FAKULTÄT FÜR PHYSIK, Universität Karlsruhe (TH)
Praktikum Klassische Physik

SS/WS 20.11../.12..

Praktikum: (P1/P2) (Mo/Di/Mi/Do) Gruppe-Nr: Do 28

Name: Schwager Vorname: Raphael

Name: Renz Vorname: Tobias

Versuch: el. Messverfahren (mit/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: Anne Schütz Durchgeführt am: 24.11.11

Abgabe am: 1.12.11

Rückgabe am: 08.12.11 Begründung:

- 2.4: rel. Abweichung
- 1.2: "

- Kreisfrequenzen ω in $\frac{1}{s}$, Frequenzen in Hz!

2. Abgabe am: 15.12.11

Ergebnis: (+ / 0 / -) Fehlerrechnung: ja / nein

Datum: 15.12.11 Handzeichen:

Bemerkungen:

Musterprotokoll würdig!

Zutreffendes einkreisen oder nicht Zutreffendes streichen

vom Betreuer auszufüllen

Versuche P1-70,71,81: **Elektrische Messverfahren** **Raum F2-17**

Eine ganze Reihe von Messverfahren für Spannung, Strom, Widerstand, Induktivität und Kapazität werden in diesem Versuch vorgestellt. Dabei ist ein wichtiges Lernziel, die Problematik des Messens, nämlich die Veränderung der Werte der Messgrößen durch die Messgeräte zu erkennen und zu lernen, wie man durch geschickte Wahl von Meßgerät und Meßmethode Fehler möglichst vermeidet. Um durch das Meßgerät verfälschte Werte korrigieren zu können, ist es bei jeder Messung nötig, den Typ des Messgeräts und den gerade benutzten Messbereich zu notieren. Die Durchsicht der Zubehörliste, besonders der Angaben zu den Messinstrumenten, bewirkt Aha-Effekte und sollte bei der Vorbereitung nicht vergessen werden.

Aufgaben:

1.1 Messen Sie den Innenwiderstand R_i^I des µA-Multizets im 1mA-Bereich. Schließen Sie dazu das Strommessinstrument in Reihe mit einem festen 1kΩ-Widerstand und einem 10kΩ-Regelwiderstand an (6V=) an und stellen Sie 1mA ein. Notieren Sie sich den eingestellten Wert des Potentiometers. Schalten Sie dann ein Spannungsmessinstrument (AVΩ-Multizet im 0,3V-Bereich) zum Strommessinstrument parallel. Berechnen Sie aus den gleichzeitig angezeigten Werten von Strom und Spannung R_i^I.

1.2 Berechnen Sie aus den Messdaten von 1.1 auch den Innenwiderstand R_i^U des AVΩ–Multizets im 0,3V-Bereich. Nehmen Sie dazu an, daß das Parallelschalten von R_i^U zu R_i^I den Gesamtstrom im Kreis nur vernachlässigbar ändert. Prüfen Sie nachträglich diese Annahme und verbessern Sie in einem zweiten Rechenschritt mit Hilfe der ersten R_i^U-Näherung diesen Wert noch. Das ist ein häufig benutztes iteratives Näherungsverfahren, das hier die Aufstellung und Lösung einer quadratischen Gleichung ersetzt.

1.3 Bestimmen Sie aus Strom- und Spannungsmessungen einen unbekannten Widerstandswert R_x.
Schließen Sie, in Reihe geschaltet, einen 10 kΩ-Widerstand, den 'unbekannten' Widerstand R_x und ein Strommessinstrument (1mA-Bereich) an (6V=) an. Messen Sie mit einem Spannungsmessinstrument (0,3V- oder 1V-Bereich) die Spannungen

a) an R_x (**spannungsrichtige Schaltung**) und

b) an der Reihenschaltung aus R_x und Strommessinstrument (**stromrichtige Schaltung**).

Wiederholen Sie diese beiden Messungen, wobei µA-Multizet und AVΩ-Multizet die Rollen getauscht haben. Berechnen Sie aus den vier Wertepaaren jeweils - zunächst ohne, dann mit Berücksichtigung der Instrumenteninnenwiderstände - den Widerstandswert R_x.
Frage: Welchen Innenwiderstand wünscht man sich bei einem Strom- und welchen bei einem Spannungsmessgerät?

1.4 Messen Sie den Widerstandswert R_x jetzt in einer Wheatstoneschen Brückenschaltung.
Benutzen Sie dafür das lineare 1 kΩ-Potentiometer und den recht genau bekannten 1 kΩ-Widerstand. Schalten Sie in die Anschlußleitung zwischen Brücke und (6V=) 220Ω als Strombegrenzungswiderstand. Als 'Nullinstrument' in der Brückendiagonale verwenden Sie das µA-Multizet, anfangs sehr unempfindlich (z.B. im 10V-Bereich) und dann zunehmend empfindlicher (schließlich z.B. im 30mV-Bereich).
Frage: Worin besteht der Vorteil einer Brückenschaltung?

1.5 Messen Sie den Widerstandswert R_x jetzt mit Hilfe des Ω-Messbereichs vom µA-Multizet. Wie funktioniert ein solches Ohmmeter? Wie funktioniert wohl ein Ohmmeter mit linearer Skala?

1.6 Messen Sie die Urspannung U_0 einer Trockenbatterie (ca. 1,5V) mit Hilfe einer Kompensationsschaltung. Überlegen Sie sich vorab, wie man mit Hilfe eines Potentiometers eine regelbare Spannungsquelle aufbauen kann.
Es wird die zu messende Spannung U_0 in Reihe mit einer entgegengesetzt gepolten gemessenen (AVΩ-Multizet) Hilfsspannung U_H an ein empfindliches Spannungsmessinstrument (µA-Multizet, anfangs 10V-, schließlich 30mV-Bereich) gelegt. U_H wird so eingestellt, daß die Differenzspannung Null, also U_0=U_H ist. Wann ist eine solche Methode, anders als bei der Trockenbatterie, besonders nötig?

1.7 Messen Sie den Innenwiderstand der Trockenbatterie bei mäßigen Belastungen (220Ω; 110Ω; 47Ω; 22Ω). Beobachten Sie dazu die jeweilige Spannungserniedrigung ΔU direkt mit Hilfe einer Differenzspannungsmethode. Sie verwenden die Kompensationsschaltung von 1.6, indem Sie nach dem Abgleich im unbelasteten Zustand für die Ablesung von ΔU am µA-Multizet den Lastwiderstand kurzzeitig zuschalten.

2.1 Messen Sie den Gleichstromwiderstand der Spule L mit Hilfe des Ω-Messbereiches vom µA-Multizet. Dieser Widerstand ist ein Teil des bei Wechselstromanwendungen beobachteten Verlustwiderstandes der Spule.

2.2 Messen Sie bei kleiner Frequenz (30Hz) die Induktivität L und den Verlustwiderstand R der Spule. Dazu wird die Spule in Reihe mit einem 110 Ω-Vorwiderstand an den Sinusgenerator angeschlossen, dessen Ausgangsspannung im so belasteten Zustand auf etwa 0,2V eingestellt wird. Aus den gemessenen Spannungswerten am Generator (U_G), am 110Ω-Widerstand (U_W) und an der Spule samt ihrem Verlustwiderstand (U_S) lassen sich anhand eines Zeigerdiagramms in der komplexen Ebene leicht ωL und R berechnen (Kosinussatz). Hinweise beachten!

2.3 Bestimmen Sie Induktivität L, Verlustwiderstand R und Kapazität C eines Parallelschwingkreises aus seinem Resonanzverhalten. Schalten Sie die Spule L und den Kondensator C_2 parallel und schließen Sie diesen Schwingkreis über den Vorwiderstand 1 MΩ an den Sinusgenerator an (**maximale Ausgangsspannung verwenden!).** Schließen Sie außerdem Oszilloskop und Keithley Multimeter an (siehe Schaltskizze 1, Hinweis beachten!). Messen Sie dann in Abhängigkeit von der Frequenz (etwa im Bereich 100Hz bis 400Hz in 20Hz- bis 5Hz-Schritten, je nach Resonanznähe):
(a) die Spannung am Resonanzkreis mit dem Multimeter und (b) die Phasenverschiebung (Δt) mit dem Oszilloskop. Das Multimeter liefert auch die genaue Frequenz f. Berechnen Sie aus f und Δt die Phase Δφ.
Tragen Sie diese beiden Kurven (Spannung und Phase) gegen die Frequenz auf. Begründen Sie den Verlauf der Phasenkurve qualitativ. Ermitteln Sie die Grössen Resonanzkreisfrequenz ω_0, Halbwertsbreite Δω (Differenz der Kreisfrequenzen, bei denen die Spannung am Kreis halb so groß ist wie im Maximum der Resonanz) und Resonanzwiderstand R_r. Das Zustandekommen der dann benötigten Beziehungen:

$$C = \sqrt{3}/(\Delta\omega\, R_r)\,; \quad L = 1/(\omega_0^2 \cdot C) \quad \text{und} \quad R = \Delta\omega\, L/\sqrt{3}$$

sollte Ihnen klar sein. Dabei ist R - möglichst realitätsnah - als Serienwiderstand zu L angesetzt worden. Nehmen Sie zunächst an und prüfen Sie nachträglich, daß Sie die Messung bei praktisch konstantem, vom 1MΩ-Widerstand bestimmten Strom vom Generator ausgeführt haben.

2.4 Bestimmen Sie die Wechselstromwiderstände von Spule L und Kondensator C_2 einzeln bei der Frequenz ω_0 von Aufgabe 2.3 jeweils durch Messung von Strom und Spannung. Berechnen Sie daraus Induktivität und Kapazität. Warum wird, um auch den Verlustwiderstand der Spule bei dieser Frequenz zu ermitteln, nicht eine Messung nach Art von Aufgabe 2.2 vorgeschrieben?

2.5 Bestimmen Sie den reell angenommenen Innenwiderstand des Sinusgenerators. Belasten Sie dazu den Ausgang mit einem passenden Widerstand (1kΩ-Potentiometer) so, daß die Ausgangsspannung gerade auf den halben Wert der Leerlaufspannung sinkt. Wie groß ist die maximale Ausgangsleistung des Sinusgenerators?

