



SS/WS 20.10./11.

Praktikum: (P1/P2) (Mo/Di/Mi/Do) Gruppe-Nr: 16...

Name: Weitemeyer Vorname: Steven

Name: Drees Vorname: Holger

Versuch: Galvanometer (mit/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: Alexander Beck Durchgeführt am: 10.01.11

Abgabe am: 17.1.11

Rückgabe am:	Begründung:
--------------------	-------------------

2. Abgabe am:

Ergebnis: (+ / 0 / -)	Fehlerrechnung: ja / <u>nein</u>
Datum: 17.1.11	Handzeichen: AB
Bemerkungen: Schöne übersichtliche Darstellung! Bei A 4.3 : Messwerte nicht verbinden !	



Obwohl es heute Geräte gibt, die bei mindestens gleicher Leistung eine viel bequemere Ablesung ermöglichen (z.B. volltransistorisierte Digitalanzeigergeräte), ist das Galvanometer besonders im Praktikum ein sehr nützliches Messinstrument. Es ist besonders geeignet, weil es ein überschaubares und leicht verständliches Gerät ist, an dem viele grundlegende physikalische Effekte elektrischer und mechanischer Natur auftreten. So zum Beispiel Kraftwirkungen auf stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld, Induktionserscheinungen und Schwingungsvorgänge. Beachten Sie bitte bei allen Aufgabenteilen, dass das Galvanometer äußerst empfindlich und daher sorgsam zu behandeln ist.

Schaltungen bitte sorgfältig kontrollieren. Stets mit kleinster angelegter Spannung beginnen (Regler R2 in Schaltung 1). In keinem Fall wird das Galvanometer direkt an den Ausgang von Schaltung 1 angeschlossen!

Wegen der unvermeidlichen Nullpunktsdrift des Galvanometers muss die Null-Lage häufig kontrolliert werden. (Besser notieren oder korrigieren?) Gestellte Fragen sollen schon bei der Vorbereitung beantwortet werden. Bei der Auswertung nicht die Diskussion vernachlässigen, z.B. zu unterschiedlichen Ergebnissen bei verschiedenen Messverfahren.

Aufgaben:

1.) Machen Sie zunächst einige Vorexperimente, die Ihnen die hohe Galvanometerempfindlichkeit und mögliche Ursachen für Fehlmessungen vor Augen führen.

1.1 Nehmen Sie einen Zuleitungsbananenstecker in die linke, den anderen in die rechte Hand, und beobachten Sie den Lichtzeiger-Ausschlag des angeschlossenen Galvanometers.

1.2 Schließen Sie das Galvanometer (ohne Spannungsquelle!) nur an einen Drahtdrehwiderstand (z.B. 100 Ω) an und beobachten Sie den Lichtzeiger, während Sie den Schleifer des Drehwiderstandes hin- und herbewegen.

1.3 Vergleichen Sie die Ruhstellung des Lichtzeigers bei offenem Galvanometer mit der bei angeschlossenem Drehwiderstand.

Versuchen Sie, die beobachteten Effekte zu erklären.

2.) Entnehmen Sie die Versorgungsspannung U für die folgenden Aufgaben einem Spannungsteiler, der in Schaltung 1 dargestellt ist. Beginnen Sie bei allen Aufgaben mit kleinsten U -Werten und steigern Sie die Spannung nur bei Beobachtung des Lichtzeigers. Stellen Sie den Nullpunkt normalerweise mittels der verschieblichen Skala ein. Falls ein Drehen am Justierknopf notwendig sein sollte, dann diesen nur um extrem kleine Winkel verdrehen!

2.1 Messen Sie in Schaltung 2 den Galvanometerausschlag α in Abhängigkeit vom Vorwiderstand R bei geeigneter Spannung U . Tragen Sie α^{-1} über R auf, berechnen Sie die Ausgleichsgerade durch die Messpunkte und bestimmen Sie aus deren Parametern: -(a) den Galvanometer-Innenwiderstand R_G und -(b) die statische Stromempfindlichkeit C_I (in m/A, nicht in $^\circ$ /A o.ä.)

2.2 Messen Sie in Schaltung 3 den Galvanometerausschlag α in Abhängigkeit von R : -(a) bei offener Brückendiagonale und -(b) bei kurzgeschlossener Brückendiagonale.

Tragen Sie für beide Fälle α^{-1} über R auf, bestimmen Sie den Schnittpunkt und damit den Innenwiderstand des Galvanometers R_G .

2.3 Messen Sie in Schaltung 4 bei $R_a = \infty$ den Ausschlag α in Abhängigkeit von der Spannung U , berechnen Sie die zugehörigen Ströme I und tragen Sie α über I auf. Berechnen Sie die Ausgleichsgerade durch die Messpunkte und damit die statische Stromempfindlichkeit C_I .

3.) Messen Sie in Schaltung 4 in Abhängigkeit vom Außenwiderstand R_a (schaltbar; $1k\Omega$ bis ∞ wählen) beim Rückschwingen um den Nullpunkt: -(a) das Dämpfungsverhältnis α_{n-1} / α_n und -(b) die Schwingungsdauer T . Nutzen Sie dabei jeweils optimal viele Schwingungen aus.

Ermitteln Sie folgende Größen:

- (a) Die **Abklingkonstante** β_{Ra} und tragen Sie $(\beta_{Ra} - \beta_{\infty})^{-1}$ über R_a auf. Ein zusätzlicher Punkt in diesem Diagramm ist $(-R_G, 0)$. Berechnen Sie die Ausgleichsgerade durch die Punkte.
- (b) Die **Frequenz des ungedämpften Galvanometers**, $\omega_0 = \sqrt{(2\pi / T_{\infty})^2 + \beta_{\infty}^2}$.
- (c) Den **Außenwiderstand $R_{a,gr}$** für Grenzdämpfung, der bei $(\omega_0 - \beta_{\infty})^{-1}$ abzulesen ist. Verifizieren Sie mit Hilfe der Schaltung 4, dass etwa bei diesem Widerstand der Grenzfall vorliegt.
- (d) Die **Galvanometer-Kenngrößen G , Θ und D** mit Hilfe der drei Gleichungen $m = 2\Theta / G^2$; $\omega_0^2 = D / \Theta$; $C_I' = G / D$ (m = Steigung der Geraden; G = Galvanometerkonstante; Θ = Trägheitsmoment des schwingenden Systems; D = Rückstellkonstante der Torsionsaufhängung.) Dabei ist zu beachten, dass C_I' als Drehwinkel im Bogenmaß von Spule bzw. Drehspiegel, geteilt durch den entsprechenden Strom, genommen werden muss, während C_I bei den Aufgaben 2.1 und 2.3 auch anders angegeben wurde.

4.) Bei den Aufgaben 2.1 und 2.3 (C_I -Bestimmung) floss der Messstrom mindestens solange, bis sich die neue Gleichgewichtslage eingestellt hatte. Jetzt wird die Wirkung von kürzeren Stromstößen untersucht. Der Einfachheit wegen werden die Stromstöße $\int I dt = Q = C \cdot U$ durch Entladung eines Kondensators erzeugt (Schaltung 5), obwohl der exponentielle Stromverlauf keine scharfe Angabe der Stromstoßdauer T_Q erlaubt. Es ist aber vernünftig, z.B. die Zeit $T_Q = 3RC$ anzugeben, nach der etwa 95% der Ladung abgeflossen ist. Da die Stromstoßquelle den Innenwiderstand ∞ hat, müssen bei Messungen mit größeren Dämpfungen als β_{∞} Widerstände zum Galvanometer parallel geschaltet werden. Dann ist $Q_G < C \cdot U$ zu beachten, denn die Empfindlichkeiten sind auf Q_G , den über das Galvanometer abfließenden Ladungsanteil, zu beziehen.

4.1 Bestimmen Sie bei sehr kurzer Stromstoßdauer T_Q (R klein) die Stromstoßempfindlichkeiten des Galvanometers, mit $R_a = \infty$ (ballistische Empfindlichkeit bei minimaler Dämpfung), mit $R_a = 1000\Omega$, mit $R_a = 330\Omega$ (ballistische Empfindlichkeit nahe der Grenzdämpfung) sowie mit $R_a = 33\Omega$ ('fluxmetrische Empfindlichkeit' im Kriechfall).

4.2 Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den theoretischen Werten, die Sie unter Benutzung der in den Aufgaben 2 und 3 ermittelten Kenngrößen G , R_G , Θ , ω_0 sowie R_a berechnen können.

4.3 Überzeugen Sie sich durch etliche Messungen mit größeren R-Werten davon, dass nur für $T_Q \ll T$ die Stromstoßempfindlichkeiten nahezu unabhängig von T_Q sind.

Fragen:

Warum kann man R_G nicht mit einem der üblichen Ohmmeter messen?

Wozu könnte wohl der in Schaltung 4 zum Galvanometer parallelschaltbare 330Ω -Widerstand dienen?

Wie ergibt sich die statische Spannungsempfindlichkeit C_U des Galvanometers?

Wieso ergibt sich bei Aufgabe 2.2 R_G als Schnittpunkt-R ?

Welchen Sinn haben ballistische Messungen? Vergleichen Sie z.B. mit dem Mechanik-Versuch 'Schuss in einen Pendel-Sandsack'.

Zubehör:

Spiegelgalvanometer [$T \approx 5s$; $R_G \approx 30\Omega$; $C_I \approx 10^5$ rad/A; Abstand Spiegel-Skala $A = (250 \pm 3)mm$]

In mehreren Schaltkästchen die Schaltungen 1 bis 5 mit Bananenbuchsen [Liste für Messwerte der Bauelemente beachten! In Schaltung 5 ist zusätzlich zu R18 bis R20 noch R21 (500Ω , regelbar) vorhanden.]

Drehspulmessinstrument (1% SKE) mit Vorwiderständen für 0,25V; 1V und 2,5V;

zusätzliche Geräte für Sonderaufgaben (z.B. Induktionsspulen und Rechteckimpuls-Generator).

