



Fakultät für Physik

Physikalisches Praktikum 1, Gruppe Do-02

Geometrische Optik

(Versuche P1-31, 40, 41)

Versuchsdatum: 5. November 2009

Versuchsvorbereitung

Andreas Schwartz

(Matrikel-Nr. 1477969)

Literatur:

Demtröder, Experimentalphysik 2 (Springer-Verlag)

Schröder, Technische Optik (Vogel-Buchverlag)

Walcher, Praktikum der Physik (Teubner-Verlag)

0 Grundlagen

Der Grenzfall der Wellenoptik, in der die Welleneigenschaften des Lichtes vernachlässigt werden ($\lambda=0$), heißt geometrische Optik oder Strahlenoptik. Sie wird relevant, wenn es hauptsächlich auf die Ausbreitungsrichtung des Lichts („Lichtstrahlen“) sowie deren Änderung durch abbildende Elemente (Spiegel, Linsen, Blenden, ...) ankommt.

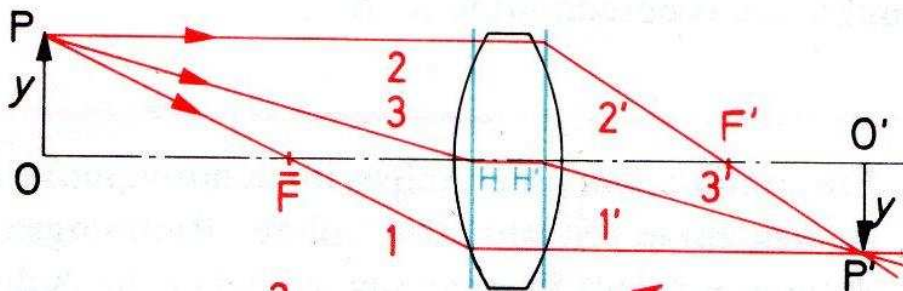
Ist der Lichtbündelquerschnitt groß im Verhältnis zur Wellenlänge des (sichtbaren) Lichts (ca. 380 bis 780 nm), so können Beugungs- und Interferenzerscheinungen vernachlässigt werden. Sich kreuzende Lichtstrahlen verlaufen unabhängig voneinander, der Strahlengang ist umkehrbar und folgt den geometrischen Gesetzen für Reflexion und Brechung.

1 Brennweiten-Bestimmungen

Definitionen:

Brennweite: Entfernung Linse – Brennpunkt (dünne Linse)

Entfernung Hauptebene – Brennpunkt (dicke Linse)



Darstellung der Konstruktionsstrahlen (Brennpunktstrahl (1), Parallelstrahl (2) und Mittelpunktstrahl (3)) sowie der Hauptpunkte (H,H') und Brennpunkte (F,F')

1.1 Brennweiten-Bestimmung einer dünnen Linse

Eine dünne Linse ist eine Idealisierung realer Linsen, d.h. der Abstand der beiden Linsenflächen ist klein gegenüber der Brennweite. Der Parallelversatz des Mittelpunktstrahls (siehe Bild oben) geht gegen Null. Diese Näherung ist insbesondere für große Brennweiten ausreichend.

Brennweite f , Gegenstandsweite g und Bildweite b stehen in folgendem Zusammenhang:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{Abbildungsgleichung für dünne Linsen} \quad (1)$$

Die Brennweite einer dünnen Sammellinse soll experimentell nur mit Hilfe eines Maßstabs und eines Schirms ermittelt werden. Ein parallel einfallendes Lichtbündel (z.B. Sonnenlicht) wird im Brennpunkt der Linse fokussiert und der Schirm hierhin verschoben (erkennbar am minimalen Punktdurchmesser). Der Abstand Schirm – Linse ergibt die gemessene Brennweite, die mit der Nenn-Brennweite verglichen wird.

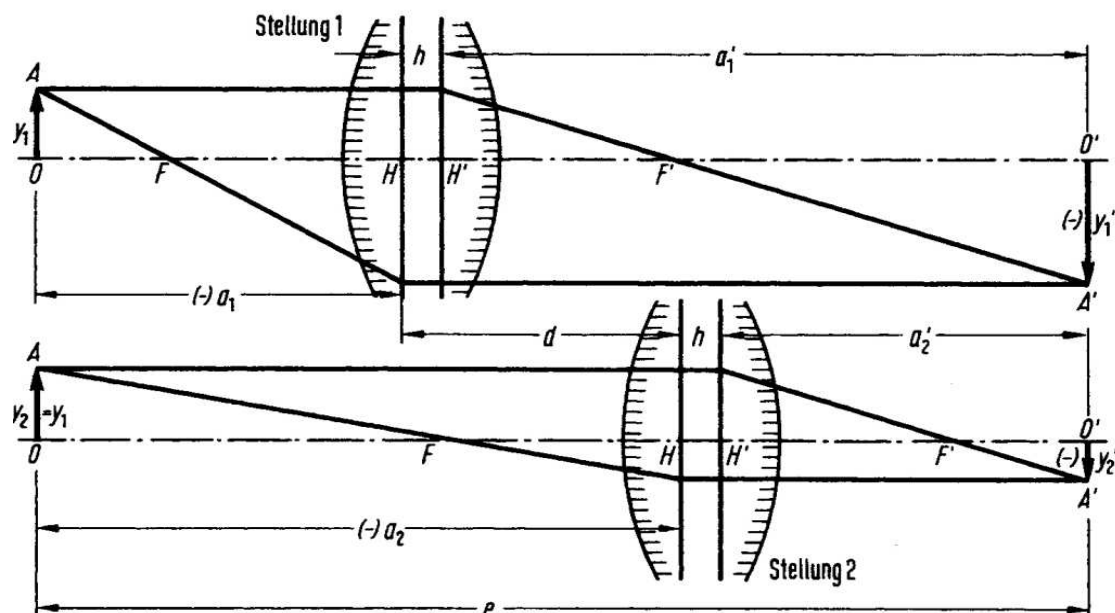
Dieses Verfahren ist nur zu einer groben Brennweiten-Bestimmung geeignet, da die Hauptebene nur geschätzt werden kann und Linsenfehler eine genaue Einstellung erschweren.