Zubehör:

Plexiglassteckplatine mit folgenden Elementen an Steckbuchsen:
Widerstände R1 bis R17: 2,2Ω; 4,7Ω; 10Ω (1%); 22Ω; 47Ω; 110Ω (1%); 220Ω; 470Ω; 1kΩ (1%); 10kΩ (1%); 22kΩ; 47kΩ; 100kΩ; 330kΩ; 1MΩ (1%); 3MΩ; 10MΩ (alle 5%, wenn nicht anders angegeben); Kondensatoren C1 bis C4: 0,1µF; 0,47µF; 1µF; 4,7µF (alle 5%); Spule L: 1H (10%); 2 zehngängige lineare Potentiometer 1kΩ und 10kΩ (3%; Linearität 0,25%);
Netzgerät (6V=);
Trockenbatterie (Mignon) mit Buchsen;
Sinusgenerator;

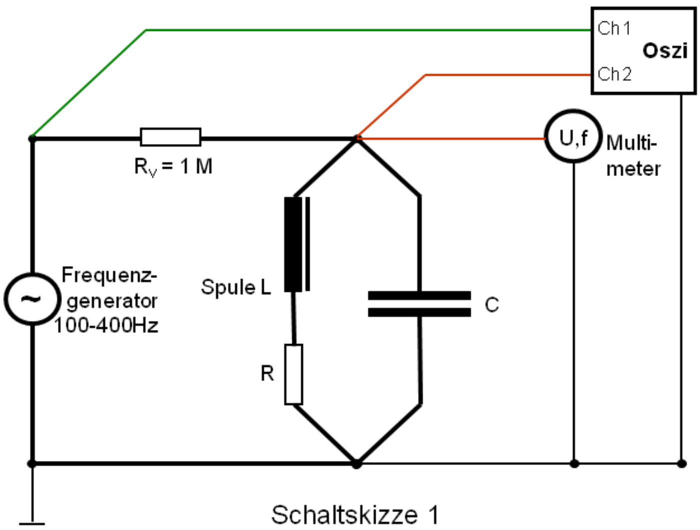
Universalmessinstrument 'µA-Multizet' (Bereich/Innenwiderstand: 0,00001/3000; 0,00003/4330; 0,0001/1700; 0,0003/600; 0,001/180; 0,003/60; 0,01/18; 0,03/6; 0,1/1,8; 0,3/0,62 A/Ω; 0,03/3000; 0,1/10000; 0,3/30000; 1/100000; 3/300000; 10/1000000 V/Ω; nur =; ±1% SKE);
Universalmessinstrument 'AVΩ–Multizet' (Bereich/Innenwiderstand: 0,001/100; 0,003/16,7; 0,01/5; 0,03/2; 0,1/0,6; 0,3/0,2 A/Ω; 0,1/100; 3/3000; 10/10000 V/Ω und weitere = - Bereiche mit ±1% SKE; außerdem Wechselstrom- und Wechselspannungsbereiche, bei 3V 333Ω/V, sonst 1000Ω/V, ±2% SKE);
Universalmessinstrument 'Keithley 2100' für Frequenz- und Spannungsmessung

Hinweise:

Beim Sinusgenerator und beim Oszilloskop ist jeweils einer der Anschlüsse geerdet. Diese müssen gemeinsam am selben Punkt der Schaltung angeschlossen sein.
Zu Aufgabe 2.3: Exakt in Phase mit dem Strom ist die Spannung, die am 1MΩ-Vorwiderstand R_V abfällt. Da jedoch der Eingangswiderstand des Oszilloskops nicht groß gegen 1MΩ ist, würde der Anschluß hier die Messung stören. Deshalb wird nach der angegebenen Schaltskizze die Phase der Spannung U_G am Generator mit der Spannung U am Schwingkreis verglichen. Der dadurch auftretende Fehler ist klein, denn
(a) in der Gegend der Resonanzfrequenz (wo nicht gilt R(Kreis)<<1MΩ), ist der Kreiswiderstand nahezu reell, und folglich sind U_G und I weitgehend phasenverschiebungsfrei, und
(b) in einiger Entfernung von der Resonanz, wenn aufgrund des vorherrschend induktiven bzw. kapazitiven Verhaltens des Parallelkreises eine Phasenverschiebung zwischen U_G und I auftreten könnte, ist R(Kreis)<<1MΩ und folglich I in guter Näherung nur von R_V bestimmt, also U_G und I wieder nahezu phasenverschiebungsfrei.

Literatur:

Alle Physik- und Elektrotechnik-Lehrbücher sind geeignet. Speziell über den benutzten Schwingkreistyp finden Sie Informationen z.B. in den Büchern
Bergmann, Schäfer: *Experimentalphysik*, Band 2, 6.Auflage, §45
Kohlrausch: *Praktische Physik*, Band 2, 20.Auflage, §6.4
Liemann, Hassel: *Handbuch der HF-Technik*, Kapitel IV B
Etliche der gestellten Aufgaben sind beschrieben in
Walcher: *Praktikum der Physik*, 2.Auflage, Kap. 5
Nützliche zusätzliche Literatur:
Jacobowitz, H.: How to solve Problems in Electricity and Electronics



Schaltskizze 1

(zu Aufgabe 2.3)

Version: Juli 10

Karlsruher Institut für Technologie (KIT) WS 2011/12

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Elektrische Messverfahren

P1-70,71,81

Versuchsvorbereitung von

Raphael Schmager

Gruppe: Do-28

Durchgeführt am 24. November 2011

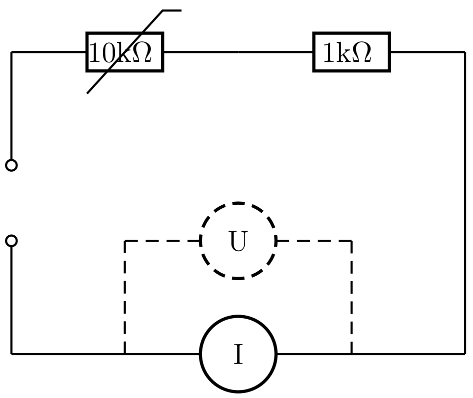
0 Vorbemerkungen

Im Versuch Elektrische Messverfahren geht es darum die Problematik des Messens zu verstehen. Bei elektrischen Messungen ist es sehr wichtig wie man seine Messgeräte in die Schaltung einbaut, da diese beispielsweise durch einen endlichen Innenwiderstand andere Messgrößen beeinflussen. Hier ist dann nicht nur die geschickte Wahl des Messgerätes von Wichtigkeit, sondern auch die Messmethode.

1 Gleichstrom

1.1 Innenwiderstand R_i^I eines μA-Multizets

Das Strommessinstrument (im folgenden Amperemeter) wird mit einem festen 1kΩ Widerstand und einem regelbaren 10kΩ Widerstand (Potentiometer) in Reihe geschaltet. Bei anlegen der Gleichspannung $U_0 = 6V$, soll durch Anpassung des Potentiometers, am Ampermeter ein Strom von 1mA eingestellt werden. Der eingestellte Widerstand soll notiert werden, da dieser in Aufgabe 1.2 noch benötigt wird.



Spannungsmessinstrument (Voltmeter) parallel zum Amperemeter angeschlossen werden. Nun sind die Werte von Strom I und Spannung U_I abzulesen. Der Innenwiderstand R_i^I des μA-Multizets berechnet sich dann leicht durch:

$$R_i^I = \frac{U_I}{I} \tag{1}$$

Der Innenwiderstand sollte laut Angabe zu dem Messinstrument in der Vorbereitungsmappe 180Ω betragen.

1.2 Innenwiderstand R_i^U des $AV\Omega$-Multizets

Nun soll auch der Innenwiderstand R_i^U des $AV\Omega$-Multizets berechnet werden. Als erstes soll angenommen werden, dass sich der Gesamtstrom im Kreis nur vernachlässigbar durch die nun parallelgeschalteten Innenwiderstände verändert. Dann gilt für die Stromstärke im Voltmeter:

$$I_U = I_0 - I \tag{2}$$

Und somit für den Widerstand in diesem:

$$R_i^U = \frac{U}{I_U} = \frac{U}{I_0 - I} = \frac{U}{I_0 - \frac{U_I}{R_i^I}} \tag{3}$$

Dies entspricht jedoch nur in erster Näherung dem Innenwiderstand. Will man diesen genauer, so muss man beachten, dass sich der Gesamtwiderstand des Stromkreises ändert. Dieser ist:

$$R_G = R + R_P + \frac{1}{\frac{1}{R_i^I} + \frac{1}{R_i^U}} = R + R_P + \frac{R_i^I R_i^U}{R_i^I + R_i^U} \tag{4}$$

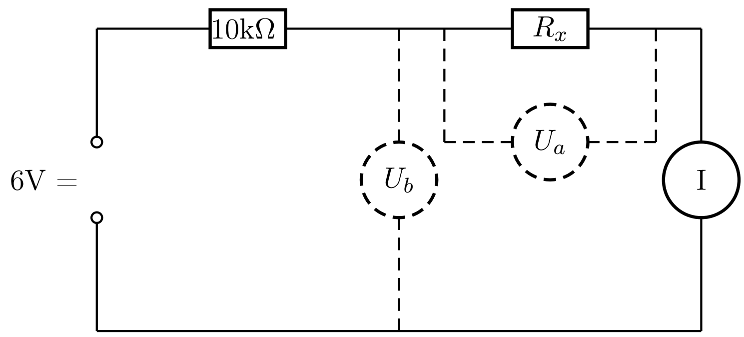
Der Gesamtstrom lässt sich dann durch folgende Formel berechnen.

$$I_k = \frac{U}{R_G} \tag{5}$$

Dies kann wieder oben eingesetzt und die Rechnung wiederholt werden. Dieses iterative Näherungsverfahren umgeht eine quadratische Gleichung.

1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstandswert R_x

Es wird eine Reihenschaltung aus 10kΩ , unbekanntem Widerstand und einem Amperemeter aufgebaut. Durch zwei verschiedene Arten soll nun mit einem Spannungsmessgerät die Spannung gemessen werden.



Anschließend sollen die beiden Messungen mit vertauschten Rollen von μA-Multizet und AVΩ -Multizet widerholt werden.

1.3.1 Spannungsrichtige Schaltung

Das Voltmeter wird nur über dem zu bestimmenden Widerstand R_x angebracht. Hier misst man zwar den Spannungsabfall U_a über dem Widerstand korrekt, jedoch verändert sich der Strom, welches das Amperemeter (dahinter) misst, da auch das Spannungsmessgerät auch einen endlichen Widerstand besitzt, der nun mit dem unbekannten Widerstand parallel geschaltet ist. Der Widerstand lässt sich nun wie folgt berechnen.

$$R_x = \frac{U_a}{I_x} = \frac{U_a}{I_{Ges} - \frac{U_a}{R_i^U}} \tag{6}$$

1.3.2 Stromrichtige Schaltung

Nun wird die Spannung über der Reihenschaltung von unbekanntem Widerstand und Amperemeter gemessen. Diese Schaltung wird stromrichtige Schaltung genannt, da hier das Amperemeter nur den Strom der durch den unbekannten Widerstand fließt misst. Der Strom durch Verbraucher ist in einer Reihenschaltung der gleiche. Der gesuchte Widerstandswert berechnet sich durch:

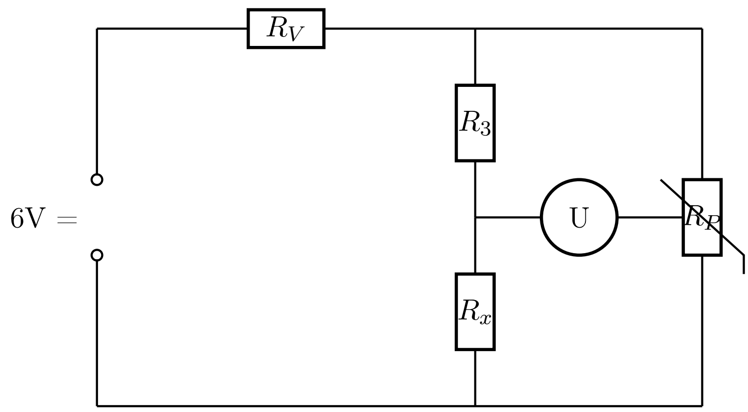
$$R_x = \frac{U_x}{I} = \frac{U_b - IR_i^U}{I} \tag{7}$$

1.3.3 Im Vergleich

Man wünscht sich bei einem Spannungsmessgerät einen sehr großen Innenwiderstand R_i^U. Dies ist auch in Formel (6) ersichtlich. Für $R_i^U \to \infty$ geht der Korrekturterm gegen Null.
Hingegen wäre ein großer Innenwiderstand bei einem Strommessgerät von großem Nachteil. Hier versucht man den Widerstand so klein wie möglich zu machen, damit $\frac{IR_i^U}{I} = R_i^U \to 0$ geht.

