FAKULTÄT FÜR PHYSIK, Universität Karlsruhe (TH)
Praktikum Klassische Physik

~~SS~~/WS 20.10./.11..

Praktikum: (P1/~~P2~~) (Mo/Di/Mi/Do) Gruppe-Nr: 32

Name: Eckert Vorname: Antonia

Name: Ullrich Vorname: Herbert

Versuch: elektrische Messverfahren (~~mit~~/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: Pascal Bockstaller Durchgeführt am: 11.11.10

Abgabe am: 18.11.2010

Rückgabe am: .... Begründung:

2. Abgabe am: ....

Ergebnis: (+ / 0 / -) Fehlerrechnung: ja / nein

Datum: 01.12.2010 Handzeichen: P. Boc

Bemerkungen:

Zutreffendes einkreisen oder nicht Zutreffendes streichen

vom Betreuer auszufüllen

Versuche P1-70,71,81: **Elektrische Messverfahren** **Raum F2-17**

Eine ganze Reihe von Messverfahren für Spannung, Strom, Widerstand, Induktivität und Kapazität werden in diesem Versuch vorgestellt. Dabei ist ein wichtiges Lernziel, die Problematik des Messens, nämlich die Veränderung der Werte der Messgrößen durch die Messgeräte zu erkennen und zu lernen, wie man durch geschickte Wahl von Meßgerät und Meßmethode Fehler möglichst vermeidet. Um durch das Meßgerät verfälschte Werte korrigieren zu können, ist es bei jeder Messung nötig, den Typ des Messgeräts und den gerade benutzten Messbereich zu notieren. Die Durchsicht der Zubehörliste, besonders der Angaben zu den Messinstrumenten, bewirkt Aha-Effekte und sollte bei der Vorbereitung nicht vergessen werden.

Aufgaben:

1.1 Messen Sie den Innenwiderstand R_i^I des µA-Multizets im 1mA-Bereich. Schließen Sie dazu das Strommessinstrument in Reihe mit einem festen 1kΩ-Widerstand und einem 10kΩ-Regelwiderstand an (6V=) an und stellen Sie 1mA ein. Notieren Sie sich den eingestellten Wert des Potentiometers. Schalten Sie dann ein Spannungsmessinstrument (AVΩ-Multizet im 0,3V-Bereich) zum Strommessinstrument parallel. Berechnen Sie aus den gleichzeitig angezeigten Werten von Strom und Spannung R_i^I.

1.2 Berechnen Sie aus den Messdaten von 1.1 auch den Innenwiderstand R_i^U des AVΩ–Multizets im 0,3V-Bereich. Nehmen Sie dazu an, daß das Parallelschalten von R_i^U zu R_i^I den Gesamtstrom im Kreis nur vernachlässigbar ändert. Prüfen Sie nachträglich diese Annahme und verbessern Sie in einem zweiten Rechenschritt mit Hilfe der ersten R_i^U-Näherung diesen Wert noch. Das ist ein häufig benutztes iteratives Näherungsverfahren, das hier die Aufstellung und Lösung einer quadratischen Gleichung ersetzt.

1.3 Bestimmen Sie aus Strom- und Spannungsmessungen einen unbekannten Widerstandswert R_x.
Schließen Sie, in Reihe geschaltet, einen 10 kΩ-Widerstand, den 'unbekannten' Widerstand R_x und ein Strommessinstrument (1mA-Bereich) an (6V=) an. Messen Sie mit einem Spannungsmessinstrument (0,3V- oder 1V-Bereich) die Spannungen

a) an R_x (**spannungsrichtige Schaltung**) und

b) an der Reihenschaltung aus R_x und Strommessinstrument (**stromrichtige Schaltung**).

Wiederholen Sie diese beiden Messungen, wobei µA-Multizet und AVΩ-Multizet die Rollen getauscht haben. Berechnen Sie aus den vier Wertepaaren jeweils - zunächst ohne, dann mit Berücksichtigung der Instrumenteninnenwiderstände - den Widerstandswert R_x.
Frage: Welchen Innenwiderstand wünscht man sich bei einem Strom- und welchen bei einem Spannungsmessgerät?

1.4 Messen Sie den Widerstandswert R_x jetzt in einer Wheatstoneschen Brückenschaltung.
Benutzen Sie dafür das lineare 1 kΩ-Potentiometer und den recht genau bekannten 1 kΩ-Widerstand. Schalten Sie in die Anschlußleitung zwischen Brücke und (6V=) 220Ω als Strombegrenzungswiderstand. Als 'Nullinstrument' in der Brückendiagonale verwenden Sie das µA-Multizet, anfangs sehr unempfindlich (z.B. im 10V-Bereich) und dann zunehmend empfindlicher (schließlich z.B. im 30mV-Bereich).
Frage: Worin besteht der Vorteil einer Brückenschaltung?

1.5 Messen Sie den Widerstandswert R_x jetzt mit Hilfe des Ω-Messbereichs vom µA-Multizet. Wie funktioniert ein solches Ohmmeter? Wie funktioniert wohl ein Ohmmeter mit linearer Skala?

1.6 Messen Sie die Urspannung U_0 einer Trockenbatterie (ca. 1,5V) mit Hilfe einer Kompensationsschaltung. Überlegen Sie sich vorab, wie man mit Hilfe eines Potentiometers eine regelbare Spannungsquelle aufbauen kann.
Es wird die zu messende Spannung U_0 in Reihe mit einer entgegengesetzt gepolten gemessenen (AVΩ-Multizet) Hilfsspannung U_H an ein empfindliches Spannungsmessinstrument (µA-Multizet, anfangs 10V-, schließlich 30mV-Bereich) gelegt. U_H wird so eingestellt, daß die Differenzspannung Null, also $U_0=U_H$ ist. Wann ist eine solche Methode, anders als bei der Trockenbatterie, besonders nötig?

1.7 Messen Sie den Innenwiderstand der Trockenbatterie bei mäßigen Belastungen (220Ω; 110Ω; 47Ω; 22Ω). Beobachten Sie dazu die jeweilige Spannungserniedrigung ΔU direkt mit Hilfe einer Differenzspannungsmethode. Sie verwenden die Kompensationsschaltung von 1.6, indem Sie nach dem Abgleich im unbelasteten Zustand für die Ablesung von ΔU am µA-Multizet den Lastwiderstand kurzzeitig zuschalten.

2.1 Messen Sie den Gleichstromwiderstand der Spule L mit Hilfe des Ω-Messbereiches vom µA-Multizet. Dieser Widerstand ist ein Teil des bei Wechselstromanwendungen beobachteten Verlustwiderstandes der Spule.

2.2 Messen Sie bei kleiner Frequenz (30Hz) die Induktivität L und den Verlustwiderstand R der Spule. Dazu wird die Spule in Reihe mit einem 110 Ω-Vorwiderstand an den Sinusgenerator angeschlossen, dessen Ausgangsspannung im so belasteten Zustand auf etwa 0,2V eingestellt wird. Aus den gemessenen Spannungswerten am Generator (U_G), am 110Ω-Widerstand (U_W) und an der Spule samt ihrem Verlustwiderstand (U_S) lassen sich anhand eines Zeigerdiagramms in der komplexen Ebene leicht ωL und R berechnen (Kosinussatz). Hinweise beachten!

2.3 Bestimmen Sie Induktivität L, Verlustwiderstand R und Kapazität C eines Parallelschwingkreises aus seinem Resonanzverhalten. Schalten Sie die Spule L und den Kondensator C_2 parallel und schließen Sie diesen Schwingkreis über den Vorwiderstand 1 MΩ an den Sinusgenerator an (**maximale Ausgangsspannung verwenden!).** Schließen Sie außerdem Oszilloskop und Keithley Multimeter an (siehe Schaltskizze 1, Hinweis beachten!). Messen Sie dann in Abhängigkeit von der Frequenz (etwa im Bereich 100Hz bis 400Hz in 20Hz- bis 5Hz-Schritten, je nach Resonanznähe):
(a) die Spannung am Resonanzkreis mit dem Multimeter und (b) die Phasenverschiebung (Δt) mit dem Oszilloskop. Das Multimeter liefert auch die genaue Frequenz f. Berechnen Sie aus f und Δt die Phase $\Delta\varphi$.
Tragen Sie diese beiden Kurven (Spannung und Phase) gegen die Frequenz auf. Begründen Sie den Verlauf der Phasenkurve qualitativ. Ermitteln Sie die Grössen Resonanzkreisfrequenz ω_0, Halbwertsbreite $\Delta\omega$ (Differenz der Kreisfrequenzen, bei denen die Spannung am Kreis halb so groß ist wie im Maximum der Resonanz) und Resonanzwiderstand R_r. Das Zustandekommen der dann benötigten Beziehungen:

$$C = \sqrt{3}/(\Delta\omega\ R_r); \quad L = 1/(\omega_0^2 \cdot C) \quad \text{und } R = \Delta\omega\ L/\sqrt{3}$$

sollte Ihnen klar sein. Dabei ist R - möglichst realitätsnah - als Serienwiderstand zu L angesetzt worden. Nehmen Sie zunächst an und prüfen Sie nachträglich, daß Sie die Messung bei praktisch konstantem, vom 1MΩ-Widerstand bestimmten Strom vom Generator ausgeführt haben.

2.4 Bestimmen Sie die Wechselstromwiderstände von Spule L und Kondensator C_2 einzeln bei der Frequenz ω_0 von Aufgabe 2.3 jeweils durch Messung von Strom und Spannung. Berechnen Sie daraus Induktivität und Kapazität. Warum wird, um auch den Verlustwiderstand der Spule bei dieser Frequenz zu ermitteln, nicht eine Messung nach Art von Aufgabe 2.2 vorgeschrieben?