Literatur:

Westphal: Physikalisches Praktikum

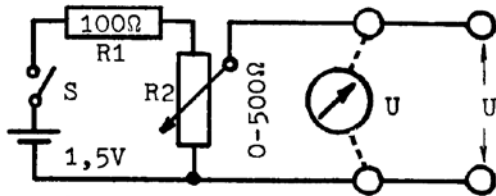
Schlosser, Winterling: Galvanometer

Walcher: Praktikum der Physik

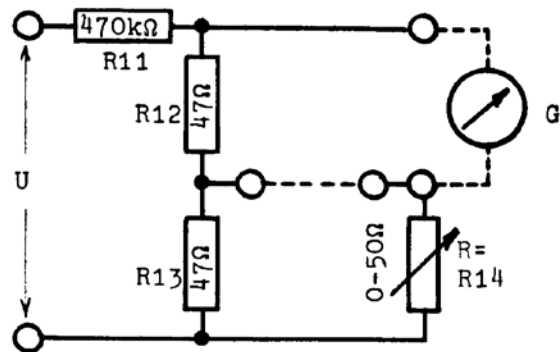
Mayer, Moerder: Spiegelgalvanometer und Lichtzeigerinstrumente

Beljankin et al.: Physikalisches Praktikum

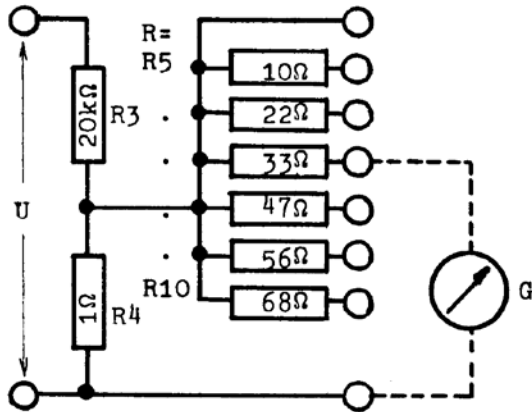
Jüngst: Vorbereitungshilfe 'Galvanometerformeln' (1985)



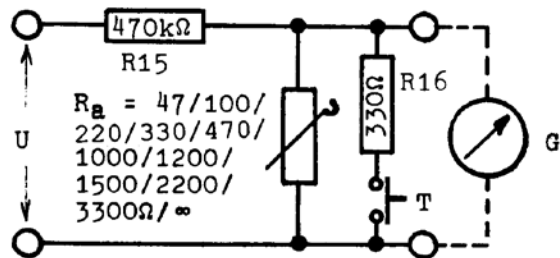
Schaltung 1



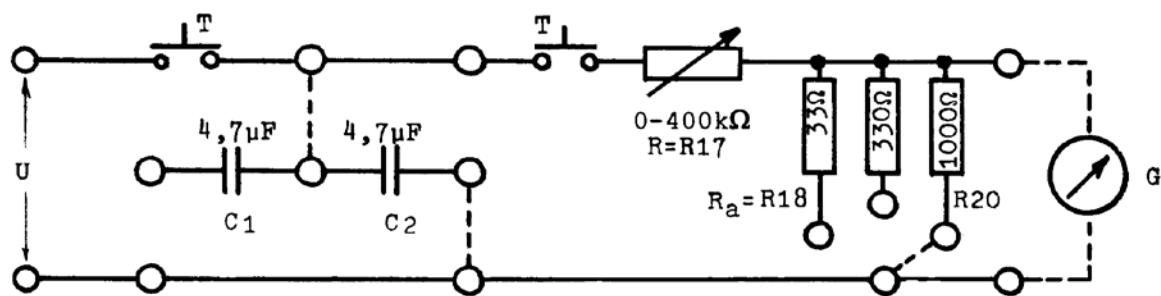
Schaltung 3



Schaltung 2



Schaltung 4



Schaltung 5

Die als Schaltkästchen mit Bananenbuchsen vorhandenen Schaltungen 1 bis 5

Messwerte ($\pm 1,5\%$) der Widerstände und Kapazitäten in den Schaltungen zu den Galvanometerversuchen, bei denen in den Skizzen nur Richtwerte angegeben sind:

Schaltung	Bezeichnung	Richtwert	Wert bei P1-13	Wert bei P1-14	Wert bei P1-15
2	R3	20k	19,95k	14,9k	14,9k
2	R4	1	1,04	0,70	0,70
2	R5	10	10,1	10,1	10,0
2	R6	22	20,4	22,0	21,2
2	R7	33	29,8	33,1	33,0
2	R8	47	38,8	47,1	46,8
2	R9	56	50,3	55,8	56,0
2	R10	68	61,8	67,6	67,6
3	R11	470k	474k	477k	479k
3	R12	47	43,0	47,0	47,3
3	R13	47	43,0	47,0	46,9
3	R14	0-50	0-49,8	0-50,0	0-49,1
4	R15	470k	506k	474k	474k
4	Ra-1	47	47,8	47,0	47,0
4	Ra-2	100	99,8	99,0	100
4	Ra-3	220	221	221	219
4	Ra-4	330	329	331	329
4	Ra-5	470	477	472	470
4	Ra-6	1000	1026	1001	1000
4	Ra-7	1200	1484	1194	1200
4	Ra-8	1500	1986	1500	1500
4	Ra-9	2200	2500	2260	2240
4	Ra-10	3300	3010	3300	3300
5	C1	4,7□	4,12□	5,45□	5,30□
5	C2	4,7□	4,12□	5,52□	5,15□
5	R18	33	33,0	33,0	32,8
5	R19	330	341	332	334
5	R20	1000	999	999	998

Verwenden Sie bei Ihrer Versuchsbeschreibung möglichst die vorgegebenen Bezeichnungen der Bauteile.

Physikalisches Anfängerpraktikum

Versuch P1-13: Galvanometer

Vorbereitung von Steven Weitemeyer (MO-16)

Versuchstag 10.01.2011

Grundlagen

Ziel dieser Versuchseinheit ist das Galvanometer als Messinstrument kennenzulernen. Aufgrund des relativ einfachen Aufbaus bietet dieses Messinstrument den Studenten die Möglichkeit, grundlegende physikalische Modelle zur Beschreibung anzuwenden und zu vertiefen. Im Folgenden werden nun die wichtigsten theoretischen Grundlagen vorgestellt, die einzelnen Messaufgaben vorbereitet und vordiskutiert, sowie an geeigneter Stelle die Fragen der Vorbereitungsmappe beantwortet.

Galvanometer

Das Galvanometer ist ein elektrisches Strommessgerät, welches auch kleinste Ströme noch sehr gut messen kann.

Der Aufbau besteht dabei aus einer Spule mit Eisenkern, an deren Enden sich Klemmen zum Spannungsanschluss befinden. Die Spule ist über eine Feder (mit Richtmoment D) drehbar gelagert \rightarrow rückstellendes Drehmoment:

$$M_d = -D \cdot \varphi$$

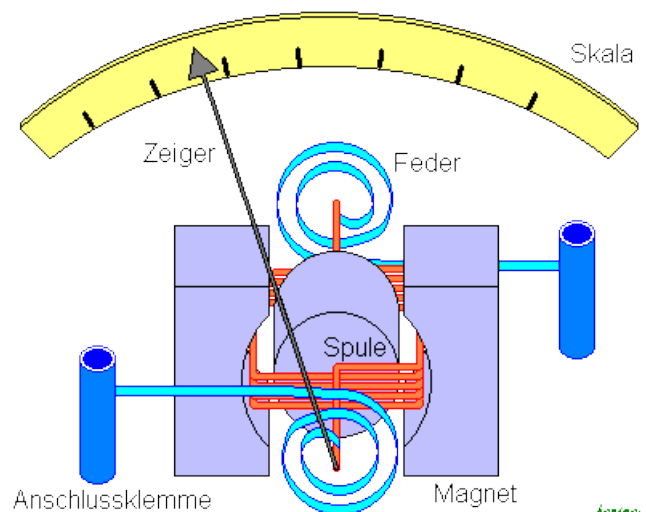
Diese Konstruktion befindet sich in einem B-Feld eines äußeren Permanentmagneten. Der dazwischen liegende Luftspalt sorgt für mechanische Reibung (mit Dämpfungskonstante ϱ):

$$M_r = -\varrho \cdot \dot{\varphi}$$

Zusätzlich entsteht bei Stromfluss I_{ges} noch ein weiteres Drehmoment aufgrund der elektrodynamischen Lorentzkraft:

$$M_e = \underbrace{n \cdot A \cdot B}_{:=G} \cdot I_{\text{ges}}$$

mit n : Windungszahl, A : Spulenquerschnitt und G :(dynamische) Galvanometerkonstante



Der fließende Gesamtstrom setzt sich dabei aus zwei Komponenten zusammen:

- eine mögliche angelegte äußere Spannung U sorgt für einen 'äußeren Strom' I :

$$I = \frac{U}{R_g + R_a}$$

mit R_g : Widerstand der Drehspule und R_a : Widerstand des äußeren Schließungskreises

- durch das sich Drehen der Spule im B-Feld wird eine Spannung U_i induziert:

$$U_i = -n \cdot \dot{\Phi} = -n \cdot A \cdot B \cdot \dot{\varphi} = -G \cdot \dot{\varphi}$$

Diese sorgt nun für einen Induktionsstrom I_i :

$$I_i = \frac{U_i}{R_g + R_a} = -\frac{G}{R_g + R_a} \dot{\varphi}$$

Damit folgt nun für das elektrodynamische Drehmoment:

$$M_e = G \cdot (I + I_i) = GI - \frac{G^2}{R_g + R_a} \dot{\varphi}$$

Setzen wir dies nun in die Schwingungsgleichung ein, so folgt:

$$\Theta \ddot{\varphi} = M = M_d + M_r + M_e$$

$$\Rightarrow \ddot{\varphi} + \underbrace{\frac{1}{\Theta} \left(\varrho + \frac{G^2}{R_g + R_a} \right)}_{:=2\beta} \dot{\varphi} + \underbrace{\frac{D}{\Theta}}_{:=\omega_0^2} \varphi = \frac{G}{\Theta} I$$

mit Θ : Trägheitsmoment der Spule

Dies ist die typische Differentialgleichung eines gedämpften harmonischen Oszillators¹ (mit verschobener Ruhelage aufgrund des konstanten Terms GI rechts). Der Ansatz $\varphi = ce^{\lambda t}$ liefert die Lösungen $\lambda_{1/2} = \beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$. Aufgrund des Wurzelterms unterscheidet man drei charakteristische Fälle:

- **Schwingfall** $\beta > \omega_0$: Die Wurzel ist komplex. Der Schwingkörper führt eine schwach gedämpfte Schwingung aus: Er durchläuft also mehrmals die Ruhelage, wobei er bei jeder Periode an Amplitude/Energie verliert, bis er schließlich zum Stehen kommt.
- **aperiodischen Grenzfall** $\beta = \omega_0$: Die Wurzel fällt weg. Es findet keine wirkliche Schwingung statt, sondern das System wandert auf schnellstem Wege zur Ruhelage. Ein 'Überschwingen' tritt nicht mehr auf.
- **Kriechfall** $\beta < \omega_0$: Die Wurzel ist reell. Der Schwingungsverlauf ähnelt qualitativ dem aperiodischen Grenzfall. Der Körper geht aber langsamer in Richtung Ruhelage.

Wie oben ablesbar, können wir die Dämpfung β sehr gut über den äußeren Widerstand R_a steuern: Je größer R_a , desto größer auch β . Zur Betrachtung der Schwingungsauslenkung dient uns ein Lichtzeiger über eine Spiegelkonstruktion (- in der vorangegangenen schematischen Darstellung ist dagegen ein Drehzeiger eingezeichnet).