1.4 Messen von R_x mit einer Wheatstonschen Brückenschaltung

In einer Wheatstonschen Brückenschaltung schaltet man den unbekannten Widerstand R_x mit drei anderen, bekannten, Widerständen wie in der Schaltskizze dargestellt zusammen. Dabei sind R_1 und R_2 die Widerstände des Potentiometers. Wir verwenden ein 1kΩ Potentiometer, woraus sich $R_1 = 1k\Omega - R_2$ ergibt. Als Vorwiderstand dient ein 220Ω Strombegrenzungswiderstand der zur Brücke in Reihe geschaltet wird.



Der Vorteil hier ist, dass man stromlos misst und somit keine Fehler aufgrund der Innenwiderstände der Messgeräte bekommt. Dieses Verfahren ist sehr genau, vorausgesetzt man hat ein Voltmeter, dass noch sehr kleine Spannungen misst, da man sonst nur einen ungenauen Nullableich hinbekommt.
Es wird das Potentiometer so lange nachjustiert, wie noch eine Potentialdifferenz zu messen ist. Bei der Spannung von 0V errechnet sich dann der unbekannte Widerstand R_x durch:

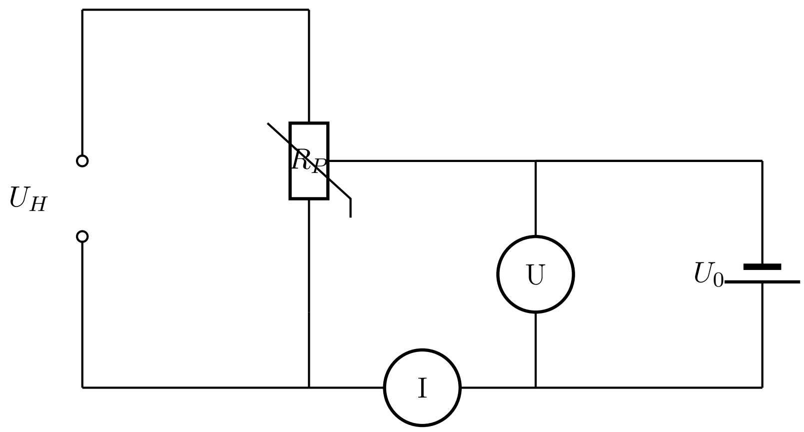
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x} \quad \Rightarrow \quad R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \tag{8}$$

1.5 Messen von R_x mit μA-Multizet

Der Widerstand wird nun mit Hilfe des Ω -Messbereichs vom μA-Multizets bestimmt. Im Ohmmeter (digital) ist durch eine spezielle Schaltung eine konstante Stromquelle eingebaut. Wird der Widerstand gemessen fließt durch ihn dieser konstante Strom und durch die Messung des Spannungsabfalls wird der Widerstand berechnet. Dies folgt einer linearen Skala.
Bei analogen Widerstandsmessgeräten wird eine Hilfsspannungsquelle benötigt. Wird der Stromfluss bei einer konstanten Spannung gemessen, so ergibt sich aufgrund von $I\ \frac{1}{R_x}$ eine nichtlineare Skala.

1.6 Messen der Urspannung einer Trockenbatterie

Uns interessiert die Urspannung einer Trockenbatterie, welche gerade diejenige ist, bei der kein Strom fließt. Bei Batterien, sowie anderen galvanischen Elementen sinkt bei steigendem Stromfluss die Spannung. Daher kann die Urspannung U_0 nicht ohne weiteres einfach gemessen werden.



Abhilfe bringt eine Kompensationsschaltung. Dabei wird eine entgegengesetzt gepolte Spannung U_H in Reihe geschaltet. Dabei kann die Spannung mittels eines Spannungsteilers (Potentiometer) so eingestellt werden, dass am Voltmeter die Spannung 0V gemessen werden. Bei der

Spannung 0V ist der Stromfluss der Batterie komplett unterbunden. Somit ergibt sich für die Urspannung folgende Formel:

$$U_0 = \frac{R_P}{R_i^B} U_H \tag{9}$$

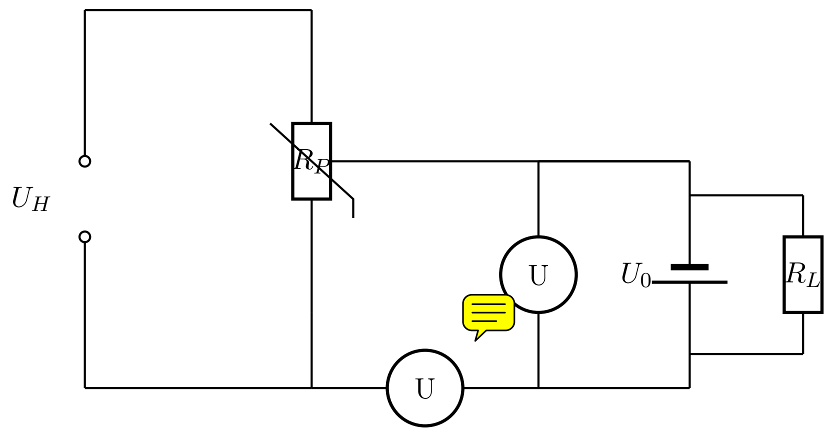
1.7 Innenwiderstand der Trockenbatterie

Bei mäßigen Belastungen soll nun der Innenwiderstand der Trockenbatterie gemessen werden. Dazu wird die Kompensationsschaltung aus 1.6 verwendet, indem man nach dem Nullabgleich im unbelasteten Zustand kurzzeitig den Lastwiderstand parallel zuschaltet.
Für die Spannungsänderung gilt:

$$\Delta U = U_0 - U_B \tag{10}$$

Der Strom am Lastwiderstand steht in folgender Beziehung: $U_B = U_0 - \Delta U = R_L I$. Der am Innenwiderstand: $\Delta U = R_i I$. Daraus ergibt sich dann der Innenwiderstand der Trockenbatterie zu:

$$R_i = R_L \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U} \tag{11}$$



2 Wechselstrom

2.1 Gleichstromwiderstand einer Spule

Eine Spule besteht aus einem langen Draht. Je mehr Wicklungen diese besitzt, je länger wird so die Leiterlänge. Jeder reelle Draht hat einen endlichen Widerstand. Diesen Widerstand bei einer Spule nennt man Gleichstromwiderstand. Er ist ein Teil des bei Wechselstromanwendungen beobachteten Verlustwiderstandes. Gemessen wird dieser, wie in Aufgabe 1.5, mit dem μA-Multizet.

2.2 Messung der Induktivität und des Vorwiderstands bei kleiner Frequenz

Die Spule von eben wird nun mit einem Vorwiderstand R_W in Reihe geschaltet und an einen Sinusgenerator angeschlossen. Die Spannung über diesem U_G soll auf 0,2V eingestellt werden.

Die Spannungen über dem Vorwiderstand U_W und der Spule U_S werden nun gemessen. Die Spannung $U_{Sp,R}$ ist die Spannung, die über dem Widerstand R an der Spule abfällt. $U_{Sp,L}$ ist diejenige, welche über dem induktiven Widerstand abfällt. Mit Hilfe eines Zeigerdiagramms sind folgende Beziehungen klar ersichtlich.

$$U_S^2 = U_G^2 + U_W^2 - 2U_G U_W cos(\gamma) \tag{12}$$

Mit der Beziehung:

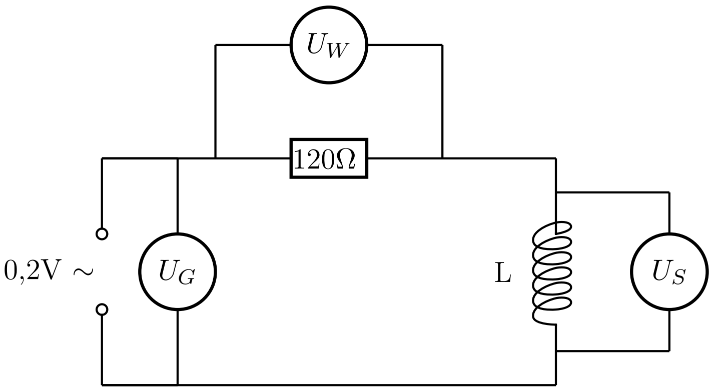
$$cos(\gamma) = \frac{U_W + U_{Sp,R}}{U_G} \tag{13}$$

Ergibt sich:

$$U_S^2 = U_G^2 - U_W^2 - 2U_W U_{Sp,R} \quad \Rightarrow \quad U_{Sp,R} = \frac{U_G^2 - U_S^2 - U_W^2}{2U_W} \tag{14}$$

Da wir jedoch den Widerstand R_S wollen, muss dies noch mit $U_{Sp,R} = R_S I$ umgeschrieben werden. R_S ist hier der Gleichstromwiderstand der Spule. Dabei ist $I = \frac{U_W}{R_W}$ in einer Reihenschaltung überall gleich.

$$R_S = \frac{U_G^2 - U_S^2 - U_W^2}{2U_W^2} R_W \tag{15}$$



Des Weiteren soll noch die Induktivität L der Spule bestimmt werden. Es folgt wiederum aus dem Zeigerdiagramm:

$$U_{Sp,L}^2 = U_S^2 - U_{Sp,R}^2 \quad \Rightarrow \quad |U_{Sp,L}| = \sqrt{U_S^2 - U_{Sp,R}^2} = wL \tag{16}$$

Nach Umformen dieser Gleichung und unter Verwendung der oben erwähten Beziehung für den Strom ergibt sich:

$$L = \frac{\sqrt{U_S^2 + U_{SR}^2}}{wU_W} R_W = \frac{\sqrt{U_S^2 + U_{SR}^2}}{2\pi f U_W} R_W \tag{17}$$

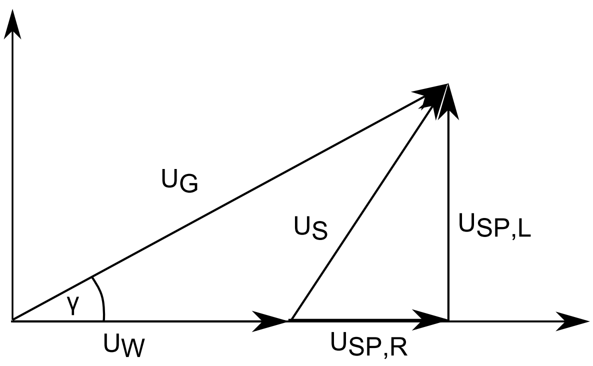


Abbildung 1: Zeigerdiagramm

2.3 Induktivität, Verlustwiderstand und Kapazität eines Parallelschwingkreises

Nach Schaltskizze 1 aus der Versuchsvorbereitung wird eine Spule mit einem Kondensator parallel geschaltet. Dieser Schwingkreis wird nun mit einem 1MΩ Widerstand an den Sinusgenerator angeschlossen. Wie in der Schaltskizze eingezeichnet wird nun noch ein Oszilloskop und ein Multimeter angeschlossen. Mit letzterem wird die Spannung am Resonanzkreis gemessen. Die Phasenverschiebung lässt sich mit dem Oszilloskop bestimmen. Daraus lässt sich die Phasendifferenz berechnen:

$$\Delta\phi = 2\pi f \Delta t \tag{18}$$

Die Messung einiger Werte ermöglicht es eine Resonanzkurve zu zeichnen. Dabei wird U über w aufgetragen. Daraus lässt sich die Resonanzkreisfrequenz w_0 sowie die Bandbreite Δw bestimmen.
Die Kapazität, Induktivität und der ohmsche Widerstand werden mit Hilfe der folgenden frei Gleichungen berechnet:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\sqrt{3}}{\Delta w R_r} \\ L &= \frac{1}{w_0^2 C} \\ R &= \frac{\Delta w L}{\sqrt{3}} \end{aligned} \tag{19}$$

2.4 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator

Es sollen die Wechselstromwiderstände $Z = \frac{U}{I}$ von einer Spule L und Kondensator C_2 bestimmt werden. Das heißt Induktivität und Kapazität. Die Spule und der Kondensator werden nacheinander einzeln an den Sinusgenerator gehängt und dabei werden für die zwei separate Schaltungen Strom und Spannungsmessungen bei der Resonanzfrequenz w_0 gemessen.