2.5 Bestimmen Sie den reell angenommenen Innenwiderstand des Sinusgenerators. Belasten Sie dazu den Ausgang mit einem passenden Widerstand (1kΩ-Potentiometer) so, daß die Ausgangsspannung gerade auf den halben Wert der Leerlaufspannung sinkt. Wie groß ist die maximale Ausgangsleistung des Sinusgenerators?

Zubehör:

Plexiglassteckplatine mit folgenden Elementen an Steckbuchsen:
Widerstände R1 bis R17: 2,2Ω; 4,7Ω; 10Ω (1%); 22Ω; 47Ω; 110Ω (1%); 220Ω; 470Ω; 1kΩ (1%); 10kΩ (1%); 22kΩ; 47kΩ; 100kΩ; 330kΩ; 1MΩ (1%); 3MΩ; 10MΩ (alle 5%, wenn nicht anders angegeben); Kondensatoren C1 bis C4: 0,1µF; 0,47µF; 1µF; 4,7µF (alle 5%); Spule L: 1H (10%); 2 zehngängige lineare Potentiometer 1kΩ und 10kΩ (3%; Linearität 0,25%);
Netzgerät (6V=);
Trockenbatterie (Mignon) mit Buchsen;
Sinusgenerator;

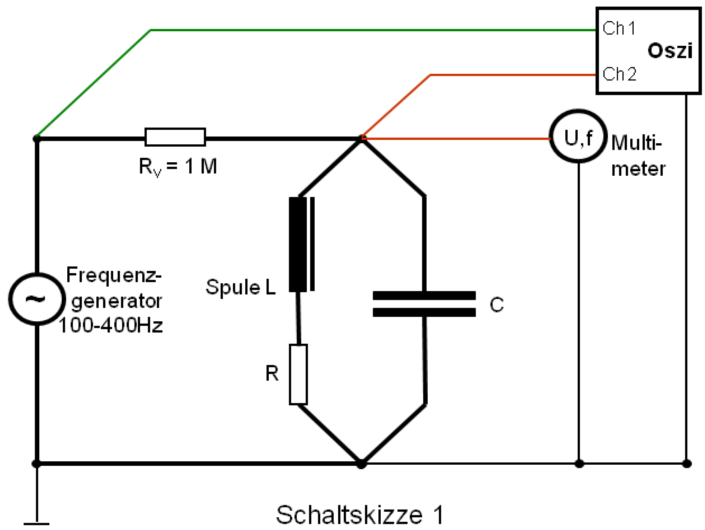
Universalmessinstrument 'µA-Multizet' (Bereich/Innenwiderstand: 0,00001/3000; 0,00003/4330; 0,0001/1700; 0,0003/600; 0,001/180; 0,003/60; 0,01/18; 0,03/6; 0,1/1,8; 0,3/0,62 A/Ω; 0,03/3000; 0,1/10000; 0,3/30000; 1/100000; 3/300000; 10/1000000 V/Ω; nur =; ±1% SKE);
Universalmessinstrument 'AVΩ–Multizet' (Bereich/Innenwiderstand: 0,001/100; 0,003/16,7; 0,01/5; 0,03/2; 0,1/0,6; 0,3/0,2 A/Ω; 0,1/100; 3/3000; 10/10000 V/Ω und weitere = - Bereiche mit ±1% SKE; außerdem Wechselstrom- und Wechselspannungsbereiche, bei 3V 333Ω/V, sonst 1000Ω/V, ±2% SKE);
Universalmessinstrument 'Keithley 2100' für Frequenz- und Spannungsmessung

Hinweise:

Beim Sinusgenerator und beim Oszilloskop ist jeweils einer der Anschlüsse geerdet. Diese müssen gemeinsam am selben Punkt der Schaltung angeschlossen sein.
Zu Aufgabe 2.3: Exakt in Phase mit dem Strom ist die Spannung, die am 1MΩ-Vorwiderstand R_V abfällt. Da jedoch der Eingangswiderstand des Oszilloskops nicht groß gegen 1MΩ ist, würde der Anschluß hier die Messung stören. Deshalb wird nach der angegebenen Schaltskizze die Phase der Spannung U_G am Generator mit der Spannung U am Schwingkreis verglichen. Der dadurch auftretende Fehler ist klein, denn
(a) in der Gegend der Resonanzfrequenz (wo nicht gilt R(Kreis)<<1MΩ), ist der Kreiswiderstand nahezu reell, und folglich sind U_G und I weitgehend phasenverschiebungsfrei, und
(b) in einiger Entfernung von der Resonanz, wenn aufgrund des vorherrschend induktiven bzw. kapazitiven Verhaltens des Parallelkreises eine Phasenverschiebung zwischen U_G und I auftreten könnte, ist R(Kreis)<<1MΩ und folglich I in guter Näherung nur von R_V bestimmt, also U_G und I wieder nahezu phasenverschiebungsfrei.

Literatur:

Alle Physik- und Elektrotechnik-Lehrbücher sind geeignet. Speziell über den benutzten Schwingkreistyp finden Sie Informationen z.B. in den Büchern
Bergmann, Schäfer: *Experimentalphysik*, Band 2, 6.Auflage, §45
Kohlrausch: *Praktische Physik*, Band 2, 20.Auflage, §6.4
Liemann, Hassel: *Handbuch der HF-Technik*, Kapitel IV B
Etliche der gestellten Aufgaben sind beschrieben in
Walcher: *Praktikum der Physik*, 2.Auflage, Kap. 5
Nützliche zusätzliche Literatur:
Jacobowitz, H.: How to solve Problems in Electricity and Electronics



Schaltskizze 1

(zu Aufgabe 2.3)

Version: Juli 10

Vorprotokoll

Praktikum klassische Physik I

Elektrische Messverfahren

Von: Antonia Eckert

Inhaltsverzeichnis

1 Widerstandsmessung bei Gleischstrom

1.1 Innenwiderstand des Strommessgeräts

Hierzu werden zwei Vorwiderstände $R_{V1} = 1k\Omega$ und $R_{V2} = 10k\Omega$ mit einem Strommessgerät μA-Multizet in Reihe geschaltet bei einer äußeren Spannungsquelle von $U_0 = 6V$. Nun soll auf $1mA$ geregelt und die Daten des Potentiometers aufgeschrieben werden. Schließlich schaltet man zum Strommessgerät ein Spannungsmessgerät $AV\Omega$-Multizet parallel. Der Innenwiderstand des Strommessinstruments lässt sich anhand der Messwerte berechnen:

$$R_i^I = \frac{U}{I} \tag{1}$$

1.2 Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts

Hierbei wird angenommen, dass die Stromänderung durch das Parallelschalten aus 1.1 vernachlässigbar klein ist. Anhand der Daten aus 1.1 kann man nun den Innenwiderstand des $AV\Omega$-Multizets berechnen:

$$R_i^U = \frac{U}{I_0 - I} \tag{2}$$

Da alle Widerstandswerte bekannt sind, kann man den Gesamtwiderstand der Schaltung bestimmen:

$$R_G = R_{V1} + R_{V2} + \frac{R_i^U \cdot R_i^I}{R_i^U + R_i^I} \tag{3}$$

Mit R_G und U_0 kann jetzt der tatsächliche Wert des Stroms $I_0 neu$ bestimmt werden:

$$I_0 = \frac{U}{R_G} \tag{4}$$

Hiermit kann nun ein exakterer Wert für den Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts berechnet werden. Dieser Ablauf wird so lange wiederholt, bis man mit der Genauigkeit der Werte zufrieden ist.

1.3 Unbekannter Widerstand

Ein unbekannter Widerstand R_x wird mit einem Widerstand $R = 10k\Omega$ und einem Strommessgerät in Reihe an eine Spannungsquelle $U = 6V$ geschlossen. Nun misst man einmal die Spannung direkt am Widerstand R_x (spannungsrichtige Schaltung) und das andere Mal an der Reihenschaltung aus Strommessgerät und R_x (stromrichtige Schaltung). Diese Messung soll wiederholt werden und die Messgeräte vertauscht werden. Anhand der 4 Wertepaare berechnet man R_x, zuerst ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände:

$$R_x = \frac{U}{I} \tag{5}$$

Danach betrachtet man auch die Innenwiderstände bei der Rechnung, was zu zwei verschiedenen Formeln führt. Bei der spannungsrichtigen Messung fließt ein Teil des Stromes durch das Spannungsmessgerät, was bei der Berechnung berücksichtigt werden muss:

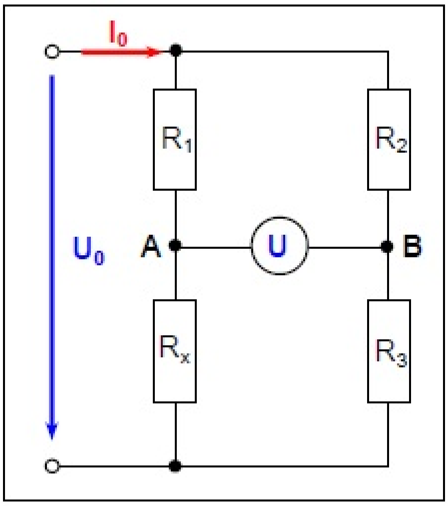
$$R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}} \tag{6}$$

Bei der stromrichtigen Messung hingegen fällt ein Teil der Spannung am Strommessgerät ab, was dazu führt, dass nun der Term für die Spannung korrigiert werden muss:

$$R_x = \frac{U - R_i^I \cdot I}{I} \tag{7}$$

Strommessgeräte sollten einen möglichst kleinen Innenwiderstand haben, da sie in Reihe geschaltet werden. Ihr Widerstand addiert sich zu den übrigen, was zu einer Verringerung der Stromstärke führt. Spannungsmessgeräte sollten einen möglichst großen Innenwiderstand besitzen, da sie parallel geschaltet werden. Ist der Widerstand groß, so fließt nur ein kleiner Strom durch das Messgerät. Ist diese Stromstärke zu groß, ist die Spannung, die man misst, viel kleiner als der Wert, der gemessen werden sollte.

