FAKULTÄT FÜR PHYSIK, Universität Karlsruhe (TH)
Praktikum Klassische Physik

~~SS~~/WS 20.11../.12...

Praktikum: (P1/~~P2~~) (Mo/~~Di/Mi/Do~~) Gruppe-Nr: ..17...

Name: ...Becker... Vorname: ...Arne...

Name: ...Schwichtenberg... Vorname: ...Jakob...

**Versuch:** Elektrische Messverfahren... (~~mit~~/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: ...Fabian Harms... Durchgeführt am: ...21.11.11...

Abgabe am: 28.11.11

Rückgabe am: 05.12.11 Begründung:

Bitte angestrichene Stellen verbessern, damit das Protokoll zum Musterprotokoll werden kann!

2. Abgabe am: ......................

Ergebnis: ( + / 0 / - ) Fehlerrechnung: ja / nein

Datum: 28.11.11 Handzeichen: F. H.

Bemerkungen: Super Protokoll!

Zutreffendes einkreisen oder nicht Zutreffendes streichen

vom Betreuer auszufüllen

**Versuche P1-70,71,81:** **Elektrische Messverfahren** **Raum F2-17**

Eine ganze Reihe von Messverfahren für Spannung, Strom, Widerstand, Induktivität und Kapazität werden in diesem Versuch vorgestellt. Dabei ist ein wichtiges Lernziel, die Problematik des Messens, nämlich die Veränderung der Werte der Messgrößen durch die Messgeräte zu erkennen und zu lernen, wie man durch geschickte Wahl von Meßgerät und Meßmethode Fehler möglichst vermeidet. Um durch das Meßgerät verfälschte Werte korrigieren zu können, ist es bei jeder Messung nötig, den Typ des Messgeräts und den gerade benutzten Messbereich zu notieren. Die Durchsicht der Zubehörliste, besonders der Angaben zu den Messinstrumenten, bewirkt Aha-Effekte und sollte bei der Vorbereitung nicht vergessen werden.

## Aufgaben:

**1.1 Messen Sie den Innenwiderstand $R_i^I$ des µA-Multizets im 1mA-Bereich.** Schließen Sie dazu das Strommessinstrument in Reihe mit einem festen 1kΩ-Widerstand und einem 10kΩ-Regelwiderstand an (6V=) an und stellen Sie 1mA ein. Notieren Sie sich den eingestellten Wert des Potentiometers. Schalten Sie dann ein Spannungsmessinstrument (AVΩ-Multizet im 0,3V-Bereich) zum Strommessinstrument parallel. Berechnen Sie aus den gleichzeitig angezeigten Werten von Strom und Spannung $R_i^I$.

**1.2 Berechnen Sie aus den Messdaten von 1.1 auch den Innenwiderstand $R_i^U$ des AVΩ–Multizets im 0,3V-Bereich.** Nehmen Sie dazu an, daß das Parallelschalten von $R_i^U$ zu $R_i^I$ den Gesamtstrom im Kreis nur vernachlässigbar ändert. Prüfen Sie nachträglich diese Annahme und verbessern Sie in einem zweiten Rechenschritt mit Hilfe der ersten $R_i^U$-Näherung diesen Wert noch. Das ist ein häufig benutztes iteratives Näherungsverfahren, das hier die Aufstellung und Lösung einer quadratischen Gleichung ersetzt.

**1.3 Bestimmen Sie aus Strom- und Spannungsmessungen einen unbekannten Widerstandswert $R_x$.** Schließen Sie, in Reihe geschaltet, einen 10 kΩ-Widerstand, den 'unbekannten' Widerstand $R_x$ und ein Strommessinstrument (1mA-Bereich) an (6V=) an. Messen Sie mit einem Spannungsmessinstrument (0,3V- oder 1V-Bereich) die Spannungen

**a)** an $R_x$ (**spannungsrichtige Schaltung**) und

**b)** an der Reihenschaltung aus $R_x$ und Strommessinstrument (**stromrichtige Schaltung**).

Wiederholen Sie diese beiden Messungen, wobei µA-Multizet und AVΩ-Multizet die Rollen getauscht haben. Berechnen Sie aus den vier Wertepaaren jeweils - zunächst ohne, dann mit Berücksichtigung der Instrumenteninnenwiderstände - den Widerstandswert $R_x$.
*Frage:* Welchen Innenwiderstand wünscht man sich bei einem Strom- und welchen bei einem Spannungsmessgerät?

**1.4 Messen Sie den Widerstandswert $R_x$ jetzt in einer Wheatstoneschen Brückenschaltung.** Benutzen Sie dafür das lineare 1 kΩ-Potentiometer und den recht genau bekannten 1 kΩ-Widerstand. Schalten Sie in die Anschlußleitung zwischen Brücke und (6V=) 220Ω als Strombegrenzungswiderstand. Als 'Nullinstrument' in der Brückendiagonale verwenden Sie das µA-Multizet, anfangs sehr unempfindlich (z.B. im 10V-Bereich) und dann zunehmend empfindlicher (schließlich z.B. im 30mV-Bereich).
*Frage:* Worin besteht der Vorteil einer Brückenschaltung?

**1.5 Messen Sie den Widerstandswert $R_x$ jetzt mit Hilfe des Ω-Messbereichs vom µA-Multizet.** Wie funktioniert ein solches Ohmmeter? Wie funktioniert wohl ein Ohmmeter mit linearer Skala?

**1.6 Messen Sie die Urspannung $U_0$ einer Trockenbatterie (ca. 1,5V) mit Hilfe einer Kompensationsschaltung.** Überlegen Sie sich vorab, wie man mit Hilfe eines Potentiometers eine regelbare Spannungsquelle aufbauen kann.
Es wird die zu messende Spannung $U_0$ in Reihe mit einer entgegengesetzt gepolten gemessenen (AVΩ-Multizet) Hilfsspannung $U_H$ an ein empfindliches Spannungsmessinstrument (µA-Multizet, anfangs 10V-, schließlich 30mV-Bereich) gelegt. $U_H$ wird so eingestellt, daß die Differenzspannung Null, also $U_0$=$U_H$ ist. Wann ist eine solche Methode, anders als bei der Trockenbatterie, besonders nötig?

**1.7 Messen Sie den Innenwiderstand der Trockenbatterie bei mäßigen Belastungen** (220Ω; 110Ω; 47Ω; 22Ω). Beobachten Sie dazu die jeweilige Spannungserniedrigung ΔU direkt mit Hilfe einer Differenzspannungsmethode. Sie verwenden die Kompensationsschaltung von 1.6, indem Sie nach dem Abgleich im unbelasteten Zustand für die Ablesung von ΔU am µA-Multizet den Lastwiderstand kurzzeitig zuschalten.

**2.1 Messen Sie den Gleichstromwiderstand der Spule L mit Hilfe des Ω-Messbereiches vom µA-Multizet.** Dieser Widerstand ist ein Teil des bei Wechselstromanwendungen beobachteten Verlustwiderstandes der Spule.

**2.2 Messen Sie bei kleiner Frequenz (30Hz) die Induktivität L und den Verlustwiderstand R der Spule.** Dazu wird die Spule in Reihe mit einem 110 Ω-Vorwiderstand an den Sinusgenerator angeschlossen, dessen Ausgangsspannung im so belasteten Zustand auf etwa 0,2V eingestellt wird. Aus den gemessenen Spannungswerten am Generator ($U_G$), am 110Ω-Widerstand ($U_W$) und an der Spule samt ihrem Verlustwiderstand ($U_S$) lassen sich anhand eines Zeigerdiagramms in der komplexen Ebene leicht $\omega L$ und R berechnen (Kosinussatz). Hinweise beachten!

**2.3 Bestimmen Sie Induktivität L, Verlustwiderstand R und Kapazität C eines Parallelschwingkreises aus seinem Resonanzverhalten.** Schalten Sie die Spule L und den Kondensator $C_2$ parallel und schließen Sie diesen Schwingkreis über den Vorwiderstand 1 MΩ an den Sinusgenerator an (**maximale Ausgangsspannung verwenden!).** Schließen Sie außerdem Oszilloskop und Keithley Multimeter an (siehe Schaltskizze 1, Hinweis beachten!). Messen Sie dann in Abhängigkeit von der Frequenz (etwa im Bereich 100Hz bis 400Hz in 20Hz- bis 5Hz-Schritten, je nach Resonanznähe):
(a) die Spannung am Resonanzkreis mit dem Multimeter und (b) die Phasenverschiebung ($\Delta t$) mit dem Oszilloskop. Das Multimeter liefert auch die genaue Frequenz f. Berechnen Sie aus f und $\Delta t$ die Phase $\Delta\varphi$.
Tragen Sie diese beiden Kurven (Spannung und Phase) gegen die Frequenz auf. Begründen Sie den Verlauf der Phasenkurve qualitativ. Ermitteln Sie die Grössen Resonanzkreisfrequenz $\omega_0$, Halbwertsbreite $\Delta\omega$ (Differenz der Kreisfrequenzen, bei denen die Spannung am Kreis halb so groß ist wie im Maximum der Resonanz) und Resonanzwiderstand $R_r$. Das Zustandekommen der dann benötigten Beziehungen:

$$C = \sqrt{3}/(\Delta\omega\, R_r)\,; \quad L = 1/(\omega_0^2 \cdot C) \quad \text{und} \quad R = \Delta\omega\, L/\sqrt{3}$$

sollte Ihnen klar sein. Dabei ist R - möglichst realitätsnah - als Serienwiderstand zu L angesetzt worden. Nehmen Sie zunächst an und prüfen Sie nachträglich, daß Sie die Messung bei praktisch konstantem, vom 1MΩ-Widerstand bestimmten Strom vom Generator ausgeführt haben.

**2.4 Bestimmen Sie die Wechselstromwiderstände von Spule L und Kondensator $C_2$ einzeln bei der Frequenz $\omega_0$ von Aufgabe 2.3 jeweils durch Messung von Strom und Spannung**. Berechnen Sie daraus Induktivität und Kapazität. Warum wird, um auch den Verlustwiderstand der Spule bei dieser Frequenz zu ermitteln, nicht eine Messung nach Art von Aufgabe 2.2 vorgeschrieben?

**2.5 Bestimmen Sie den reell angenommenen Innenwiderstand des Sinusgenerators.** Belasten Sie dazu den Ausgang mit einem passenden Widerstand (1kΩ-Potentiometer) so, daß die Ausgangsspannung gerade auf den halben Wert der Leerlaufspannung sinkt. Wie groß ist die maximale Ausgangsleistung des Sinusgenerators?