Die Kapazität des Kondensators wird durch:

$$C = \frac{1}{R_C w_0} \tag{20}$$

bestimmt. Nimmt man an, dass der Bildwiderstand im Vergleich zum Verlustwiderstand relativ groß ist -dies ist der Fall bei hohen Frequenzen - so lässt sich die Induktivität der Spule mit folgender Formel berechnen:

$$L = \frac{R_L}{w_0} \tag{21}$$

Dies ist auch der Grund warum man keine Schaltung wie in Aufgabe 2.2 verwendet.

2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Es soll der reell angenommene Innenwiderstand des Sinusgenerators bestimmt werden. Dazu soll der Ausgang mit einem passenden Widerstand (es soll der 1kΩ Potentiometer gewählt werden) gerade so belastet werden, dass die Ausgangsspannung gerade auf den halben Wert der Leerlaufspannung absinkt. Es fällt dann gerade die selbe Spannung über R_i und R_p ab.
Mit:

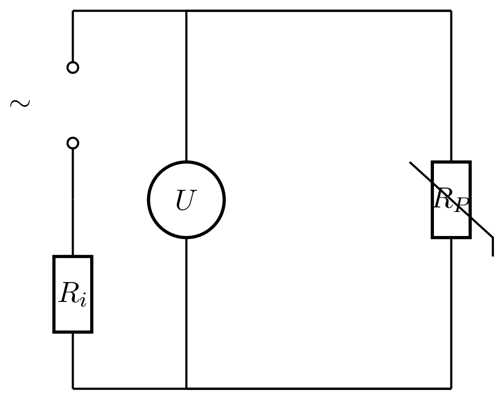
$$U = U_0 - R_i I = U_0 - R_i \frac{U_0}{R + R_i} \tag{22}$$

brechnet sich die Ausgangsleistung durch:

$$P = UI = \frac{U_0^2 R}{(R + R_i)^2} \tag{23}$$

Das Maximum der Ausgangsleistung ist dann:

$$P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_P} = \frac{U_0^2}{4R_i} \tag{24}$$



3 Quellen

- H. J. Eichler H.-D. Kronfeldt J. Sahm, Das Neue Physikalische Grundpraktikum, 2. Auflage, Springer-Verlag
- Vorbereitungsmappe

Karlsruher Institut für Technologie (KIT) WS 2011

Physik Praktikum 1

Elektrische Messverfahren

Tobias Renz

Matrikel Nr. 1581784

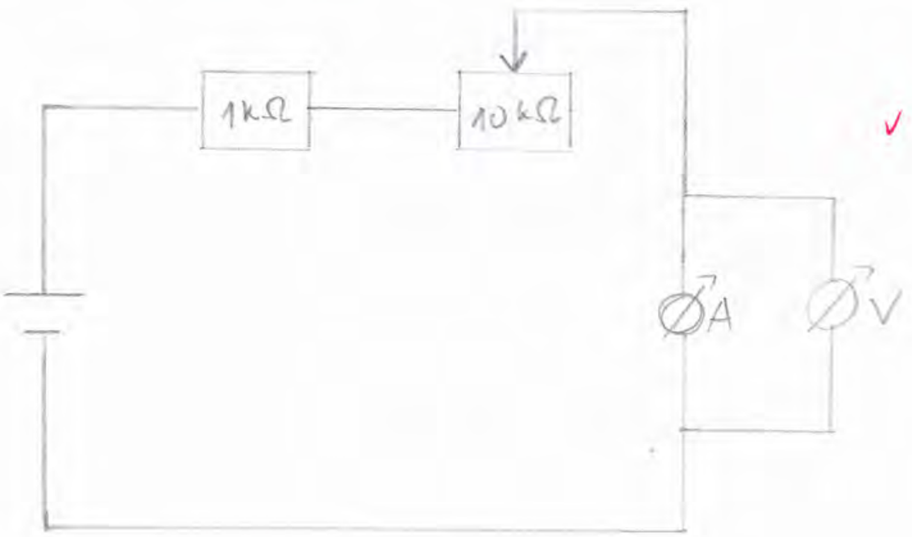
24.November 2011

Versuchsvorbereitung

1 Gleichstromaufgaben

1.1 Innenwiderstand des μA-Multizets

Da ein Strommessgerät einen Innenwiderstand besitzt, der nicht null ist, ist es wichtig die Größe des Widerstandes zu wissen, um eine genaue Messung machen zu können. Um den Innenwiderstand des Strommessgerätes zu bestimmen, schließen wir einen 1kΩ Widerstand und einen 10kΩ-Regelwiderstand mit dem Messgerät in Reihe. Dann schließen wir ein Spannungsmessgerät parallel zum Strommessinstrument und können dann Strom und Spannung gleichzeitig messen.
Über $R_i^I = \frac{U}{I}$ können wir dann den Innenwiderstand berechnen.



✓

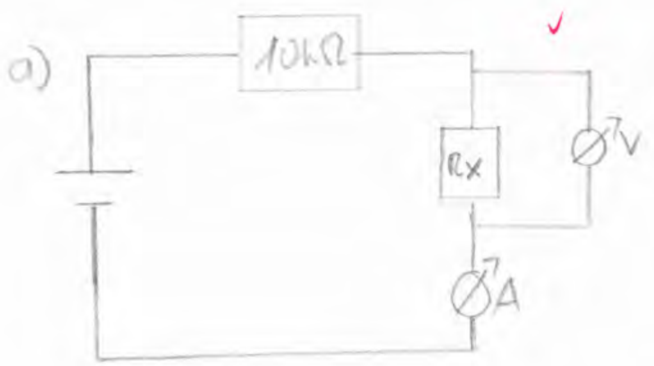
1.2 Innenwiderstand des $AV\Omega$-Multizets

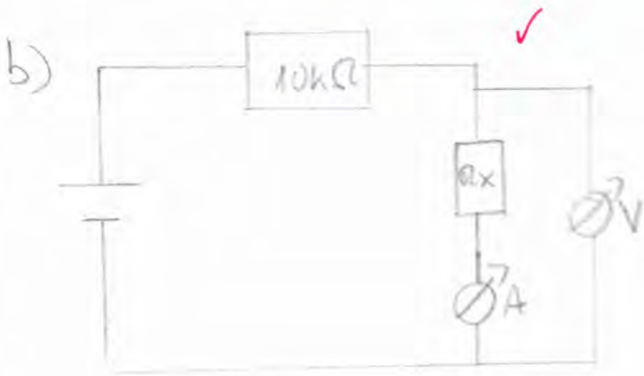
Aus den Messwerten von 1.1 soll nun der Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes berechnet werden. Dazu soll zuerst angenommen werden, dass das Parallelschalten von R_i^U zu R_i^I den Gesamtstrom im Kreis nur vernachlässigbar ändert. Man kann mit den Werten aus 1.1 den Gesamtstrom I_0 aus $I_0 = \frac{U}{R}$ berechnen. In 1.1 hat man den Strom durch das Strommessgerät gemessen und kann dann den Strom durch das Spannungsmessgerät über $I_0 - I$ bestimmen. Damit lässt sich dann der Innenwiderstand $R_i^U = \frac{U}{I_0 - I}$ berechnen.

Damit lässt sich nun der Gesamtwiderstand berechnen: $R_{Ges} = R_1 + R_2 + \frac{R_i^U \cdot R_i^I}{R_i^U + R_i^I}$.
Mit dem Gesamtwiderstand lässt sich nun der "verbesserte" Strom $I_0 = \frac{U}{R_{Ges}}$ berechnen und damit dann wieder den Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes. Mit diesem iterativem Verfahren kann der Widerstand dann immer genauer bestimmt werden.

1.3 Strom und Spannungsmessung eines unbekannten Widerstandes

Es wird ein 10kΩ Widerstand mit dem unbekannten Widerstand R_x und einem Strommessgerät in Reihe geschaltet. Es soll dann mit einem Spannungsmessinstrument die Spannung zuerst in a) mit einer spannungsrichtigen Schaltung und in b) an einer stromrichtigen Schaltung gemessen werden.





Dann sollen die Messgeräte getauscht werden und erneut gemessen werden.
Aus den Messwerten soll dann zunächst ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände der Widerstand R_x aus $R_x = \frac{U}{I}$ berechnet werden.
Anschließend sollen dann die Innenwiderstände bei der Rechnung berücksichtigt werden. Bei der **spannungsrichtigen Schaltung** muss man beachten, dass ein Teil des Stromes durch das Spannungsmessgerät fließt. Der Strom durch den Widerstand R_x wird deshalb um $I' = \frac{U}{R_i^U}$ verringert. Womit sich $R_x = \frac{U}{I-I'} = \frac{U}{I-\frac{U}{R_i^U}}$ ergibt.
Bei der **stromrichtigen Schaltung** hingegen muss beachtet werden, dass die Spannung die am Messgerät abfällt, die vom Widerstand und dem Strommessgerät ist. Um die

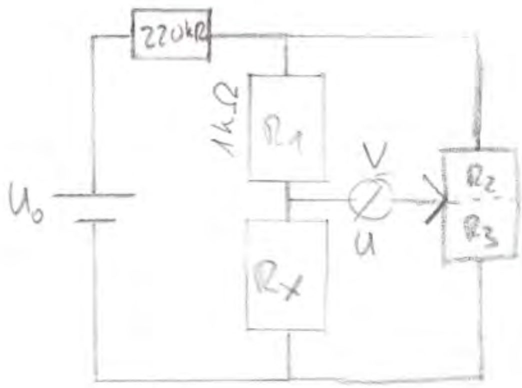
Spannung am Widerstand zu bekommen muss deshalb der gemessene Wert um $U' = R_i^I \cdot I$ verringert werden.