1.2 Genaue Brennweiten-Bestimmung mit dem Besselschen Verfahren

Besselsches Verfahren

Dies ist ein Verfahren, bei dem die Messunsicherheiten wesentlich kleiner sind als bei der Direktmessung nach 1.1. Durch die Differenzmessung lassen sich allgemein die Brennweiten dünner Linsen bestimmen, insbesondere aber auch die (kleinen) Brennweitenänderungen durch Linsenfehler.

Bei hinreichend großem, festem Abstand zwischen Gegenstand G (z. B. Lichtquelle mit Spalt) und Bild (z.B. Schirm) gibt es genau zwei Linsenstellungen 1 und 2, die ein scharfes reelles Bild B auf dem Schirm liefern:



Für folgende Berechnungen entspricht: $a=g$ und $a'=b$ sowie $y=G$ und $y'=B$

Aus Skizze ist ersichtlich:

$$e = b+g+h = b+g \quad (h=0 \text{ für dünne Linsen}) \quad (2)$$

$$d = |g_1 - g_2| \quad (3)$$

(2) in (1) ergibt eine quadratische Gleichung mit den Lösungen:

$$g_{1/2} = \frac{e}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right) \quad (4)$$

Zur Frage 1.2:

Für $e \leq 4f$ erhält man nur eine bzw. gar keine reelle Lösung (Radikant wird negativ) für g , so dass der Abstand d der beiden Linsenpositionen nicht bestimmt werden kann.

Wird e/f hingegen sehr groß gewählt, ist aus (4) erkennbar, dass die Gegenstandsweite $g_{1,2}$ gegen e bzw. 0 geht. D.h., die Linse befindet sich direkt am Gegenstand oder am Schirm. Damit ist eine Scharfstellung auf einen Punkt nicht möglich.

(4) in (3) ergibt den Abstand d der beiden Linsenpositionen, aufgelöst nach f erhält man:

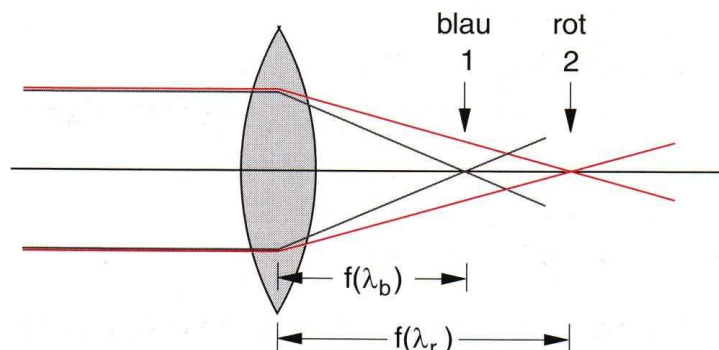
$$f = \frac{1}{4} \left(e - \frac{d^2}{e} \right) \quad (5)$$

Um Messungenauigkeiten zu reduzieren, sind wiederholte Scharfstellungen durchzuführen. Man misst die jeweiligen Linsenabstände, bildet das arithmetische Mittel und berechnet mit dem Abstand e die Brennweite, wobei noch Variationen von e durchgeführt werden sollen.

Parallel dazu sollen folgende Linsenfehler untersucht werden:

Chromatische Aberration

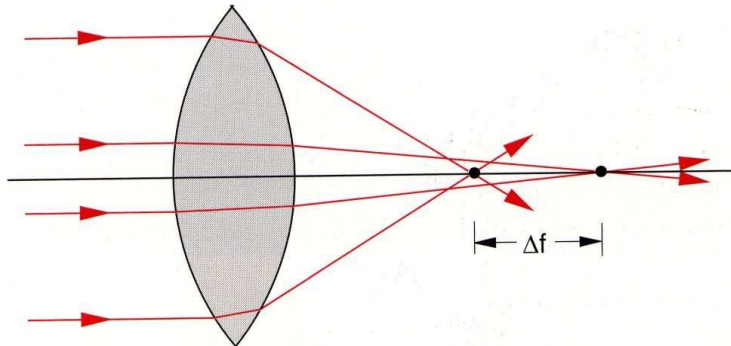
Die chromatische Aberration ist ein Farbfehler, der auftritt, weil die Linsenbrechzahl von der Wellenlänge des Lichts abhängt (Dispersion, $n = n(\lambda)$). Für blaue Parallelbündel liegt der Brennpunkt näher an der (Sammel-)Linse als für rote.



Sphärische Aberration

Bei sphärischen Linsen macht sich ein Zonenfehler bemerkbar, d.h. dass bei einem achsparallel einfallenden Lichtbündel achsnah und achsferne Strahlen unter verschiedenen

Einfallswinkeln auf die einzelnen Linsenzonen treffen und sich nicht mehr in einem Brennpunkt schneiden. Der Brennpunkt achsferner Strahlen liegt näher an der Linse als bei achsnahen Strahlen. Dadurch entsteht eine Unschärfe, die z.B. durch Abblenden verringert oder von vorne herein durch asphärische Bauweise vermieden werden kann.



1.3 Brennweitenbestimmung mit dem Abbéschen Verfahren

Mit dem Abbe-Verfahren kann man die Gesamt-Brennweite sowie die Lage der Hauptebenen eines Linsensystems (oder auch einer dicken Linse, die als Zweilinsensystem dargestellt werden kann) bestimmen.