1.4 Wheatstone'sche Brücke



Hierfür befinden sich ein unbekannter Widerstand R_x und ein $1k\Omega$-Widerstand R in Reihe.Dieser Reihe wird dann ein $1k\Omega$-Potentiometer parallel geschaltet. Zur Strombegrenzung dient ein Vorwiderstand von 220Ω. Das Potentiometer verbindet man über das μA-Multizet mit der Mitte der zwei in Reihe geschaltenen Widerstände. Das Potentiometer wird so eingestellt, dass das Spannungsmessgerät $0V$ anzeigt. Das bedeutet, dass an den Widerständen R_x und R die gleichen Spannungen abfallen wie über die linke und rechte Potentiometerhälften R_{links} und R_{rechts}:

$$R_x = R \cdot \frac{R_{links}}{R_{rechts}} \tag{8}$$

Stellt der Abgriff eine Verbindung zweier Stellen gleichen Potentials dar, so fließt auch kein Strom. Der Vorteil einer Brückenschaltung ist es, dass die Innenwiderstände der Messinstrumente vernachlässigt werden können. Die Exaktheit der

Messung hängt fast ausschließlich von der Einstellung des Potentiometers ab, bzw. von einer genauen Längenmessung der Widerstände links und rechts des Abgriffs.

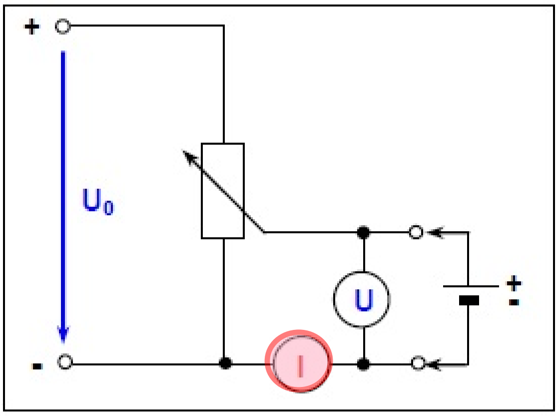
1.5 Ohmmeter

Der unbekannte Widerstand soll nun mit Hilfe des Ω-Messbereichs vom μA-Multizet bestimmt werden. Das Messinstrument liegt hierfür an den Widerstand eine Spannung an und misst den dazugehörigen Strom. Somit gilt für den unbekannten Widerstand R_x die Beziehung:

$$R_x = \frac{U}{I} \tag{9}$$

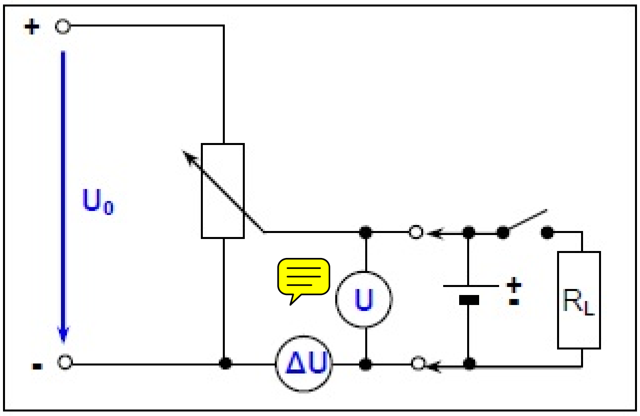
Die Messwerte liegen demnach einer Skala proportional zum Faktor $\frac{1}{R_x}$ zugrunde. Ein Ohmmeter mit linearer Skala funktioniert hingegen so wie eine Wheatstone'sche Brückenschaltung aus 1.4.

1.6 Kompensationsschaltung



In diesem Versuch misst man die Spannung an einer Trockenbatterie. Hierfür wird diese Batterie mit einer entgegengesetzt gepolten Hilfspannung U_H in Reihe geschaltet und an ein μA-Multizet gelegt. U_H wird nun so eingestellt, dass $U_H = U_0$ gilt, also beide Spannungen den selben Betrag haben. Solch ein Verfahren ist hilfreich, wenn die zu messende Spannungsquelle, hier die Batterie, nicht belastet werden darf. Eine leichte Belastung, z.B durch den Innenwiderstand eines Messinstruments, könnte zu einer Verfälschung der Messwerte führen.

1.7 Innenwiderstand einer Trockenbatterie



Man beobachtet nun die gleiche Kompensationsschaltung wie aus 1.6 bei verschiedenen Belastungen $(220\Omega, 110\Omega, 47\Omega, 22\Omega)$. Gilt wie zuvor die Beziehung $U_H = U_0$, so wird nun der Last-Widerstand R_L dazugeschaltet und die jeweilige Spannungserniedrigung $\triangle U$ mit dem μA-Multizet gemessen. Es gilt:

$$\triangle U = R_i \cdot I \tag{10}$$

$$U_0 - \triangle U = R_L \cdot I \tag{11}$$

$$\rightarrow R_i = R_L \cdot \frac{\triangle U}{U_0 - \triangle U} \tag{12}$$

2 Kondensator und Spule bei Wechselstrom

2.1 Widerstand deiner Spule

Mit Hilfe des Ω-Messbereichs vom μA-Multizet soll wie in 1.5 der Gleichstromwiderstand der Spule gemessen werden.

2.2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule

Die Spule wird mit einem 110Ω-Vorwiderstand R_W in Reihe geschaltet und an einen Sinusgenerator angeschlossen, dessen Spannung anschließend $0{,}2V$ betragen soll. Nun werden die Spannungen an Generator U_G, an Widerstand U_R und an Spule U_L gemessen. Beachtet man die Anordnung des Zeigerdiagramms in der komplexen Ebene, so ergeben sich folgene Beziehungen für die Spannungen, die Induktivität L, und Verlustwiderstand R_L der Spule:

$$\boxed{{U_G}^2 = {U_L}^2 + {U_R}^2} \tag{13}$$

$${U_G}^2 = (R_L \cdot I)^2 + {U_R}^2 \tag{14}$$

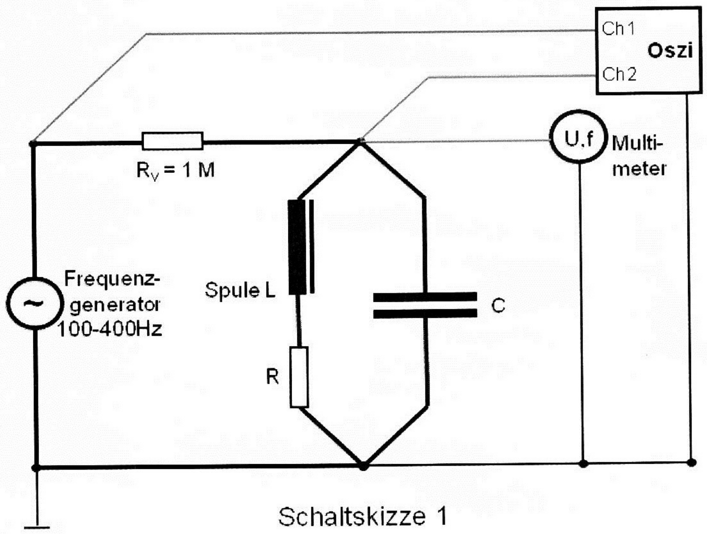
$$\rightarrow R = \sqrt{\frac{{U_G}^2 - {U_R}^2}{I^2}} = \sqrt{\frac{({U_G}^2 - {U_R}^2) \cdot {R_R}^2}{{U_R}^2}} = \frac{R_R}{U_R}\sqrt{{U_G}^2 - {U_R}^2} \tag{15}$$

Desweiteren gilt:

$$R_L = \omega \cdot L \tag{16}$$

$$\rightarrow L = \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot f} \tag{17}$$

2.3 Resonanzverhalten eines Parallelschwingkreises



Schaltskizze 1

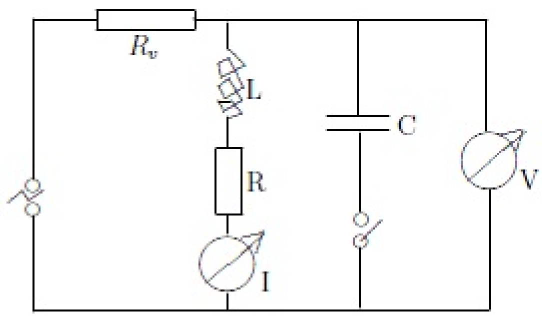
Eine Spule wird mit einem Kondensator parallel geschaltet und diese Anordnung mit einerm Vorwiderstand R_V an einen Sinusgenerator angeschlossen. Zusätzlich werden noch anhand der uns vorgelegten Schaltskizze ein Oszilloskop und ein Spannungsmessinstrument eingebaut. Nun wird in Abhängigkeit von der Frequenz die Spannung am Resonanzkreis und die Phasenverschiebung gemessen. In Resonanznähe wird die Frequenz mit kleineren Schritten geändert. Anhand der folgenden Formeln lassen sich Resonanzfrequenz ω_0 und Resonanzwiderstand R_r, sowie die Halbwertsbreite $\triangle\omega$ berechnen:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \tag{18}$$

$$R_r = \frac{U_{res}}{U_0} \cdot R_V \tag{19}$$

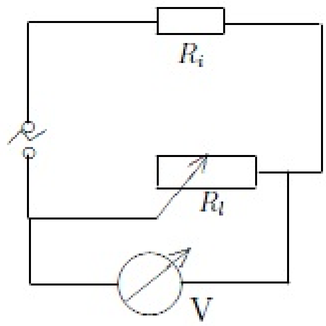
$$\triangle\omega = \sqrt{3} \cdot \frac{R}{L} \tag{20}$$

2.4 Widerstände im Parallelschwingkreis



Im Folgenden werden die Wechselstromwiderstände von Kondensator und Spule bestimmt und daraus Induktivität und Kapazität ermittelt. Dafür misst man die Spannung und die Stromstärke an Spule und Kondensator. Anhand der allgemeinen Formel $R = \frac{U}{I}$ lassen sich die Widerstände errechnen. Diese können anschließen mit den Werten $R_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ und $R_L = \omega \cdot L$ verglichen werden.

