

Klassische Experimentalphysik I (Mechanik) (WS 16/17)

<http://ekpwww.physik.uni-karlsruhe.de/~rwolf/teaching/ws16-17-mechanik.html>

Übungsblatt 2

Name des Übungsgruppenleiters und Gruppenbuchstabe:

Namen der bearbeitenden Gruppe:

Aufgabe 6: Kreisbewegung

(8 Punkte)

Stellen Sie sich einen Massepunkt vor, der sich mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit ω auf einer Kreisbahn (gegen den Uhrzeigersinn) bewegt. Der Radius dieser Kreisbahn beträgt r . Zur mathematischen Beschreibung dieses Systems verwenden Sie ein rechtshändiges dreidimensionales Koordinatensystem, in dem sich der Ursprung $(0 \ 0 \ 0)$ im Mittelpunkt der Kreisbahn und die umlaufene Kreisscheibe in der xy -Ebene befindet. Führen Sie die folgenden Berechnungen in Vektorschreibweise in drei Dimensionen durch:

a)

Drücken Sie die Kreisbahn des Massepunktes $\vec{r}(t)$ in kartesischen Koordinaten $x(t)$, $y(t)$ und $z(t)$ durch die gegebenen Größen ω und r aus. Berechnen Sie dann die Bahngeschwindigkeit $\vec{v}(t)$ des Massepunktes durch Differentiation nach der Zeit. Berechnen Sie den Betrag $|\vec{v}(t)|$ des Geschwindigkeitsvektors. Was können Sie über die Zeitabhängigkeit von $|\vec{v}(t)|$ aussagen? Berechnen Sie das Skalarprodukt aus den Vektoren $\vec{r}(t)$ und $\vec{v}(t)$. Welchen Winkel haben die beiden gerichteten Größen zueinander?

b)

Berechnen Sie das äußere Produkt

$$\vec{\omega} \times \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

und vergleichen Sie das Ergebnis mit der Geschwindigkeit aus Teilaufgabe a). Machen Sie sich anschaulich klar, was der Vektor $(0 \ 0 \ \omega)$ geometrisch bedeutet. Anm.: Diejenigen unter Ihnen, die das äußere Produkt noch nicht kennen seien auf Wikipedia verwiesen.

c)

Berechnen Sie die Beschleunigung, $\vec{a}(t)$, die der Massepunkt erfährt, durch nochmalige Differentiation von $\vec{v}(t)$ nach der Zeit. Berechnen Sie das Skalarprodukt aus den Vektoren $\vec{v}(t)$ und $\vec{a}(t)$. Skizzieren Sie die Bahn des Massepunktes in der xy -Ebene und zeichnen Sie die Vektoren $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ und $\vec{a}(t)$ zu einem gemeinsamen Zeitpunkt t_0 in diese Skizze ein.

d)

Zu jeder Beschleunigung gehört eine beschleunigende Kraft. In unserem Fall handelt es sich um die Zentripetalkraft, \vec{F}_z , die den Massepunkt auf seiner Bahn hält. Geben Sie den Ausdruck für die Zentripetalkraft an und tragen Sie den Vektor der Kraft ebenfalls in die Skizze aus Teilaufgabe c) ein. Woran liegt es, dass sowohl ω als auch r zeitlich konstant bleiben, obwohl der Massepunkt doch eine permanente Beschleunigung erfährt?

Aufgabe 7: Kettenkarussell

(6 Punkte)

In dieser Aufgabe bewegen wir uns auf den Rummelplatz. Einer Kindheitserinnerung folgend fahren Sie eine Runde mit dem dortigen Kettenkarussell. Während dieser Fahrt kommen Ihnen einige Fragen in den Sinn: neigt sich meine Gondel mit meinen $m = 80$ kg Last eigentlich unter dem gleichen Winkel, wie die Gondeln der fünfjährigen Mitfahrer vor und hinter mir? Nehmen Sie eine Masse von 15 kg für Ihre Mitfahrer an. Wie schnell müßte sich das Karussell drehen, damit die Kette sich parallel zum Erdboden ausrichtet und wäre das nicht irgendwie

noch aufregender? Wenn in einem geeigneten Augenblick die Kette meiner Gondel risse, könnte mich der anschließende Flug bis zum Bierzelt katapultieren, das 500 m weiter auf der anderen Seite des Weges steht, so daß ich mich dort gleich bei einer Limonade vom Sturz erholen könnte? Alles brennende Fragen und Sie beschließen diesen bei eben einem solchen Glas Limonade mit Papier und Bleistift im Bierzelt nachzugehen. Nehmen Sie für Ihre Berechnungen Kette und Gondel als masselos an. Nehmen Sie weiterhin für den Abstand zwischen Aufhängung der Kette und Karussellachse $r = 0$ an.