Es ist die Brennweite bei verschiedenen Linsenabständen zu bestimmen (mit je mindestens 6 Messungen des Abstands Marke-Gegenstand sowie der dazu gehörenden Vergrößerung). Das Linsensystem wird auf einer optischen Bank montiert. Da die Lage der Hauptebenen des Linsensystems nicht bekannt ist, können Bild- und Gegenstandsweite nicht gemessen werden. Deshalb wird eine Marke K zwischen den Linsen fest gekennzeichnet und Bild- und Gegenstandsweite von dort aus gemessen.

$$a = x - h_1 \quad (\text{vgl. Skizze}) \quad (6)$$

Für die Vergrößerung gilt:

$$\gamma = \frac{B}{G} = \frac{b}{a} \quad (7)$$

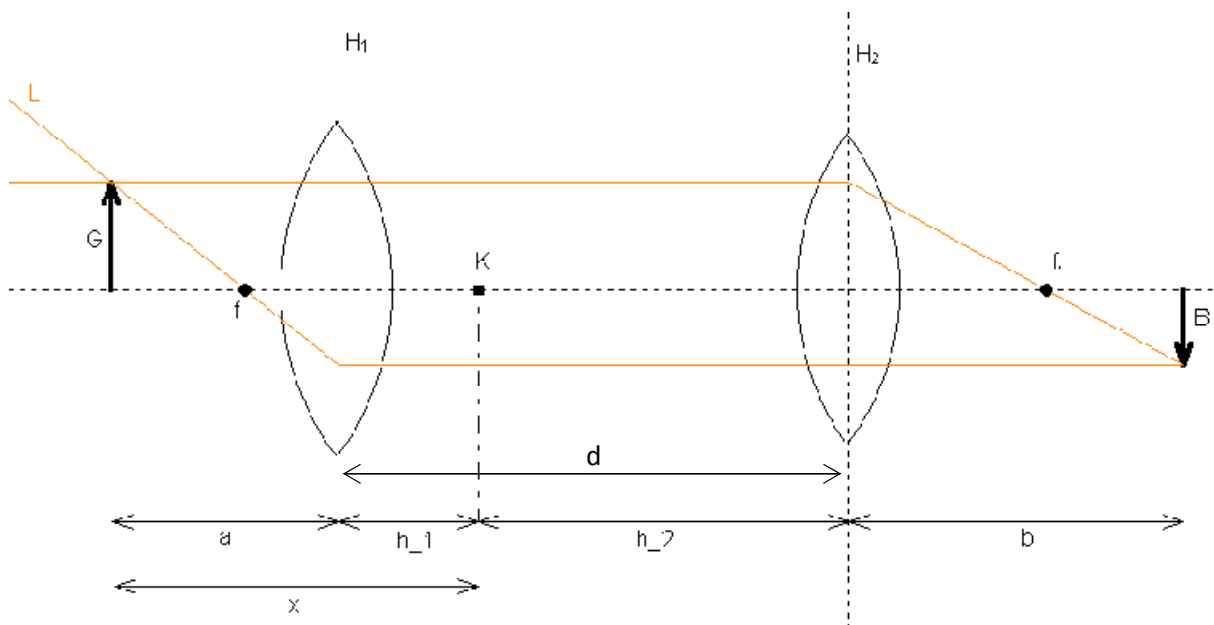
(B= Bildgröße; G=Gegenstandsgröße, a=Abstand Hauptebene 1 zu Gegenstand, b=Abstand Hauptebene 2 zu Bild).

Aus (1) und (7) folgt Kehrwert der Vergrößerung bezogen auf Abstand x:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{a}{f} - 1 \quad (8)$$

(6) eingesetzt und nach x aufgelöst ergibt:

$$\mathbf{x = f * \left(\frac{1}{\gamma} + 1\right) + h_1} \quad (9)$$



Über lineare Regression kann f aus der Steigung der Ausgleichsgeraden bestimmt werden.

Am Y-Achsenabschnitt kann man dann h_1 ablesen.

Das Linsensystem wird um 180 Grad gedreht und mit der obigen Vorgehensweise der Wert für h_2 ermittelt.

Für dünne Linsen gilt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \quad (\text{mit } d = h_1 + h_2) \quad (10)$$

Mit (10) sowie zwei verschiedenen Linsenabständen d und der jeweils dazugehörenden Brennweite f können die Einzelbrennweiten f_1 und f_2 berechnet werden.

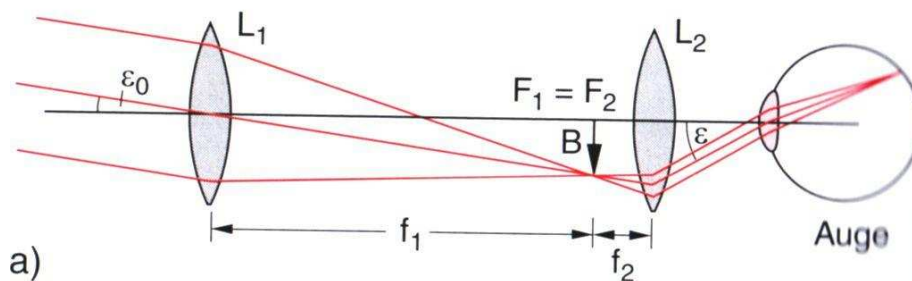
Alternativ kann (10) auch über lineare Regression gelöst werden.

2 Aufbau optischer Instrumente

2.1.1 Keplersches Fernrohr

Kepler-Fernrohre besitzen ein bikonvexes Objektiv mit großer Brennweite, um weit entfernte Objekte betrachten zu können. Das Objekt wird zwar durch das Objektiv (Linse 1) in einem reellen Zwischenbild B stark verkleinert abgebildet (da $f_1 \ll g$), aber durch das Okular mit kurzer Brennweite (Lupenprinzip) sieht man dieses (virtuelle) Bild unter größerem Sehwinkel als ohne Fernrohr. Durch den gekreuzten Strahlengang steht das Bild auf dem Kopf.

vom weit entfernten Objekt



Die Brennpunkte fallen zusammen, d.h. der Abstand beider Linsen beträgt immer:

$$d = f_1 + f_2 \quad (11)$$

Die Vergrößerung berechnet man mit:

$$\gamma = \frac{f_1}{f_2} \quad (12)$$

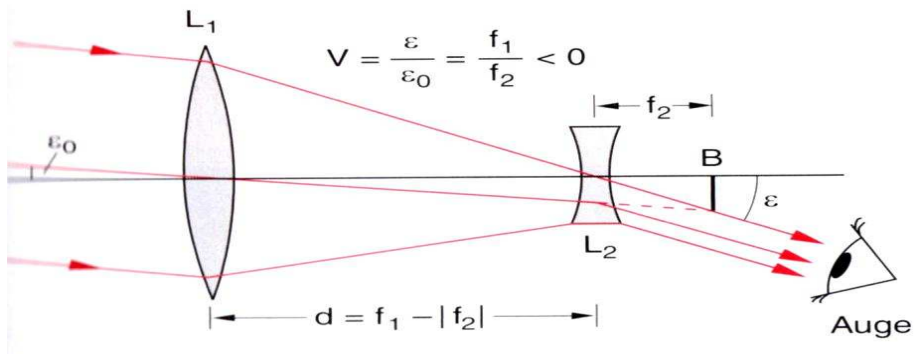
In diesem Versuch soll ein Kepler-Fernrohr mindestens einer 6-fachen Vergrößerung aufgebaut werden (z.B. Linsencombination mit 30 cm und 5 cm Brennweite) und der berechnete mit dem experimentellen Wert verglichen werden.