R_x wird dann über $R_x = \frac{U-U'}{I} = \frac{U-R_i^I \cdot I}{I}$ berechnet. ✓

Man wünscht sich, dass ein Strommessgerät einen sehr kleinen (ideal wäre 0) Innenwiderstand und ein Spannungsmessgerät einen sehr hohen (ideal wäre ∞) Innenwiderstand hat. ✓

1.4 Messung von R_x mit einer Wheatstoneschen Brückenschaltung

Für die Brückenschaltung sollen wir den 1kΩ-Potentiometer und den 1kΩ-Widerstand benutzen. Ein 220kΩ-Widerstand dient als Strombegrenzer.



✓

Nun wird das Potentiometer so eingestellt, dass das Spannungsmessgerät 0V anzeigt. Man beginnt zuerst in einem unempfindlichen Bereich des Messgeräts und benutzt dann einen immer genaueren Bereich. In diesem Vorgehen liegt auch der Vorteil der Wheatstoneschen Brückenschaltung. Eine Spannung von 0V kann sehr genau gemessen werden.

Wir haben nun: $U_1 = U_0 \frac{R_1}{R_1+R_x}$ und $U_2 = U_0 \frac{R_2}{R_2+R_3}$ und $U = U_1 - U_2$. ohne Berücksichtigung von R_i^U !

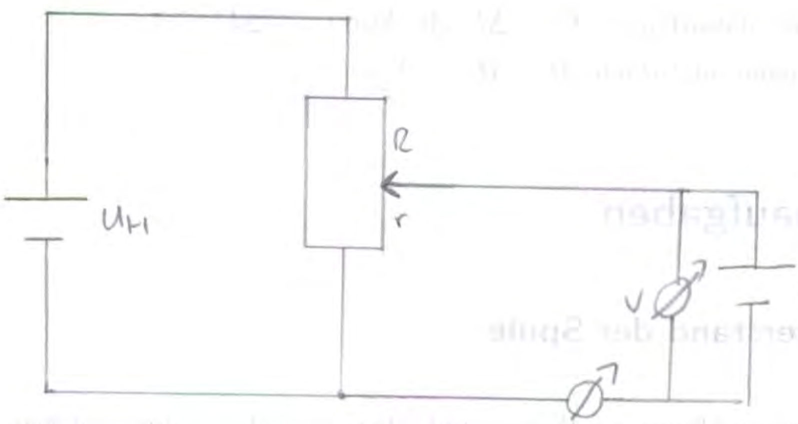
Ist nun U = 0 ergibt sich : $R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_3$. ✓

1.5 Messung von R_x mit Hilfe des Ohmmeters

Es soll der Widerstand R_x mit dem Ω-Messbereich des μA-Multizet gemessen werden. Bei einem Ohmmeter wird an den Widerstand eine bekannte Spannung ("Prüfspannung") und der Strom wird gemessen. Damit lässt sich $R_x = \frac{U}{I}$ berechnen. Dies ist aber kein linearer Zusammenhang. Ein linearer Zusammenhang würde vorliegen, wenn man die Spannung bei konstantem Strom misst.

1.6 Urspannung einer Trockenbatterie

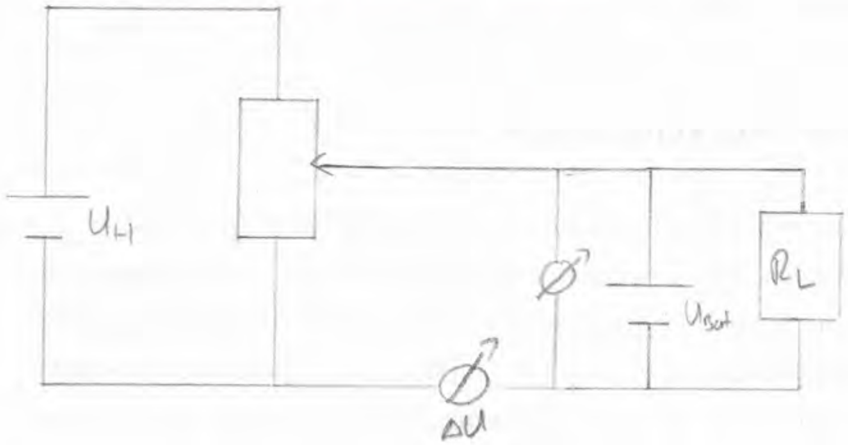
Es soll die Urspannung U_0 einer Trockenbatterie (ca. 1,5V) mit Hilfe einer Kompensationsschaltung gemessen werden. Die Urspannung einer Batterie, ist die Spannung die ohne Stromfluss anliegt. Dabei wird die zu messende Spannung U_0 in Reihe mit einer entgegengesetzt gepolten Hilfsspannung U_H an ein empfindliches Spannungsmessgerät gelegt. Es wird nun U_H so eingestellt, dass die Spannung am Messgerät 0V ist. Es fließt dann kein Strom und man hat die Urspannung. Die Einstellung von U_H erfolgt über einen Potentiometer. Über den Potentiometer kann man den Anteil der Spannung U_H einstellen, der zur Kompensation von U_0 beiträgt. U_0 lässt sich dann über $U_0 = \frac{r}{R} U_H$ berechnen.



Dieses Verfahren misst die Spannung stromlos und ist deshalb nützlich bei Stromquellen, bei denen die Spannung mit dem Strom sinkt. Zum Beispiel bei Galvanischen Elementen.

1.7 Innenwiderstand der Trockenbatterie bei Belastung

Es soll der Innenwiderstand der Trockenbatterie bei mäßigen Belastungen gemessen werden. Dazu wird die Kompensationsschaltung aus 1.6 verwendet. Nach Abgleich im unbelastetem Zustand wird kurzzeitig der Lastwiderstand zugeschaltet und die Spannungserniedrigung ΔU am μA-Multizet gemessen.



Die Spannung an der Batterie U_{Bat} ist dann die Differenz aus der Urspannung U_0 und der Spannungsdifferenz ΔU. Das heißt $U_{Bat} = U_0 - \Delta U$.
Die Spannung die am Innenwiderstand R_i abfällt ist dann ΔU. Also $\Delta U = R_i \cdot I$
Und am Lastwiderstand fällt dann $U_{Bat} = U_0 - \Delta U$ ab. Also $U_0 - \Delta U = R_L \cdot I$
Aus diesen beiden Gleichungen folgt dann: $R_i = R_L \cdot \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U}$ ✓

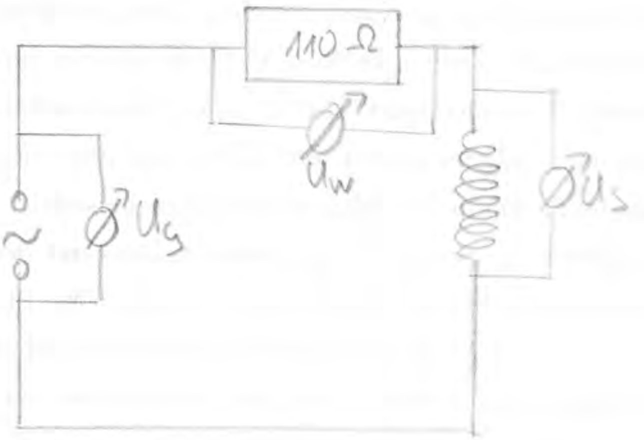
2 Wechselstromaufgaben

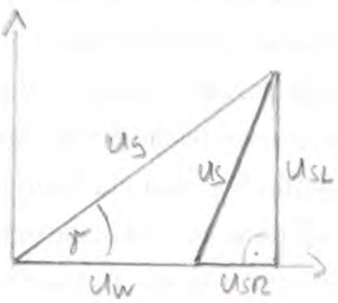
2.1 Gleichstromwiderstand der Spule

Eine ideale Spule besitzt keinen Ohmschen Widerstand. Da es sich aber immer um reale Spulen handelt, besitzt jede Spule auch einen Verlustwiderstand. Dieser Widerstand der Spule wird bei Gleichstrom wie in 1.5 mit Hilfe des Ω-Messbereichs des μA-Multizet gemessen.

2.2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule

Es soll bei kleinen Frequenzen (30Hz) die Induktivität L und der Verlustwiderstand R_S der Spule gemessen werden. Dazu wird die Spule mit einem 110 Ω-Vorwiderstand R_W an den Sinusgenerator bei einer Spannung von ca. 0,2V angeschlossen.
Man misst dann die Spannung U_G am Generator, die Spannung U_W am Widerstand und die Spannung U_S an der Spule. Die Spannung U_{SR} ist die Spannung, die über den Widerstand R der Spule abfällt und die Spannung U_{SL} ist die Spannung über den induktiven Widerstand der Spule.





Aus dem Zeigerdiagramm erhält man folgende zwei Beziehungen:

(1) $U_S^2 = U_G^2 + U_W^2 - 2 \cdot U_G \cdot U_W \cdot cos(\gamma)$

(2) $cos(\gamma) = \frac{U_W + U_{SR}}{U_G}$

(2) in (1)$\Rightarrow$ $U_S^2 = U_G^2 - U_W^2 - 2 \cdot U_W \cdot U_{SR}$

$\Rightarrow U_{SR} = \frac{U_G^2 - U_S^2 - U_W^2}{2U_W}$ (3)

Wir wollen aber nun den Widerstand R_S bestimmen, das folgt aus $U_{SR} = R_S \cdot I$. Da der Strom in einer Reihenschaltung überall gleich ist, ist $I = \frac{U_W}{R_W}$. Damit wird Gleichung (3) zu:

$$R_S = \frac{U_G^2 - U_S^2 - U_W^2}{2U_W^2} \cdot R_W$$

Nun muss noch die Induktivität L bestimmt werden. Aus dem Zeigerdiagramm folgt:

(4) $U_{SL}^2 = U_S^2 - U_{SR}^2 \Leftrightarrow |U_{SL}| = \sqrt{U_S^2 - U_S R^2}$

mit $|U_{SL}| = \omega \cdot L$ und $I = \frac{U_W}{R_W}$ folgt:

(5) $L = \frac{\sqrt{U_S^2 - U_{SR}^2}}{U_W \cdot \omega} \cdot R_W = \frac{1}{2\pi f} \cdot R_W \frac{\sqrt{U_S^2 - U_{SR}^2}}{U_W}$

oder $L = \frac{R_W}{\omega U_W} \sqrt{U_S^2 - U_W^2}$
(wir messen ja U_W!)