2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators



Hierzu wird ein $1k\Omega$-Potentiometer genau so eingestellt, dass an ihm eine halbe Leerlaufspannung $\frac{U_0}{2}$ anliegt. Wenn dies der Fall ist, so ist der Innenwiderstand des Generators gleich dem Widerstand des eingestellten Potentiometers. Schließlich soll man die maximale Ausgangsleistung ermitteln:

$$P = U_P \cdot I = R_P \cdot I^2 = R_P \cdot \frac{{U_0}^2}{(R_P + R_i)^2} \tag{21}$$

Bei Extrema muss gelten:

$$\frac{dP}{dR_P} = 0 \tag{22}$$

$$\rightarrow (R_P + R_i)^2 - 2 \cdot R_P \cdot (R_P + R_i) = 0 \tag{23}$$

$$\rightarrow R_P = R_i \tag{24}$$

$$\rightarrow P_{max} = \frac{{U_0}^2}{4 \cdot {R_i}^2} \tag{25}$$

Vorprotokoll

Praktikum klassische Physik I

Elektrische Messverfahren

Von: Herbert Ullrich

Inhaltsverzeichnis

1

1.1 Innenwiderstand des μA-Multizets

Wir schließen das μA-Multizet mit einem festen $1k\Omega$-Widerstand und einem regelbaren 10kΩ-Widerstand an eine Gleichspannung von $6V$ an. Nun notieren wir uns den Wert des Potentiometers und regeln den Strom auf $1A$. Anschließend schalten wir ein Spannungsmessinstrument (AVΩ-Multizet im $0{,}3V$-Bereich) zum Strommessgerät parallel. Aus den gleichzeitig angezeigten Werten von Strom und Spannung errechnen wir den Widerstand R_i^I.

$$R_i^I = \frac{U}{I} \tag{1}$$

1.2 Innenwiderstand des AVΩ-Multizets

Wir nehmen nun an, dass der sich der Gesamtstrom nach zuschalten des Spannungsmessgeräts sich nicht nennenswert ändert. Daher muss die Differenz des Gesamtstroms I und des Stroms I_I, welcher durch das Strommessgerät fließt, gerade der Strom I_U sein, welcher durch das Spannungsmessgerät fließt. Daraus lässt sich der Widerstand R_i^U im Spannungsmessgerät berechnen. I' bezeichnet hier den neuen Gesamtstrom, da sich der Gesamtwiderstand geändert hat.

$$R_i^U = \frac{U}{I_U} = \frac{U}{I' - I_I} = \frac{U}{I' - \frac{U}{R_i^I}} = \frac{1}{\frac{I'}{U} - \frac{1}{R_i^I}} = \frac{1}{\frac{1}{U}\frac{U_R}{R} - \frac{1}{R_I}} \tag{2}$$

U_R bezeichnet hier die restliche Spannung, welche am festen Widerstand und am Potentiometer abfällt. R ist der restliche Gesamtwiderstand, also fester Widerstand, Potentiometer und der Widerstand durch den Leiter.

1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstandes

Wer schalten einen 10kΩ-Widerstand, den 'unbekannten' Widerstand R_X und ein Strommessgerät (Bereich: $1mA$) in Reihe an einen Gleichstrom (6V). Wir messen nun die Spannung auf zwei verschiedene Weisen:

1.3.1 Spannungsrichtige Schaltung

Wir schalten das Spannungsmessgerät parallel zum unbekannten Widerstand R_X. Es gilt:

$$I_X = I - I_U \tag{3}$$

$$R_X = \frac{U}{I_X} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}} \tag{4}$$

1.3.2 Stromrichtige Schaltung

Hierbei schalten wir das Spannungsmessgerät parallel zu der Reihenschaltung aus dem unbekannten Widerstand R_X und dem Strommessgerät. Damit berechnen wir:

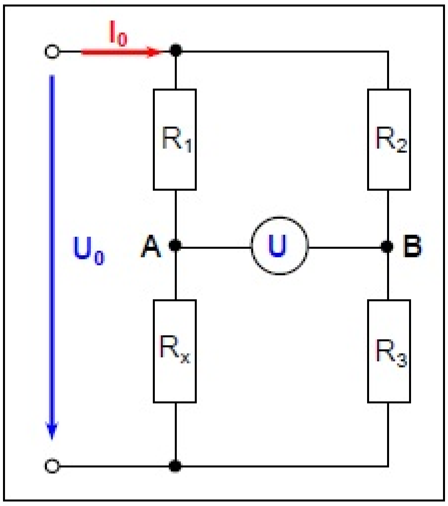
$$U_X = U - IR_i^I \tag{5}$$

$$R_X = \frac{U_X}{I} = \frac{U}{I} - R_I \quad (6)$$

An den Gleichungen ist ersichtlich, dass ein Strommessgerät idealerweise einen niedrigen Innenwiderstand benötigt. Im Gegensatz dazu ist bei Spannungsmessgeräten ein hoher Innenwiderstand wünschenswert.

1.4 Wheatstonesche Brückenschaltung

Der Aufbau entspricht einer typischen Wheatstoneschen Brückenschaltung:



Als regelbaren Widerstand verwenden wir wieder das lineare 1 $k\Omega$-Potentiometer und als bekannten Widerstand den festen $1k\Omega$-Widerstand. Zwischen Brücke und Stromversorgung (Gleichstrom, 6V) schalten wir noch einen 220Ω-Widerstand als Strombegrenzungswiderstand. Als 'Nullinstrument' in der Brückendiagonale verwenden wir das μA-Multizet mit zunehmender Empfindlichkeit. Wir bestimmen somit den unbekannten Widerstand, indem wir am Potentiometer den Widerstand ändern und dadurch den Strom am Strommessgerät auf Null regeln. Es gilt:

$$R_X = \frac{R_1}{R_2} \cdot R \quad (7)$$

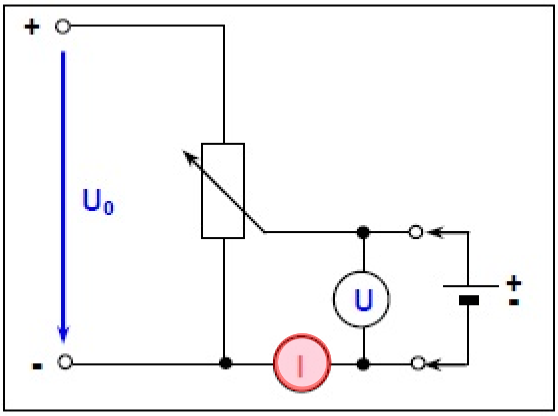
Der Vorteil der Wheatstoneschen Brücke ist, dass der Widerstand des Messgerätes nicht in die Rechnung eingeht und somit auch nicht herausgerechnet werden muss.

1.5 Messung eines WIderstands durch das μA-Multizet

Wir messen nun den Widerstand mit Hilfe des Ohmmeters des Strommessgerätes. Der Aufbau ist eine Reihenschaltung aus Spannungsquelle, Strommessgerät und zu bestimmender Widerstand. Es wird der Strom in Abhängigkeit von der Spannung gemssen. Daraus folgt eine Abhängigkeit des Widerstandes umgekehrt proportional zum gemessenen Strom. Möchte man eine lineare Skala, sollte man die Spannung bei konstantem Strom messen.

1.6 Messung der Urspannung einer Trockenbatterie

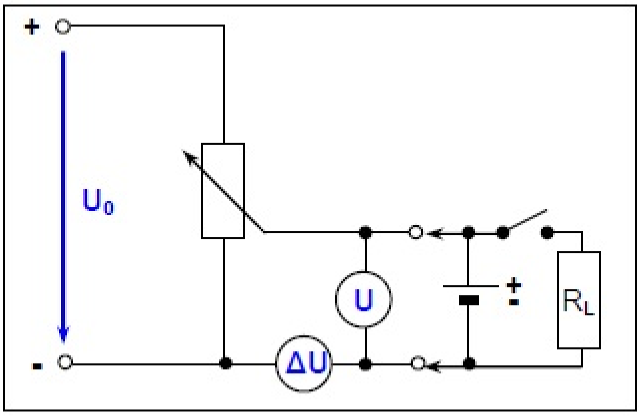
Der Aufbau sieht folgendermaßen aus:



Wir regeln nun mit Hilfe des Potentiometers die Differenzspannung auf 0, sodass kein Strom mehr fließt. Die Urspannung der Trockenbatterie ist so direkt am Spannungsmessgerät ablesbar.
Diese Methode ist besonders dann nötig, wenn der Innenwiderstand der Spannungsquelle nicht vernachlässigbar ist.