2.1.2 Galileisches Fernrohr

Das Galileische Fernrohr besteht neben dem bikonvexen Objektiv (Sammellinse) aus einem konkaven Okular (Zerstreuungslinse) mit kleiner Brennweite.

Vorteile: Objekte werden aufrecht und seitenrichtig dargestellt, kürzere Baulänge

Nachteile: Kleines Sehfeld, schwierige Lokalisierung der Objekte



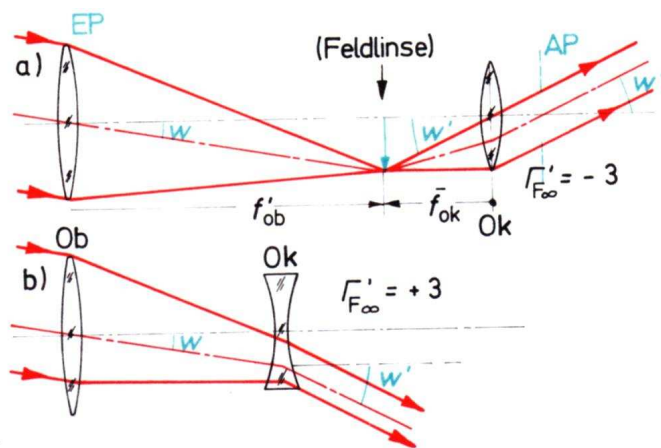
Da das Okular eine negative Brennweite besitzt, und beide Brennweiten zusammen fallen, liegt es in der Brennweite des Objektivs. Der Abstand beider Linsen beträgt:

$$d = f_1 - |f_2| \tag{13}$$

Die Vergrößerung berechnet man wie bei Kepler, d.h. sie bleibt bei gleichen betragsmäßigen Brennweiten erhalten:

$$\gamma = \frac{f_1}{|f_2|}$$

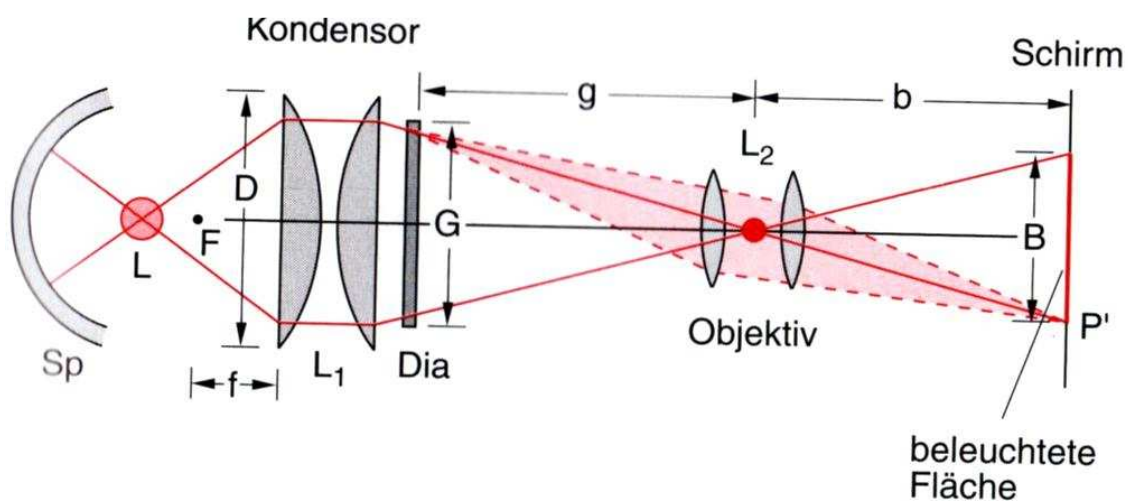
Vergleich der Vergrößerungswirkung beider Fernrohrtypen:



2.2 Projektionsapparat

Bei einem Diaprojektor wird das transparente Objekt (Dia) durch ein Projektionsobjektiv stark vergrößert abgebildet. Um eine gleichmäßige Ausleuchtung des Dias zu erzielen, wird das Lampenlicht durch einen Kondensator gesammelt, das rückwärts abgestrahlte Licht wird über einen Hohlspiegel umgelenkt.

Das Dia wird relativ nahe am Kondensator platziert, damit es voll ausgeleuchtet werden kann. Man erhält zwei verkettete Strahlengänge: den Beleuchtungs- und den Abbildungsstrahlengang („Köhlerscher Strahlengang“).



Der im Versuch aufzubauende Projektor soll eine Vergrößerung $\gamma = 10$ im Abstand $d = 1,5\text{m}$ (Schirm – Dia-Ebene) haben.