2.3 Parallelschwingkreis

Es soll die Induktivität, der Verlustwiderstand und die Kapazität eines Parallelschwingkreises aus seinem Resonanzverhalten bestimmt werden. Es wird die Spule und der Kondensator parallel geschaltet und über einen Vorwiderstand (1MΩ) an den Sinusgenerator angeschlossen (siehe Schaltskizze 1 auf dem Aufgabenblatt). Zusätzlich wird dann noch ein Oszilloskop und ein Spannungsmessgerät wie in der Schaltskizze angeschlossen.
Es wird dann in Abhängigkeit der Frequenz, die Spannung am Resonanzkreis mit dem Multimeter und die Phasenverschiebung Δt mit dem Oszilloskop gemessen. Die Phasenverschiebung ergibt sich aus $\Delta\Phi = 2\pi \cdot f \cdot \Delta t$. Dann wird die Spannung und die Phasenverschiebung gegenüber der Frequenz aufgetragen. Aus den Schaubildern wird dann die Resonanzkreisfrequenz ω_0, die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ und der Resonanzwiderstand R_r bestimmt. Wobei sich R_r über $R_r = \frac{R_V}{U_G} \cdot U_{\omega_0}$ berechnet. ✓

Die Kapazität, die Induktivität und der Verlustwiderstand werden dann mit Hilfe folgender Gleichungen berechnet:

$C = \sqrt{3}(\Delta\omega \cdot R_r)$

$L = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C}$

$R = \Delta\omega \frac{L}{\sqrt{3}}$

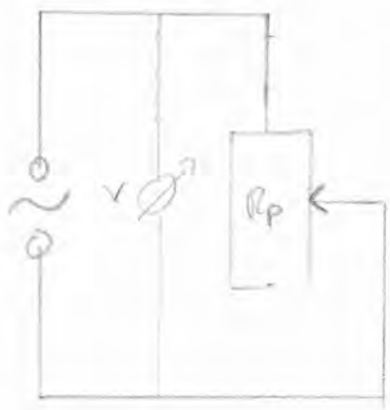
2.4 Bestimmung der Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator durch Messung von Strom und Spannung

Es sollen bei der Frequenz ω_0 die Wechselstromwiderstände der Spule und des Kondensators einzeln durch Messung von Strom und Spannung bestimmt werden.

Aus Messung von U und I können die Wechselstromwiderstände über $Z = \frac{U}{I}$ berechnet werden. Daraus lässt sich dann die Kapazität des Kondensators über $C = \frac{1}{R_C \cdot \omega_0}$ bestimmen. Vernachlässigt man den Verlustwiderstand lässt sich damit auch die Induktivität der Spule über $L = \frac{R_L}{\omega_0}$ bestimmen.

2.5 Bestimmung des Innenwiderstands des Sinusgenerators

Es soll der reell angenommene Innenwiderstand des Sinusgenerators bestimmt werden. Dazu soll der Ausgang mit einem passenden Widerstand so belastet werden, dass die Ausgangsspannung auf den halben Wert der Leerlaufspannung sinkt. Es gilt dann $R_i = R_P$ und somit kann R_i über die Messung von R_P bestimmt werden.



Nun soll noch die maximale Ausgangsleistung des Sinusgenerators bestimmt werden.
$P = U_P \cdot I = R_P \cdot I^2 = R_P \frac{U_0^2}{(R_P+R_i)^2}$
Das Maximum wird nun durch Ableiten nach R_P und Nullsetzen bestimmt. Es ergibt sich dann, dass bei $R_P = R_i$ die maximale Ausgangsleistung $P = \frac{U_0^2}{4R_P}$ vorliegt.

24.11.11 Messprotokoll

Elektrische Messverfahren

|P1-71|

Aufgabe 1.1.

Innenwiderstand des μA-Multizets

1 kΩ-Vorwiderstand

$U_0 = 6\,V$ A = 1 mA AVΩ-Multizet im ~~0,3 V~~ 300 mV-Bereich

μA-Multizet im 1 mA-Bereich

Widerstand am Potentiometer

$R_p = 4{,}89\,k\Omega$

Messung von I am μA-Multizets: μA-Multizet im 1 mA-Bereich

$I = \cancel{6,2} \cancel{0,700} 0{,}636\,mA$

Spannung am AVΩ-Multizet:

$U = 113\,mV$

1.3.

$R_x = 470\,\Omega$ μA-Multizet im 1 mA-Bereich
Spannungsmessgerät im ~~0,3~~ 300 mV-Bereich

Vorwiderstand: 10 kΩ

a) spannungsrichtige Schaltung:

$I = 0{,}59\,mA$ μA-Multizet

$U = 110{,}6\,mV$ AVΩ-Multizet

b) Stromrichtig

$I = 0{,}19\,mA$

$U = 120{,}2\,mV$

a*) Spannungsrichtige Schaltung:

$I = 0{,}57\,mA$ AVΩ-Multizet (1 mA-Bereich)

$U = 0{,}268\,V$ μA-Multizet (1 V-Bereich)

b*) stromrichtige Schaltung

$I = 0{,}150\,mA$ AVΩ-Multizet (1 mA-Bereich)

$U = 0{,}321\,V$ μA-Multizet (1 V-Bereich)

1.4. Wheatstonesche Brücke

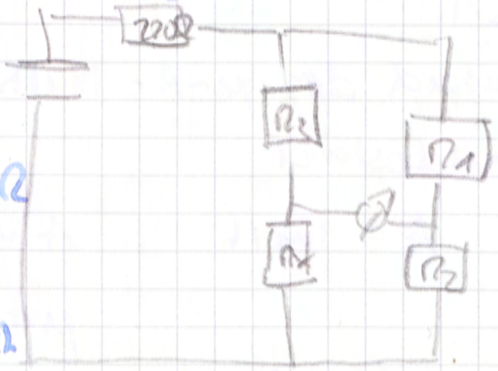
$R_x = 470\,\Omega$ Strombegrenzer $220\,\Omega$

$R_3 = 1\,k\Omega$

$R_1 = 1\,k\Omega - 0{,}3189\,k\Omega$

$R_2 = 0{,}3189\,k\Omega$

30 mV Bereich µA-Multizet



1.5 Widerstand R_x mit Ω-Messbereich im µA-Multizet

10×Ω Bereich

ca. ≈ 750 Ω

AVΩ-Multizet:

ca. ≈ 460 Ω

1.6. 1kΩ-Potentiometer

AVΩ-Multizet zur Messung der Spannung (3 V-Bereich)

µA-Multizet für ~~Strommessung~~ Nullabgleich (Strom)

Stromabgleich auf Null im 1µA-Bereich

$U = 1{,}35\,V$

1.7

$\Delta U = 1{,}45\,mV$ $R = 220\,\Omega$

$\Delta U = 3{,}2\,mV$ $R = 110\,\Omega$

$\Delta U = 8{,}2\,mV$ $R = 47\,\Omega$

$\Delta U = \cancel{13{,}0\,mV}$ $18{,}0\,mV$ $R = 22\,\Omega$

24.11.11 Aufgabe 2:

2.1 Gleichstromwiderstand der Spule L

MA-Multitest: (≈ 10 × Ω-Bereich) 300 Ω $= R_L$

AVG-Multitest: ≈ 60 Ω

2.2 $f = 30{,}04$ Hz $U_g = 0{,}204$ V

110 Ω - Widerstand

Spule

$U_W = 79{,}35$ mV

$U_L = 0{,}1583$ V

2.3 Spule mit Kondensator C_2 | Maximalspannung: 0,63 V

Phasenverschiebung von 0° bei 221,5 Hz

f / Hz	ΔT / ms	U / mV
100,4	11	7,5 mV
120,5	9,5	10,2 mV
140,2	8	13,8 mV
160,0	6,75	19,7 mV
170,5	6,25	24,0 mV
180,5	6	31,3 mV
190,1	5,5	41,6 mV
200,2	4,75	60,8 mV
205,0	4,25	67,5 mV
210,2	3,5	103,5 mV
215,1	2,5	144,2 mV
220,0	1,5 90	187,5 mV
221,5	0	192,0 mV
225,2	-1,6	175,3 mV
230,0	-2,75	132,1 mV
240,1	-4	76,6 mV
250,4	-4,25	52,3 mV
270,7	-4,25	32,4 mV
300,0	-4	21,36 mV
330,3	-3,5	16,2 mV
350,0	-3,5	13,9 mV
400,8	-3	10,5 mV

2.4

Spule: stromrichtige Schaltung:

$f = 221{,}5\,Hz = f_0$

$U = 8{,}02\,V$

$I = 5{,}08\,mA$ (μA-Multimeter: 10 mA Bereich)

Kondensator: Spannungsrichtige Schaltung
(C_2)

$f = 221{,}5\,Hz = f_0$

$U = 8{,}08\,V$

$I = 5{,}25\,mA$ (μA-Multimeter: 10 mA Bereich).

2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

$U_{max} = 8{,}63\,V$

$U_A = 4{,}315\,V$ $\quad R_0 = 0{,}580\,k\Omega$

$= 580\,\Omega$

Karlsruher Institut für Technologie (KIT) WS 2011/12

Physikalisches Anfängerpraktikum - P1

Elektrische Messverfahren

P1-71

Protokoll von
Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: Do-28

Versuchsdatum: 24. November 2011

Mit Schönheitskorrekturen erneut abgegeben am:
15. Dezember 2011

1 Messen mit Gleichstrom

1.1 Innenwiderstand des μA-Multizets

Die Schaltung wurde, wie in den Vorbereitungen beschrieben, aufgebaut und das μA-Multizet im 1mA-Bereich sowie das AVΩ-Multizet im 300mV-Bereich betrieben.
Wir sollten den Strom durch Regelung des Potentiometers auf 1mA einstellen. Bei dem Widerstand $R_P = 4,89k\Omega$ am Potentiometers wurde dies erreicht. Wir haben dann den Strom und die Spannung gemessen und damit ließ sch der Innenwiderstand des μA-Multizets folgendermaßen berechnen:

$$R_i^I = \frac{U}{I}$$

Mit $I = 0,636mA$ und $U = 113mV$ bekommen wir für unseren Innenwiderstand einen Wert von:

$$R_i = 177,67\Omega$$

Für den Innenwiderstand im 1mA Bereich ist im Anhang ein Wert von $180\Omega \pm 1\%$ gegeben. Es ergibt sich dann für unseren Wert eine relative Abweichung von $-1,3\%$.

1.2 Innenwiderstand des $AV\Omega$-Multizets

Mit der Annahme, dass das Parallelschalten von R_i^U zu R_i^I den Gesamtstrom nicht ändert berechnen wir einen ersten Wert von R_i^U folgendermaßen:

$$R_i^U = \frac{U_i}{I_0 - I}$$

Mit: $U_i = 113mV$, $I_0 = 1mA$ und $I = 0,636mA$ bekommen wir einen ersten Wert für R_i^U von:

$$R_i^{U,1} = 310,44\Omega$$

Mit diesem ersten Innenwiderstand können wir nun den Strom I_0 neu berechnen:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_{Ges}} \qquad mit \qquad R_{Ges} = R_1 + R_2 + \frac{R_i^U \cdot R_i^I}{R_i^U + R_i^I}$$

Mit dem neuen I_0 können wir nun genauere Werte von R_i^U berechnen. Mit $R_1 = 1k\Omega$ und $R_2 = 4,89k\Omega$ ergibt sich:

$$R_i^{U,2} = 310,86k\Omega$$
$$R_i^{U,3} = 310,87k\Omega$$

Dieses iterative Verfahren könnte man noch öfters durchführen, aber da sich der Wert vom zweiten auf den dritten Wert nur noch sehr wenig geändert hat, haben wir nach dem dritten Wert abgebrochen. In der Versuchsbeschreibung ist für diesen Messbereich zwar nicht explizit ein Wert angegeben, jedoch folgt aufgrund der Linearität von R_i im AVΩ-Multizet ein Innenwiederstand von 300Ω. Unser bestimmter Wert weicht von diesem um 3,5% ab.

1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstandes

Der unbekannte Widerstand sollte nun durch eine spannungs- und eine stromrichtige Messung bestimmt werden.
Bei der ersten Messung wurde das μA-Multizet als Strommessgerät und das AVΩ als Spannungsmessgerät benutzt und bei einer zweiten Messung wurden die beiden Geräte getauscht.