1.7 Innenwiderstand einer Trockenbatterie

Wir verwenden dieselbe Schaltung wie in 1.6. Wir beobachten die Spannungserniedrigung $\triangle U$ während wir kurzzeitig einen Lastwiderstand R (220Ω, 110Ω, 47Ω) zur Trockenbatterie parallel schalten.



Der Widerstand wird dann folgendermaßen berechnet:

$$R_B = \frac{U_0}{I} - R = \frac{\triangle U}{U_0 - \triangle U} \cdot R \tag{8}$$

Dabei ist $I = \frac{U_0 - \triangle U}{R}$.

2

2.1 Gleichstromwiderstand einer Spule

Wir messen den Widerstand einer Spule mit Hilfe des Ω-Messbereichs des μA-Multizets.

2.2 Induktivität L und Verlustwiderstand R einer Spule

Hierfür schalten wir die Spule mit einem 110Ω-Vorwiderstand und dem Sinusgenerator (Frequenz: $30Hz$, Spannung:0,2V) in Reihe. Wir schalten jeweils ein Spannungsmessgerät parallel und messen so die Spannungsabfälle U_S an der Spule, U_R am Vorwiderstand und U_G am Generator. Mit Hilfe des Zeierdiagramms, kann man nun die Induktivität L und den Verlustwiderstand R der Spule berechnen:

$$U_G^2 = U_S^2 + U_R^2 \tag{9}$$

$$U_G^2 = (RI)^2 + U_R^2 \tag{10}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{U_G^2 - U_R^2}{I^2}} = \sqrt{\frac{(U_G^2 - U_R^2)R_R^2}{U_R^2}} = \frac{R_R}{U_R}\sqrt{U_G^2 - U_R^2} \tag{11}$$

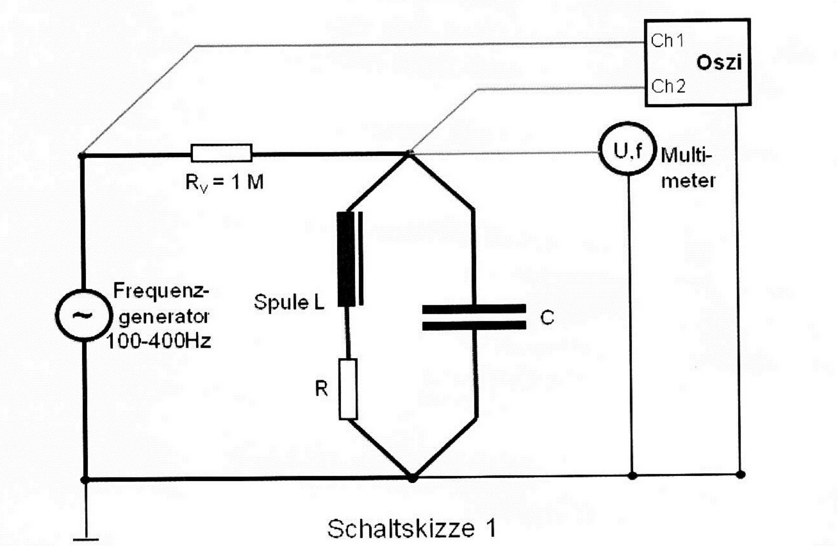
Außerdem gilt:

$$R = \omega \cdot L \tag{12}$$

$$\Rightarrow L = \frac{R}{2\pi f} \tag{13}$$

2.3 L, R und C eines Parallelschwingkreises

Aufbau der Schaltung wie folgt:



Schaltskizze 1

Je nach Resonanznähe variieren wir die Frequenz in $20Hz$- bis $5Hz$-Schritten. Wir messen nun (a) die Spannung am Resonanzkreis mit dem Multimeter und (b) die Phasenverschiebung ($\triangle$t) mit dem Oszilloskop. Daraus errechnen wir die Phase $\triangle\phi$. Wir tragen U(f) und $\triangle\phi$(f) jeweils in einem Diagramm auf. Für die Resonanzfrequenz gilt $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Daraus ergibt sich auch die Beziehung:

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} \tag{14}$$

Zudem soll die Halbwertsbreite $\triangle\omega$ bestimmt werden sowie die Kapazität C und der Verlustwiderstand R mit Hilfe der Gleichungen:

$$C = \frac{\sqrt{3}}{\triangle\omega R_r} \qquad R = \frac{\triangle\omega \cdot L}{\sqrt{3}} \tag{15}$$

2.4 Wechselstromwiderstände

Wir messen nun direkt den Widerstand von Spule L und Kondensator C_2 bei der Resonanzfrequenz ω_0, indem wir Spannung und Stromstärke messen und den Widerstand daraus berechnen.

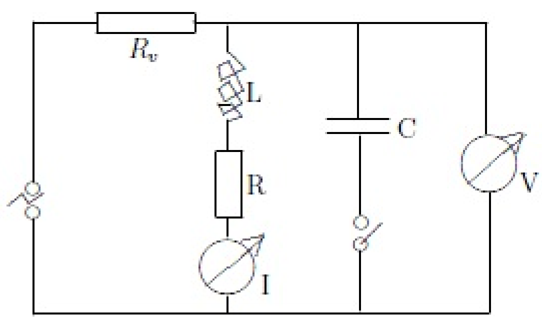
$$R_{S/C} = \frac{U}{I} \tag{16}$$

Weiter gilt:

$$L = \frac{\sqrt{R_S^2 - R^2}}{\omega} \tag{17}$$

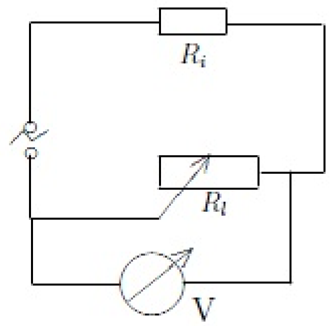
$$C = \frac{1}{\omega \cdot R_C} \tag{18}$$

Schaltung:



2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Schaltung:



Wir regeln das Potentiometer so, dass die angezeigte Spannung gerade die Hälfte der Ausgangsspannung des Sinusgenerators beträgt. Wir lesen dann den Widerstand am Potentiometer ab, denn der Widerstand des Sinusgenerators ist gleich groß, da dieselbe Spannung über ihm abfällt. Für die Leistung gilt:

$$P = U_G \cdot I = U_G \cdot \frac{U}{R + R_i} = (U - R_i I)\frac{U}{R + R_i} \tag{19}$$

mit $I = \frac{U}{R+R_i}$ folgt:

$$P = \frac{U^2 \cdot R}{(R + R_i)^2} \tag{20}$$

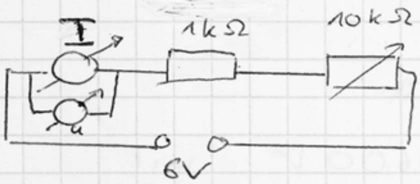
Für die maximale Ausgangsleistung muss $\frac{dP}{dR} = 0$.

$$\frac{dP}{dR} = U^2 \frac{R - R_i}{(R + R_i)^3} \overset{!}{=} 0 \tag{21}$$

Dies gilt für $R = R_i$. Für die Maximalleistung P_{max} gilt dann:

$$P_{max} = \frac{U^2}{4R} \tag{22}$$

(1.1)



Wert d. Potentiometers

4,855 → 4855 Ω

ABB1

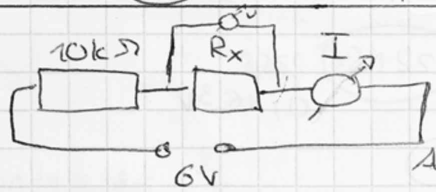
mit $\circlearrowleft u$ an $\circlearrowleft I$ nur : I = 0,636 mA
U = 0,114 V

hiermit (1.2) berechnen

---

ohne Innenw.
a 785,44 Ω
b 457,89 Ω
c 560,85 Ω
d 657,44 Ω

(1.3)



a) spannungsrichtig

a

AVΩ (1) 0,107 V U_{Rx}
0,577 mA I

b

(2) 0,261 V U_{Rx}
μA 0,57 mA I

ABB2

TABELLE

Spannr. $R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_iU}}$

a) 485,63 Ω
b 464,99 Ω

stromrichtig: $R_x = \frac{U - R_I}{I}$

c 460,85 Ω
d 477,14

b) stromrichtig

μA (2) c U 0,318 V
I 0,567 mA

AVΩ (1) d U 0,23 V
I 0,35 mA

R_x hier 470 Ω

	R_i^U [Ω]	R_i^I [Ω]
AVΩ	300	100
μA	30000	180

alles in 1V Skala

ABB 3 (1.4) 6,836 · 10^{-1} kΩ = 683,6 Ω

(1.5) 482 Ω gemessen.