¹für eine genauere Betrachtung des ged. harm. Oszillators siehe unser Protokoll zu P1-12 *Resonanz*

Aufgabe 1 Vorexperimente

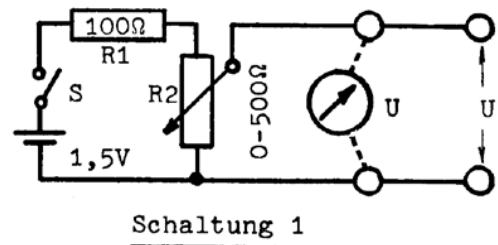
Anhand einiger Vorexperimente sollen wir die Messempfindlichkeit des Galvanometers verdeutlichen:

- mithilfe der winzigen el. Ströme im menschlichen Körper aufgrund statischer Aufladung
- durch das Hin- und Herbewegen eines Drahtschleifers eines Drehwiderstandes, was aufgrund der Reibung ebenfalls zu minimaler Ladungstrennung und damit el. Strömen führt

Wird ein Drehwiderstand angeschlossen, so sollte dies bei Stromlosigkeit keinen Einfluss auf die Ruhelage des Galvanometers haben. Kurze Ladungsverschiebungen beim Zu- bzw. Abstecken können jedoch für temporäre Ausschläge sorgen, ehe wieder der Ruhezustand erreicht wird.

Aufgabe 2 Statisches Galvanometer

Ein Spannungsteiler, wie es nebenstehende Schaltung 1 zeigt, dient uns im Folgenden als Spannungsquelle. Der Vorteil dieser Schaltung ist, dass über den regelbaren Widerstand R_2 die angelegte äußere Spannung U am Galvanometer schrittweise von 0V auf 1,25V hochgeregelt werden kann. (Annahme: der Widerstand der angeschlossenen Schaltung ist viel größer als $R_2 \Rightarrow$ Ersatzwiderstand $R_{Ersatz} \simeq R_2$)



Aufgabe 2.1

Wir bauen nebenstehende Schaltung 2 auf. Daraus ergibt sich für den Gesamtstrom:

$$I_{ges} = \frac{U}{R} = U \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \stackrel{R_3 \gg R_4}{\simeq} \frac{U}{R_3}$$

Die Knotenregel bzw. Maschenregel liefert außerdem:

$$I_G + I_{R_4} = I_{ges} \quad \text{bzw.} \quad (R + R_G)I_G - R_4 I_{R_4} = 0$$

Das Verrechnen dieser drei Gleichungen liefert dann:

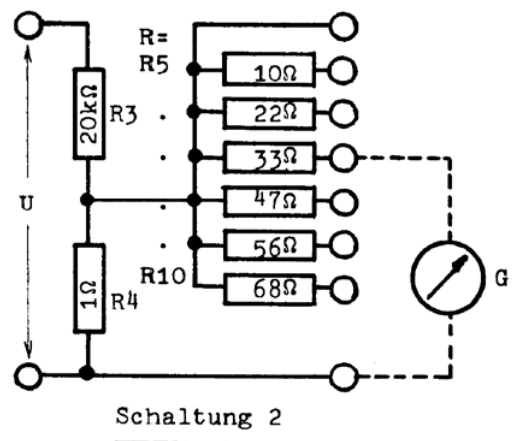
$$I_G = \frac{UR_4}{R_3(R + R_G + R_4)}$$

Im statischen Fall ($\dot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$ und $\varphi = \alpha$) wird die DGL zu:

$$\alpha = \underbrace{\frac{G}{D}}_{:=C_I} \cdot I_G \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{C_I I_G}$$

Setzen wir nun obiges Resultat für I_G ein, so erhalten wir eine Geradengleichung:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_3(R + R_G + R_4)}{R_4 UC_I} = \underbrace{\frac{R_3}{R_4 UC_I}}_{\text{Steigung } m} R + \underbrace{\frac{R_3(R_G + R_4)}{R_4 UC_I}}_{\text{Achsenabschnitt } c}$$



Bei einer Auftragung von $\frac{1}{\alpha}$ über R können wir demnach eine lineare Regression durchführen und daraus R_G als gesuchter Widerstand des Galvanometers und C_I als Stromempfindlichkeit berechnen:

$$R_G = \frac{c}{m} - R_4 \quad C_I = \frac{R_3}{mR_4U}$$

Zur Vollständigkeit sei hier noch die statische Spannungsempfindlichkeit $C_U = \frac{\alpha}{U}$ erwähnt, die sich nun dank des Ohmschen Gesetzes als $C_U = \frac{C_I}{R_G}$ bestimmen lässt (Frage 3).

Im Unterschied zu vielen anderen el. Bauteilen darf der Widerstand eines Galvanometers nicht über ein Ohmmeter gemessen werden. Denn Ohmmeter verwenden zur Bestimmung des Widerstandes eine el. Stromstärke, die zu groß für ein Galvanometer ist und deshalb Schäden verursachen würde (Frage 1).

Aufgabe 2.2

Eine andere Möglichkeit R_G zu messen, bietet die Wheatstone-Brücke (Schaltung 3). Wir bauen diese auf und messen abermals den Galvanometerausgang α in Abhängigkeit von R . Für die

a) offene Brücke gilt dann analog zu oben:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11} \cdot (R_G + R + R_{12} + R_{13})}{(R_{12} + R_{13}) \cdot UC_I}$$

$$\stackrel{R_{12}=R_{13}}{=} \frac{R_{11} \cdot (R_G + R + 2R_{12})}{2R_{12}UC_I}$$

b) geschlossene Brücke gilt:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11} \cdot (R_G + R_{12})}{R_{12}UC_I}$$

Durch Gleichsetzen dieser Geradengleichungen (\rightarrow Schnittpunkt) erhält man dann nach kurzer Umformung direkt:

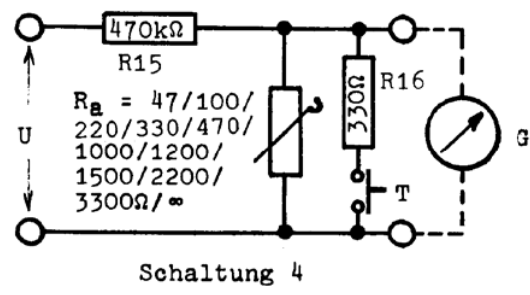
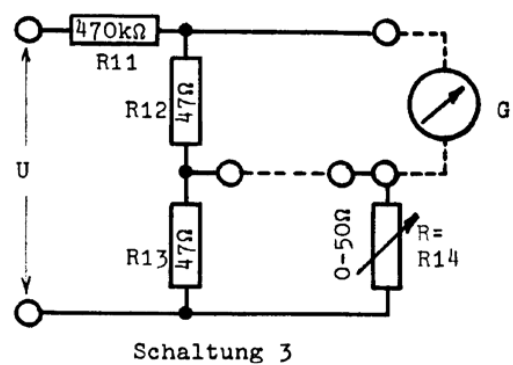
$$R_G = R$$

Aufgabe 2.3

Wir bauen die hier skizzierte Schaltung 4 auf. Wir messen nun die Abhängigkeit α von U , wobei $R_a = \infty$ sei. Das Ohmsche Gesetz liefert dann:

$$I_G = \frac{U}{R_{15} + R_G} \stackrel{R_{15} \gg R_G}{=} \frac{U}{R_{15}}$$

Wählen wir nun eine Auftragung von α über I_G , so liefert gemäß der Definition die Steigung eines linearen Fits direkt C_I .



Aufgabe 3 Dynamisches Galvanometer



Wir wollen nun noch eine andere Messung an Schaltung 4 vornehmen: Wir legen für verschiedene Außenwiderstände R_a (von 47Ω bis ∞) eine Spannung U an und lassen das Galvanometer einschwingen. Dieser Vorgang kann durch Betätigung des Schalters T beschleunigt werden, denn durch Zuschalten des 330Ω -Widerstandes befindet man sich in guter Nähe zum aperiodischen Grenzfall, wo die Einschwingzeit minimal wird (Frage 2).

Nun wird die Spannungsquelle entfernt und in Abhängigkeit von R_a das Rückschwingen zur ursprünglichen Nulllage untersucht. Wir messen dabei nun jeweils das Dämpfungsverhältnis zweier aufeinanderfolgender Minima (bzw. Maxima) $k = \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}$ und die Periodendauer T . Für ein gutes Ergebnis ist es dabei wichtig eine möglichst große Anzahl 'guter' Schwingungen zu betrachten. Aus dieser Messung können wir nun folgende Größen berechnen:

- **Abklingkonstante** $\beta_{R_a} = \frac{\ln k}{T}$. Für die gilt:

$$\beta_{R_a} = \frac{1}{2\Theta} \left(\rho + \frac{G^2}{R_G + R_a} \right) = \beta_\infty + \frac{G^2}{2\Theta(R_G + R_a)}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{\beta_{R_a} - \beta_\infty} = \underbrace{\frac{2\Theta}{G^2}}_{m_2} R_a + \underbrace{\frac{2\Theta R_G}{G^2}}_{c_2}$$

Für die Regressionsgerade müssen wir also dieses Mal eine Auftragung von $\frac{1}{\beta_{R_a} - \beta_\infty}$ gegen R_a wählen.

- **Kreisfrequenz des ungedämpften Galvanometers** ω_0 :

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_\infty^2 + \beta_\infty^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2}$$

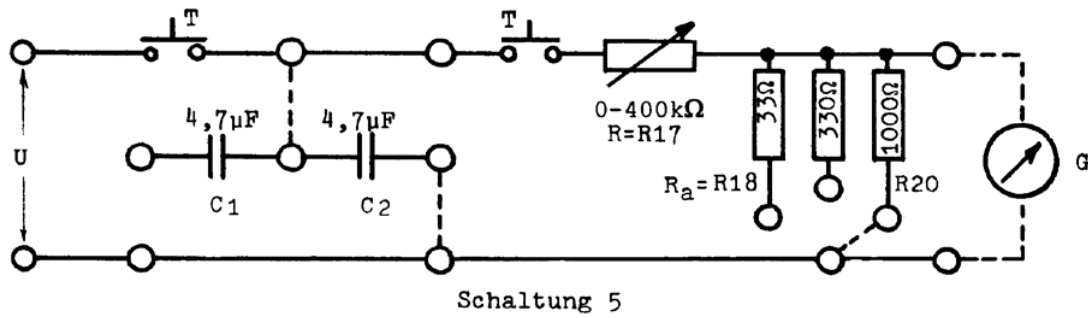
- **Außenwiderstand R_{a,G_r} bei Grenzdämpfung ($\beta_{R_a} = \omega_0$):** Wir suchen also einfach den Punkt der obigen Geraden, an dem $\beta_{R_a} = \omega_0$ erreicht wird und lesen für diesen Punkt an der Abszisse den gesuchten Wert für R_a ab. Hier müsste im Experiment also der Übergang von Schwing- zu Kriechfall beobachtbar sein.
- **Galvanometer-Kenngrößen G , Θ und D :**

$$G = \frac{2}{m_2 \omega_0^2 C_I} \quad \Theta = \frac{2}{m_2 \omega_0^4 C_I^2} \quad D = \frac{2}{m_2 \omega_0^2 C_I^2}$$

Diese Formeln ergeben sich direkt aus den Definitionen bzw. der obigen Geradengleichung. (Anmerkung: Eine möglicherweise nötige Umrechnung von C_I von Meter zu Bogenmaß muss dann über den Faktor $2 \cdot r_{\text{Radius}}$ vorgenommen werden.)