Multizet		spannungsrichtige Schaltung	stromrichtige Schaltung	Messbereich
μA	I_x	0,59 mA	0,19 mA	1mA
$AV\Omega$	U_x	110,6 mV	120,2 mV	300mV
$AV\Omega$	I_x	0,57 mA	0,50 mA	1mA
μA	U_x	0,268 V	0,321 V	1V

Tabelle 1: Messwerte Aufgabe 1.3

Aus diesen Messwerten berechnen wir zunächst ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände den unbekannten Widerstand R_x:

$$R_x = \frac{U_x}{I_x}$$

Unsere berechneten Werte sind in folgender Tabelle aufgeführt:

Multizet		Widerstand	spannungsrichtige Schaltung	stromrichtige Schaltung
μA AVΩ	I_x U_x	R_x	187,46 Ω	628,27 Ω
AVΩ μA	I_x U_x	R_x	470,16 Ω	642 Ω

Tabelle 2: ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände

Jetzt soll R_x berechnet werden, indem man die Innenwiderstände beachtet:

Für die **spannungsrichtige Schaltung** ergibt sich R_x aus:

$$R_x = \frac{U_x}{I_x - \frac{U_x}{R_i^U}}$$

Mit den Innenwiderständen $R_i^U(AV\Omega) = 310,87\Omega$ und $R_i^U(\mu A) = 100k\Omega$

Für die **stromrichtige Schaltung** berechnet sich R_x aus:

$$R_x = \frac{U_x - R_i^I \cdot I_x}{I_x}$$

Mit den Innenwiderständen $R_i^I(\mu A) = 180\Omega$ und $R_i^I(AV\Omega) = 100\Omega$.

Multizet		Widerstand	spannungsrichtige Schaltung	stromrichtige Schaltung
μA AVΩ	I_x U_x	R_x	472,2 Ω	542 Ω
AVΩ μA	I_x U_x	R_x	472,4 Ω	452,6 Ω

Tabelle 3: Werte mit berücksichtigten Innenwiderständen

Der Widerstand R_x hat einen Literaturwert von 470kΩ. Man sieht, dass bei der Berechnung ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände die meisten Werte weit weg vom Literaturwert sind. Nur bei der spannungsrichtigen Messung, bei der wir mit dem μA-Mulizer im 1V-Bereich gemessen haben stimmt der Wert gut mit dem richtigen Wert überein. Dies liegt daran, da dieser Innenwiderstand einen sehr hohen Widerstand hat und somit fast kein Strom durch das Spannungsmessgerät fließt.
Berücksichtigt man hingegen die Innenwiderstände sind die Messwerte näher am richtigen Wert. Die stromrichtige Messung liefert aber deutlich schlechtere Ergebnisse.

1.4 Wheatstonsche Brückenschaltung

Wir haben den Widerstand R_x nun noch mit Hilfe der Wheatstonschen Brückenschaltung gemessen. Die Schaltung haben wir wie folgt aufgebaut:

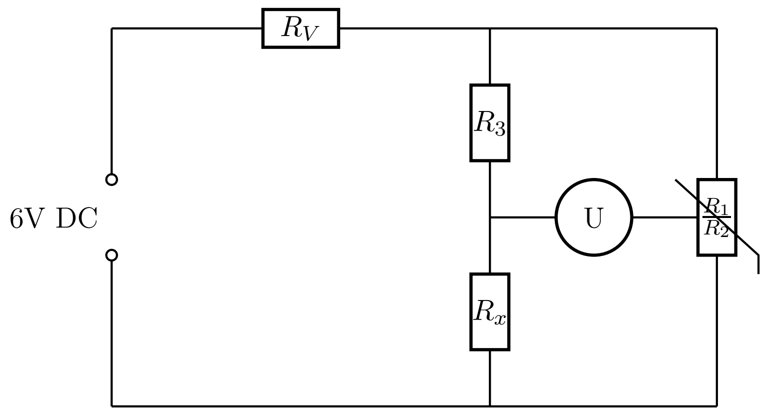


Abbildung 1: Wheatstonsche Brückenschaltung

Wir haben einen 1kΩ Widerstand und ein 1kΩ Potentiometer benutzt. Das Spannungsmessgerät war zunächst auf einen hohen Messbereich eingestellt. Anschließend regelten wir die Spannung mit Hilfe des Potentiometers jeweils in einem immer genaueren Messbereich auf 0V. Diesen Nullabgleich vollzogen wir bis wir am Schluss im genausten Messbereich von 1mV waren.
Wir haben dann am Potentiometer dann die Widerstände $R_1 = 681,1\Omega$ und $R_2 = 318,9\Omega$ abgelesen.
Den Widerstand R_x berechnet man dann über:

$$R_x = \frac{R_3}{R_1} \cdot R_2$$

und erhalten :

$$R_x = 468,2\Omega$$

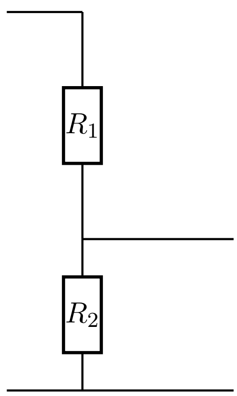
Unser Wert hat eine relative Abweichung von $-0,38\%$ vom Literaturwert. Man sieht, dass man mit der Wheatstonschen Brückenschaltung sehr genaue Messungen durchführen kann.

1.5 Messen von R_x mit μA-Multizet

Nun haben wir den unbekannten Widerstand R_x mit dem Ω-Messbereich des μA-Multizets bestimmt. Da hier ein sehr hoher Wert von: 750Ω (Messbereich: 10xΩ) angezeigt wurde, haben wir gleiches mit dem AVΩ wiederholt. Hierbei erhielten wir einen Widerstandswert von: $R_x = 460\Omega$, was mit unseren bisherigen Messungen deutlich besser harmonierte. Wir schätzen, dass das μA-Multizet eventuell einen kleinen Defekt hatte. Die Abweichung zur Angabe auf dem Widerstand von $R = 470\Omega$ beträgt damit -2,1%.

1.6 Messen der Urspannung einer Trockenbatterie

Die Schaltung wurde, wie in den Vorbereitungen beschrieben, aufgebaut. Da wir die Hilfsspannung U_H nicht direkt einstellen konnten, diente das von uns verwendete 1kΩ Potentiometer als Spannungsteiler. Dabei kann man ihn sich aus 2 Widerständen R_1 und R_2 zusammengesetzt denken.



Nun wurde das Potentiometer so eingestellt, dass über R_2 die gleiche Spannung abgefallen ist, wie über der Batterie. Dabei hat das Ampermeter im 1mA Messbereich den Strom 0A angezeigt. Damit war unsere gemessene Spannung von $U = 1,35V$ genau die der Urspannung der Batterie. Die Abweichung zur realen Spannungsangabe auf ihr von 1,5V beträgt somit: -10%.

1.7 Innenwiderstand der Trockenbatterie

Nun wurde lediglich das Multizet mit dem wir den Nullausgleich (Amperemeter) gemacht haben umgeschaltet, sodass wir mit ihm die Spannung messen konnten. Dabei wurde die Spannung vor jeder Messung, durch nachjustieren des Potentiometers, auf Null gebracht. Über der Batterie wurde dann jeweils nur recht kurz ein Widerstand angeschlossen. Die dabei gemessenen Spannungsdifferenzen sind in folgender Tabelle aufgetragen.

Lastwiderstand	Spannungsdifferenz	Innenwiderstand
R_L / Ω	ΔU / mV	R_i^B / Ω
220	1,5	0,24
110	3,2	0,26
47	8,2	0,29
22	18,0	0,30

Tabelle 4: Innenwiderstand der Batterie

Hieraus ergibt sich der Mittelwert für den Innenwiderstand der Trockenbatterie von:

$$\overline{R}_i^B = 0,27\Omega$$

2 Messen mit Wechselstrom

2.1 Gleichstromwiderstand der Spule

In dieser Aufgabe sollten wir den Gleichstromwiderstand der Spule mit Hilfe des Ω- Messbereichs vom μA-Multizet messen. Da wir aber in Aufgabe 1.5 bemerkt haben, dass die Messung im Ω-Messbereich des μA-Multizet keine guten Ergebnisse bringt, messen wir den Widerstand der Spule auch im Ω-Messbereich des $AV\Omega$-Multizet.
Wir denken, dass der Wert des $AV\Omega$-Multizet deutlich besser ist, da er den Widerstand in 1.5 auch besser bestimmt hatte.
Wir haben folgende Werte gemessen:

Mit dem μA-Multizet: R = 300Ω

Und mit dem $AV\Omega$: R = 60Ω

2.2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule

Wir haben die Spule in Reihe mit einem 110Ω Widerstand (R_W) an einen Sinusgenerator angeschlossen. Am Sinusgenerator haben wir eine Frequenz von 30,04Hz und eine Spannung $U_G = 0,201V$ eingestellt.
Anschließend haben wir die Spannung am Widerstand $U_W = 79,35mV$ und die Spannung an der Spule $U_S = 158,3mV$ gemessen.

Der Verlustwiderstand R_S und die Induktivität L werden dann folgendermaßen berechnet:

$$R_S = \frac{U_G^2 - U_S^2 - U_W^2}{2U_W^2} \cdot R_W$$
$$L = \frac{R_W}{2\pi \cdot f \cdot U_W}\sqrt{U_S^2 - U_W^2}$$

Mit unseren Messwerten ergibt sich dann:

$$R_S = 79,02\Omega$$
$$L = 1,01H$$

Für die Spule beträgt der Literaturwert 1H: Somit hat unser Wert eine relative Abweichung von +1%. Die Messung war somit sehr genau. Wir können nun noch unseren Verlustwiderstand mit dem aus Aufgabe 2.1 vergleichen und man sieht, dass das μA-Multizet einen ganz falschen Wert liefert. Das $AV\Omega$ und liegt im Bereich des Messwertes aus 2.2.