$$d = g + b = 1,5\text{m} \quad \text{sowie}$$

$$\gamma = \frac{b}{g} = 10 \quad \text{ergibt:}$$

$$g = 13,6 \text{ cm}$$

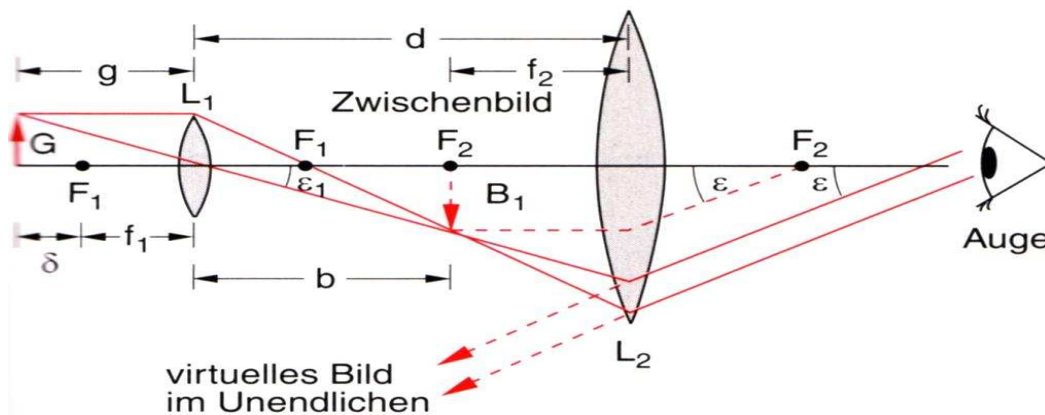
$$b = 136,4 \text{ cm}$$

Aus der Abbildungsgleichung (1) folgt mit g und b :

$$f = 12,4 \text{ cm}$$

2.3 Mikroskop

Das Mikroskop dient zum starken Vergrößern kleiner, naher Objekte. Es besitzt im Gegensatz zum Keplerschen Fernrohr ein kurzbrennweites Objektiv. Dieses erzeugt ein reelles Zwischenbild B_1 in der Brennebene des Okulars. Daher sieht das Auge parallele Strahlenbündel, d.h. ein im ∞ liegendes virtuelles Bild.



Für die Vergrößerung des Mikroskops gilt:

$$\gamma = \frac{b \cdot s_0}{g \cdot f_2} \approx \frac{(d - f_2) \cdot s_0}{f_1 \cdot f_2} \quad \text{da } d = b + f_2 \text{ sowie } g \approx f_1 \text{ (Gegenstand nahe der Brennebene } L_1)$$

(b = Bildweite, g = Gegenstandsweite, s_0 = Bezugssehweite = 25 cm,

f_1 = Objektivbrennweite f_2 = Okularbrennweite)

Im Versuch soll ein Mikroskop mit mindestens 20-facher Vergrößerung gebaut werden.

Zur Frage 2.3:

Die Steigerung der Vergrößerung durch immer kleinere Brennweiten ist physikalisch begrenzt durch die Auflösung der Wellenlänge des Lichts, technisch durch die starken Verzerrungen bei immer kleineren Linsenradien.

Stärkere Auflösung erzielt man mit Elektronenmikroskopen.



Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität • gegründet 1825



Fakultät für Physik

Physikalisches Praktikum 1, Gruppe Do-02

Geometrische Optik

(Versuche P1-31, 40, 41)

Versuchsdatum: 5. November 2009

Versuchsauswertung

Marco D'Ambrosio

(Matrikel-Nr. 1478019)

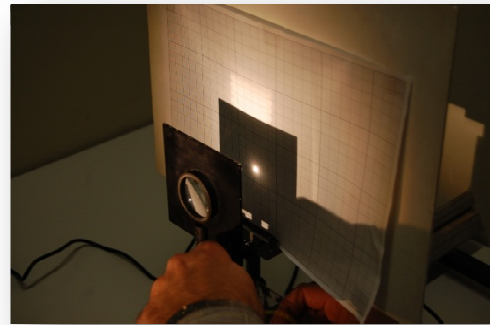
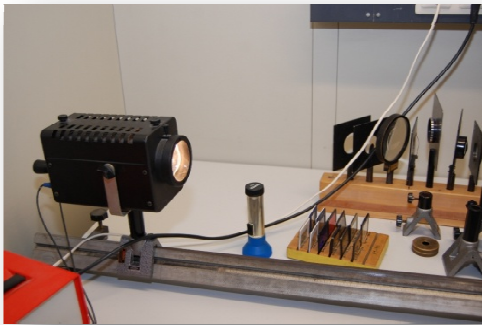
Andreas Schwartz

(Matrikel-Nr. 1477969)

1 Brennweiten-Bestimmungen

1.1 Brennweiten-Bestimmung einer dünnen Linse

Der Versuch wurde statt mit parallelem Sonnenlicht (steht im Labor nicht zur Verfügung) mit Licht einer im Brennpunkt eines Kondensors justierten Glühlampe erzeugt. Bereits beim Justieren (Scharfstellen) gab es hier Ungenauigkeiten, so dass dieses Licht nur in grober Näherung als parallel angesehen werden kann.



Brennweitenbestimmung mittels Lichtpunktfokussierung (Brennpunkt)

Es wurden zwei Sammellinsen mit Nenn-Brennweiten 65 mm und 100 mm ausgewählt. Die Messung erfolgte dann mittels Maßstab vom Linsenmittelpunkt bis zum Schirm. Dabei ergaben sich weitere Fehlerquellen:

- Keine eindeutige Fokussierung des Lichtpunktes (Brennpunkt) auf dem Schirm möglich, ca. ± 2 mm bei $f=65$ mm und ca. ± 1 mm bei $f=100$ mm. Dieser Fehler wurde durch mehrmaliges Messen durch beide Versuchsteilnehmer reduziert.
- Der Schirm war gegenüber der Bezugsmarke am Maßstab um ca. 4 mm versetzt, das Millimeterpapier ca. 2 mm in entgegengesetzter Richtung gewölbt, der (vermutete) Linsenmittelpunkt gegenüber dem Maßstab wiederum 1 mm, so dass insgesamt ein systematischer Fehler von ca. 3 mm vorhanden war (in Tabelle berücksichtigt).

Brennweite f [mm]	Versuchsteilnehmer	Gemessene Werte [mm]	Mittelwert [mm]	Syst. Fehler [mm]	Abweichung [mm]	Abweichung
65	Andreas 1	58	58,0	3	-4	-6%
65	Andreas 2	59				
65	Marco 1	58				
65	Marco 2	57				
100	Andreas 1	99	98,5	3	2	2%
100	Andreas 2	99				
100	Marco 1	98				
100	Marco 2	98				

Obwohl die Brennweite der 100 mm-Linse hier auf 2% bestimmt werden konnte (die Ungenauigkeit der 65mm-Linse liegt bereits bei 6%), ist das Verfahren aufgrund o.g. Fehlerquellen nur zu einer groben Brennweiten-Bestimmung geeignet.