Aufgabe 4 Ballistisches Galvanometer

Im letzten Versuchsteil wollen wir nun nicht mehr den Einschwingvorgang abwarten, sondern den Einfluss kurzer Stromstöße untersuchen. Wir benutzen dafür Schaltung 5, wo die Stromimpulse mithilfe eines über eine Spannung U geladenen Kondensators C realisiert werden. Theoretisch entlädt sich ein Kondensator jedoch nur für $t \rightarrow \infty$ vollständig - wir benutzen deshalb praktischerweise $T_Q = 3RC$ als Stromstoßdauer, nach der immerhin 95% der Ladung abgeflossen ist.



Aufgabe 4.1 Experimentelle Bestimmung der ballistischen Empfindlichkeit

Durch das mögliche Zuschalten von parallelen Widerständen können wir verschiedene Dämpfungen betrachten:

- $R_a = \infty$: ballistische Empfindlichkeit bei minimaler Dämpfung
- $R_a = 1000\Omega$: ballistische Empfindlichkeit im Schwingfall
- $R_a = 330\Omega$: ballistische Empfindlichkeit nahe des Grenzfalles
- $R_a = 33\Omega$: fluxmetrische Empfindlichkeit im Kriechfall

Die ballistische (fluxmetrische) Empfindlichkeit aufgrund einer Ladungsmenge Q ist nun analog zu den bisherigen Empfindlichkeiten als Quotient von Ausschlag und Messgröße definiert durch:

$$C_b = \frac{\alpha}{Q_{\text{Galvanometer}}} = \frac{\alpha}{CU_{\text{Galvanometer}}} = \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{\alpha}{CU}$$

Im letzten Schritt wurde dabei noch berücksichtigt, dass nur ein Teil der Kondensatorladung auch wirklich durch das Galvanometer fließt.

Aufgabe 4.2 Theoretische Bestimmung der ballistischen Empfindlichkeit

Eine Integration der DGL und das Verwenden der Anfangsbedingungen ($\varphi(0) = \dot{\varphi}(0) = 0$) für einen Stromimpuls liefert jeweils näherungsweise für die verschiedenen Dämpfungsverhalten:

- **Schwingfall** ($R_a = \infty$ und $R_a = 1000\Omega$):

$$\alpha = \frac{G}{\Theta\omega_0}Q \quad \Rightarrow \quad C_b = \frac{G}{\Theta\omega_0}$$

- **Grenzfall** ($R_a = 330\Omega$):

$$\alpha = \frac{G}{\Theta\omega_0 e}Q \quad \Rightarrow \quad C_b = \frac{G}{\Theta\omega_0 e}$$

- **Kriechfall** ($R_a = 33\Omega$):

$$\alpha = \frac{R_G + R_a}{G} Q \quad \Rightarrow \quad C_b = \frac{R_G + R_a}{G}$$

Setzen wir in diese Formeln jetzt die Galvanometer-Kenngrößen aus Aufgabe 2 und 3 ein, erhalten wir die theoretischen Werte für C_b , die mit den experimentellen verglichen werden sollen.

Aufgabe 4.3 Unabhängigkeit von T_Q

Bisher sind wir davon ausgegangen, dass C_b nicht von der Entladezeit T_Q abhängig ist. Dies gilt jedoch nur in guter Näherung für $T_Q \ll T$.

Indem wir den Vorwiderstand R noch weiter vergrößern ($\Rightarrow T_Q = 3RC$ steigt), können wir dies auch experimentell verifizieren.

Bei mechanischen, ballistischen Messungen wird Impuls und Energie in sehr kurzer Zeit übertragen (bspw. der Aufprall einer Gewehrkugel in einem Sandsack). Durch die Messung des Gesamtschlages können dann Rückschlüsse über das erregende Objekt getroffen werden (Energie und Geschwindigkeit der Kugel).

In unserem elektrodynamischen Fall entspricht der Stromstoß der Kugel. Bei gemessener Auslenkung und bekannter Empfindlichkeit des Galvanometers kann hier z. B. die Ladung Q eines sich entladenden Kondensators berechnet werden (Frage 5).

Quellen:

Galvanometer-Schema (Seite 1):

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/a/a3/Drehspulinstrument.PNG> (04.01.2011)

Physikalisches Anfängerpraktikum

Versuch P1-13: Galvanometer

Vorbereitung von Holger Drees (MO-16)

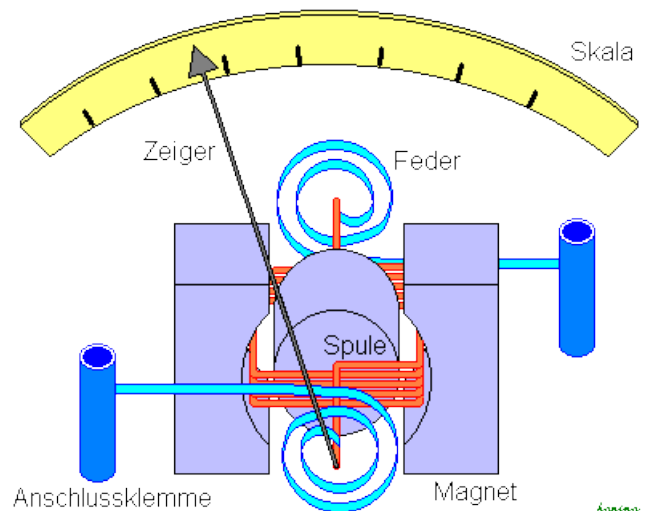
Versuchstag 10.01.2011

Theoretische Grundlagen

Galvanometer

Galvanometer sind sehr empfindliche Strommessgeräte und eignen sich deswegen besonders zum Messen kleinster Ströme.

In einem permanenten Magnetfeld befindet sich eine auf einer Feder gelagerten Spule. Bei Stromfluss durch die Spule entsteht durch die Lorentzkraft ein Drehmoment. Die Feder wirkt dieser Bewegung mit einem Rückstellmoment entgegen. Es liegt also eine gedämpfte Schwingung vor. Die Messung der Auslenkung kann nun entweder wie in der Zeichnung direkt mit einem an der Spule befestigten Zeiger vorgenommen werden oder über einen mit der Drehspule fest verbundenen Spiegel, der durch Reflexion als 'Lichtzeiger' dient. Durch die Reflexion verdoppelt sich jedoch der Auslenkwinkel. Bei kleinen Auslenkungen können Auslenkwinkel und -strecke als proportional angenommen werden.



Das Gesamtdrehmoment $\Theta \ddot{\varphi}$ (Θ : Trägheitsmoment der Spule) erhalten wir durch Addition des Rückstellmomentes $-D\varphi$ (D : Rückstellkonstante der Feder), der Reibung $-\rho\dot{\varphi}$ und des Drehmomentes $n \cdot A \cdot B \cdot I_{\text{ges}} := G I_{\text{ges}}$, das durch die Lorentzkraft entsteht (n : Windungszahl, A : Querschnittsfläche der Spule, G : Galvanometerkonstante). Dabei besteht der Gesamtstrom I_{ges} aus dem Messstrom I und dem induzierten entgegen gerichteten Strom $I_{\text{ind}} = \frac{U_{\text{ind}}}{R_G + R_a} = -\frac{G}{R_G + R_a} \dot{\varphi}$ (R_G : Galvanometer-Widerstand, R_a : Widerstand im äußeren Schließungskreis)

So erhalten wir die Schwingungsgleichung

$$\Theta \ddot{\varphi} = -D\varphi - \rho\dot{\varphi} + G \left(I - \frac{G}{R_G + R_a} \dot{\varphi} \right)$$
$$\Leftrightarrow \ddot{\varphi} + \underbrace{\frac{1}{\Theta} \left(\rho + \frac{G^2}{R_G + R_a} \right)}_{:=2\beta} \dot{\varphi} + \underbrace{\frac{D}{\Theta}}_{:=\omega_0^2} \varphi = \frac{G}{\Theta} I$$

Die Lösung dieses gedämpften harmonischen Oszillators erhalten wir über den Ansatz $\varphi = ce^{\lambda t}$ mit den Lösungen $\lambda_{1/2} = \beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$. Wir unterscheiden die Fälle, in denen die Wurzel reell, komplex bzw. 0 wird:

- Ist $\beta > \omega_0$, d.h. die Wurzel $\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} := \gamma$ komplex, spricht man vom Schwingfall: Das System führt eine gedämpfte Schwingung aus, durchläuft also mehrmals die Nulllage bis es zum Stehen kommt.
- Im aperiodischen Grenzfall ($\beta = \omega_0$) kommt das System am schnellsten zum Stehen, durchläuft aber nie die Nulllage.
- Auch im Kriechfall ($\beta < \omega_0$) führt das System keine Schwingung aus, geht aber langsamer in die Nulllage zurück. Hier wird die Wurzel $\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} := i\omega$ reell.

Am leichtesten lässt sich die Dämpfung β im Versuch durch den Widerstand im äußeren Schließungskreis R_a steuern: Wie man in der Definition von β sehen kann, wird die Dämpfung durch Erhöhen des Widerstands verringert bzw. andersherum.

Aufgabe 1

In den Vorexperimenten soll die Empfindlichkeit des Galvanometers verdeutlicht werden.

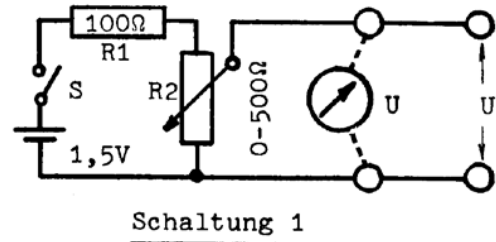
So soll es beispielsweise die winzigen Ströme im menschlichen Körper aufzeigen.

Weiterhin werden wir einen Drahtdrehwiderstand anschließen. Beim Hin- und Herbewegen des Drahtschleifers sollte das Galvanometer ausschlagen, da durch die Reibung geringe Ladungsungleichheiten, also auch kleine Ströme verursacht werden.

Die Ruhstellung des Zeigers sollte nicht davon abhängen, ob der Drehwiderstand angeschlossen ist oder nicht, da ohne weiteres Zutun kein Strom fließen sollte.