## Zubehör:

**Plexiglassteckplatine** mit folgenden Elementen an Steckbuchsen:
Widerstände R1 bis R17: 2,2Ω; 4,7Ω; 10Ω (1%); 22Ω; 47Ω; 110Ω (1%); 220Ω; 470Ω; 1kΩ (1%); 10kΩ (1%); 22kΩ; 47kΩ; 100kΩ; 330kΩ; 1MΩ (1%); 3MΩ; 10MΩ (alle 5%, wenn nicht anders angegeben); Kondensatoren C1 bis C4: 0,1µF; 0,47µF; 1µF; 4,7µF (alle 5%); Spule L: 1H (10%); 2 zehngängige lineare Potentiometer 1kΩ und 10kΩ (3%; Linearität 0,25%);
**Netzgerät** (6V=);
Trockenbatterie (Mignon) mit Buchsen;
**Sinusgenerator**;

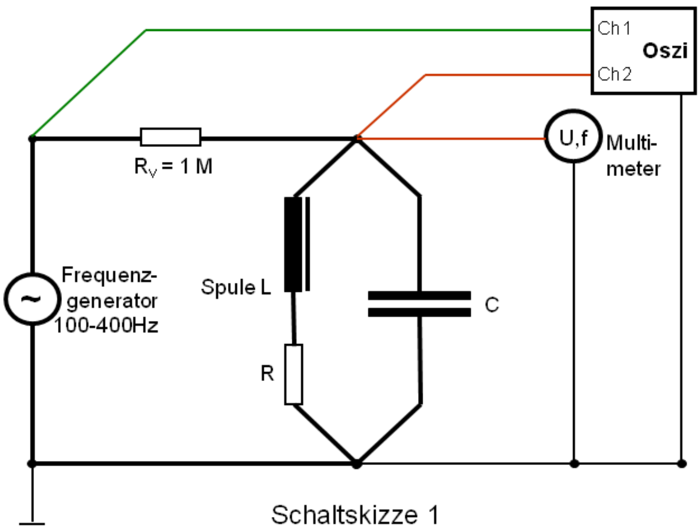
**Universalmessinstrument 'µA-Multizet'** (Bereich/Innenwiderstand: 0,00001/3000; 0,00003/4330; 0,0001/1700; 0,0003/600; 0,001/180; 0,003/60; 0,01/18; 0,03/6; 0,1/1,8; 0,3/0,62 A/Ω; 0,03/3000; 0,1/10000; 0,3/30000; 1/100000; 3/300000; 10/1000000 V/Ω; nur =; ±1% SKE);
**Universalmessinstrument 'AVΩ–Multizet'** (Bereich/Innenwiderstand: 0,001/100; 0,003/16,7; 0,01/5; 0,03/2; 0,1/0,6; 0,3/0,2 A/Ω; 0,1/100; 3/3000; 10/10000 V/Ω und weitere = - Bereiche mit ±1% SKE; außerdem Wechselstrom- und Wechselspannungsbereiche, bei 3V 333Ω/V, sonst 1000Ω/V, ±2% SKE);
**Universalmessinstrument 'Keithley 2100'** für Frequenz- und Spannungsmessung

## Hinweise:

Beim Sinusgenerator und beim Oszilloskop ist jeweils einer der Anschlüsse geerdet. Diese müssen gemeinsam am selben Punkt der Schaltung angeschlossen sein.
Zu Aufgabe 2.3: Exakt in Phase mit dem Strom ist die Spannung, die am 1MΩ-Vorwiderstand $R_V$ abfällt. Da jedoch der Eingangswiderstand des Oszilloskops nicht groß gegen 1MΩ ist, würde der Anschluß hier die Messung stören. Deshalb wird nach der angegebenen Schaltskizze die Phase der Spannung $U_G$ am Generator mit der Spannung U am Schwingkreis verglichen. Der dadurch auftretende Fehler ist klein, denn
(a) in der Gegend der Resonanzfrequenz (wo nicht gilt R(Kreis)<<1MΩ), ist der Kreiswiderstand nahezu reell, und folglich sind $U_G$ und I weitgehend phasenverschiebungsfrei, und
(b) in einiger Entfernung von der Resonanz, wenn aufgrund des vorherrschend induktiven bzw. kapazitiven Verhaltens des Parallelkreises eine Phasenverschiebung zwischen $U_G$ und I auftreten könnte, ist R(Kreis)<<1MΩ und folglich I in guter Näherung nur von $R_V$ bestimmt, also $U_G$ und I wieder nahezu phasenverschiebungsfrei.

## Literatur:

Alle Physik- und Elektrotechnik-Lehrbücher sind geeignet. Speziell über den benutzten Schwingkreistyp finden Sie Informationen z.B. in den Büchern
Bergmann, Schäfer: *Experimentalphysik*, Band 2, 6.Auflage, §45
Kohlrausch: *Praktische Physik*, Band 2, 20.Auflage, §6.4
Liemann, Hassel: *Handbuch der HF-Technik*, Kapitel IV B
Etliche der gestellten Aufgaben sind beschrieben in
Walcher: *Praktikum der Physik*, 2.Auflage, Kap. 5
Nützliche zusätzliche Literatur:
Jacobowitz, H.: How to solve Problems in Electricity and Electronics



Schaltskizze 1

(zu Aufgabe 2.3)

Version: Juli 10

# Versuchsvorbereitung:
# Elektrische Messverfahren

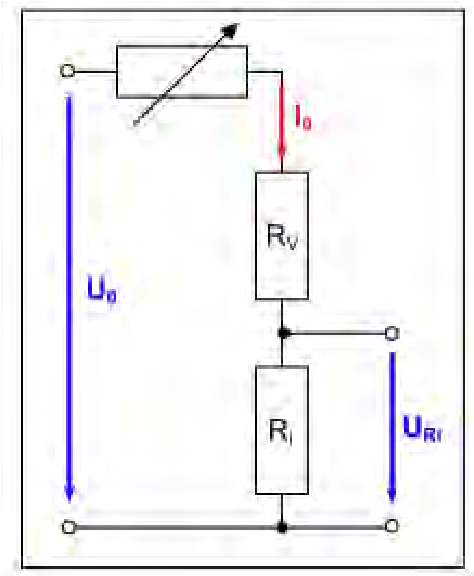
Arne Becker

11. Dezember 2011

## Inhaltsverzeichnis

# 1 Messungen bei Gleichstrom

## 1.1 Innenwiderstand des $\mu$A-Multizets




Zur Bestimmung des Innenwiderstands $R_i^I$ des Messgeräts wird dieses mit einem $R_1 = 1$ k$\Omega$-Widerstand und einem $R_2 = 10$ k$\Omega$-Regelwiderstand bei einer Spannung von $U_0 = 6$ V und einer Stromstärke von $I_0 = 1$ mA in Reihe geschaltet. Der angezeigte Wert des Potentiometers wird notiert und anschließend ein AV$\Omega$-Multizet parallel zum Strommessinstrument geschaltet. Der Innenwiderstand ergibt sich aus den gleichzeitig angezeigten Werten für Strom und Spannung mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes:

$$U = RI \tag{1}$$

$$\Rightarrow R_i^I = \frac{U}{I}$$

## 1.2 Innenwiderstand des AV$\Omega$ Multizets

Aus den gemessenen Daten aus **1.1** soll nun auch der Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes $R_i^U$ im 0,3 V-Bereich berechnet werden. Dabei soll die Stromänderung durch die Parallelschaltung der Messgeräte vernachlässigt werden. Für den Gesamtstrom gilt $I_0 = I_U + I_I$. Somit gilt nach (1) für den Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts:

$$R_i^U = \frac{U}{I_U} = \frac{U}{I_0 - I_I}$$

Da die Stromänderung durch die Parallelschaltung in Realität jedoch nicht zu vernachlässigen ist, kann man diesen Wert durch ein iteratives Verfahren verbessern. Der Gesamtwiderstand der Schaltung ergibt sich aus:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + \frac{R_i^I \cdot R_i^U}{R_i^I + R_i^U}$$

Damit kann man mit (1)wiederum einen genaueren Wert für den Gesamtstrom bestimmen, mithilfe dessen sich ein besserer Wert für den Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes berechnen lässt. Dieses Verfahren lässt sich beliebig oft wiederholen.

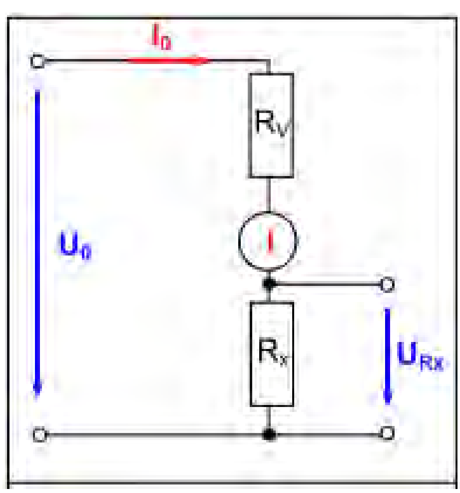
### 1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstandes

Ein unbekannter Widerstand $R_x$ soll mit einem Widerstand $R = 10\ \text{k}\Omega$ und einem Strommessgerät bei einer Spannung von 6 V in Reihe geschaltet werden. Mit einem Spannungsmessgerät sollen nun die Spannungen an $R_x$ (spannungsrichtig) sowie an der Reihenschaltung von $R_x$ und dem Strommessgerät (stromrichtig) gemessen werden. Danach sollen die Positionen der Messgeräte vertauscht und die Messungen wiederholt werden.
Ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände der Messgeräte ergibt sich für den unbekannten Widerstand:

$$R_x = \frac{U}{I}$$

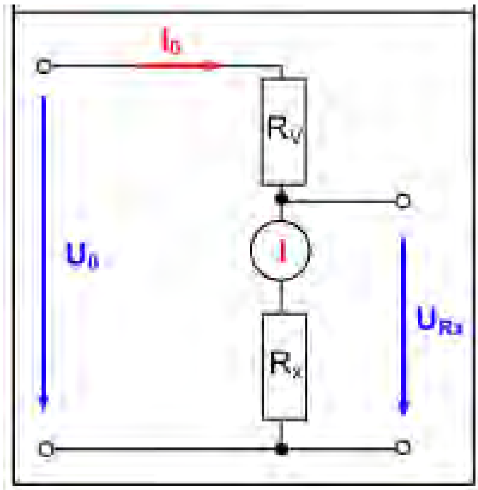
Berücksichtigt man jedoch die Innenwiderstände erhalten wir für die unterschiedlichen Schaltungen verschiedene Gleichungen.
Bei der spannungsrichtigen Schaltung wird berücksichtigt, dass der Strom durch das Spannungsmessgerät in die gemessenen Werte mit eingeflossen ist:

$$R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}}$$



Ebenso muss bei der stromrichtigen Schaltung berücksichtigt werden, dass die Spannung am Strommessgerät mitgemessen worden ist:

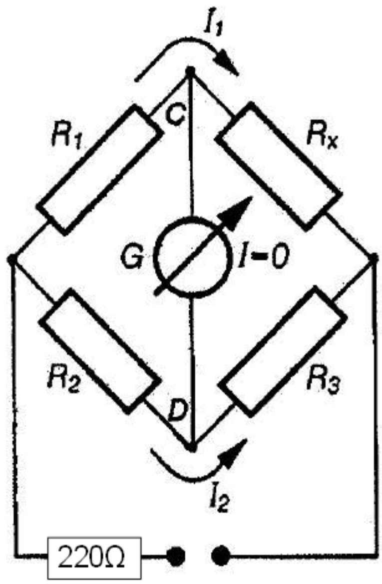
$$R_x = \frac{U - R_i^I \cdot I}{I}$$




Um die Messungenauigkeiten von vornherein zu vermindern, wählt man den Innenwiderstand von Spannungsmessgeräten groß im Vergleich zum gemessenen Widerstand, damit der Strom durch das Messgerät klein bleibt. Ebenso wählt man den Innenwiderstand von Strommessgeräten klein im Vergleich zum gemessenen Widerstand, damit der Spannungsabfall am Messgerät klein bleibt.

## 1.4 Wheatstonesche Brückenschaltung

Wieder soll der Widerstand $R_x$ bestimmt werden, diesmal jedoch mithilfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung. Diese nutzt drei bekannte Widerstände um einen vierten zu bestimmen.




