Klassische Experimentalphysik I (Mechanik) (WS 16/17)

http://ekpwww.physik.uni-karlsruhe.de/~rwolf/teaching/ws16-17-mechanik.html

Übungsblatt 4

Name des Übungsgruppenleiters und Gruppenbuchstabe:

Namen der bearbeitenden Gruppe:

Ausgabe: Di, 15.11.2016 (09:45) Abgabe: Mo, 21.11.2016 (13:30) Briefkasten Geb. 30.23

Aufgabe 12: Ovalkurs **(4 Punkte)**

Auf Ovalkursen, wie sie zum Beispiel in der amerikanischen NASCAR Serie befahren werden sind die Kurven im allgemeinen überhöht (d.h. gegen die Ebene geneigt), so dass die Rennwagen in den Kurven höhere Geschwindigkeiten erreichen können. Der Atlanta Motor Speedway hat in seiner Originalkonfiguration einen Umfang von $U = 2.48$ km. Der Einfachheit halber nehmen wir an, die Strecke sei kreisförmig.

a)
Berechnen Sie den Radius der Bahn. Nehmen Sie für die Haftreibung zwischen Gummi und Asphalt einen Reibungskoeffizienten von $\mu_H = 0.75$ an. Nehmen Sie ferner an, die Strecke sei flach, also ohne Überhöhung. Mit welcher Geschwindigkeit könnten die Rennwagen in der Kurve fahren ohne von der ebenen Straße abzugleiten?

b)
Der Atlanta Motor Speedway hat in den Kurven eine Überhöhung von 24^o gegen die Ebene. Welches ist die maximale Geschwindigkeit, die ein NASCAR Rennwagen auf dem Atlanta Motor Speedway fahren könnte ohne ins Gleiten zu geraten?

Aufgabe 13: Konservative Kraftfelder **(6 Punkte)**

In der Vorlesung haben Sie die Arbeit $\int_{\mathcal{C}} \vec{F}(\vec{x}) \cdot \mathrm{d}\vec{x}$, als Linienintegral entlang eines vorgegebenen Pfades $\mathcal{C}$ innerhalb eines Kraftfeldes $\vec{F}(\vec{x})$ kennengelernt. Ein Kraftfeld $\vec{F}(\vec{x})$, bei dem die geleistete Arbeit zwischen Punkt A und Punkt B unabhängig des Weges ist, entlang dessen die Integration durchgeführt wird, bezeichnet man als konservativ (aus dem Lateinischen *conservare* = erhalten). Die obige Aussage über konservative Kräfte ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass die Zirkulation (d.h. das Linienintegral entlang eines geschlossenen Weges) innerhalb eines konservativen Kraftfeldes 0 ist. In dieser Aufgabe werden zwei Kraftfelder daraufhin untersuchen, ob sie konservativ sind.

a)
Betrachten Sie das Kraftfeld

$$\vec{F}_1(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ F_y \end{pmatrix}, \qquad F_y = 10 \text{ N}.$$

Berechnen Sie die folgenden Integrale innerhalb dieses Kraftfeldes:

- vom Punkt $(-1 \text{ cm}, -1 \text{ cm})$ zum Punkt $(-1 \text{ cm}, 1 \text{ cm})$ parallel zur y-Achse, dann vom Punkt $(-1 \text{ cm}, 1 \text{ cm})$ zum Punkt $(1 \text{ cm}, 1 \text{ cm})$ parallel zur x-Achse;
- vom Punkt $(-1 \text{ cm}, -1 \text{ cm})$ zum Punkt $(1 \text{ cm}, -1 \text{ cm})$ parallel zur x-Achse, dann vom Punkt $(1 \text{ cm}, -1 \text{ cm})$ zum Punkt $(1 \text{ cm}, 1 \text{ cm})$ parallel zur y-Achse;
- vom Punkt $(-1 \text{ cm}, -1 \text{ cm})$ zum Punkt $(1 \text{ cm}, 1 \text{ cm})$ entlang eines Kreises mit Radius $r = \sqrt{2}$ cm.