Aufgabe 2

Zunächst benötigen wir eine leicht regelbare Spannungsquelle. Dies wird durch den Spannungsteiler in nebenstehender Schaltung 1 erreicht.



Schaltung 1

Aufgabe 2.1

Schaltung 2 wird nach nebenstehender Skizze aufgebaut. Für den Gesamtstrom ergibt sich: $I_{\text{ges}} = \frac{U}{R_3}$, da $R_3 \gg R_4, R$.

Die Knotenregel liefert

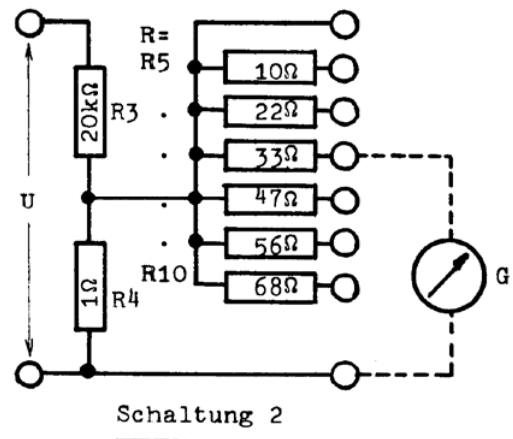
$$I_G + I_{R_4} = I_{\text{ges}}$$

und die Maschenregel

$$(R + R_G)I_G - R_4 I_{R_4} = 0$$

und wir erhalten

$$I_G = \frac{R_4 I_{\text{ges}}}{R + R_G + R_4} = \frac{UR_4}{R_3(R + R_G + R_4)}$$



Schaltung 2

Die Stromempfindlichkeit C_I ist durch $\alpha = C_I I_G$ definiert. Setzen wir dies ein, erhalten wir die Geradengleichung

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{C_I I_G} = \frac{R_3(R + R_G + R_4)}{R_4 U C_I} = \underbrace{\frac{R_3}{R_4 U C_I}}_{\text{Steigung } m} R + \underbrace{\frac{R_3(R_G + R_4)}{R_4 U C_I}}_{\text{Achsenabschnitt } c}$$

Wir erhalten also aus der linearen Regression der Auftragung von $\frac{1}{\alpha}$ über R den gesuchten Widerstand des Galvanometers R_G und die Stromempfindlichkeit C_I :

$$R_G = \frac{c}{m} - R_4 \quad C_I = \frac{R_3}{m R_4 U}$$

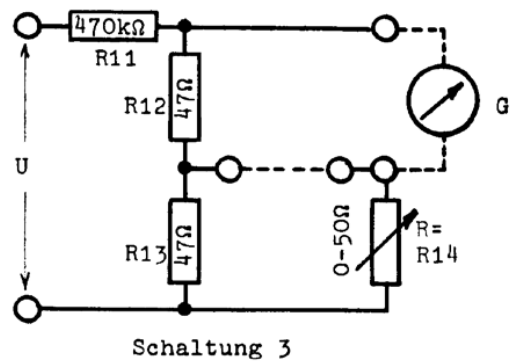
Die statische Spannungsempfindlichkeit C_U ließe sich nun noch mit $C_U = \frac{C_I}{R_G}$ bestimmen.

Der Widerstand des Galvanometers darf und kann nicht mit einem Ohmmeter gemessen werden, da der Strom des Ohmmeters zu groß für das Galvanometer wäre.

Aufgabe 2.2

Nun bauen wir Schaltung 3 wie skizziert auf. Zunächst messen wir mit offener Brücke wieder wie in Aufgabe 2.1 α in Abhängigkeit von R . Anschließend machen wir dasselbe mit geschlossener Brücke und tragen für beide Fälle $\frac{1}{\alpha}$ gegen R auf. Am Schnittpunkt ist die Wheatstone-Brücke abgeglichen und es gilt:

$$\frac{R_{12}}{R_{13}} = \frac{R_G}{R} \quad \xrightarrow{R_{12}=R_{13}} \quad R_G = R$$

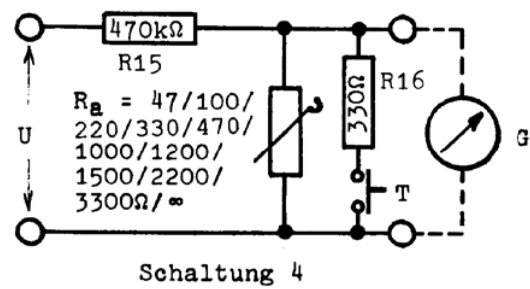


Aufgabe 2.3

Die Schaltung wird nach nebenstehender Skizze aufgebaut. Der parallel schaltbare Widerstand $R_{16} = 330\Omega$ dient dazu, die Schwingung zu dämpfen und damit den Einschwingvorgang zu beschleunigen.

Für $R_a = \infty$ wird α diesmal in Abhängigkeit von U gemessen. Um α über I_G aufzutragen, müssen wir nun noch I_G über das Ohmsche Gesetz berechnen:

$$I_G = \frac{U}{R_{15} + R_G} \quad R_{15} \gg R_G \quad \frac{U}{R_{15}}$$



Tragen wir nun die Gerade $\alpha = C_I I_G$ auf, können wir C_I direkt als Steigung ablesen.

Aufgabe 3

Schaltung 4 bleibt aufgebaut. Wir betrachten nun aber das Rückschwingen um den Nullpunkt nach dem Entfernen der Spannungsquelle. In Abhängigkeit vom Außenwiderstand messen wir das Dämpfungsverhältnis $k = \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}$ (Auslenkungen bei zwei aufeinanderfolgenden Minima bzw. Maxima) sowie die Periodendauer T . Um ein genaues Ergebnis zu erhalten, sollte der Schwingungsvorgang über möglichst viele Schwingungen betrachtet werden. Daraus werden dann folgende Größen ermittelt:

- die Abklingkonstante $\beta_{R_a} = \frac{\ln k}{T}$. Aus der Definition von β folgt:

$$\beta_{R_a} = \frac{1}{2\Theta} \left(\rho + \frac{G^2}{R_G + R_a} \right) = \beta_\infty + \frac{G^2}{2\Theta(R_G + R_a)} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\beta_{R_a} - \beta_\infty} = \underbrace{\frac{2\Theta}{G^2}}_{m_2} R_a + \underbrace{\frac{2\Theta R_G}{G^2}}_{c_2}$$

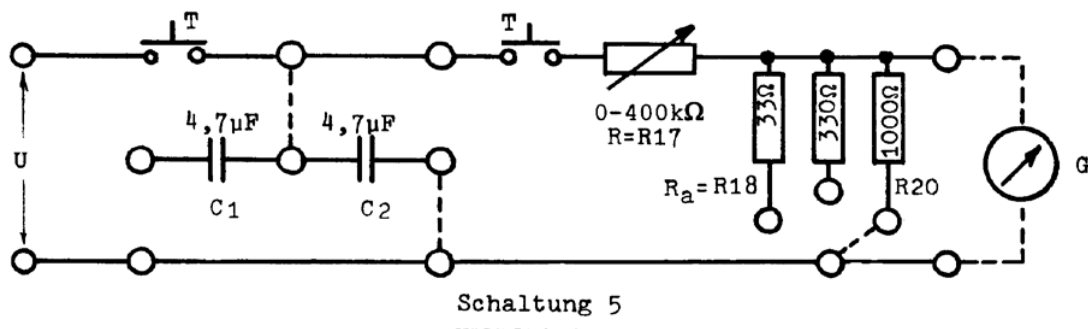
Wir tragen also $\frac{1}{\beta_{R_a} - \beta_\infty}$ gegen R_a auf und ermitteln die Regressionsgerade.

- die Frequenz des ungedämpften Galvanometers $\omega_0 = \sqrt{\omega_\infty^2 + \beta_\infty^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2}$

- der Außenwiderstand $R_{a,Gr}$ für Grenzämpfung ($\beta_{R_a} = \omega_0$) - dieser lässt sich auf der Geraden bei $R_a = \frac{1}{\omega_0 - \beta_\infty}$ ablesen. Bei diesem Außenwiderstand soll sich der Übergang vom Schwingfall in den Kriechfall beobachten lassen.
- Aus der Steigung $m_2 = \frac{2\Theta}{G^2}$ der eben ermittelten Geraden, $\omega_0^2 = \frac{D}{\Theta}$ und $C_I = \frac{G}{D}$ können wir nun noch die Galvanometer-Kenngrößen G , Θ und D ermitteln:

$$G = \frac{2}{m_2 \omega_0^2 C_I} \quad \Theta = \frac{2}{m_2 \omega_0^4 C_I^2} \quad D = \frac{2}{m_2 \omega_0^2 C_I^2}$$

Aufgabe 4



Wir wollen nun die Wirkung von kurzen Stromstößen untersuchen. Diese werden in Schaltung 5 mit dem Entladen der Kondensatoren über den Vorwiderstand R realisiert. Als Stromstoßdauer wird die Zeit $T_Q = 3RC$ betrachtet - die Zeit, nach der etwa 95% der Ladung abgeflossen ist. Da stärkere Dämpfungen als β_∞ betrachtet werden sollen, muss ein Widerstand R_a parallel zum Galvanometer geschaltet und beachtet werden, dass nicht mehr die komplette Ladung aus dem Kondensator durch das Galvanometer fließt.

Es sollen nun die Stoßstromempfindlichkeiten

$$C_b = \frac{\alpha}{Q_G} = \frac{\alpha}{CU_G} = \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{\alpha}{CU}$$

für verschiedene Außenwiderstände ermittelt werden. Wir vergleichen diese mit den theoretischen Werten, die sich mit den Ergebnissen aus Aufgabe 2 und 3 ausrechnen lassen:

Im Schwingfall ($R_a = \infty$ und $R_a = 1000\Omega$) berechnet sich die ballistische Empfindlichkeit durch

$$C_b = \frac{G}{\Theta \omega_0} \quad ,$$

im Grenzfall ($R_a = 330\Omega$) durch

$$C_b = \frac{G}{\Theta \omega_0 e}$$

und im Kriechfall ($R_a = 33\Omega$) berechnet sich die fluxmetrische Empfindlichkeit durch

$$C_b = \frac{R_a + R_G}{G}$$

Außerdem soll durch weitere Messungen mit größeren Vorwiderständen R gezeigt werden, dass die Stoßstromempfindlichkeiten nur für $T_Q \ll T$ beinahe unabhängig von T_Q sind.

In der Mechanik lässt sich beim ballistischen Pendel die Aufprallgeschwindigkeit beispielsweise einer Gewehrkugel über den Ausschlag des Pendels messen. In unserem Versuch könnten wir bei bekannter ballistischer Empfindlichkeit über den Ausschlag des Galvanometers die Ladungsmenge, die durch das Galvanometer fließt, messen.