Bei unserer Schaltung wir zusätzlich ein 220 Ω-Widerstand zur Strombegrenzung zwischen die Spannungsquelle $U_0 = 6$ V und Brücke eingebaut. In die Brückendiagonale wird das $\mu$A-Multizet eingebaut und wir verwenden den Widerstand $R_1 = 1$ kΩ. Ein 1 kΩ-Potentiometer fungiert mithilfe des Mittelabgriffs sowohl al $R_2$, als auch als $R_3$.
Nun wird das Potentiometer so lange verstellt, bis kein Strom mehr durch das Messgerät fließt. Dann lässt sich der unbekannte Widerstand aus folgender Beziehung berechnen:

$$R_x = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}$$

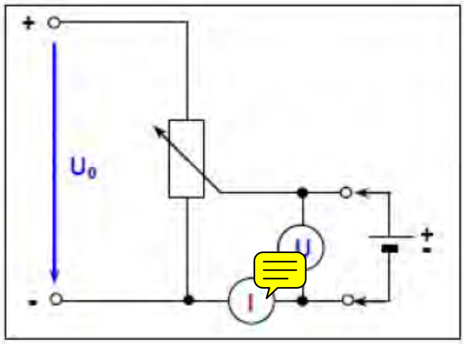
Der Vorteil dieser Messmethode ist, dass der Innenwiderstand des Messgerätes unerheblich ist, da durch dieses bei der Messung kein Strom fließt.

### 1.5 Widerstandsmessgerät

Erneut wird der Widerstand $R_x$ bestimmt, diesmal mit dem Ω-Messbereich vom $\mu$A-Multizet. Dabei legt das Messgerät eine bekannte Spannung am Widerstand an und misst die Stromstärke. Da diese nach (1) umgekehrt proportional zum Widerstand ist, ist die Skala nicht linear. Eine solche würde sich ergeben, wenn die Spannung bei einem bekannten Strom gemessen würde.

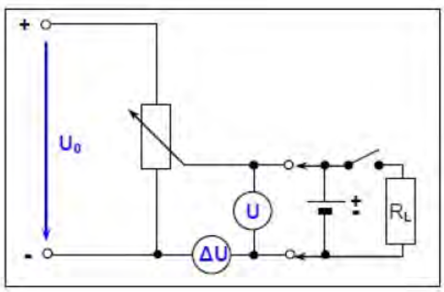
### 1.6 Urspannung einer Trockenbatterie

In dieser Aufgabe soll eine Kompensationsspannung verwendet werden um die Urspannung $U_0$ eine Trockenbatterie zu bestimmen. Dabei wird die Spannung $U_0$ in Reihe mit einer entgegengesetzt gerichteten Hilfsspannung $U_\mathrm{H}$ an ein Spannungsmessgerät gelegt. Dabei wird $U_\mathrm{H} = U_0$ eingestellt, sodass die gemessene Spannung null ist. Dies wird mit Hilfe eines Potentiometers bewerkstelligt, indem die Widerstände an diesem so eingestellt werden, dass man die gewünschte Spannung an der entsprechenden Stelle erhält.




Dieses Verfahren ist zur Messung solcher Spannungsquellen notwendig, deren erzeugte Spannung vom Strom abhängig ist.

### 1.7 Innenwiderstand einer Trockenbatterie




Wir verwenden zunächst die gleiche Schaltung wie in **1.6** mit der gleichen Hilfsspannung $U_\mathrm{H}$. Nun wird aber zusätzlich ein Lastwiderstand $R_\mathrm{L}$ (220 Ω ; 110 Ω ; 47 Ω ; 22 Ω) parallel geschaltet und die Differenzspannung $\Delta U$ gemessen. Es gelten:

$$R_i = \frac{U_0}{I} - R_\mathrm{L}$$
$$U_0 - \Delta U = R_\mathrm{L} I$$
$$\Rightarrow R_i = \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U} \cdot R_L$$

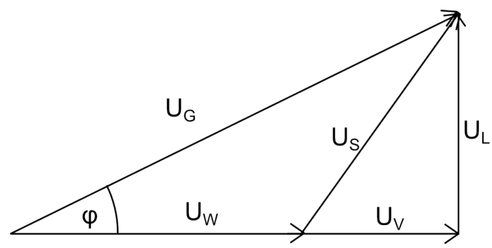
## 2 Kondensator und Spule bei Gleich- und Wechselstrom

### 2.1 Gleichstromwiderstand einer Spule

Mit der Methode wie in **1.5** wird der Gleichstromwiderstand einer Spule gemessen.

## 2.2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule

Eine Spule $L$ wird in Reihe mit einem Vorwiderstand $R_{\mathrm{W}} = 110\ \Omega$ an einem Sinusgenerator angeschlossen. Die Ausgangsspannung wird auf 0,2 V eingestellt, die Frequenz beträgt $f = 30$ Hz. Nun werden die Spannungsabfälle $U_{\mathrm{G}}$ am Generator, $U_{\mathrm{W}}$ am Widerstand und $U_{\mathrm{S}}$ an der Spule samt ihrem Verlustwiderstand gemessen. Mithilfe des folgenden Zeigerdiagramms lassen sich die gesuchten Werte berechnen:




Dabei ist $U_{\mathrm{S}}$ zusammengesetzt aus der Spannung am Verlustwiderstand $U_{\mathrm{V}}$ und der Spannung an der Induktivität $U_{\mathrm{L}}$ Mit dem Kosinussatz ergibt sich:

$$U_{\mathrm{S}}^2 = U_{\mathrm{G}}^2 + U_{\mathrm{W}}^2 - 2U_{\mathrm{G}}U_{\mathrm{W}}\cos\varphi$$

Ferner gilt für den Winkel:

$$\cos\varphi = \frac{U_{\mathrm{W}} + U_{\mathrm{V}}}{U_{\mathrm{G}}}$$

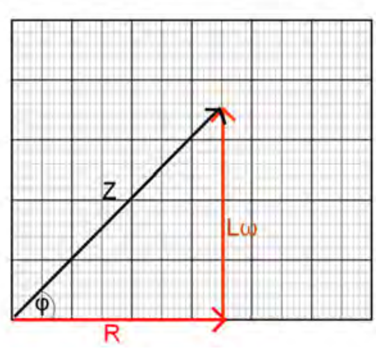
Und nach dem Ohmschen Gesetz gilt:

$$U_{\mathrm{V}} = I \cdot R_{\mathrm{L}} = \frac{U_{\mathrm{W}}}{R_{\mathrm{W}}} \cdot R_{\mathrm{L}}$$

Setzt man diese Gleichungen zusammen, so erhält man den Verlustwiderstand der Spule:

$$R_{\mathrm{L}} = R_{\mathrm{W}} \cdot \frac{U_{\mathrm{G}}^2 - U_{\mathrm{S}}^2 - U_{\mathrm{W}}^2}{2U_{\mathrm{W}}^2}$$

Weiterhin ergibt sich aus einem weiteren Zeigerdiagramm:



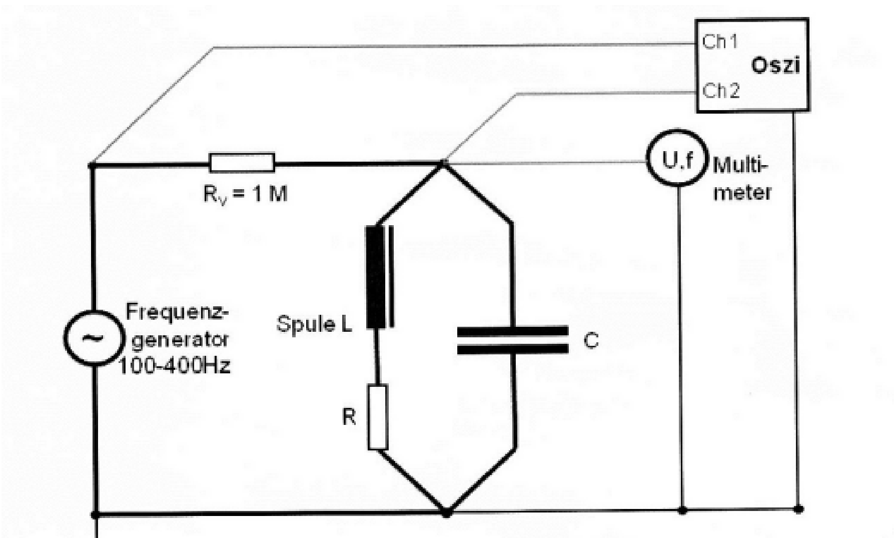
$$Z = \frac{U_\mathrm{S}}{I_0} = U_\mathrm{S} \cdot \frac{R_\mathrm{W}}{U_\mathrm{W}} = \sqrt{R_\mathrm{L}^2 + (\omega L)^2}$$

Somit ergibt sich für die Induktivität:

$$L = \frac{R_\mathrm{W}}{2\pi f \cdot U_\mathrm{W}} \cdot \sqrt{U_\mathrm{S}^2 - U_\mathrm{W}^2}$$

## 2.3 Parallelschwingkreis

Nun sollen wir aus dem Resonanzverhalten eines Schwingkreises die Induktivität $L$, den Verlustwiderstand $R$ und die Kapazität $C$ der Bauteile bestimmen. Hierzu wird eine Parallelschaltung aus Spule und Kondensator über einen Vorwiderstand $R_\mathrm{V} = 1\ \mathrm{M\Omega}$ an einen Sinusgenerator angeschlossen. Außerdem werden ein Oszilloskop und ein Keithley Multimeter angeschlossen. Die Schaltskizze sieht folgendermaßen aus:



Schaltskizze 1

Die Frequenz wird nun in 20 Hz- bis 5 Hz-Schritten im Bereich von 100 Hz bis 400 Hz variiert. In Abhängigkeit von dieser werden die Spannung und die Phasenverschiebung gemessen und gegen diese aufgetragen.
Die Resonanzfrequenz $\omega_0$ ist die Frequenz, bei welcher die Scheinwiderstände von Kapazität und Induktivität gleich groß sind. Es gilt somit:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ ergibt sich aus:

$$\Delta\omega = \frac{\sqrt{3}R}{L}$$

Der Resonanzwiderstand ist der Eingangs-Widerstand des Schwingkreises bei Resonanzfrequenz. Er wird folgendermaßen berechnet:

$$R_r = \frac{\sqrt{3}}{\Delta\omega C}$$

### 2.4 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator

Bei eingestellter Resonanzfrequenz $\omega_0$ von **2.3** sollen mit Strom- und Spannungsmessungen die Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator bestimmt werden. Hierzu werden die Bauteile einzeln an einem Sinusgenerator angeschlossen und Spannung sowie Stromstärke gemessen. Nun kann man annehmen, dass man über ideale Bauteile verfügt. Also über solche Bauteile die keinen Verlustwiderstand haben. Diese Näherung ist gerechtfertigt, weil die Messung mit großer Frequenz betrieben wurde und daher der Blindwiderstand der Spule groß gegenüber dem Verlustwiderstand ist. D.h bei niedrigen Frequenzen wie in 2.2 ist dieses Verfahren nicht möglich. Die Wechselstromwiderstände berechnet man dann mit (1).
Aus diesen kann man wiederum die Werte der Induktivität $L$ und der Kapazität $C$ berechnen:

$$L = \frac{R_\mathrm{L}}{\omega_0}$$

$$C = \frac{1}{R_\mathrm{C}\omega_0}$$

### 2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Zur Bestimmung des Innenwiderstands des Sinusgenerators wird zunächst die Leerlaufspannung $U_0$ des Sinusgenerators bestimmt. Dann wird der Generator an einem 1 $k\Omega$-Potentiometer angeschlossen und dieses so verstellt, dass die Spannung auf die Hälfte der Leerlaufspannung abgesunken ist. Nun ist der Innenwiderstand des Sinusgenerators gleich dem angeschlossenen Widerstand des Potentiometers.
Jetzt soll die maximale Ausgangsleistung des Sinusgenerators bestimmt werden. Es gilt:

$$P = R \cdot I^2 = R \cdot \left(\frac{U_0}{R_i + R}\right)^2$$

Die Leistung ist dann maximal, wenn ihre Ableitung gleich null ist.