(1.6) ~~0,86 V~~ 1,43 V

ABB 4

1,4227 V mit Gerät

(1.7)

220 Ω	27,4 mV	4,29773 Ω	
110 Ω	33,2 mV	2,614548 Ω	
47 Ω	77 mV	2,67480 Ω	
22 Ω	82 mV	1,33828 Ω	

$R_i = R_L \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U}$

$\overline{R_i}$ = 2,73134 Ω

(2.1) 81,9 Ω

(2.2) 0,2046 0,07588 V R
↓ 0,1558 V. L
0,15888

AB B5

P. Bur

(2.3) klare Direkt Generator

größt mögl U = 0,19600 V mit

Resonanzf. : f_{Res} = 221.861Hz n Phase

5Hz nach rechts:

ABB 6

221,86 226,8
0,163V

gemessen berechnet

(2.4) L 5,11mA ~1600 mit L = 1H
8,02 V

L 893,99

1569,47 Ω mit L = 1,1H also +10%
1533,39

ABB 7

Tabelle

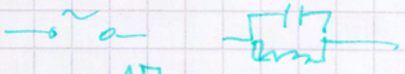
C 5,27 mA
8,1 V

1537,00 Ω C 1526,30

(2.5) 8,0 V leerlauf.

Pot. U auf 4V mit 650 Ω
(648 Ω)

ABB 8

f  Δt Δφ

f	Δt		Skalierung	Δφ	U in V
221,86	0	0			
226,86	− 0,9	−0,45	0,5 ms	− 36,75	0,16123
231,74	− 1,3	− 0,65	"	− 54,23	0,11945
236,82	− 1,5	− 0,75	"	− 63,99	0,08981
241,82	− 1,6	− 0,8	"	− 69,64	0,07136
246,75	− 1,65	− 0,825	"	− 73,28	0,05913
251,715	− 1,7	− 0,85	"	− 77,02	0,05042
256,691	− ~~4,75~~ 4,3 4,2	−0,84	0,2 ms	− 77,62	0,04392
266,63	− 4,1 4,1	−0,82	0,2 ms	− 78,71	0,03510
286,41	− 4,05	−0,81	"	− 83,34	0,02532
306,66	− 3,8	−0,76	"	− 83,90	0,0199
326,4	− 3,6	−0,72	"	− 84,60	0,01658
216,36	+ 2,2	0,44	"	+ 34,27	0,15336
211,16	+ 3,5	0,7	"	+53,21	0,1083
206,363	+ 4,15	0,83	"	61,66	0,0812
201,73	+ 4,55	0,91	"	66,09	0,0643
196,76	+ 4,9	0,98	"	69,42	0,05205
191,79	+ 5,3	1,06	"	73,19	0,04339
186,84	+ 2,2	1,1	0,5 ms	73,99	0,037
176,7	+ 2,45	1,225	"	77,52	0,0281
156,35	+ 2,8	1,4	"	78,80	0,0182
136,55	+ 3,3	1,65	"	81,11	0,01294
116,417	+ 3,8	1,9	"	79,64	0,00948

?

2.4. U

$$2\pi f = \omega = 2\pi \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{30} s$$

P. Bau

Auswertung

Praktikum klassische Physik I

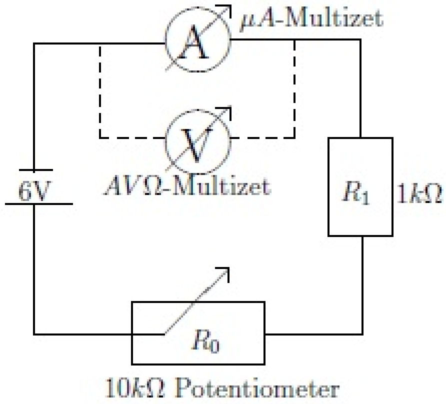
Elektrische Messverfahren

Von: Antonia Eckert
Herbert Ullrich

Inhaltsverzeichnis

1 Widerstandsmessung bei Gleichstrom

1.1 Innenwiderstand des Strommessgeräts



Die Schaltung wurde von uns wie in Abb.1 gezeigt aufgebaut mit einer Spannung von $U_0 = 6V$. Mit Hilfe des regelbaren Widerstandes regelten wir die Stromstärke am μA-Multizet auf genau $1mA$. Der eingestellte Wert des Potentiometers war $R_{pot} = 4855\Omega$. Schließlich schalteten wir zum Strommessgerät ein Spannungsmessgerät, den $AV\Omega$-Multizet, parallel, um dann den Innenwiderstand des μA-Multizets berechnen zu können. Mit $U_i = 114mV$ und $I = 0,636mA$ konnte R_i ermittelt werden.

$$R_i^I = \frac{U_i}{I} = 179,25\Omega \tag{1}$$

1.2 Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts

Wenn wir annehmen, dass die Stromstärke näherungsweise unverändert bleibt, so lässt sich anhand der Daten aus 1.1 der Innenwiderstand des $AV\Omega$-Multizets berechnen:

$$R_i^U = \frac{U_i}{I_0 - I} = 313,19\Omega \tag{2}$$

Da nun alle Widerstandswerte bekannt sind, kann der Gesamtwiderstand der Schaltung bestimmt werden:

$$R_G = R + R_{pot} + \frac{R_i^U \cdot R_i^I}{R_i^U + R_i^I} = 5969\Omega \tag{3}$$

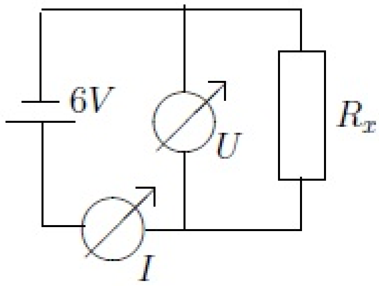
Mit diesem Gesamtwiderstand R_G und U_0 kann jetzt der tatsächliche Wert des Stroms bestimmt werden:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_G} = 1,005mA \tag{4}$$

Mit diesen Werten kann nun ein exakterer Wert für den Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts berechnet werden:

$$R_i^U = \frac{U_i}{I_0 - I} = 308,78\Omega \tag{5}$$

1.3 Unbekannter Widerstand



Der Wert eines unbekannten Widerstandes R_x sollte bestimmt werden. Hierzu wurde er mit einem Widerstand $R = 10k\Omega$ und einem Strommessgerät in Reihe an eine Spannungsquelle $U = 6V$ geschlossen. Anschließend sollte die Spannung einmal spannungsrichtig, das andere Mal stromrichtig gemessen werden. Diese Messung wurde noch einmal mit vertauschten Messgeräten durchgeführt:

		spannungsrichtig		stromrichtig	
$AV\Omega$:	U_{R_X}	0,107	V	0,230	V
μA:	I	0,577	mA	0,350	mA
μA:	U_{R_X}	0,261	V	0,318	V
$AV\Omega$:	I	0,570	mA	0,567	mA

Anhand der 4 Wertepaare konnten wir schließlich R_x berechnen, zuerst ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände:

$$R_x = \frac{U}{I} \tag{6}$$

		spannungsrichtig	stromrichtig
$AV\Omega$:	U_{R_X}	185,44 Ω	657,14 Ω
μA:	I		
μA:	U_{R_X}	457,89 Ω	560,85 Ω
$AV\Omega$:	I		

Hierbei ist gut zu erkennen, dass die berechneten Widerstände sehr voneinander abweichen. Deshalb sollten die Innenwiderstände der Messgeräte berücksichtigt werden. Dies führte zu zwei verschiedenen Formeln. Bei der spannungsrichtigen Messung floß ein Teil des Stromes durch das Spannungsmessgerät, was bei der Berechnung berücksichtigt werden musste:

$$R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}} \tag{7}$$

Bei der stromrichtigen Messung hingegen fiel ein Teil der Spannung am Strommessgerät ab, was dazu führte, dass der Term für die Spannung korrigiert werden musste:

$$R_x = \frac{U - R_i^I \cdot I}{I} \tag{8}$$

Für die verschiedenen Messungen waren folgene Innenwiderstände der Messgeräte angegeben:

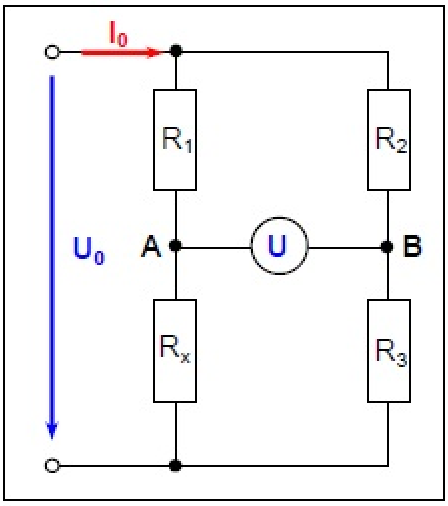
	R_i^U $[\Omega]$	R_i^I $[\Omega]$
$AV\Omega$	300	100
μA	30000	180

Schließlich kamen folgende Werte zustande:

		spannungsrichtig	stromrichtig
$AV\Omega$:	U_{R_X}	485,63 Ω	477,14 Ω
μA:	I		
μA:	U_{R_X}	464,99 Ω	450,85 Ω
$AV\Omega$:	I		

Diese Werte lagen weitaus näher am zu messenden Widerstand $R_x = 470\Omega$, was uns zeigte, dass Innenwiderstände für eine genaue Messung nicht vernachlässigt werden sollten.
Anmerkung zum Innenwiderstand von Messinstrumententen: Strommessgeräte sollten einen möglichst kleinen Innenwiderstand haben, da sie in Reihe geschaltet werden. Ihr Widerstand addiert sich zu den übrigen, was zu einer Verringerung der Stromstärke führt. Spannungsmessgeräte hingegen sollten einen möglichst großen Innenwiderstand besitzen, da sie parallel geschaltet werden. Ist der Widerstand groß, so fließt nur ein kleiner Strom durch das Messgerät. Ist diese Stromstärke zu groß, ist die Spannung, die man misst, viel kleiner als der Wert, der gemessen werden sollte.