1.2 Genaue Brennweiten-Bestimmung mit dem Besselschen Verfahren

In der Vorberechnung zum Versuch wurde angeregt, bzgl. der Messung der Linsenfehler „chromatische Aberration“ und „sphärische Aberration“ drei Variationen durchzuführen:

		Sphärische Aberration	
		achsnah	achsenfern
Chromat. Aberration	rot	X	X
	blau	X	0



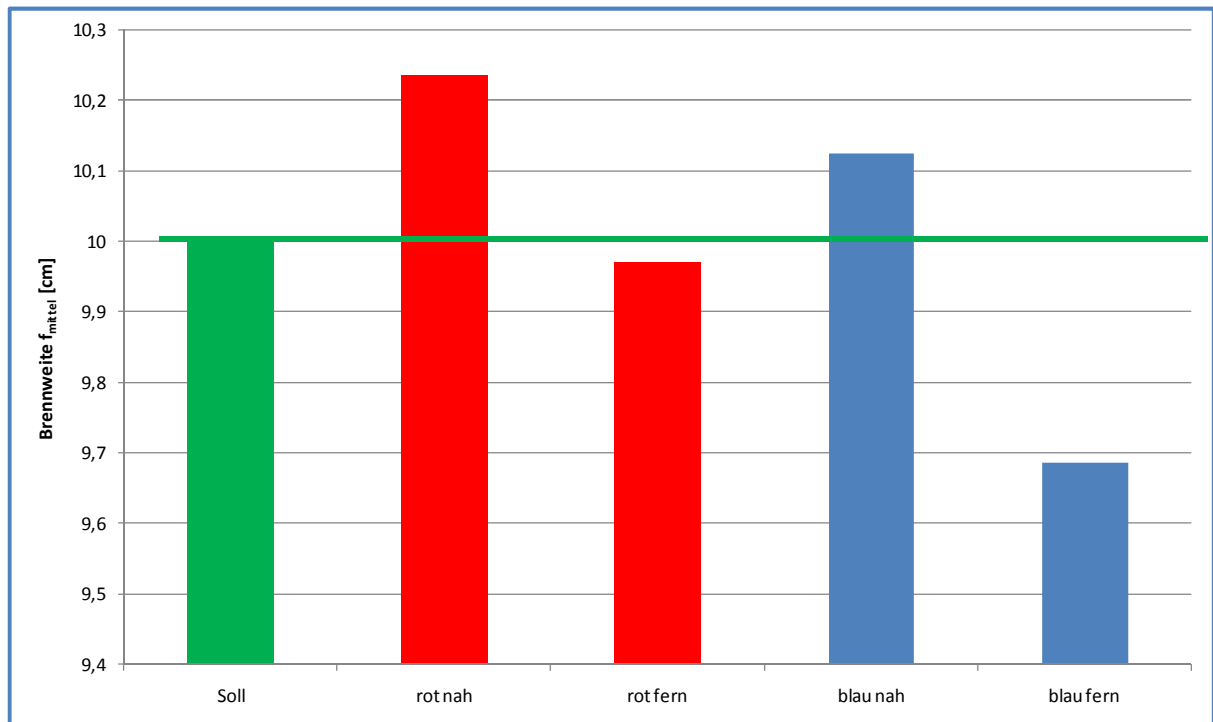
Besselsches Verfahren: Versuchsaufbau „rot achsenfern“

Als Linse wurde die Sammellinse aus Versuch 1.1 mit 100 mm Brennweite gewählt. Jeder Versuchsteilnehmer hat je zwei Messungen durchgeführt. Da die Messung mit blauem Filter schlechter zu erkennen war, als die mit dem Rotfilter, wurde die nachfolgende Variation des Abstands e (Gegenstand – Schirm) mit dem Rotfilter durchgeführt. Bei der Messung betrug die Einstellengenauigkeit ca. ± 4 mm. Die in 1.1 festgestellten systematischen Abweichungen wurden bei der Auswertung berücksichtigt.

e einstellen (konstanter Wert =incl. 2mm Versatz)	Messperson	Farbe	Achs-	1. Stellung [cm]	2. Stellung [cm]	d [cm]	f [cm]	f _{mittel} [cm]
45,2	M1	rot	nah	75,6	89,5	13,9	10,23	10,24
45,2	M2	rot	nah	75,6	89,6	14,0	10,22	
45,2	A1	rot	nah	75,7	89,5	13,8	10,25	
45,2	A2	rot	nah	75,8	89,6	13,8	10,25	
45,2	A1	rot	fern	74,9	90,5	15,6	9,95	9,97
45,2	A2	rot	fern	75,0	90,5	15,5	9,97	
45,2	M1	rot	fern	74,7	90,2	15,5	9,97	
45,2	M2	rot	fern	74,9	90,3	15,4	9,99	
45,2	A1	blau	fern	73,9	90,8	16,9	9,72	9,69
45,2	A2	blau	fern	74,2	90,8	16,6	9,78	
45,2	M1	blau	fern	73,5	91,0	17,5	9,61	
45,2	M2	blau	fern	73,6	90,9	17,3	9,64	
45,2	M1	blau	nah	75,2	90,0	14,8	10,09	10,12
45,2	M2	blau	nah	75,5	89,9	14,4	10,15	
45,2	A1	blau	nah	75,5	90,2	14,7	10,10	
45,2	A2	blau	nah	75,5	89,9	14,4	10,15	
40,2	A1	rot	nah	78,5	78,6	0,1	10,05	
40,2	M1	rot	nah	78,2	78,1	-0,1	10,05	
60,2	M1	rot	nah	73,3	107,6	34,3	10,16	
60,2	A1	rot	nah	73,2	107,8	34,6	10,08	

Variation von e; Parameter Farbe&Achse konst.

Grafische Darstellung Messergebnisse Versuch 1.1:



Parallel wurden für die Linsenfehler qualitativ folgende Ergebnisse ermittelt:

Chromatische Aberration

Aus den Messwerten ergibt sich, dass der Brennpunkt für blaue Parallelbündel näher an der (Sammel-)Linse liegt als für rote Parallelbündel.