$$\frac{\partial P}{\partial R} = 0 \Rightarrow R = R_i \Rightarrow P_\mathrm{max} = \frac{U_0^2}{4R_i}$$

# Versuchsvorbereitung:
# Elektrische Messverfahren

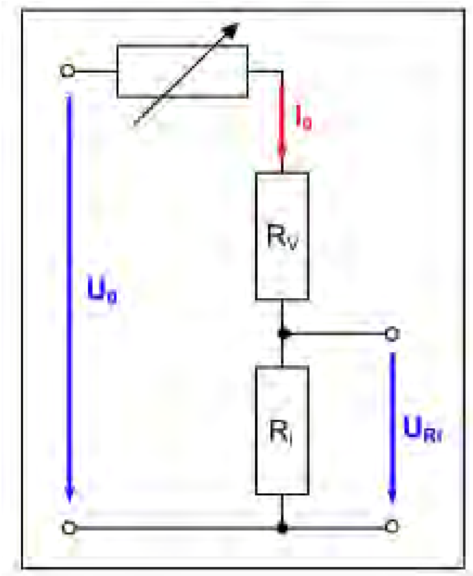
Jakob Schwichtenberg

11. Dezember 2011

## Inhaltsverzeichnis

# 1 Messungen bei Gleichstrom

## 1.1 Innenwiderstand $R_i^I$ des $\mu A$ Multizet (Strommessgerät)




Hierzu wird ein fester $R_1 = 1\ k\Omega$ Widerstand in Reihe mit einem $R_2 = 10\ k\Omega$ Regelwiderstand und einem Strommessgerät geschaltet. Als Spannung wird $U_0 = 6$ V Gleichstrom und als Stromstärke $I$ =1 mA angelegt. Der vom Potentiometer angezeigte Wert wird notiert. Anschließend wird ein $\mu A$ Multizet Spannungsmessgerät parallel zum Ampermeter geschaltet und erneut der vom Strommessgerät angezeigte Wert notiert. Ebenfalls wird der gleichzeitig angezeigte Wert des Spannungsmessgerät abgelesen. Somit kann der Wert des Innenwiderstands des $\mu A$ Multizets mittels

$$R_i^I = \frac{U}{I}$$

berechnet werden.

## 1.2 Innenwiderstand $R_i^U$ des $AV\Omega$ Multizets (Spannungsmessgerät)

Nun soll der Innenwiderstand des Spannungsmessgerät aus den eben gemessenen Werten berechnet werden. Hierfür wird die Näherung gemacht, dass sich der Strom durch das Hinzuschalten des Spannungsmessgeräts nur vernachlässigbar ändert. Der Strom der somit durch das Spannungsmessgerät fließt beträgt $I_V = I_{Ges} - I_I$ Hierbei bezeichnet $I_S$ den Strom durch das Spannungsmessgerät und $I_P$ den Strom durch das Ampermeter. Somit ergibt sich für den Innenwiderstand der Spannungsmessgerät

$$R_i^U = \frac{U}{I_{Ges} - I_I}$$

Hier eingesetzt werden die in 1.1 gemessenen Werte.

Die hierbei gemachte Näherung trifft in der Realität nicht zu, da das Spannungsmessgerät einen nicht zu vernachlässigenden Widerstand hat, der den Gesamtwiderstand des Systems und damit die Stromstärke beeinflusst. Die exakte Lösung durch eine quadratische Gleichung soll umgegangen werden und stattdessen ein iteratives Verfahren benutzt werden. Der Gesamtwiderstand dieser Schaltung beträgt

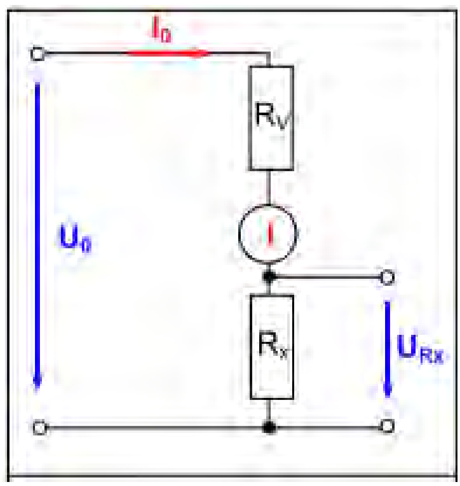
$$R_G = R_1 + R_2 + \frac{R_i^U \cdot R_i^I}{R_i^U + R_i^I}$$

Hat man nun so $R_G$ bestimmt, kann mithilfe des bekannten Spannungswerts $U_0 = 6$ V ein besserer Gesamtstrom $I_0^1$ berechnet werden mittels $I_0^1 = \frac{U_0}{R_G}$ . Hiermit kann ein exakterer Wert für den Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts berechnet werden. Anschließend kann das Verfahren solange wiederholt werden, bis sich ein stets konstanter Wert für $R_i^U$ ergibt.

### 1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstands

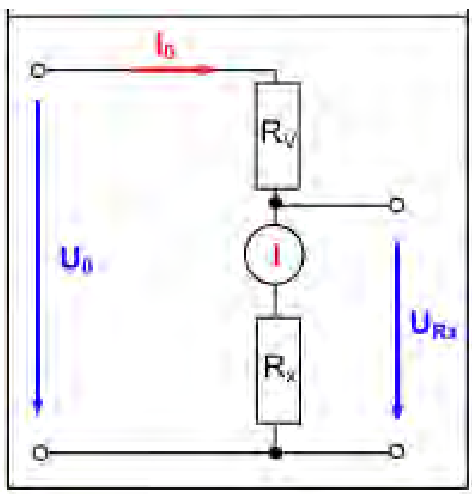
Nun soll mithilfe von Strom- und Spannungsmessungen ein unbekannter Widerstandswert ermittelt werden. Hierzu wird ein $R_1 = 10\ k\Omega$ Widerstand in Reihe zum unbekannten Widerstand $R_x$ und einem Strommessinstrument geschaltet. Die angelegte Spannung sei $U_0 = 6$ V Gleichstrom. Nun sollen einmal bei einer spannungsrichtigen und einmal einer stromrichtigen Schaltung die Spannung gemessen werden.

#### 1.3.1 Spannungsrichtige Schaltung




Um spannungsrichtig zu messen muss die Spannung über dem unbekannten Widerstand $R_x$ gemessen werden. Andernfalls würde ebenfalls der Innenwiderstand des Strommessgeräts mitgemessen werden. Allerdings zeigt nun das Strommessgerät einen veränderten, also verfälschten Wert an.

#### 1.3.2 Stromrichtige Schaltung




Soll nun stromrichtig gemessen werden muss das Spannungsmessgerät ausserhalb des Strommessintruments die Spannung über dem Widerstand messen. Also wird hier insgesamt die Spannung über dem Strommessintruments und dem Widerstand $R_x$ gemessen. Somit ergibt sich eine verfälschte Messung für die Spannung, da nun der Innenwiderstand des Strommesgeräts die Messung der Spannung beinflusst. Allerdings zeigt nun das Strommessintrument den richtigen Wert an.

Anschliessend sollen die Messungen mit vertauschtem Spannungs- und Strommessgerät durchgeführt werden. Nun kann der unbekannte Widerstand mithilfe von

$$R_x = \frac{U}{I}$$

berechnet werden. Hierbei wurden die Innenwiderstände der Geräte vernachlässigt. Sollen diese beachtet werden ergibt sich

$$R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}} \qquad \textbf{Spannungsrichtige Schaltung}$$

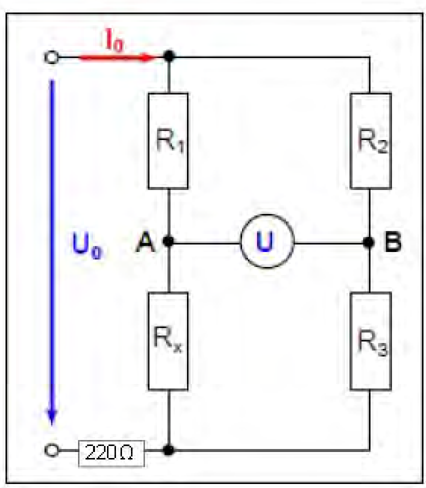
Hierbei wurde berücksichtigt, dass ein Teil des Stroms durch das Spannungsmessgerät fließt. Analog ergibt sich

$$R_x = \frac{U - R_i^I \cdot I}{I} \qquad \textbf{Stromrichtige Schaltung}$$

Nun wurde berücksichtigt, dass ein Teil der Spannung bereits am Potentiometer abfällt.

Somit wünscht man sich bei einem Strommessgerät einen möglichst geringen Innenwiderstand, da diese in Reihe geschaltet werden und sich somit ihr Innenwiderstand mit den übrigen aufsummiert. Spannungsmessgeräte hingegen sollten einen möglichst großen Innenwiderstand besitzen, da sie stets parallel geschaltet werden und so verhindert wird, dass ein zu großer Strom durch das Spannungsmessgerät fließt. Diesen gilt es nämlich gering zu halten, wie auch in der Gleichung oben zu sehen ist.

## 1.4 Widerstands Bestimmung mithilfe einer Wheatstoneschen Brückenschaltung



Die Schaltung erfolgt wie dem Bild zu entnehmen ist. Hierbei wird ein lineares 1 $k\Omega$ Potentiometer und ein als genau angenommener 1 $k\Omega$ Widerstand benutzt. Zwischen Brücke und dem Gleichstromgenerator mit $U_0 = 6$ V soll ein 220 $\Omega$ Widerstand als Strombegrenzungswiderstand eingebaut werden. Der unbekannte Widerstand $R_x$ wird in Reihe zum 1 $k\Omega$ Widerstand $R_1$ geschaltet. Das Potentiometer wird parallel dazu geschaltet und stellt in der Skizze $R_2$ und $R_3$ dar, da es sich um ein Potentiometer mit Mittelabgriff handelt. In die Brückendiagonale soll ein $\mu A$ Multizet eingebaut werden.

Nun wird das Potentiometer so eingestellt, dass das Spannungsmessgerät in der Mitte 0 V anzeigt. Dies ist genau dann der Fall, wenn gilt

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_3$$

Anfangs soll das $\mu A$ Multizet unempfindlich, also im 10 V Bereich, messen. Nach und nach jedoch genauer, bis schliesslich sehr genau im 30 mV Bereich.

Der Vorteil einer solchen Brückenschaltung ist, dass der Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts nicht miteinberechnet werden muss, da dort ja offensichtlich keine Spannung abfällt. Zudem funktioniert die Messung ebenfalls problemlos bei Wechselstrom.