Quellen:

Aufbau Galvanometer (Seite 1):

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/a/a3/Drehspulinstrument.PNG> (04.01.2011)

Die Schaltskizzen sind dem Aufgabenblatt entnommen.

AUSWERTUNG

Vorwort

Im Folgenden werden die Messergebnisse der einzelnen Versuchsteile übersichtlich dargestellt, sowie zur weiteren Auswertung mit EXCEL und ORIGIN bearbeitet. Die gefundenen Werte werden wenn möglich verglichen und diskutiert.

Abweichungen bei den Bauteil-Kenngrößen im Vergleich zu den Schaltskizzen der Vorbereitungen oder andere Besonderheiten sind bei der jeweiligen Messaufgabe notiert. Ansonsten soll eine ausführliche Beschreibung der Versuchsdurchführung an dieser Stelle jedoch nicht noch einmal gegeben werden, da dies vorangehend bereits ausführlich in den Vorbereitungen bzw. der Versuchsbeschreibung getan wird.

Generell ist zu der Versuchsdurchführung noch anzumerken, dass das verwendete Spannungsmessgerät im Messbereich 1V benutzt wurde und dass am Galvanometer zu Beginn als auch während der einzelnen Versuchsteile immer wieder die Nulllage kontrolliert wurde bzw. nachjustiert wurde.

Aufgabe 1: Vorexperimente

1. Wie erwartet sahen wir einen leichten Ausschlag am Galvanometer aufgrund schwacher elektrischer Ströme im menschlichen Körper (elektrostatische Aufladung, Nervenpulse etc.)
2. Bei sehr schneller Drehung des Schleifkontaktes konnte auch hier ein leichter Ausschlag beobachtet werden. Verantwortlich dafür ist eine Ladungstrennung im Zuge der mechanischen Reibung.
3. Beim Ein- und Ausstecken sehen wir wieder Ausschläge – der Grund ist wieder mechanische Reibung. Beim Vergleich der alten und der sich neu einstellenden Ruhelage konnte eine minimale Abweichung von ca. 1mm beobachtet werden. Die Ursache dafür können bspw. Temperaturdifferenzen als auch unterschiedliche ‚Elektronendrucke‘ zwischen den neu angeschlossenen Bauteilen sein.

Aufgabe 2: Statisches Galvanometer

Mit verschiedenen Methoden wollen wir hier den Galvanometer-Widerstand R_G sowie die statische Stromempfindlichkeit C_I ermitteln.

Mit dem Spannungsteiler (Schaltung 1) wurde die Ausgangsspannung $U=0,8V$ eingestellt, welche wir für die Aufgaben 2.1-2.3 verwendeten.

Aufgabe 2.1

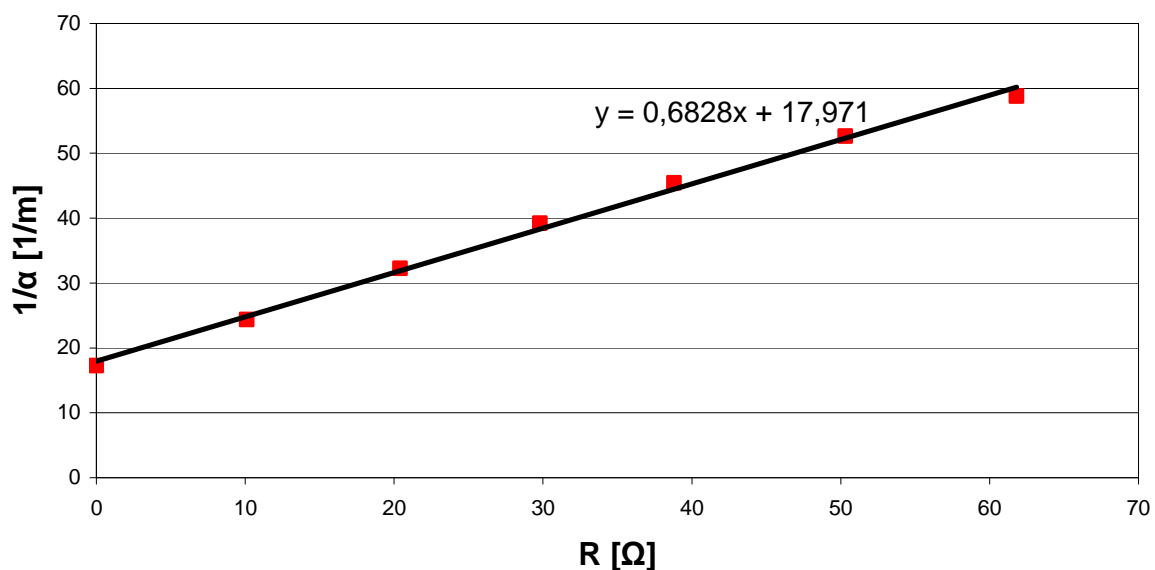
Die Widerstände in Schaltung 2 betragen: $R_3=19950\Omega$, $R_4=1,04\Omega$.

Für verschiedene Widerstände R maßen wir dann die Auslenkung α des Galvanometers.

Die Messdaten im Überblick:

R [Ω]	0	10,1	20,4	29,8	38,8	50,3	61,8
α [mm]	58	41	31	25,5	22	19	17

Auftragung von α^{-1} über R



Wie in der Vorbereitung hergeleitet, können wir nun mit den Parametern der linearen Regression $m=0,6828 \frac{1}{\Omega m}$ und $c=17,971 \frac{1}{m}$ den Galvanometer-Widerstand und die statische Stromempfindlichkeit bestimmen:

$$R_G^{(a)} = \frac{c}{m} - R_4 = \frac{17,971 \frac{1}{m}}{0,6828 \frac{1}{\Omega m}} - 1,04\Omega = 27,6\Omega$$

Die Abweichung vom Richtwert ($R_G=30\Omega$) beträgt 8%.¹

$$C_I^{(a)} = \frac{R_3}{m R_4 U} = \frac{19950\Omega}{0,6282 \frac{1}{\Omega m} \cdot 1,04\Omega \cdot 0,8V} = 3,82 \cdot 10^4 \frac{m}{A}$$

Dieser Wert weicht um 23,6% vom Richtwert ($C_I=5 \cdot 10^4 \frac{m}{A}$) ab.¹

¹ Siehe Diskussion bei Aufgabe 2.2.

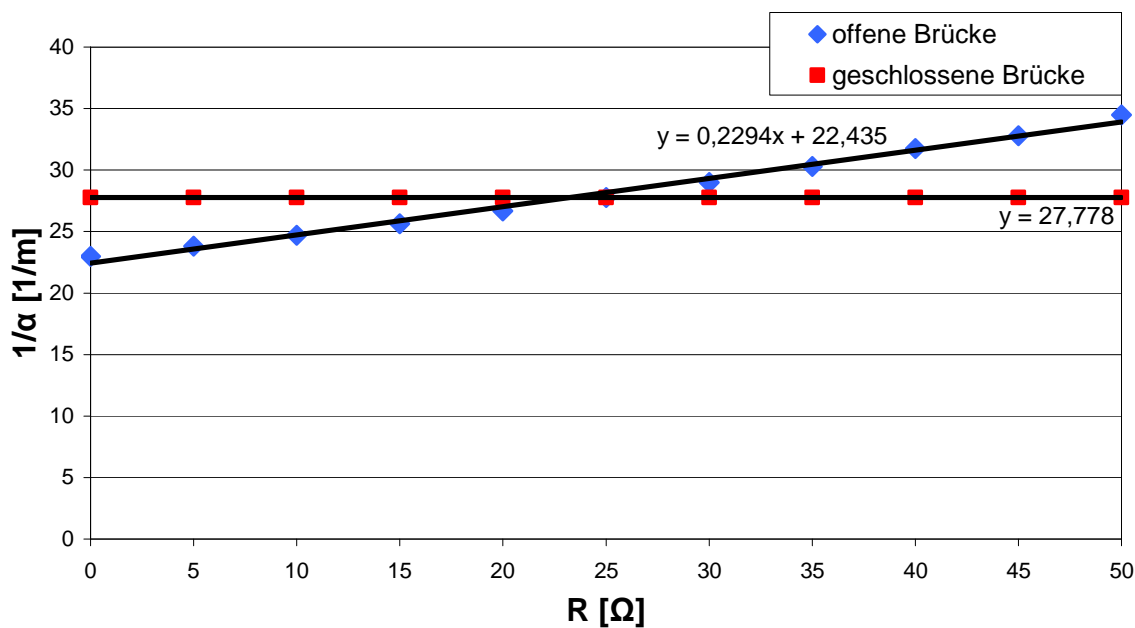
Aufgabe 2.2

Hier wollen wir den Galvanometer-Widerstand mit Hilfe einer Wheatstone-Brücke (Schaltung 3) ermitteln. Die Widerstände in Schaltung 3 betragen: $R_{11}=474\Omega$, $R_{12}=R_{13}=43,0\Omega$.

Die Messdaten im Überblick:

$R [\Omega]$	$\alpha [\text{mm}]$	
	offen	geschlossen
0	43,5	36
5	42	36
10	40,5	36
15	39	36
20	37,5	36
25	36	36
30	34,5	36
35	33	36
40	31,5	36
45	30,5	36
50	29	36

Auftragung von α^{-1} über R



In der Vorbereitung haben wir hergeleitet, dass der Widerstand am Schnittpunkt dieser Geraden gleich dem Galvanometer-Widerstand ist:

$$R_G^{(b)} = \frac{27,778 \frac{1}{\text{m}} - 22,435 \frac{1}{\text{m}}}{0,2294 \frac{1}{\Omega \text{m}}} = 23,3\Omega$$

Die Abweichung vom Richtwert ($R_G=30\Omega$) beträgt 22,3%.

Diskussion

Bei unseren Messauswertungen in Aufgabe 2.1 und 2.2 erhalten wir in zwei Fällen schon eine relativ große Abweichung von über 20%. Hier muss jedoch erstens erwähnt werden, dass unsere Werte (systematisch und statistisch) fehlerbehaftet sind – so war bspw. die α -Bestimmung nur auf etwa 1mm genau. Zweitens werden in der Versuchsanleitung keine Angaben über die Genauigkeit der Richtwerte gegeben, sondern eher der Eindruck einer ungefähren Größenordnungsangabe vermittelt. Insofern kann auch kein Wert als ‚besser‘ identifiziert werden, weshalb im Folgenden immer die Mittelwerte aus allen Messungen zur weiteren Auswertung verwendet werden sollen.