Sphärische Aberration

Aus den Messwerten ergibt sich, dass der Brennpunkt achsferner Strahlen näher an der (Sammel-)Linse liegt als bei achsnahen Strahlen.

→ Beide Ergebnisse decken sich mit den Erwartungswerten aus der Theorie.

Um einen Gesamtmittelwert bilden zu können, wurde ergänzend zu obiger Tabelle doch noch die Messung „blau/achsfern“ ausgeführt. Diese ist zwar redundant, aber notwendig, um die beiden Parameter (Farbe, Achslage) zur Mittelwertbildung je gleich stark gewichten zu können.

Der Gesamtmittelwert beträgt genau 100 mm für die Linse und entspricht damit genau dem Nennwert. Dies ist wohl eher zufällig, zeigt aber, dass die Differenz-Messung nach Bessel wesentlich genauer ist, als die zuvor durchgeführte Direktmessung.

1.3 Brennweitenbestimmung mit dem Abbéschen Verfahren

Es ist die Gesamtbrennweite sowie die Einzelbrennweiten eines unbekanntes Zweilinsensystems zu bestimmen, mit folgender Vorgehensweise:

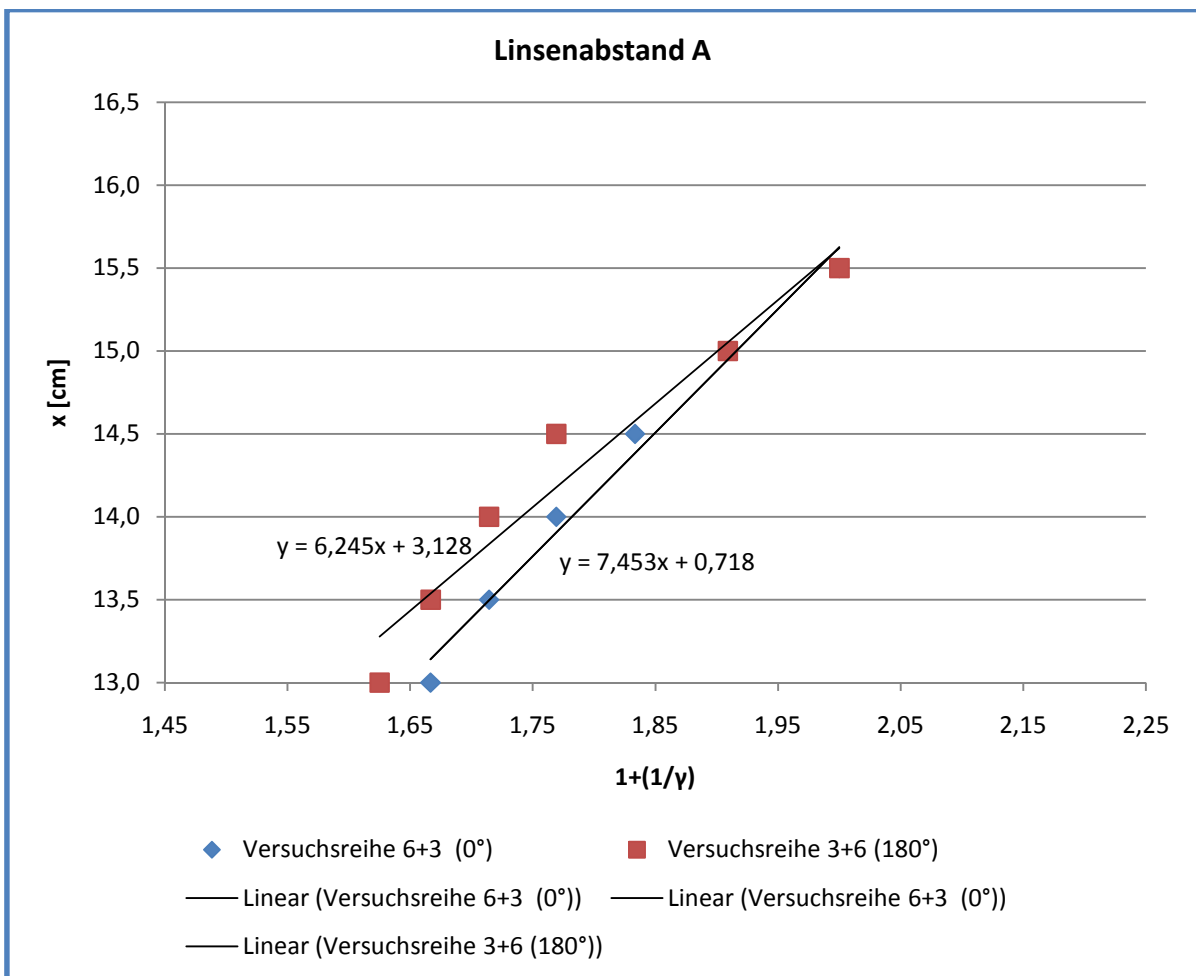
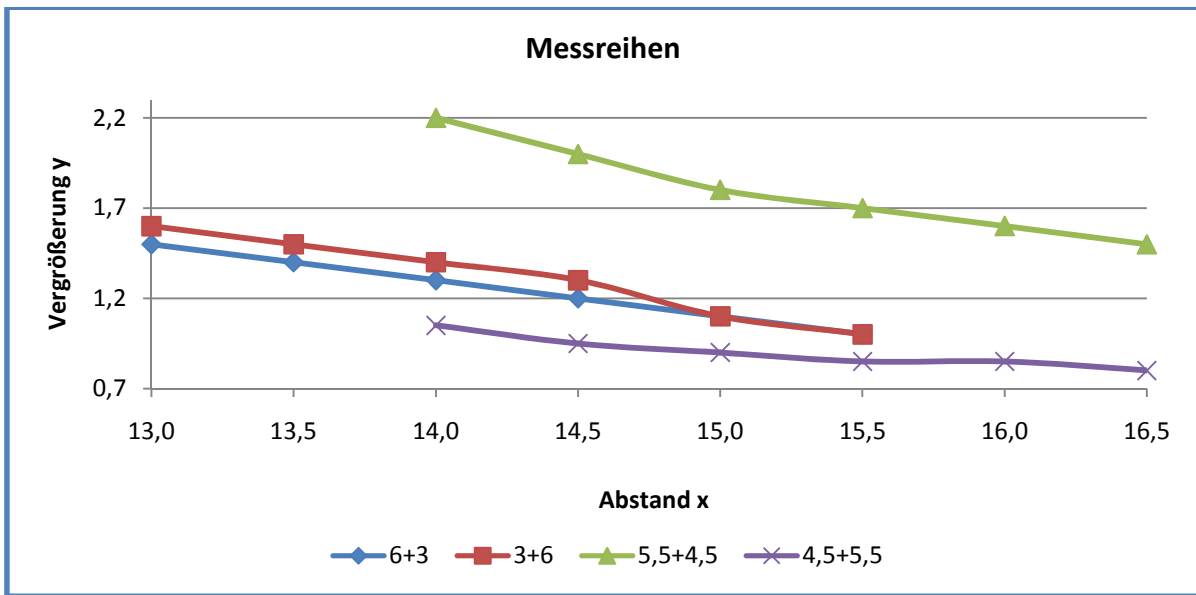
1. Montage von Dia (1cm Maßstab), Zweilinsensystem, Schirm auf der optischen Bank
2. Bezugspunkt K: Markierung an Halterung des Zweilinsensystems. Variation von K (und damit des Abstands x des Gegenstands von K) und entsprechende Einstellung der Schirm-Position, so dass Scharfstellung des 1cm- Maßstabs auf dem Schirm. Über Millimeterpapier Bestimmung der Bildgröße und des Vergrößerungsfaktors γ
3. Wiederholung der Messung mit dem um 180 ° gedrehtem Linsensystem
4. Bestimmung der Gesamtbrennweite und der Hauptebenen h_1 und h_2 über Lineare Regression $x = f * (\frac{1}{\gamma} + 1) + h_1$

