Baryonenzahlen steht.

R-Parität

Definition

$$P_R = (-1)^{3B+L+2S}$$

B : Baryonenzahl, L : Leptonenzahl, S : Spin

- ▶ Für Teilchen ist die R-Parität 1 und für Steilchen -1.
- ▶ P_R ist eine multiplikative Quantenzahl.
- ▶ Fordert man R-Paritätserhaltung, so muss das leichteste supersymmetrische Teilchen (LSP) stabil sein.

⇒ Das leichteste Neutralino $\tilde{\chi}_1^0$ als LSP ist ein guter Dunkler Materie-Kandidat!

Parameterfreiheit

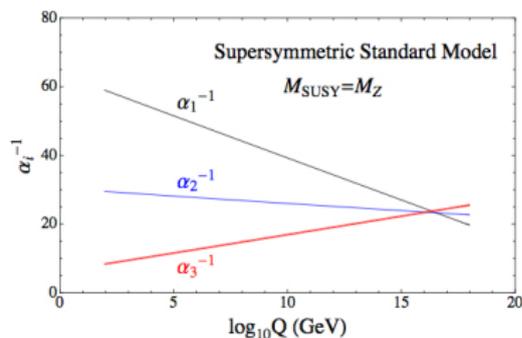
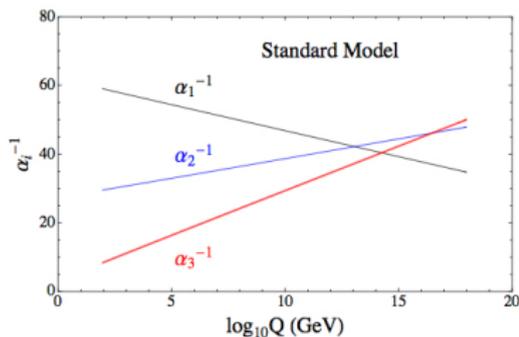
Durch das MSSM kommen weitere 105 unabhängige freie Parameter zum SM dazu. Davon

- ▶ 5 reelle und 3 CP-verletzende im Gaugino/Higgs-Sektor
- ▶ 21 Massen von Squarks- und Sleptonen(Sfermionen)
- ▶ 36 Mischungswinkel für die Sfermionen-Masseneigenzustände
- ▶ 40 CP-verletzende Terme die in Sfermion-Interaktionen auftreten können

Diese sind im Grunde frei wählbar. Man kann sie so anpassen, dass das MSSM mehr Probleme löst!

Parameterfreiheit

Bsp.: Vereinigung der Kopplungskonstanten



α_1 : Starke WW, α_2 : em. WW, α_3 : schwache WW

Weitere supersymmetrische Erweiterungen

- ▶ NMSSM (Next-to-MSSM): Erweiterung des MSSM-Teilchenspektrums um ein weiteres Higgs-Singulett.
- ▶ mSUGRA (minimal SUGRA): Betrachtet man SUSY als lokale Symmetrie muss die Gravitation mit vereinigt werden. Anders als andere SUGRA Theorien, betrachtet man nur $N=1$ SUSY.
- ▶ $N=8$ SUGRA Eigentlich in 4 Dimensionen, kann aber als Modell in einer 11-dimensionalen Raumzeit „vereinfacht“ werden. Bester Kandidat für eine „Theory of Everything“.