Aufgabe 2.3

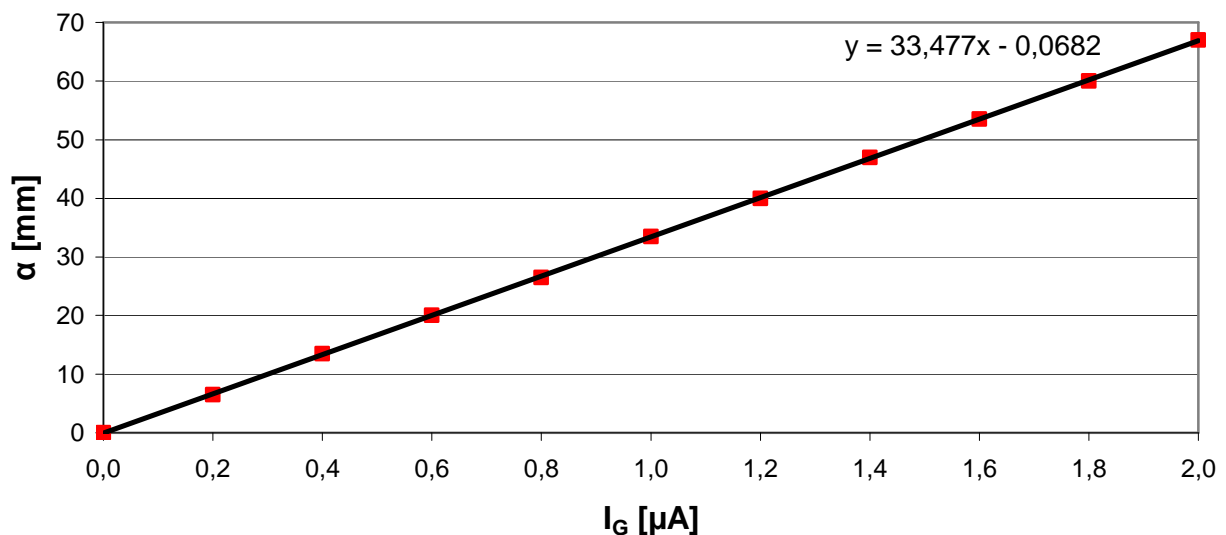
Nun wollen wir nochmal die statische Stromempfindlichkeit ermitteln.

In Schaltung 4 betrug der Widerstand $R_{15}=500\text{k}\Omega \Rightarrow I_G = \frac{U}{R_{15}}$

Die Messdaten im Überblick:

U [V]	α [mm]	I_G [μA]
0,0	0	0,0
0,1	6,5	0,2
0,2	13,5	0,4
0,3	20	0,6
0,4	26,5	0,8
0,5	33,5	1,0
0,6	40	1,2
0,7	47	1,4
0,8	53,5	1,6
0,9	60	1,8
1,0	67	2,0

Auftragung von α über I_G



Wir erhalten die statische Stromempfindlichkeit direkt aus der Steigung der Regressionsgeraden:

$$C_I^{(b)} = 3,35 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{A}}$$

Die statische Stromempfindlichkeit weicht um 33% vom Richtwert ($C_I=5 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{A}}$) ab.²

Für die weiteren Berechnungen verwenden wir, wie bereits erwähnt, die Mittelwerte:

$$R_a = \frac{R_a^{(a)} + R_a^{(b)}}{2} = 25,5\Omega \quad \left| \quad C_I = \frac{C_I^{(a)} + C_I^{(b)}}{2} = 3,59 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{A}} \Rightarrow C_I' = \frac{C_I}{2r} = 7,18 \cdot 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{A}}$$

Aus der statischen Stromempfindlichkeit lässt sich nun noch die statische Spannungsempfindlichkeit berechnen:

$$C_U = \frac{C_I}{R_G} = \frac{3,35 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{A}}}{25,5\Omega} = 1,31 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{V}}$$

² Siehe Diskussion bei Aufgabe 2.2.

Aufgabe 3: Dynamisches Galvanometer

In Schaltung 4 ($R_{15}=500k\Omega$) werden verschiedene Widerstandswerte für R_a ($1k\Omega$ bis ∞) eingestellt. Es wird eine Spannung U von $0,8V$ angelegt. Durch Betätigung des Tasters T (\approx Kriechfall) kann der Einschwingvorgang zum jetzt auftretenden Ausschlag beschleunigt werden. Nun wird die äußere Spannung abgeklemmt, wodurch das Galvanometer mit einer Schwingung um den ursprünglichen Nullpunkt beginnt. Von dieser gedämpften Schwingung wurden die Umkehrpunkte sowie die Periodendauer T notiert – solange die Schwingung noch ‚gut‘ war:

Periodenzahl n	α [mm]					
	∞	3000 Ω	2500 Ω	2000 Ω	1500 Ω	1000 Ω
0	67	66,5	66	66	66	65,5
0,5	60	50	47	42	42	36
1	52	37,5	36	30,5	27,5	20,5
1,5	45	29	25	22	17	12
2	40	22	20	16	11	7,5
2,5	35	19	12,5	-	-	-
3	32	15	9,5	-	-	-
3,5	28	11	7	-	-	-
4	25	8,5	5,5	-	-	-
4,5	21	7	-	-	-	-
5	20	-	-	-	-	-
5,5	16,5	-	-	-	-	-
6	15	-	-	-	-	-
T [s]	4,0	3,8	3,8	3,9	3,8	3,9

Betrachten wir die einhüllende Exponentialfunktion der gedämpften Schwingung:

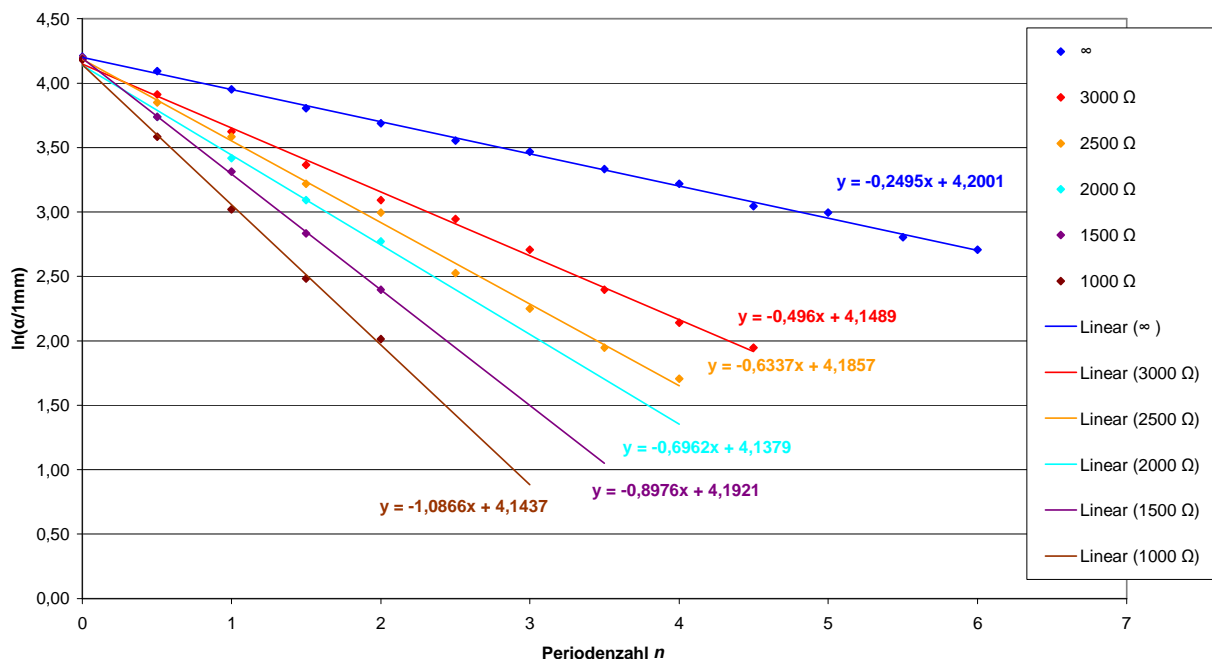
$$\alpha(t) = \alpha_0 \cdot e^{-\beta t} \quad \text{bzw. mit } t = n \cdot T \quad \alpha(n) = \alpha_0 \cdot e^{-\beta n T}$$

Division durch den ‚Eichfaktor 1mm‘ und anschließendes Logarithmieren liefert:

$$\ln\left(\frac{\alpha(t)}{1\text{mm}}\right) = \underbrace{-\beta T}_{m} \cdot n + \ln\left(\frac{\alpha_0}{1\text{mm}}\right) = \underbrace{-\ln(k)}_m \cdot n + \ln\left(\frac{\alpha_0}{1\text{mm}}\right)$$

Wir tragen also den ‚Logarithmus des Ausschlages‘ gegen n auf, sodass über die Steigung des linearen Fits eine Bestimmung der gesuchten Dämpfungskonstanten möglich ist:

Lineare Regression zur Bestimmung von k



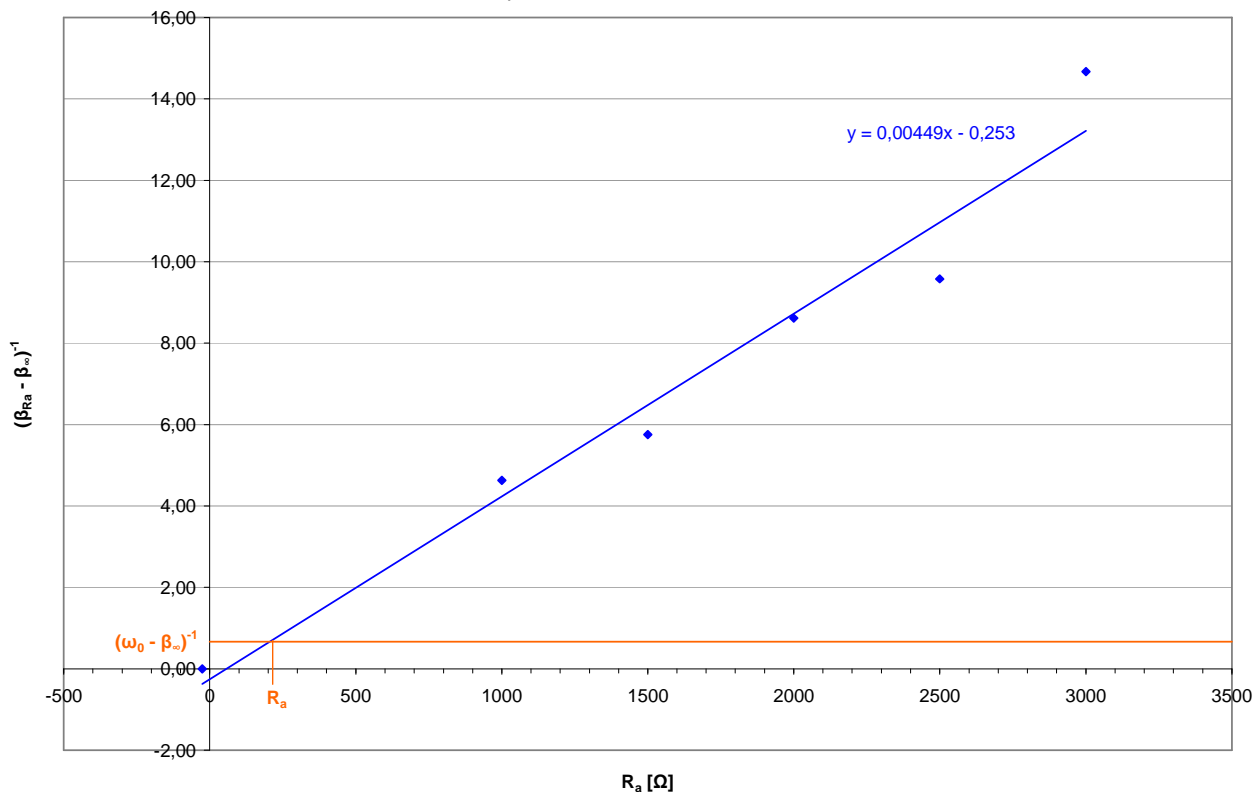
Die Auswertung dieser Daten liefert dann:

$R_a [\Omega]$	m	$k = e^{-m}$	$T [s]$	$\beta_{Ra} = \frac{-m}{T} [s^{-1}]$	$(\beta_{Ra} - \beta_\infty)^{-1} [s]$
∞	-0,2495	1,28	4,0	0,062	-
3000	-0,4960	1,64	3,8	0,131	14,67
2500	-0,6337	1,88	3,8	0,167	9,58
2000	-0,6962	2,01	3,9	0,179	8,61
1500	-0,8976	2,45	3,8	0,236	5,75
1000	-1,0866	2,96	3,9	0,279	4,62
-25,5					0,00

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2} = 1,57 \frac{1}{s}$$

Wir verwenden nun noch die hergeleitete Geradengleichung der Vorbereitungen:

$$\frac{1}{\underbrace{\beta_{Ra} - \beta_\infty}_y} = \frac{2\Theta}{\underbrace{G^2}_{m_2}} \underbrace{R_a}_x + \frac{2\Theta R_G}{\underbrace{G^2}_{c_2}}$$



Gleichsetzen der Regressionsgeraden mit $y = (\omega_0 - \beta_\infty)^{-1} = 0,662$ liefert dann also:

$$R_{a,gr} = \frac{0,662 + 0,253}{0,00449} \Omega = 203,8 \Omega$$

Schließlich berechnen wir noch nach den Formeln der Vorbereitung die Galvanometer-Kenngrößen:

- Galvanometerkonstante: $G = \frac{2}{m_2 \omega_0^2 C_1'} = 2,51 \cdot 10^{-3} \frac{T}{m^2}$
- Trägheitsmoment: $\Theta = \frac{2}{m_2 \omega_0^4 (C_1')^2} = 1,42 \cdot 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- Rückstellmoment: $D = \frac{2}{m_2 \omega_0^2 (C_1')^2} = 3,50 \cdot 10^{-8} \frac{N}{m}$

Aufgabe 4: Ballistisches Galvanometer

Aufgabe 4.1-4.2

Für verschiedene parallel geschaltete Widerstände R_a wurde der Maximalausschlag des Galvanometers beim Entladen des Kondensators gemessen.

In Schaltung 5 betragen: $C_1=C_2=4,12\mu\text{F}$, $R_{17}=15\text{k}\Omega$, $r=250\text{mm}$

Daraus ließen sich dann die Stoßstromempfindlichkeiten berechnen: $C_b = \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{\alpha}{2rCU}$

Messung	α [mm]			
	∞	999 Ω	341 Ω	33 Ω
1	96	79	53	10
2	97	78	52	10
3	97	78	52	10
4	96	79	53	10
5	96	79	53	10
Mittelwert	96,4	78,6	52,6	10
C_b (experimentell) [$\frac{\text{rad}}{\text{C}}$]	116990	97823	68609	21514
C_b (theoretisch) [$\frac{\text{rad}}{\text{C}}$]	112715	112715	41465	23841
Abweichung	4%	13%	65%	10%

Beim Vergleich mit den theoretisch ermittelten Werten weicht nur der Wert für den Grenzfall ($R_a=341\Omega$) sehr stark ab. Dies könnte daran liegen, dass mit dem Widerstand $R_a=341\Omega$ nicht genau der Grenzfall getroffen wird.

Alle anderen Werte konnten wir im Rahmen der Messgenauigkeit auch im Experiment ermitteln.

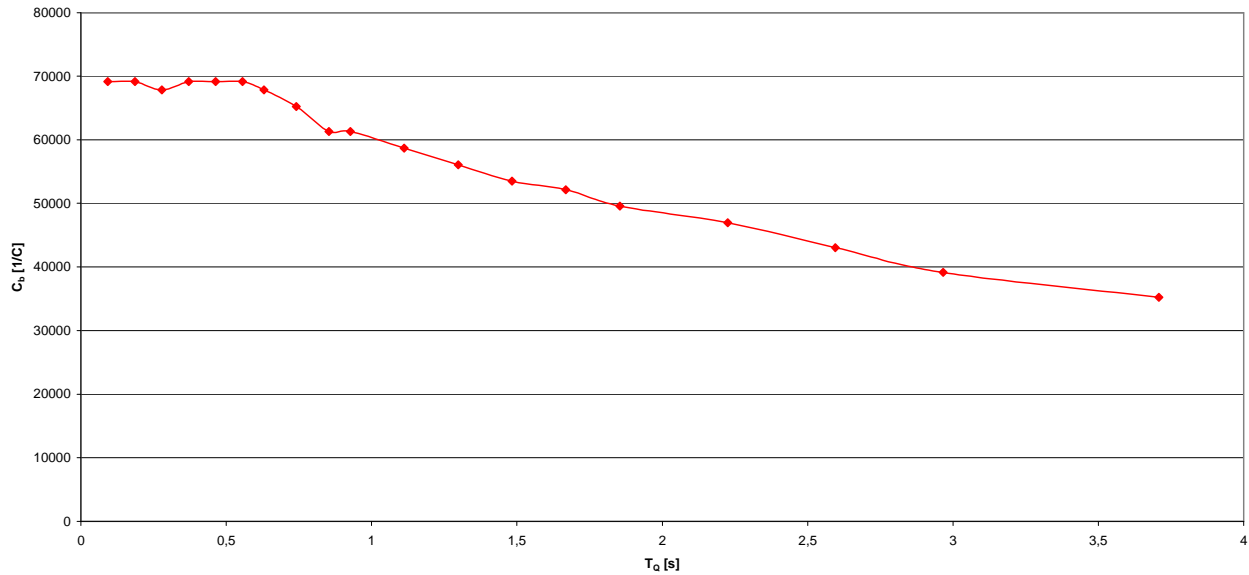
Aufgabe 4.3

Um zu zeigen, dass die Stoßstromempfindlichkeiten nur für $T_Q \ll T$ beinahe unabhängig von T_Q sind, maßen wir beim Widerstand $R_a=341\Omega$ für verschiedene Widerstände R_{17} jeweils die Auslenkung.

R_{17} [k Ω]	α [mm]	T_Q [s]	C_b [rad/C]
7,5	53	0,0927	69130
15	53	0,1854	69130
22,5	52	0,2781	67826
30	53	0,3708	69130
37,5	53	0,4635	69130
45	53	0,5562	69130
51	52	0,63036	67826
60	50	0,7416	65217
69	47	0,85284	61304
75	47	0,927	61304
90	45	1,1124	58696
105	43	1,2978	56087
120	41	1,4832	53478
135	40	1,6686	52174
150	38	1,854	49565
180	36	2,2248	46956
210	33	2,5956	43043
240	30	2,9664	39130
300	27	3,708	35217

Schon an diesen Zahlen wird deutlich, dass die Stromempfindlichkeit so nur für kleine Widerstände R_{17} gemessen werden kann, da sonst die Zeit, in der die Ladung abfließt nicht mehr als Stoßstrom genähert werden kann: Hier ist die Näherung bis ca. $R_{17}=50\Omega \rightarrow T_Q \approx 0,6s$ sehr gut.

Noch anschaulicher ist das in der Auftragung von T_Q über C_B ersichtlich: Bis ca. $T_Q \approx 0,6s$ ist die Stoßstromempfindlichkeit unabhängig von T_Q , danach fällt sie deutlich ab.



Messwerte-Protokoll

Aufgabe 2.1

U= 0,8 V

R3=

19950 Ω

R4=

1,04 Ω

R [Ω]	α [mm]
0	58
10,1	41
20,4	31
29,8	25,5
38,8	22
50,3	19
61,8	17

Aufgabe 2.2

U= 0,8 V

R11=

470 Ω

R_a

43 Ω

R [Ω]	α [mm]	
	offen	geschlossen
0	43,5	36
5	42	36
10	40,5	36
15	39	36
20	37,5	36
25	36	36
30	34,5	36
35	33	36
40	31,5	36
45	30,5	36
50	29	36

Aufgabe 2.3

U= 0,8 V

R15=

500 k Ω

U [V]	α [mm]	I [μ A]
0,0	0	0,0
0,1	6,5	0,2
0,2	13,5	0,4
0,3	20	0,6
0,4	26,5	0,8
0,5	33,5	1,0
0,6	40	1,2
0,7	47	1,4
0,8	53,5	1,6
0,9	60	1,8
1,0	67	2,0

Aufgabe 3

R15=

500 kΩ

Periodenzahl	α [mm]					
	∞	3000 Ω	2500 Ω	2000 Ω	1500 Ω	1000 Ω
0	67	66,5	66	66	66	65,5
0,5	60	50	47	42	42	36
1	52	37,5	36	30,5	27,5	20,5
1,5	45	29	25	22	17	12
2	40	22	19,5	16	11	7,5
2,5	35	19	12	-	-	-
3	32	15	8,5	-	-	-
3,5	28	11	6	-	-	-
4	25	8,5	4,5	-	-	-
4,5	21	7	-	-	-	-
5	20	-	-	-	-	-
5,5	16,5	-	-	-	-	-
6	15	-	-	-	-	-
T [s]	4,0	3,8	3,8	3,9	3,8	3,9

Aufgabe 4.1

U=

0,4 V

R17=

15 kΩ

Messung	α [mm]			
	∞	999 Ω	341 Ω	33 Ω
1	96	79	53	10
2	97	78	52	10
3	97	78	52	10
4	96	79	53	10
5	96	79	53	10

Aufgabe 4.1

U=

0,4 V

R18=

341 kΩ

R17 [kΩ]	α [mm]
7,5	53
15	53
22,5	52
30	53
37,5	53
45	53
51	52
60	50
69	47
75	47
90	45
105	43
120	41
135	40
150	38
180	36
210	33
240	30
300	27