Ist das Kraftfeld konservativ?

b)
Betrachten Sie das Kraftfeld

$$\vec{F}_2(\vec{x}) = k \cdot \begin{pmatrix} y^2 - x^2 \\ 3\,x\,y \end{pmatrix}, \qquad k = 10\ \mathrm{N/cm^2}.$$

Berechnen Sie die folgenden Integrale innerhalb dieses Kraftfeldes:

- vom Punkt $(0\ \mathrm{cm}, 0\ \mathrm{cm})$ zum Punkt $(2\ \mathrm{cm}, 0\ \mathrm{cm})$ parallel zur x-Achse, dann vom Punkt $(2\ \mathrm{cm}, 0\ \mathrm{cm})$ zum Punkt $(2\ \mathrm{cm}, 4\ \mathrm{cm})$ parallel zur y-Achse;
- entlang einer geraden Verbindungslinie der Punkte $(0\ \mathrm{cm}, 0\ \mathrm{cm})$ und $(2\ \mathrm{cm}, 4\ \mathrm{cm})$;
- entlang der Parabel $y = x^2$ vom Punkt $(0\ \mathrm{cm}, 0\ \mathrm{cm})$ zum Punkt $(2\ \mathrm{cm}, 4\ \mathrm{cm})$.

Ist das Kraftfeld konservativ?

c)
In den Präsenzübungen haben Sie die Rotation, $\vec{\nabla} \times \vec{F}(\vec{x})$ eines Vektorfeldes $\vec{F}(\vec{x})$ kennengelernt. Nach dem Satz von Stokes, den Sie in der Vorlesung kennengelernt haben bedeutet Zirkulationsfreiheit eines Kraftfeldes, dass das Feld rotationsfrei ist. Berechnen Sie die Rotation von $\vec{F}_1(\vec{x})$ und $\vec{F}_2(\vec{x})$.

Aufgabe 14: Bungee – reloaded – **(4 Punkte)**

Wir kehren zurück zum Bungee Sprung aus Aufgabe 11 und betrachten ihn nun unter dem Aspekt der Energieerhaltung.

a)
Berechnen Sie die kinetische Energie des Springers zum Zeitpunkt t_1. Nehmen Sie an, diese gesamte kinetische Energie würde während des Falls in potentielle Energie des gespannten Seils umgewandelt und berechnen Sie den tiefsten Punkt der Flugbahn des Springers. Vergleichen Sie mit dem Ergebnis aus Aufgabe 11. Was haben Sie falsch gemacht? Was kommt aus der Rechnung (mit ungleich geringerem Aufwand) heraus, wenn Sie es richtig machen?

b)
Die größte Beschleunigung/Kraft auf den Springer wirkt mit Sicherheit am tiefsten Punkt des Sprunges. Argumentieren Sie, warum das so ist. Stellen Sie die vollständige Kräftebilanz nach *actio* gleich *reactio* auf und bestimmen Sie die Beschleunigung und ihre Richtung (ebenfalls mit ungleich einfacheren Mitteln, als Sie es für Aufgabe 11 getan haben).

Aufgabe 15: Fadenpendel **(6 Punkte)**

Eine Masse, m, hängt an einem Faden der Länge l im Schwerefeld der Erde, wie in der unten stehenden Skizze angezeigt. Der Faden selbst ist an einem Stativ der Länge h aufgehängt. Die Länge des Fadens beträgt $l = {}^3\!/\!_4\, h$. Das Pendel wird um einen Winkel α_0 aus der senkrechten Ruheposition ausgelenkt und zum Zeitpunkt t_0 losgelassen. Nehmen Sie an, dass α_0 klein ist. Für Ihre Berechnungen können Sie dann die Näherung $\sin\alpha = \alpha$ für kleine Winkel α verwenden. Wählen Sie für Ihre Berechnungen den Nullpunkt Ihres Koordinatensystems in der senkrechten Ruheposition der Masse am Pendel.

a)
Tragen Sie eine vollständige Kräftebilanz an der Masse in eine separate Skizze ein. Leiten Sie aus dieser Kräftebilanz die Bewegungsgleichung des Pendels für den Winkel $\alpha(t)$ ab und lösen Sie das Randwertproblem für die gegebenen Anfangsbedingungen $\alpha(t_0) = \alpha_0$ und $\dot{\alpha}(t_0) = 0$. Wählen Sie den Ansatz $\alpha(t) = A \cdot \sin(\omega\, t + \phi)$.

b)
Bestimmen Sie die potentielle Energie in α_0, relativ zur Ruheposition des Pendels. Bestimmen Sie die maximale Bahngeschwindigkeit, v_1, der Masse aus der Energieerhaltung und argumentieren Sie wo diese erreicht wird. Berechnen Sie die maximale Höhe, h_0, des Pendels und die Winkelgeschwindigkeit ω.

c)
Sie verkürzen während der Schwingung die Länge des Pendels, indem Sie einen Ring über das Stativ des Pendels schieben. Sie schieben den Ring hinunter bis auf ${}^3\!/\!_4$ der Höhe des Stativs. Wie verändern sich l, der maximale Auslenkwinkel α_0, h_0, v_1 und ω?