### 1.5 Messung eines Widerstands mit einem Ohmmeter

Nun soll der unbekannte Widerstand $R_x$ mithilfe eines Ohmmeters, bzw dem $\Omega$ Bereich des $\mu A$ Multizets, bestimmt werden. Das Messgerät wird ohne äußere Spannung mit dem Widerstand verbunden, da es selbst eine Testspannung anlegt, und misst nun den Strom durch den Widerstand. Den unbekannten Widerstand berechnet das Ohmmeter dann mithilfe der bekannten Gleichung

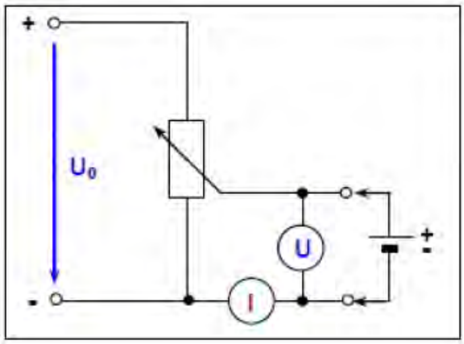
$$R_x = \frac{U}{I_x}$$

Diese Messmethode hätte keine lineare Skale. Eine solche ergibt sich bei einem vorgegebenem Strom, bei dem die Spannung gemessen wird.

$$R_x = \frac{U_x}{I} = U_x \cdot const. \qquad \Rightarrow \qquad \text{linear}$$

### 1.6 Messung der Urspannung einer Trockenbatterie

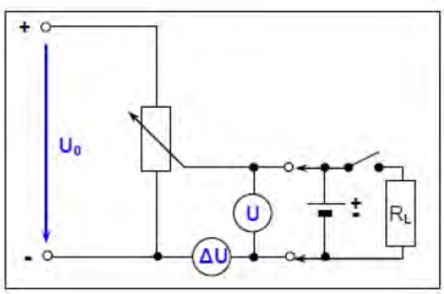
Die Urspannung ist die Spannung die anliegt, ohne das ein Strom fliesst. Es ist nicht möglich diese direkt zu messen. Deswegen wird die Trockenbatterie in Reihe zu einer entgegengesetzt gepolte Hilfsspannung $U_H$ und einem Spannungsmesser geschaltet. Nun wird die Hilfsspannung solange eingestellt, bis kein Strom mehr von der Batterie durch das Strommessgerät fliesst. Das Einstellen der Hilfsspannung geschieht mithilfe eines Potentiometers als Spannungsteiler. Mithilfe eines Potentiometers kann eine regelbare Spannungsquelle aufgebaut werden indem die Widerstände so reguliert werden, dass die enstprechende Spannung am jeweiligen Punkt der Schaltung erzeugt wird.




Ein solches Vorgehen ist bei allen Bauteilen sinnvoll bei denen mit steigendem Stromfluss die Spannung absinkt. Dies ist besonders bei galvanischen Elementen der Fall, bei denen durch chemische Prozesse eine Spannung gewonnen wird.

## 1.7 Messung des Innenwiderstands einer Trockenbatterie

Um nun den Innenwiderstand der Trockenbatterie zu bestimmen wird die Schaltung wie in in Aufgabe 1.6 betrachtet.




Erneut wird die Spannung $U_H$ eingestellt, sodass sie genau die Spannung $U_0$ der Batterie kompensiert. Allerdings wird nun noch ein zusätzlicher Lastwiderstand, wie in der Schaltskizze zu sehen, parallel zur Batterie geschaltet. Dieser zusätzliche Lastwiderstand $R_L$ verursacht eine Spannungsverringerung $\Delta U$ die gemessen wird. Für die Schaltung gelten nun folgende Beziehungen

$$\Delta U = R_i I \qquad \wedge \qquad U_0 - \Delta U = R_L I$$

Fügt man nun diese beide Gleichungen zusammen, indem der unbekannte Strom eliminiert wird, ergibt sich für die von uns gesuchte Größe

$$R_i = R_L \cdot \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U}$$

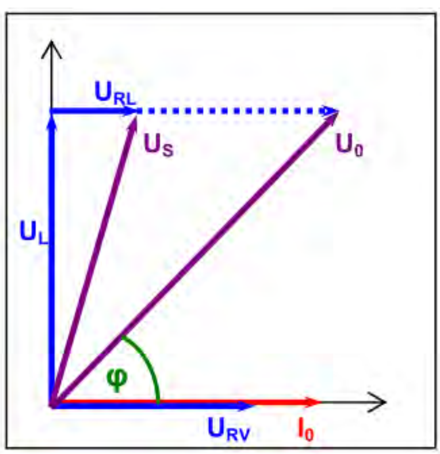
# 2 Kondensator und Spule bei Wechselstrom und Gleichstrom

## 2.1 Messung des Gleichstromwiderstands einer Spule

Mithilfe eines Widerstandmessgeräts wird der Gleichstromwiderstand einer Spule gemessen. Das hierzu nötige Vorgehen wurde bereits in 1.5 beschrieben.

## 2.2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule

Nun sollen die weiteren charakteristischen Größen einer Spule gemessen werden . Hierzu wird die Spule in Reihe mit einem 110 Ω Widerstand $R_\Omega$ und einem Sinusgenerator geschaltet. Als Ausgangsspannung wird 0,2 V, als Frequenz $f = 30$ Hz gewählt. Nun wird der Spannungsabfall am Generator $U_G$, an der Spule $U_S$ und am Widerstand $U_W$ gemessen. Die gesuchten Größen, die Induktivität L und der Verlustwiderstands $R_L$ ergeben sich nun aus dem Zeigerdiagramm




Hierbei ist zu beachten, dass sich die Spannung über dem Ohmschen Widerstand in Phase mit dem Strom $I_0$ befindet. Des weiteren ergibt sich aus dem Diagramm mithilfe des Kosinussatzes

$$U_0^2 = U_S^2 + U_{RV}^2 - 2U_S U_{RV} \cdot \cos\varphi$$

Den Winkel $\varphi$ kann man nun wie folgt berechnen

$$\cos\varphi = \frac{U_{RL} + U_{RV}}{U_0}$$

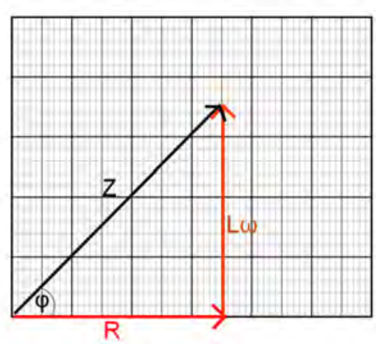
Hierbei ist der zusätzliche Spannungsabfall an der Spule, durch den Reibungswiderstand der Drähte verursacht, im allgemeinen nicht bekannt. Im folgenden wird er durch bekannte Größen ersetzt. So gilt

$$U_{RL} = I_0 \cdot R_L = \frac{U_{RV}}{R_V} \cdot R_L$$

Hierbei wurde der Strom $I_0$ mithilfe des Ohmschen Gesetzes durch den bekannten Widerstand $R_V$ und der Spannung an diesem ersetzt. Fügt man nun diese Gleichungen zusammen ergibt sich für den Verlustwiderstand $R_L$ an der Spule

$$R_L = R_V \frac{U_0^2 - U_S^2 - U_{RV}^2}{2U_{RV}^2}$$

Aus einem weiterem Zeigerdiagramm




ergibt sich nun

$$Z = \frac{U_S}{I_0} = \frac{U_S}{U_{RV}} \cdot R_V = \sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2}$$

Hierbei wurde erneut die von oben bekannte Beziehung für den Strom verwendet. Somit ergibt sich für die Scheinwiderstand insgesamt

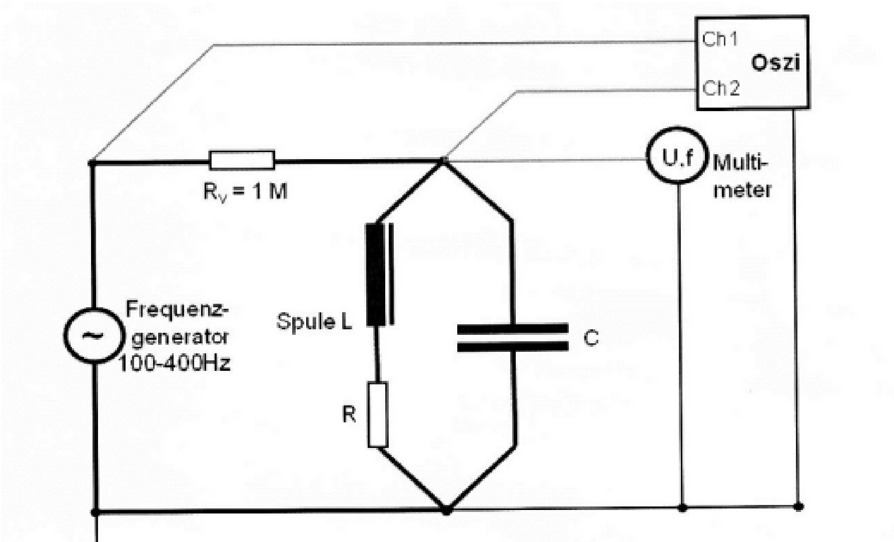
$$\omega L = \frac{R_V}{U_{RV}} \cdot \sqrt{U_S^2 - U_{RV}^2}$$

Mit der bekannten Frequenz von 30 Hz ergibt sich nun aus diesem Scheinwiderstand leicht die Induktivität mit

$$w = 2\pi f$$

### 2.3 Parallelschwingkreis

Nun soll aus dem Resonanzverhalten eines Parallelschwingkreises die Induktivität L, der Verlustwiderstand R und die Kapazität C bestimmt werden. Hierzu wird die Phasenverschiebung zwischen der Ausgangsspannung und der Spannung im Schwingkreis mittels eines Oszilloskops ermittelt. Zudem wird die maximale Spannungsamplitude im Schwingkreis ermittelt. Die Schaltskizze sieht wie folgt aus:




Schaltskizze 1

Nun wird die Frequenz variiert und die jeweilige Phasenverschiebung ermittelt. Die gesuchten Kenngrößen ergeben sich wie im folgendem dargelegt

#### 2.3.1 Resonanzkreisfrequenz $\omega_0$

Die Resonanzkreisfrequenz $\omega_0$, ist die Kreisfrequenz bei der, der Scheinwiderstand der Spule und der des Kondensators gleich groß sind. Folglich gilt

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \qquad \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Wird diese Resonanzkreisfrequenz eingestellt ergibt sich eine minimale Impedanz und damit eine maximal Spannung im Schwingkreis.

#### 2.3.2 Halbwertsbreite $\Delta\omega$

Die Halbwertsbreite $\Delta\Omega$ beschreibt den Abstand zwischen den zwei Frequenzen, an denen die Spannung halb so groß ist wie im Resonanzfall. Rechnerisch ergibt sie sich aus

$$\Delta\omega = \frac{\sqrt{3} \cdot R}{L}$$

### 2.3.3 Resonanzwiderstand $R_r$

Der Resonanzwiderstand ist der Eingangswiderstand der sich im Schwingkreis einstellt wenn die Resonanzfrequenz eingestellt wurde. Für diesen Wert gilt

$$R_r = \frac{\sqrt{3}}{C\Delta\omega}$$

## 2.4 Bestimmung der Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator

Nun soll bei eingestellter Resonanzkreisfrequenz $\omega_0$ die Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator mithilfe von Spannungs- und Strommessungen ermittelt werden. Hierzu werden diese einzeln an einen Sinusgenerator angeschlossen und Spannung und Strom gemessen. Der Widerstand ergibt sich dann aus dem Ohmschen Gesetz.