a)

Skizzieren Sie das Karussell mit Ihrer Gondel. Tragen Sie Vektoren für die Gewichtskraft und die Zentripetalkraft in die Skizze ein. Nach dem Dritten Newtonschen Axiom von *actio* und *reactio*, welche Gegenkraft/Gegenkräfte fehlen noch in Ihrer Skizze? Tragen Sie sie nach. Wer ist der Vermittler der Zentripetalkraft?

b)

Berechnen Sie aus den Beträgen der geeigneten Kräftevektoren den Winkel α , den die Gondel während der Fahrt einnimmt. Wie hängt dieser Winkel von der Länge l der Kette, der Winkelgeschwindigkeit ω des Karussells und der Masse m der Insassen in der Gondel ab? Welche Winkelgeschwindigkeit benötigt das Karussell, damit sich die Kette parallel zum Erdboden ausrichtet?

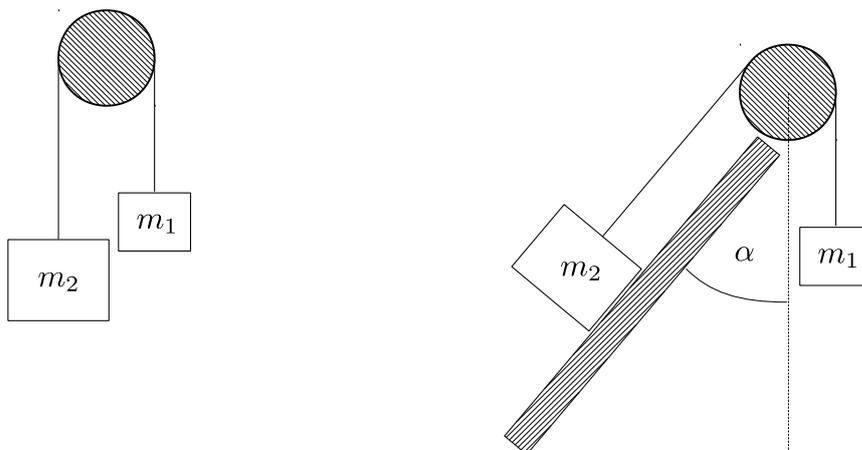
c)

Nehmen Sie jetzt an, die Kette Ihrer Gondel reißt. Zeichnen Sie eine Skizze äquivalent zu der aus Teilaufgabe a), in der Sie die nach dem Reißen wirkenden Kräfte vollständig einzeichnen. Wie sieht Ihre weitere Flugbahn für die nächsten Sekunden aus? Eine Beschreibung in Worten genügt.

Aufgabe 8: Steinzeitaufzug

(6 Punkte)

Betrachten Sie zwei Klötze der Massen $m_1 < m_2$ die, wie in der unteren linken Skizze, über eine Rolle (reibungsfrei) verbunden sind und ansonsten frei in der Luft hängen. Den Klotz mit der Masse m_2 halten Sie fest. Zum Zeitpunkt t_0 lassen Sie ihn los.



a)

Zeichnen Sie alle nach dem Newtonschen *actio* und *reactio* Prinzip wirkenden Kräfte nach dem Loslassen in die linke Skizze ein. Mit welcher Beschleunigung und in welche Richtung bewegen sich jeweils der Klotz mit der Masse m_1 und der Klotz mit der Masse m_2 ?

b)

Wir lassen den Klotz mit der Masse m_2 jetzt auf einer schiefen Ebene (reibungsfrei) entlang gleiten, deren Neigungswinkel α frei wählbar ist. Zeichnen Sie alle wirkenden Kräfte nach dem Newtonschen *actio* und *reactio* Prinzip in die rechte Skizze ein. Wie ändert sich der Ausdruck für die Beschleunigung des Klotzes mit der Masse m_1 ?

c)

Sie können jetzt durch geeignete Wahl von α den Klotz mit der Masse m_1 heben oder senken. Nehmen Sie als Zahlenwerte $m_1 = 1$ kg und $m_2 = 2$ kg. Welches ist der kritische Winkel α_0 , bei dem sich die Klötze gerade nicht bewegen. In welche Richtung bewegt sich der Klotz mit der Masse m_1 , wenn Sie einen kleineren (größeren) Winkel wählen? Was ändert sich an der Bewegungsgleichung, wenn Sie statt des Klotzes mit der Masse m_2 den Klotz mit der Masse m_1 auf der schiefen Ebene entlang gleiten lassen?