1.4 Wheatstone'sche Brücke



In dieser Wheatstone'schen Brückenschaltung wurde ein $1k\Omega$-Potentiometer einer Reihe aus unbekanntem Widerstand R_x und einem $1k\Omega$-Widerstand R parallel geschaltet. Ein Vorwiderstand von 220Ω diente als Strombegrenzung. Anschließend sollte die Spannung gemessen werden mit Hilfe eines Spannungsmessgerätes, welches den Seitenarm des Potentiometers und die Mitte der zwei Widerstände verband. Das Potentiometer wurde hierzu so eingestellt, dass keine Spannung zu messen war, d.h. $0V$ angezeigt wurde. Für diesen Zustand musste an den Widerständen R_x und R die gleichen Spannungen abfallen wie über die linke und rechte Potentiometerhälften R_{links} und R_{rechts}. Anhand der Werte $R_{links} = 683,60\Omega$, $R_{rechts} = 316,40\Omega$ und $R = 1000\Omega$ konnte R_x bestimmt schließlich werden:

$$R_x = R \cdot \frac{R_{links}}{R_{rechts}} = 462,84\Omega \tag{9}$$

Anmerkung zum Vorteil dieser Schaltung: Der Vorteil einer Brückenschaltung ist es, dass die Innenwiderstände der Messinstrumente vernachlässigt werden können. Die Exaktheit der Messung hängt fast ausschließlich von der Einstellung des Potentiometers ab, bzw. von einer genauen Längenmessung der Widerstände links und rechts des Abgriffs.

1.5 Ohmmeter

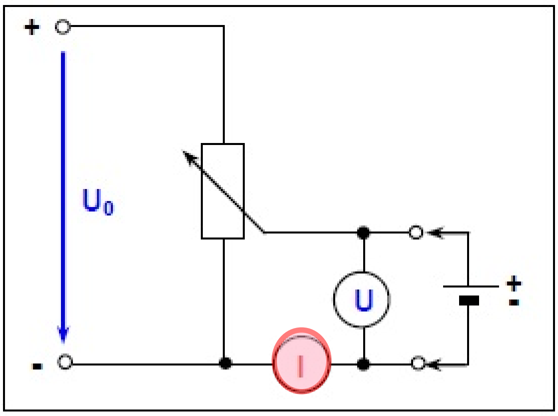
In diesem Versuch wurde anhand der Ω-Messfunktion des μA-Multizets R_x bestimmt. Hierzu legte das Messinstrument an den zu messenden Widerstand R_x eine Spannung an und misst dann den dazugehörigen Strom. Das μA-Multizet zeigte einen Widerstandswert von 482Ω an.

Anmerkung zum Ohmmeter:

$$R_x = \frac{U}{I} \tag{10}$$

Anhand dieser Relation berechnete dieses Ohmmeter aus 1.5 den unbekannten Widerstand. Gut zu sehen ist, dass dieser Vorgang einer Skala proportional zum Faktor $\frac{1}{R_x}$ zugrunde liegt. Hingegen ein Ohmmeter mit linearer Skala funktioniert so wie eine Wheatstone'sche Brückenschaltung aus 1.4.

1.6 Kompensationsschaltung



Um die Spannung an einer Trockenbatterie zu messen, war es sinnvoll eine Kompensationsschaltung zu verwenden. Hierfür sollte die Spannung der Batterie von einer entgegengesetzt gepolten und in Reihe geschalteten Hilfspannung U_H kompensiert werden. Da wir aber keine regelbare Spannungsquelle zur Verfügung hatten, musste die Einstellung eines Potentiometer für die Kompensation sorgen, also $U_H = U_0$ galt. Die gemessene Spannung am Potentiometer war also gleich der Spannung der Trockenbatterie:

$$U_H = U_0 = 1,43V \tag{11}$$

Dieser Wert wurde uns auch durch den Wert $U_0 = 1,4227V$, den das Keithley Multimeter lieferte bestätigt. Anmerkung zur Kompensationsschaltung: Solch ein Verfahren ist hilfreich, wenn die zu messende Spannungsquelle, hier die Batterie, nicht belastet werden darf. Eine leichte Belastung, z.B durch den Innenwiderstand eines Messinstruments, könnte zu einer Verfälschung der Messwerte führen.

1.7 Innenwiderstand einer Trockenbatterie

Dieselbe Kompensationsschaltung wie aus 1.6 bei sollte nun bei verschiedenen Belastungen $(220\Omega, 110\Omega, 47\Omega, 22\Omega)$ betrachtet werden. Nachdem $U_H = U_0$ eingestellt war, wurde ein Last-Widerstand R_L dazugeschaltet und die jeweilige Spannungserniedrigung $\triangle U$ mit dem μA-Multizet gemessen. Es gelten folgene Beziehungen:

$$\triangle U = R_i \cdot I \tag{12}$$

$$U_0 - \triangle U = R_L \cdot I \tag{13}$$

$$\rightarrow R_i = R_L \cdot \frac{\triangle U}{U_0 - \triangle U} \tag{14}$$

Lastwiderstand R_L $[\Omega]$	$\triangle U$ $[mV]$	Innenwiderstand R_i $[\Omega]$
220	27,4	4,2977
110	33,2	2,6145
47	77,0	2,6748
22	82,0	1,3383

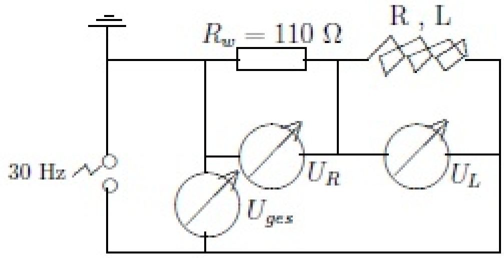
$$\Rightarrow \overline{R}_i = 2,7314\Omega \tag{15}$$

2 Kondensator und Spule bei Wechselstrom

2.1 Widerstand deiner Spule

Wie in 1.5 wurde mit Hilfe des Ω-Messbereichs vom μA-Multizet der Gleichstromwiderstand der Spule gemessen, weil dieser später noch verwendet werden sollte. Der angezeigte Wert betrug $81,9\Omega$.

2.2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule



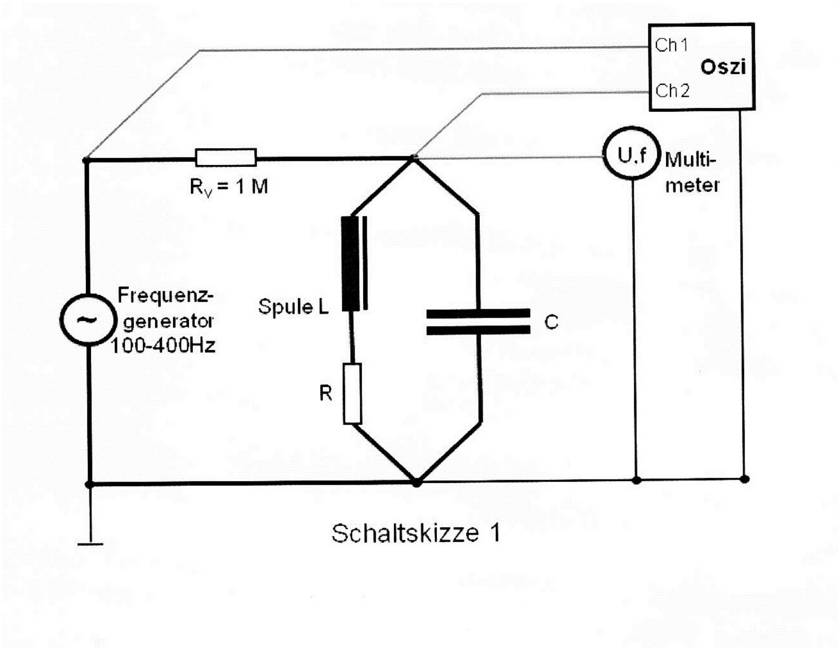
In der Schaltung nach Abb.5 sollten die Spannungen an Spule und Vorwiderstand gemessen werden. Bei einer Generatorspannung von $U_G = 0,2V$ und einer Frequenz von $f = 30Hz$ betrug $U_L = 0,1558V$ und $U_R = 0,07988V$. Anhand dieser Werte ließen sich Verlustwiderstand R_L und Induktivität L berechnen.

$$I = \frac{U_R}{R_R} = 0,72mA \rightarrow R_L = \frac{{U_G}^2 - {U_R}^2 - {U_L}^2}{2 \cdot U_R \cdot I} = 80,55\Omega \tag{16}$$

$$\rightarrow L = \frac{R}{U_R \cdot \omega} \cdot \sqrt{{U_L}^2 - {U_R}^2} = 0,98H \tag{17}$$

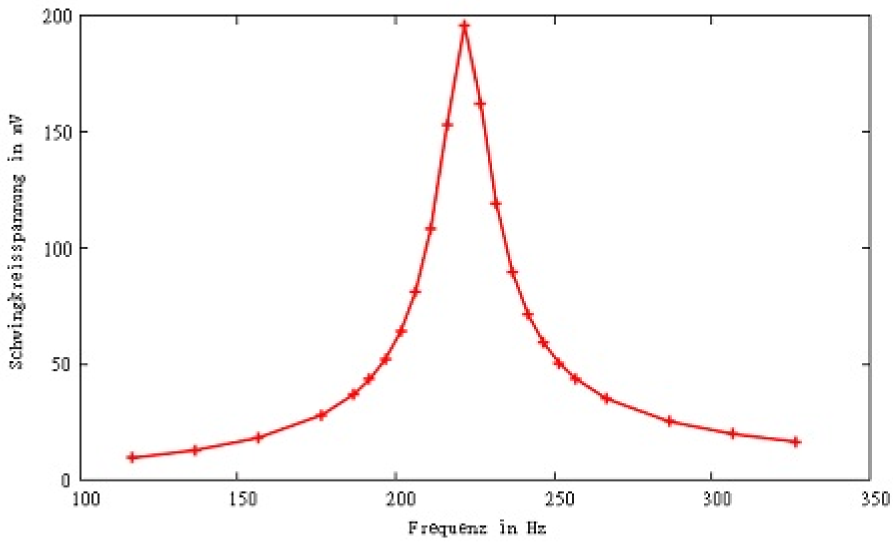
Dieser Wert kommt dem angegebenem Wert von 1H sehr nahe.