Für den Wechselstromwiderstand der Spule und des Kondensators gilt

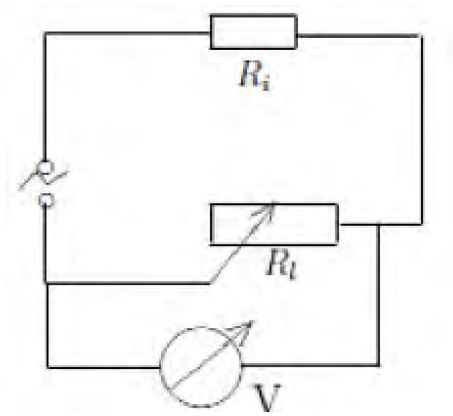
$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_L = \omega L$$

Nimmt man nun an, dass man ideale Bauteile hat, also solche die keinen Verlustwiderstand besitzen, kann mithilfe dieser Gleichung und den oben gemessenen Werten leicht die Induktivität und die Kapazität bestimmt werden. In unserem Fall ist diese Näherung gerechtfertigt, weil die Messung mit großer Frequenz betrieben wurde und daher der Blindwiderstand der Spule groß gegenüber dem Verlustwiderstand ist. D.h bei niedrigen Frequenzen wie in 2.2 ist dieses Verfahren nicht möglich.

## 2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Dieser Widerstand soll als reell, also nicht phasenverschoben gegenüber dem Strom, angenommen werden.




Zur Bestimmung wird wie in der Skizze dargestellt ein 1 $k\Omega$ Potentiometer in Reihe zum Generator geschaltet. Anschließend wird dieses Potentiometer so eingestellt, dass die Spannung nur noch der Hälfte der Spannung ohne Potentiometer entspricht. Nun ist der Innenwiderstand des Generators gleich dem eingestellten Widerstand des Potentiometers.

Nun soll die maximale Ausgangsleistung des Generators, in Abhängigkeit des Potentiometerwiderstands, bestimmt werden. Für die Leistung gilt die bekannte Beziehung:

$$P = U_P I = R_P I^2 = R_P \cdot \frac{U_0^2}{(R_P + R_i)^2}$$

Das Maximum dieser Gleichung ergibt sich aus der Nullstelle der Ableitung.

$$\frac{\partial P}{\partial R_P} = 0$$

$$\Rightarrow R_P = R_i$$

$$\Rightarrow P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_i^2}$$

**1.1** $R_p = 4{,}82\,k\Omega \Rightarrow I_1 = 0{,}63\,mA$

$U = \cancel{130\,mV}\ 114\,mV$

$R_{ges} = R_p + R_R + R_i$

$\cancel{R_i = \frac{U}{I} = \frac{130\,mV}{0{,}63\,mA} = 206\,\Omega}$ $R_i' = \frac{114\,mV}{0{,}63\,mA} = 180{,}95\,\Omega$

**1.2** $\cancel{R_i = \frac{U}{I_0 - I_1} = \frac{130\,mV}{0{,}37\,mA} = 351{,}35\,\Omega}$ $R_i^U = \frac{U}{I_0 - I_1} = \frac{114\,mV}{0{,}37\,mA} = 308{,}11\,\Omega$

$\cancel{R_{ges} = 6577{,}7\,\Omega\ 5949{,}83\,\Omega}$ $R_{ges} = 5934{,}00\,\Omega$

$\cancel{I_0' = \frac{U}{R_{ges}} = 9{,}9 \cdot 10^{-4}\,A = 1\,mA}$ $I_0' = \frac{U}{R_{ges}} = 1{,}01\,mA$

$R_i^{U'} = \frac{U}{I_0 - I_1} = \frac{114\,mV}{1{,}01\,mA - 0{,}63\,mA} = 300\,\Omega$

$R_x = 470\,\Omega$

**1.3** Strommessgerät: μA-Multizet (1mA-Bereich) | Spannungsmesser: AVΩ-Multizet (0,3V-Bereich)

~~Stromrichtig~~:

1.) Spannungsrichtig: $I = 0{,}58\,mA$ $U = 105\,mV$

2.) Stromrichtig: $I = 0{,}18\,mA$ $U = 120\,mV$

Strommessgerät: AVΩ-Multizet (1mA-Bereich) | Spannungsmesser: μA-Multizet (1V-Bereich)

3.) Spannungsrichtig: $I = \cancel{0{,}56\,mA}\ 0{,}56\,mA$ $U = \cancel{260\,mV}\ 260\,mV$

4.) ~~St~~ Stromrichtig: $I = 0{,}56\,mA$ $U = 375\,mV$

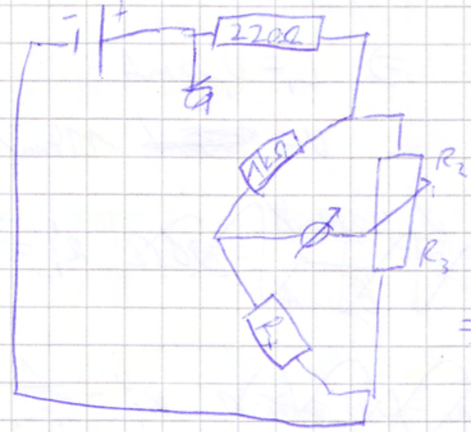
1) $R_x = \frac{U}{I} = 181{,}03\,\Omega$ | $R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i}} = 456{,}52\,\Omega$ | AVΩ 0,3V $R_i = 308{,}11\,\Omega$

2.) $R_x = 666{,}67\,\Omega$ | $R_x = \frac{U - R_i I}{I} = 486{,}67\,\Omega$ | μA 1mV $R_i = 180\,\Omega$

3.) $R_x = 464{,}29\,\Omega$ | $R_x = 466{,}45$ | μA 1V $R_i = \cancel{1000\,\Omega}\ 100000\,\Omega$

4.) $R_x = 562{,}5\,\Omega$ | $R_x = 462{,}5$ | AVΩ 1mA $R_i = 100\,\Omega$

**1.4**




$R_1 = 1k\Omega$

$R_2 = 6830\,\Omega$

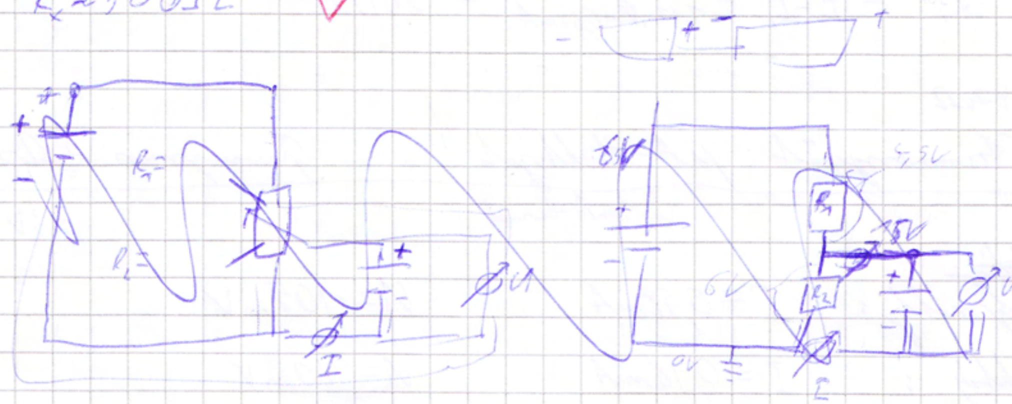
$R_3 = 3170\,\Omega$

$\Rightarrow R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_3 = 464{,}13\,\Omega$

Klein Unterschied zwi grob und fein

**1.5** $R_x \approx 500\,\Omega$

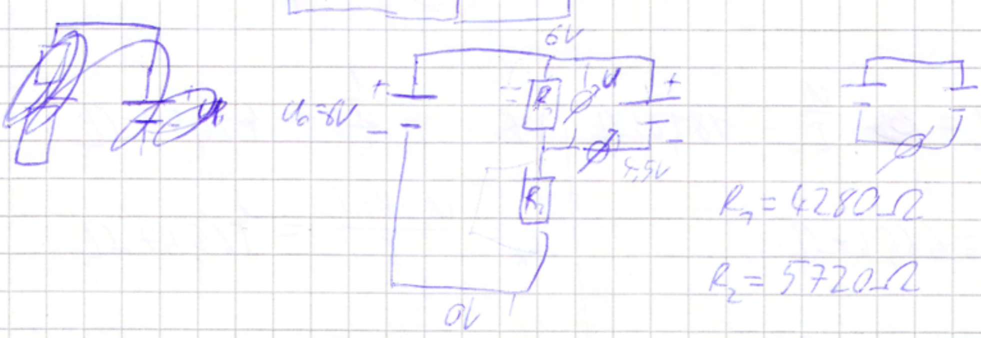
**1.6**




$\Rightarrow U_H = 1{,}49\,V$


~~$R_1 = 5680\,\Omega$~~

~~$R_2 = 1240\,\Omega$~~




$R_1 = 4280\,\Omega$

$R_2 = 5720\,\Omega$

**1.7** $R = 220\,\Omega$: $\Delta U =$ ~~0,11V~~ 2,9mV $\Rightarrow R_i = 0{,}106\,\Omega$

$R = 110\,\Omega$: $\Delta U =$ ~~0,12V~~ 6,1mV $\Rightarrow R_i = 0{,}112\,\Omega$

$R = 47\,\Omega$: $\Delta U =$ ~~0,13V~~ 13,0mV $\Rightarrow R_i = 0{,}102\,\Omega$

$R = 22\,\Omega$: $\Delta U =$ 28mV $\Rightarrow R_i = 0{,}103\,\Omega$

**2.1** $R = 75\,\Omega$

**2.2** Multimeter $\Rightarrow f = 30{,}4679\,Hz$

$U_g = 0{,}21V$

$U_w =$ ~~0,08V~~ $73{,}17mV = 0{,}07V$

$U_s = 0{,}18V$

$\Rightarrow R_L = 76{,}33\,\Omega$

$\omega L = 260{,}59 \Rightarrow L = 1{,}36\,H$

**2.3**

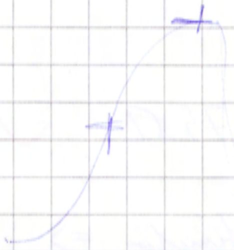
C=

~~f = 100Hz | Δt = 0 | U = 19,5mV~~

Resonanz: $f = 185\,Hz$, $\Delta t = 0$, 0,2V

| f | Δt | U |
|---|---|---|
| 100 Hz | 2,4ms | 9,7mV |
| 120 Hz | 2ms | 14 mV |
| 140 Hz | 1,6ms | 21,5mV |
| 160 Hz | 1,5ms | 41,3mV |
| 170 Hz | 1,4ms | 67 mV |
| 175 Hz | 1ms | 93,1mV |
| 180 Hz | 0,8ms | 0,14V |
| 185 Hz | 0s | 0,2V |

| f [Hz] | Δt [ms] | U [V] |
|---|---|---|
| 190 | 0,4ms | 0,17 V |
| 200 | 0,8 | 88 mV |
| 220 | 1ms | 38,9mV |
| 240 | 0,8ms | 25,7mV |
| 182,4 | 0,5ms | 0,17V |
| 187,3 | 0,1ms | 0,2V |
| 186,4 | 0,01ms | 0,2V |
| 181,1 | 0,6 | 0,15 |
| 178,1 | 0,8 | 0,12 |
| 176,4 | 0,9 | 0,1 |
| 189,2 | 0,4 | 0,19 |
| 192,4 | 0,7 | 0,15 |
| 197,9 | 0,9 | 0,1V |