2.3 Parallelschwingkreis

Um die Induktivität (L), den Verlustwiderstand (R) und die Kapazität (C) zu bestimmen haben wir den Parallelschwingkreis wie in Schaltskizze 1 der Versuchsvorbereitung aufgebaut. Wir haben die Zeitverschiebung (Δt) und die Spannung am Resonanzkreis in Abhängigkeit der Frequenz gemessen. Dazu haben wir die Frequenz in bestimmten Abständen von ca. 100Hz auf 400Hz erhöht und jeweils die Größen Δt und U gemessen.
Die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f$ und die Phasenverschiebung $\Delta\phi = 2\pi \cdot f \cdot \Delta t$ haben wir gleich berechnet, da wir im Schaubild die Spannung und die Phasenverschiebung gegen die Kreisfrequenz auftragen.

f / Hz	w / $s-^1$	Δt / ms	$\Delta\phi$ / $^\circ$	U / mV
100,4	630,83	2,2	79,52	7,5
120,5	757,12	1,9	82,42	10,2
140,2	880,90	1,6	80,76	13,8
160	1005,31	1,35	77,76	19,7
170,5	1071,28	1,25	76,73	24,6
180,5	1134,11	1,2	77,98	31,3
190,1	1194,43	1,1	75,28	41,6
200,2	1257,89	0,95	68,47	60,8
205	1288,05	0,85	62,73	67,5
210,2	1320,73	0,7	52,97	103,5
215,1	1351,51	0,5	38,72	144,2
220	1382,30	0,12	9,50	187,5
221,5	1391,73	0	0,00	192
225,2	1414,97	-0,32	-25,94	175,3
230	1445,13	-0,55	-45,54	132,1
240,1	1508,59	-0,8	-69,15	76,6
250,4	1573,31	-0,85	-76,62	52,3
270,7	1700,86	-0,85	-82,83	32,4
300	1884,96	-0,8	-86,40	21,4
330,3	2075,34	-0,7	-83,24	16,2
350,6	2202,88	-0,7	-88,35	13,96
400,8	2518,30	-0,6	-86,57	10,5

Tabelle 5: Resonanzverhalten des Parallelschwingkreises

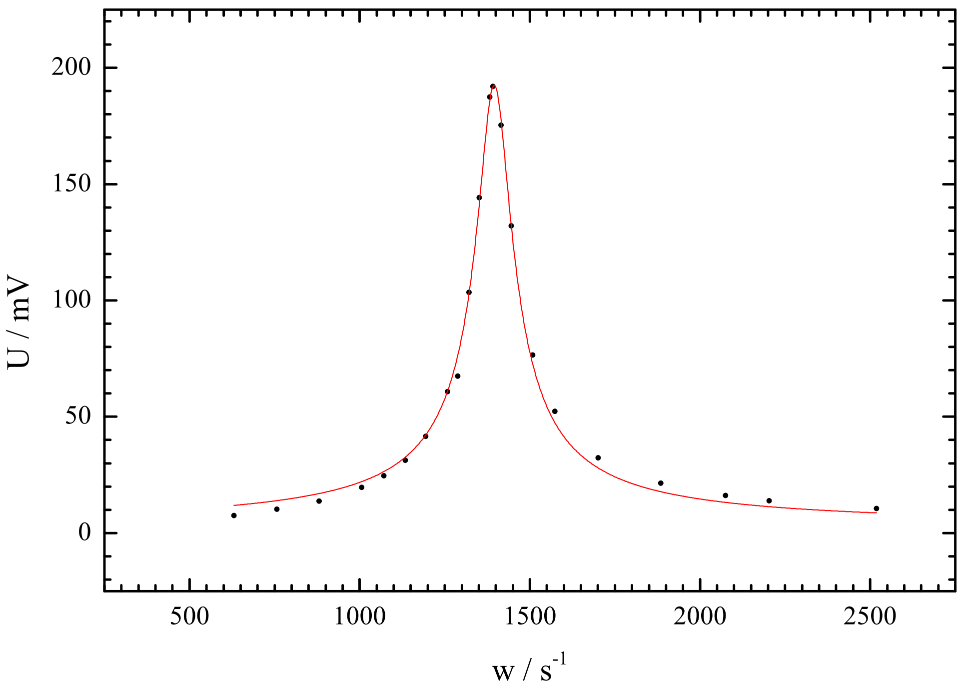


Abbildung 2: Phase gegen die Kreisfrequenz, Fit mit Original (PearsonVII)

Der Verlauf der Phasenverschiebung lässt sich folgendermaßen erklären. Bei der Resonanzkreisfrequenz verschwindet gerade der imaginäre Teil der Impedanz und somit tritt keine Phasenverschiebung auf. Bei einer geringen Kreisfrequenz kann die Impedanz der Spule gegenüber der Impedanz des Kondensators vernachlässigt werden. Die Phasenverschiebung wird vom Kondensator bestimmt und da bei einem idealen Kondensator der Strom um 90° der Spannung voraus ist bekommen wir eine Phasenverschiebung von ca. +90°.
Bei einer großen Frequenz kann die Impedanz des Kondensators vernachlässigt werden und die Verschiebung wird durch die Spule bestimmt. Da bei einer idealen Spule die Spannung dem Strom um 90° voraus ist, bekommen wir eine Phasenverschiebung um ca. -90°.

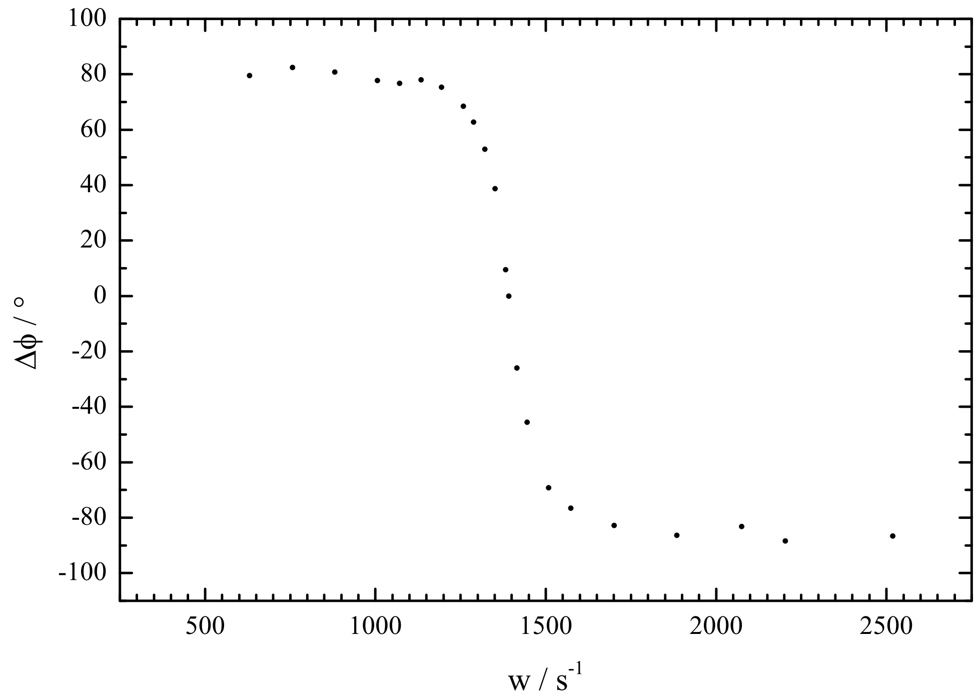


Abbildung 3: Spannung gegen die Kreisfrequenz

Aus den beiden Schaubildern können wir die Resonanzkreisfrequenz bestimmen. Aus dem Schaubild, in der die Spannung aufgetragen ist, erhält man die Resonanzkreisfrequenz beim Maximum. Aus dem Schaubild der Phasenverschiebung erhält man die Resonanzkreisfrequenz bei einer Phasenverschiebung von 0°.
Aus beiden Schaubildern erhalten wir die gleiche Resonanzfrequenz $\omega_0 = 1391{,}73$Hz. Die maximale Spannung (U_{ω_0}) beträgt somit 192mV.

Aus der Maximalspannung U_{ω_0} können wir nun den Resonanzwiderstand R_r berechnen:

$$R_r = \frac{R_V}{U_G} \cdot U_{\omega 0}$$

Dies gilt nur, wenn man annimmt das der Strom nur vom Widerstand R_V bestimmt wird. Eigentlich müsste man R_r folgende Gleichung bestimmen :

$$R_r^* = \frac{R_V}{U_G - U_{\omega 0}} \cdot U_{\omega 0}$$

Mit $R_V = 1M\omega$ und $U_G = 8{,}63$V ergibt sich:

$$R_r = 22247,97\Omega = 22,25k\Omega$$
$$R_r^* = 22754,21\Omega = 22,75k\Omega$$

Man sieht, dass die Widerstände fast gleich sind, es wird aber mit dem Wert R_r^* weiter gerechnet.

Nun wird noch die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ bestimmt. Dies ist die Differenz der Kreisfrequenzen, bei denen die Spannung am Kreis halb so groß ist wie im Maximum. Die Halbwertsbreite haben wir bestimmt, indem wir unsere Kurve mit einer Parallelen zur x-Achse in der Höhe von 96mV (halbe Maximalspannung) geschnitten, die Schnittpunkte bestimmt und deren Differenz gebildet haben.
Es ergibt sich für die Halbwertsbreite:

$$\Delta w = w_2 - w_1 = 1477,0Hz - 1314,12Hz = 162,88Hz$$

Wir haben nun ω_0, R_r und $\Delta\omega$ bestimmt. Damit lässt sich jetzt die Kapazität, die Induktivität und der Verlustwiderstand berechnen:

$$C = \frac{\sqrt{3}}{(\Delta\omega \cdot R_r)}$$
$$L = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C}$$
$$R = \Delta\omega \frac{L}{\sqrt{3}}$$

Für unsere Messwerte ergibt sich:

$$C = 0,467\mu F$$
$$L = 1,10H$$
$$R = 103,9\Omega$$

Nun können wir noch unsere Werte mit Literaturwerten vergleichen.
Unser Kapazität hat eine relative Abweichung vom Literaturwert 0,47μF von $-0,6\%$.
Unsere Induktivität weicht um 10% vom Literaturwert ab.
Wir können noch unter der Bedingung, dass wir R vernachlässigen aus den Literaturwerten die Resonanzkreisfrequenz aus $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ zu 1458,6 Hz berechnen. Damit liegt die gemessene Resonanzfrequenz (1391,73 Hz) nahe an diesem Wert. Das heißt für diesen Schwingkreis würde eine solche Näherung (R $= 0\Omega$) ganz gute Ergebnisse liefern.

2.4 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator

Nun haben wir die Spannung (Wechselstrom) über der Spule angelegt. Dabei haben wir aber eine stromrichtige Schaltung verwendet. Das heißt unser Amperemeter wurde in Reihe geschaltet. Der Grund dafür liegt darin, dass bei hohen Frequenzen die Impedanz $|Z_L| = \sqrt{R_L^2 + w^2 L^2}$ der Spule im Vergleich zum Verlustwiderstand sehr groß wird.
Der Kondensator wurde auch bei unserer Resonanzfrequenz betrachtet. Hierbei wurde jedoch

	Spule	Kondensator	Messgerät/-bereich
U/V	8,02	8,08	"Keithley 2100"
I/mA	5,08	5,25	μA, 10mA
R/Ω	1578,74	1539,1	

Tabelle 6: Wechselstromwiderstände

eine spannungsrichtige Schaltung verwendet, da hier die Impedanz $|Z_C| = \frac{1}{w_0 C}$ für große Frequenzen klein wird (Vergleich strom- und spannungsrichige Schaltungen in den Vorbereitungen). Daraus folgt:

$$C = \frac{1}{R_C w_0} = 0,467\mu F$$
$$L = \frac{R_L}{w_0} = 1,13H$$

Vergleichen wir unsere Werte mit den Literaturwerten, erhalten wir für unsere Kapazität eine Abweichung von $-0,6\%$ und für die Induktivität eine Abweichung von $+13\%$ vom Literaturwert.

2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Schließlich sollte noch der Innenwiderstand des Sinusgenerators bestimmt werden. Dazu wurde die Maximalspannung (Leerlaufspannung) $U_G = 8,63V$ durch den Potentiometer auf die Hälfte herunter geregelt.
Nun haben wir $R_i = R_P = 580\Omega$ gemessen. Um daraus die Maximale Ausgangsleistung zu brechnen, verwendet man die hergeleitete Formel in der Vorbereitung:

$$P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_P} = 32,1mW$$