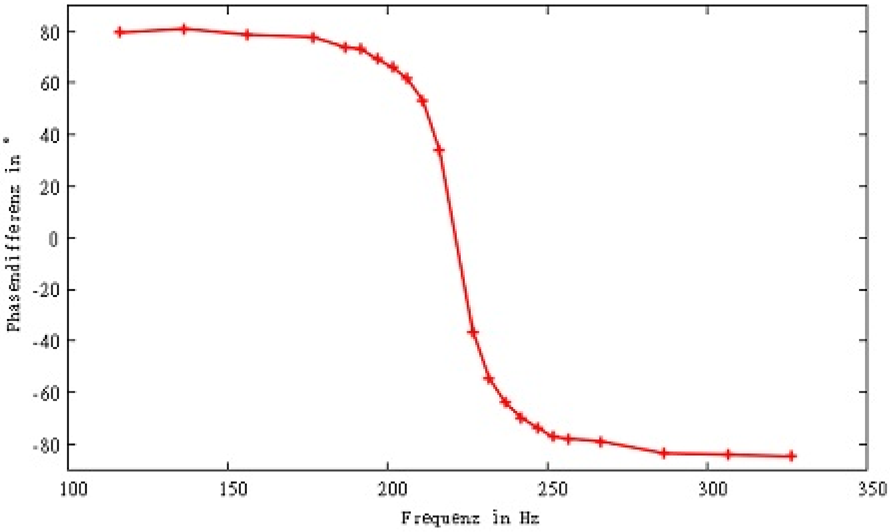
2.3 Resonanzverhalten eines Parallelschwingkreises



Nach Abb.6 wurde eine Schaltung aufgebaut und anschließend ihr Resonanzverhalten untersucht. Die größtmögliche Generatorspannung, die wir einstellen konnten, betrug $U_G = 0,196V$ und die dazugehörige Resonanzfrequenz war nach Anzeige des Keithley Multimeters bei $f_{res} = 221,86 Hz$. So begannen wir unsere Messreihe an genau dieser Frequenz, zuerst in $5HZ$-Schritten, dann in $10Hz$-Schritten.

Frequenz f $[\frac{1}{s}]$	$\triangle t$ $[ms]$	$\triangle \phi$ [°]	Spannung U $[mV]$
116,42	1,90	79,63	9,6
136,55	1,65	81,11	12,9
156,35	1,40	78,80	18,2
176,70	1,23	77,92	28,1
186,84	1,11	73,99	37,0
191,79	1,06	73,19	43,4
196,76	0,98	69,42	52,1
201,73	0,91	66,09	64,3
206,36	0,83	61,66	81,2
211,16	0,70	61,66	108,3
216,36	0,44	34,27	153,4
221,86	0,00	0,00	200,0
226,86	-0,45	-36,75	161,2
231,74	-0,65	-54,23	119,5
236,82	-0,75	-63,94	89,8
241,82	-0,80	-69,64	71,4
246,75	-0,83	-73,28	59,1
251,72	-0,85	-77,02	50,4
256,69	-0,81	-77,62	43,9
266,63	-0,82	-78,71	35,1
286,41	-0,81	-83,34	25,3
306,66	-0,76	-83,90	19,9
326,40	-0,72	-84,60	16,6





Als Halbwertsbreite nahmen wir die Differenz der Frequenzen, an denen gerade die Hälfte der maximalen Spannung zu messen war:

$$\triangle\omega = 2 \cdot \pi(235Hz - 210Hz) = 2 \cdot \pi 25Hz = 157,08s^{-1} \tag{18}$$

Mit der angegebenen Induktivität von 1H und der Kapazität von $0,47\mu F$ ergab sich für ω_0:

$$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_{res} = 1393,99s^{-1} \tag{19}$$

Verglich man dies mit dem Wert aus $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} = 1458,65s^{-1}$, so sah man, dass diese Werte im Rahmen der möglichen Fehlerquellen, bei Spule 10 Prozent und bei Kondensator 5 Prozent, selbst weniger als 10 Prozent voneinander abwichen. Nun zum Resonanzwiderstand:

$$R_{res} = \frac{U_{res}}{U_V} \cdot R_V = 196mV \cdot \frac{1M\Omega}{8V - 196mV} = 25115,33\Omega \tag{20}$$

Mit diesen Werten ließen sich auch Kapasität, Induktivität und Verlustwiderstand bestimmen:

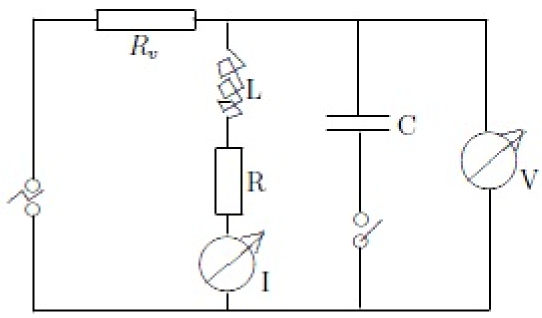
$$C = \frac{\sqrt{3}}{R_{res} \cdot \triangle\omega} = 0,44\mu F \tag{21}$$

$$L = \frac{R_{res} \cdot \triangle\omega}{{\omega_0}^2 \cdot \sqrt{3}} = 1,17H \tag{22}$$

$$R = \frac{R_{res} \cdot \triangle\omega^2}{3 \cdot {\omega_0}^2} = 106,30\Omega \tag{23}$$

Die Messung wurde bei praktisch konstantem Strom durchgeführt, da nur maximal $0,196V$ von $8V$ am Schwingkreis abgefallen sind. Die restliche Spannung fiel am Vorwiderstand ab. Prüfen durch Messungen bestätigten eine konstante Stromstärke. Aus der Vorbereitungshilfe waren Werte für die Induktivität der Spule $L = 1H$ und für die Kapazität des Kondensators $C = 0,47\mu F$ angegeben. Die von uns bestimmten Werte passten demnach sehr gut zu den angegebenen. Lediglich der Wert von $R = 106,30\Omega$ wich etwas vom Wert $R = 81,9\Omega$ ab, der zuvor mit dem Multizet bestimmt worden war.

2.4 Widerstände im Parallelschwingkreis



In diesem Versuch wurden die Wechselstromwiderstände von Kondensator und Spule bestimmt und daraus Induktivität und Kapazität ermittelt. Hierzu wurden Spannung und Stromstärke an Kondensator und Spule gemessen. Mit $R = \frac{U}{I}$ ließen sich die Widerstände dann errechnen.

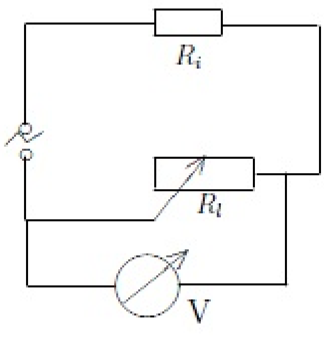
	Spule L	Kondensator C
I $[mA]$	5,11	5,27
U $[V]$	8,02	8,10
R $[\Omega]$	1569,47	1537,06
R_{neu} $[\Omega]$	1393,99	1526,30
mit 1,1H	1533,39	

Diese berechneten Widerstände waren nahezu identisch. Schließlich verglichen wir diese Widerstandswerte mit den Werten aus $R_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ und $R_L = \omega \cdot L$ und stellten fest, dass die Widerstandswerte für den Kondensator übereinstimmten, die für die Spule mit $L = 1H$ hingegen etwas voneinander abwichen. Setzte man daher für $L = 1,1H$ ein, so ergab sich ein Wert, der mit unserem übereinstimmte. Schließlich bestimmten wir noch die Kapazität und die Induktivität:

$$C = \frac{1}{R_C \cdot \omega_0} = 0,47\mu F (= 0,4667\mu F) \tag{24}$$

$$L = \frac{R_L}{\omega_0} = 1,13H \tag{25}$$

2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators



Ein $1k\Omega$-Potentiometer wurde nach Abb.8 so eingestellt, dass an ihm genau eine halbe Leerlaufspannung $\frac{U_0}{2}$ abfiel. In diesem Zustand war der Innenwiderstand des Generators gleich dem Widerstand des eingestellten Potentiometers, also in unserem Versuch $R_{pot} = R_i = 648\Omega$. Schließlich konnte man die maximale Ausgleichsleistung berechnen.

$$\rightarrow P_{max} = \frac{{U_0}^2}{4 \cdot R_i} = 24,69mW \tag{26}$$