$\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R}$

~~R3~~ =

R = Verlustwiderstand der Spule

$\Delta\omega = 2\pi(197{,}9 - 176{,}4)\frac{1}{s} =$

$\Rightarrow L = \frac{\sqrt{3} \cdot R}{\Delta\omega} = 0{,}96$ ✓

$C = 7{,}4 \cdot 10^{-7}$ F

$\boxed{2.4}$ Spule: $U = 8{,}16\,V$

Spannung: Multimeter $I = 4{,}85\,mA$

Strom: VAΩ-Meter

$R_L = \cancel{\phantom{000}}\ 1700\,\Omega$

$L = 1{,}45\,H$ ✓

Kondensator: $U = 8{,}25\,V$

$I = 5{,}6\,mA$

$R_C = 1473{,}21\,\Omega$

$C = 5{,}83 \cdot 10^{-7}\,F$ ✓

$\boxed{2.5}$ $U_0 = 8{,}9\,V$ $R_i = 596\,\Omega$

$$P = \frac{U_0^2}{4R_i} = 0{,}0285\,W = 28{,}5\,mW$$ ✓

F. H.

# Versuchsauswertung: Elektrische Messverfahren

Jakob Schwichtenberg, Arne Becker

11. Dezember 2011

## Inhaltsverzeichnis

# 1 Messungen bei Gleichstrom

## 1.1 Innenwiderstand des $\mu$A-Multizets

Um den Innenwiderstand des $\mu$A-Multizets zu bestimmen, haben wir es in Reihe geschaltet mit $R_1 = 1$ k$\Omega$ und einem 10 k$\Omega$-Regelwiderstand. Diesen haben wir so eingestellt, dass wir bei einer Spannung von $U_0 = 6$ V eine Stromstärke von $I_0 = 1$ mA erhalten haben. Dies war bei $R_2 = 4,82$ k$\Omega$ der Fall. Nachdem wir nun das AV$\Omega$-Multizet als Spannungsmesser am $\mu$A-Multizet angeschlossen hatten, haben die Messgeräte folgende Werte angegeben: $I_I = 0,63$ mA; $U_I = 114$ mV. Damit berechnet sich der Innenwiderstand folgendermaßen:

$$R_i^I = \frac{U}{I_I} = 180,95\ \Omega$$

Der Nennwert für den 1mA-Messbereich liegt bei $R = 180\ \Omega$. Demnach ist unser Wert ziemlich genau.

## 1.2 Innenwiderstand des AV$\Omega$ Multizets

Aus den selben Messergebnissen sollte auch der Innenwiderstand des AV$\Omega$-Multizets berechnet werden:

$$R_i^U = \frac{U_I}{I_0 - I_I} = 308,11\ \Omega$$

Diesen Wert kann man aber auch besser annähern. Dazu werden zunächst der Gesamtwiderstand und daraus eine genauere Stromstärke $\hat{I}_0$ berechnet.

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + \frac{R_i^I \cdot R_i^U}{R_i^I + R_i^U} = 5934,00\ \Omega$$

$$\hat{I}_0 = \frac{U_0}{R_{\text{ges}}} = 1,01\ \text{mA}$$

Somit erhält man auch einen genaueren Wert für den Innenwiderstand $\hat{R}_i^U$:

$$\hat{R}_i^U = \frac{U_I}{\hat{I}_0 - I_I} = 300\ \Omega$$

Der Nennwert für den 0,3V-Messbereich liegt bei $R = 300\ \Omega$. Somit zeigt sich, dass die Näherung sinnvoll war, da sie diesen Wert genau erreicht hat.

## 1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstandes

Um einen Widerstand $R_x$ zu bestimmen, haben wir diesen in Reihe geschaltet mit $R_1 = 10$ k$\Omega$ und haben über Strom und Spannungsmessungen folgende Werte, für spannungs- und stromrichtige Schaltung und bei Wechsel der Messgeräte, erhalten:

| | | $\mu$A-Multizet (1mA-Bereich) | AV$\Omega$-Multizet (0,3V-Bereich) |
|---|---|---|---|
| (a) | Spannungsrichtig | $I_a = 0,58$ mA | $U_a = 105$ mV |
| (b) | Stromrichtig | $I_b = 0,18$ mA | $U_b = 120$ mV |
| | | AV$\Omega$-Multizet (1mA-Bereich) | $\mu$A-Multizet (1V-Bereich) |
| (c) | Spannungsrichtig | $I_c = 0,56$ mA | $U_c = 260$ mV |
| (d) | Stromrichtig | $I_d = 0,56$ mA | $U_d = 315$ mV |

Mit diesen Werten kann man nun $R_x$ berechnen.

Ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände:

$$R_x = \frac{U}{I}$$

Spannungsrichtig:

$$R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}}$$

Stromrichtig:

$$R_x = \frac{U - IR_i^I}{I}$$

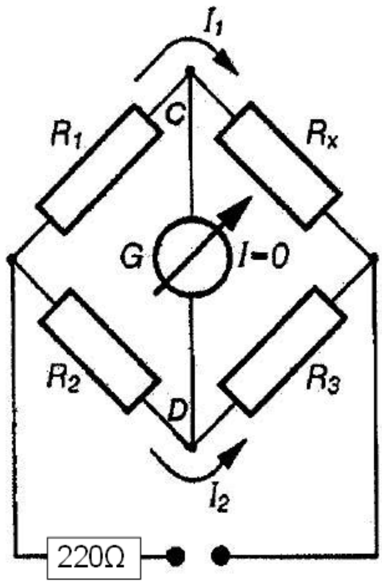
Als Innenwiderstände der jeweiligen Messbereiche verwenden wir die Nennwerte aus dem Aufgabenblatt und erhalten:

| | Innenwiderstand | $R_x$ ohne Innenwiderstand [$\Omega$] | $R_x$ mit Innenwiderstand [$\Omega$] |
|---|---|---|---|
| (a) | $R_i^U = 300\ \Omega$ | 181,03 | 456,52 |
| (b) | $R_i^I = 180\ \Omega$ | 666,67 | 486,67 |
| (c) | $R_i^U = 100000\ \Omega$ | 464,29 | 466,45 |
| (d) | $R_i^I = 100\ \Omega$ | 562,50 | 462,50 |

Der Nennwert von unserem $R_x$ war mit 470 $\Omega$ angegeben. Man erkennt sofort, dass die Werte, bei denen die Innenwiderstände berücksichtigt wurden, deutlich näher am Nennwert liegen, als diejenigen, bei denen die Innenwiderstände vernachlässigt worden sind. Das arithmetische Mittel unserer Messwerte für $R_x$, mit Berücksichtigung des Innenwiderstands, ist $\bar{R}_x = 468,04\ \Omega$ und liegt damit sehr nahe am Nennwert.

## 1.4 Wheatstonesche Brückenschaltung

Wir verwenden folgende Schaltung bei einer Spannung von 6 V mit einem 220 $\Omega$-Strombegrenzungswiderstand vorgeschaltet und einem 10 k$\Omega$ Potentiometer als $R_2$ und $R_3$:




Es gelten (nachdem der Strom über Regelung des Potentiometers auf $I = 0$ A gestellt wurde):

- $R_1 = 1000\ \Omega$
- $R_2 = 6830\ \Omega$
- $R_3 = 3170\ \Omega$

Somit ergibt sich:

$$R_x = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} = 464,13\ \Omega$$

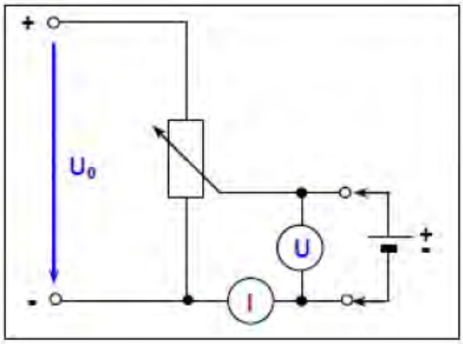
Dieser Werte liegt wieder nahe am Nennwert ($R_x = 470\ \Omega$).

### 1.5 Widerstandsmessgerät

Die Widerstandsmessung vom $\mu$A-Multizet liefert den relativ ungenauen Wert $R_x \approx 500\ \Omega$. Dieser war aufgrund der nicht-linearen Skala zusätzlich schwer abzulesen.

### 1.6 Urspannung einer Trockenbatterie

Nach anfänglichen Missverständnissen über den Aufbau, die zu einem Vertauschen der Spannungsquellen führten haben wir folgende Schaltung zusammengesetzt:




Dabei ist $U_0 = 6$ V. Nachdem wir das Potentiometer so eingestellt haben, dass die Einzelwiderstände $R_1 = 4280\ \Omega$ und $R_2 = 5720\ \Omega$ waren und am Strommessgerät selbst im kleinsten Messbereich kein Strom mehr angezeigt wurde, hat uns das Spannungsmessgerät $U_\mathrm{H} = 1,49$ V angezeigt. Dieser Wert liegt sehr nahe am Nennwert der Batterie $U = 1,5$ V.

### 1.7 Innenwiderstand einer Trockenbatterie

Wie in der Vorbereitung beschrieben, wurde nun zur Kompensationsschaltung aus **1.6** zusätzlich ein Lastwiderstand $R_\mathrm{L}$ (220 Ω ; 110 Ω ; 47 Ω ; 22 Ω) parallel geschaltet und die Differenzschaltung $\Delta U$ gemessen. Anschließend wurde mithilfe von

$$R_i = \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U} \cdot R_L$$

der Innenwiderstand $R_i$ der Trockenbatterie berechnet.

Unsere Messdaten und der jeweils daraus resultierende Innenwiderstand sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

| Widerstand [Ω] | ΔU [mV] | Ri [Ω] |
|---|---|---|
| 220 | 2,9 | 0,106 |
| 110 | 6,1 | 0,112 |
| 47 | 13 | 0,102 |
| 22 | 28 | 0,103 |

Somit ergibt sich aus dem arithmetische Mittelwert ein von uns bestimmter Innenwiderstand von $R_i = 0,1058\Omega$.

# 2 Kondensator und Spule bei Gleich- und Wechselstrom

## 2.1 Gleichstromwiderstand einer Spule

Der von uns mithilfe des Ohmmeters bestimmte Wert für den Gleichstromwiderstand der Spule beträgt $R = 75\Omega$

## 2.2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule

Nun sollte die Spule in Reihe mit einem Vorwiderstand $R_{\mathrm{W}} = 110\ \Omega$ an einem Sinusgenerator angeschlossen werden. Aus den Spannungsabfälle $U_{\mathrm{G}}$ am Generator, $U_{\mathrm{W}}$ am Widerstand und $U_{\mathrm{S}}$ an der Spule sollte nun die Induktivität $L$ und der Verlustwiderstand $R_L$ der Spule berechnet werden. Als Frequenz sollte 30 Hz benutzt werden, allerdings konnte diese nicht derart exakt eingestellt werden und deswegen wurde der Versuch von uns mit einer Frequenz von $f = 30,468$ Hz durchgeführt.

Die von uns gemessenen Spannunsabfälle betragen

| $U_{\mathrm{G}}$ [V] | $U_{\mathrm{W}}$ [V] | $U_{\mathrm{S}}$ [V] |
|---|---|---|
| 0,21 | 0,07 | 0,18 |

Für den Verlustwiderstand gilt wie in der Vorbereitung hergleitet

$$R_L = R_\Omega \frac{U_{\mathrm{G}}^2 - U_{\mathrm{L}}^2 - U_{\mathrm{W}}^2}{2U_{\mathrm{W}}^2}$$

Somit ergibt sich für den Verlustwiderstand der Spule im Wechselstrombetrieb $R_L = 76,33\ \Omega$. Dieser Wert stimmt wie erwartet gut mit dem bereits in **2.1** gemessenem Gleichstromwiderstand überein. Für die Induktivität wurde bereits hergeleitet

$$L = \frac{R_{\mathrm{W}}}{2\pi f \cdot U_{\mathrm{W}}} \cdot \sqrt{U_{\mathrm{S}}^2 - U_{\mathrm{V}}^2}$$

Mit den Werten aus der Tabelle oben ergibt sich für die Induktivität $L = 1,36$ H. Dieser Wert liegt deutlich über der Herstellerangabe mit $L_{\mathrm{H}} = 1$ H. Der Grund für diese deutliche Abweichung könnte sein, dass der Innenwiderstand des Messgeräts vernachlässigt wurde, der ebenfalls den Spannungsabfall beeinflusst.

## 2.3 Parallelschwingkreis

In diesem Versuch wurde ein Parallelschwingkreis untersucht. Die entsprechende Schaltskizze findet sich in den Vorbereitungsunterlagen. Die Frequenz wurde von uns in 20 Hz und in Resonanzfrequenznähe in deutlich kleineren Schritten erhöht. Die vom Sinusgenerator erzeugte Frequenz $f$ wurde stets mit dem Keithley Multimeter gemessen. Mithilfe des Oszilloskops wurde die Zeitverschiebung $\Delta t$ zwischen der Spannungskurve des Sinusgenerators und der Spannungskurve im Schwingkreis gemessen. Allerdings sollte nicht die zeitliche Verschiebung sondern die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ angegeben werden. Diese wiederum ergibt sich aus der zeitlichen Verschiebung und der zugehörigen Frequenz mithilfe der bekannten Beziehung

$$\Delta\varphi = 2\omega\Delta t = 2\pi f \Delta t$$

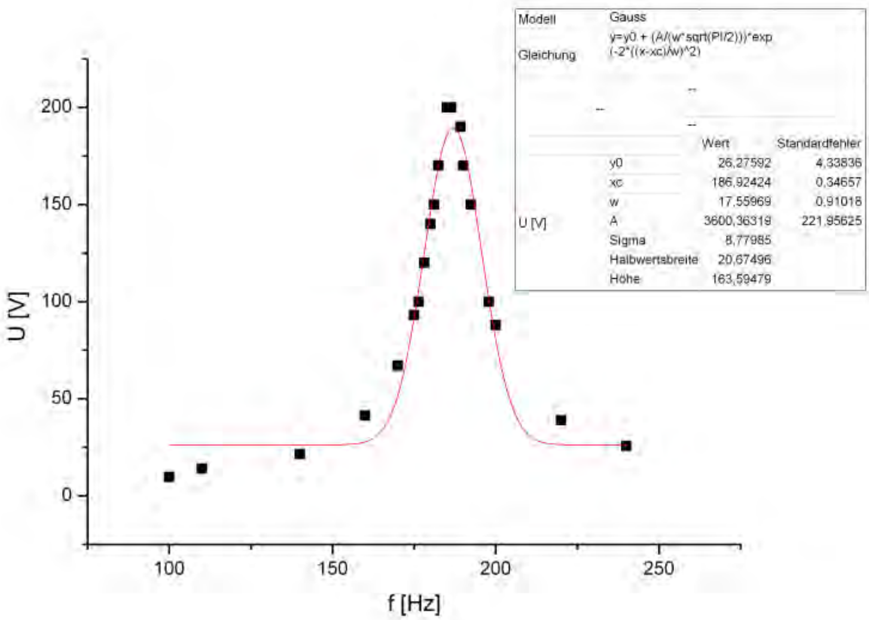
Unsere Messwerte sind in folgender Tabelle aufgelistet:

| F [Hz] | Δt [ms] | Δφ [rad] | U [mV] |
|---|---|---|---|
| 100 | 2,4 | 1,51 | 9,7 |
| 110 | 2 | 1,38 | 14 |
| 140 | 1,6 | 1,41 | 21,5 |
| 160 | 1,5 | 1,51 | 41,3 |
| 170 | 1,4 | 1,50 | 67 |
| 175 | 1 | 1,10 | 93,1 |
| 176,4 | 0,9 | 1,00 | 100 |
| 178,1 | 0,8 | 0,90 | 120 |
| 180 | 0,8 | 0,90 | 140 |
| 181,1 | 0,6 | 0,68 | 150 |
| 182,4 | 0,5 | 0,57 | 170 |
| 185 | 0 | 0,00 | 200 |
| 186,4 | 0,1 | 0,12 | 200 |
| 189,2 | 0,4 | 0,48 | 190 |
| 190 | 0,4 | 0,48 | 170 |
| 192,4 | 0,7 | 0,85 | 150 |
| 197,9 | 0,9 | 1,12 | 100 |
| 200 | 0,8 | 1,01 | 88 |
| 220 | 1 | 1,38 | 38,9 |
| 240 | 0,8 | 1,21 | 25,7 |

Mithilfe von Origin wurden nun diese Messdaten als Gaußscher Fit gezeichnet. Wobei einmal die Spannung über der Freuqenz und das zweite mal die Phasenverschiebung über die Frequenz aufgetragen wurde. Als Funktion wurde

$$y = y0 + \frac{A}{w\sqrt{\frac{\pi}{2}}} e^{-2(x-xc)/w)^2}$$

verwendet. Den Fit zeigt folgendes Bild




Der qualitative Verlauf des Schaubilds ist anschaulich klar: Wie erwartet gibt es ein klares Maximum. Dieses wird gerade dann erreicht, wenn die äußere Frequenz des Sinusgenerators der Resonanzfrequenz des Schwingkreises entspricht. Ist dies der Fall, so erreicht der Scheinwiderstand des Schwingkreises sein Maximum. Somit folgt ein Maximum für die Spannung im Schwingkreis.

Direkt aus diesem Fit entnehmbar sind die Halbwertsbreite $\Delta\omega = 20,67$ Hz und die Resonanzfrequenz $f_0 = 186,92$ Hz. Mithilfe dieser Werte und dem bereits in **2.1** bestimmten Verlustwiderstand der Spule $R$ ergibt sich mithilfe von

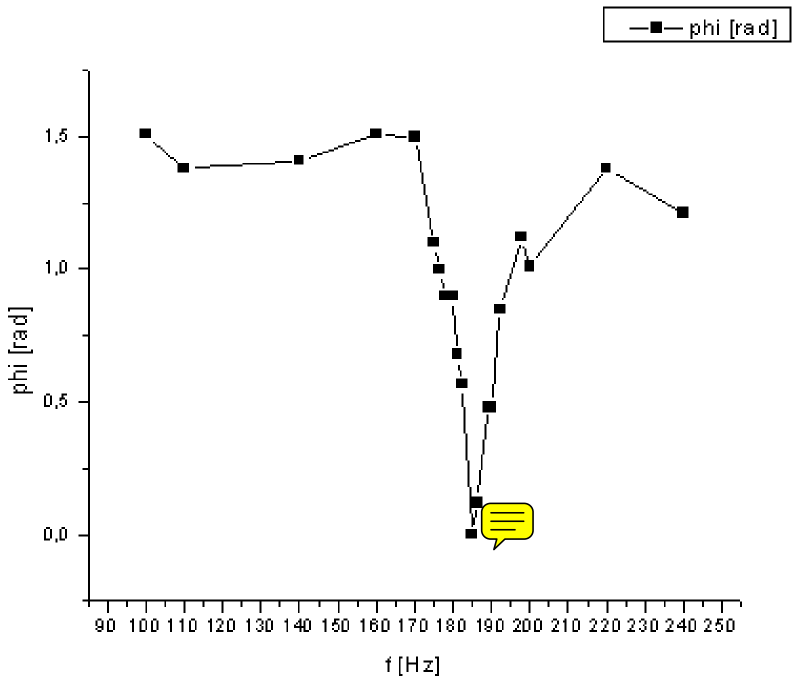
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\Delta\omega = \frac{\sqrt{3} \cdot R}{L}$$

$$R_r = \frac{\sqrt{3}}{C\Delta\omega}$$

für die Induktivität $L = 0,96$ H, mit diesem Wert wiederum ergibt sich für die Kapazität des Kondensators $C = 74\ \mu F$ und für den Resonanzwiderstand $R_r = 106,4\ k\Omega$

Die Daten für die Frequenzverschiebung wurden nun ebenfalls über der Frequenz aufgetragen:




Hierbei zeigt sich wie erwartet ein klares Minimum, gerade an der Stelle an der die Spannung ihr Maximum erreicht hat. Dieses Minimum markiert die Resonanzfrequenz, da hier keine Phasenverschiebung zwischen der Spannungskurve des Generators und der im Schwingkreis existiert.

## 2.4 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator

Um die Wechselstromwiderstände zu bestimmen, haben wir sie einzeln bei der Resonanzfrequenz aus **2.3** $\omega_0 = 2\pi \cdot 185$ Hz an den Messgeräten angeschlossen und haben mit dem Keithley 2100 Multimeter die Spannung und mit dem AV$\Omega$-Multizet die Stromstärke, gemessen. Dabei haben wir spannungsrichtig gemessen. Die Wechselstromwiderstände ergeben sich jeweils aus dem Ohmschen Gesetz, die Induktivität und Kapazität aus:

$$L = \frac{R_{\mathrm{L}}}{\omega_0}$$

$$C = \frac{1}{R_{\mathrm{C}}\omega_0}$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Spule | $U = 8,16$ V | $I = 4,85$ mA | $R_{\mathrm{L}} = 1682,47\ \Omega$ | $L = 1,45$ H |
| Kondensator | $U = 8,25$ V | $I = 5,60$ mA | $R_{\mathrm{C}} = 1473,21\ \Omega$ | $C = 0,58\ \mu$F |

Die Nennwerte liegen bei $L = 1$ H und $C_2 = 0,47\ \mu$F. Beide von uns gemessenen Werte weichen signifikant von diesen ab, die Induktivität ist um 45% höher, die Kapazität um 23, 4%. Dies könnte auf den Fehler bei der Stromstärke aufgrund der spannungsrichtigen Messung zurückzuführen sein. Da wir den Innenwiderstand des Multimeters nicht kennen, können wir die Werte auch nicht verbessern.

## 2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Zunächst haben wir den Sinusgenerator direkt am Keithley 2100 Multimeter angeschlossen und die Leerlaufspannung bei maximaler Ausgangsspannung auf $U_0 = 8,16$ V bestimmt. Nun haben wir den Generator in Reihe an einen 1kΩ-Regelwiderstand angeschlossen und diesen so eingestellt, dass wir noch die Hälfte der Leerlaufspannung $\frac{U_0}{2} = 4,45$ V gemessen haben. Dies war bei $R = R_i = 596\ \Omega$ der Fall. Wie bereits in der Vorbereitung beschrieben berechnen wir die maximale Ausgangsleistung mit:

$$P_{\max} = \frac{U_0^2}{4R_i} = 33,23 \text{ mW}$$