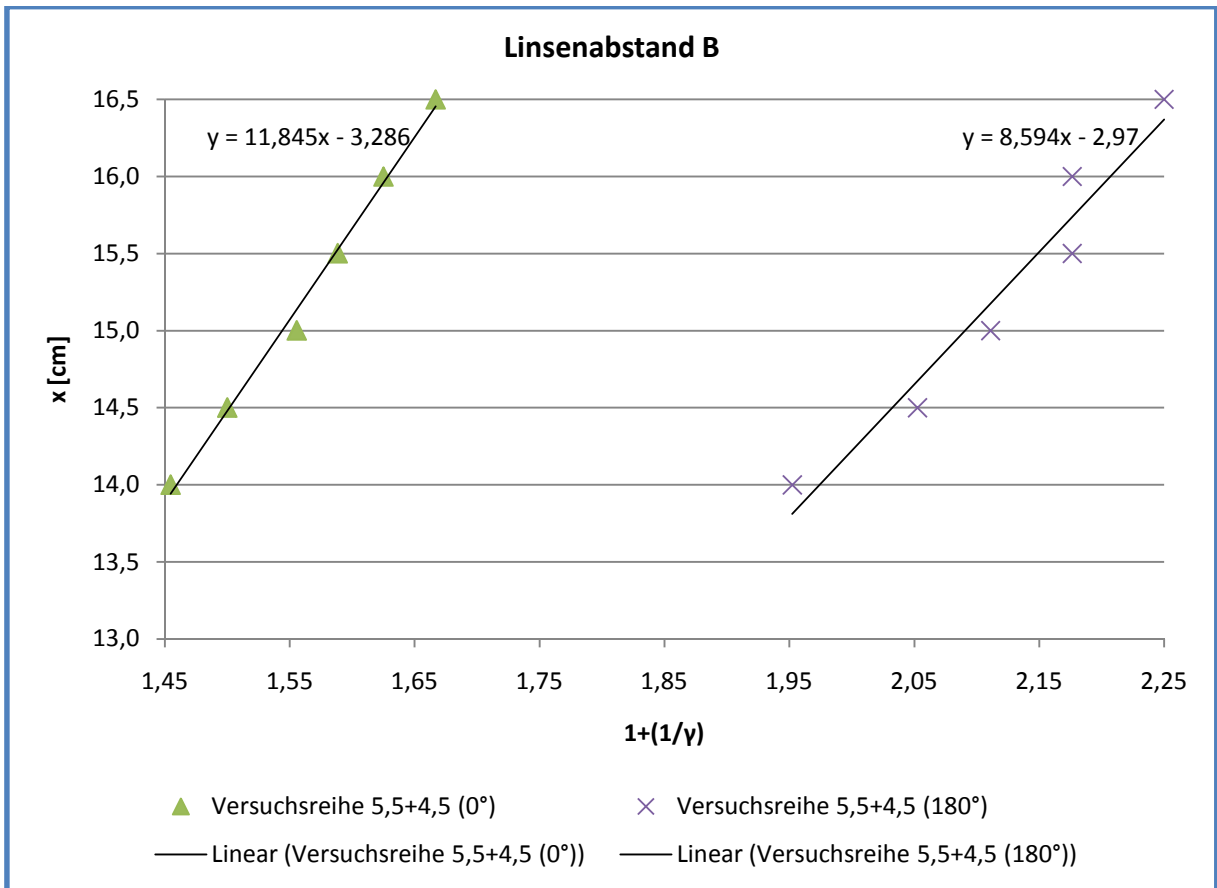
Durchführung einer zweiten Messung nach 1. – 5. mit verändertem Linsenabstand (zur Bestimmung der Einzelbrennweiten).



Abbésches Verfahren: Versuchsaufbau (links), Zweilinsensystem im Tubus (rechts)

		Linsenposition 0°					Linsenposition 180°				
Linsenabstand A	k (Marke)	x (6+3) [cm]	B [cm]	$\gamma=B/G$	$1+(1/\gamma)$	x (3+6) [cm]	B [cm]	$\gamma=B/G$	$1+(1/\gamma)$		
		63,0	13,0	1,5	1,5	1,67	13,0	1,6	1,6	1,63	
		63,5	13,5	1,4	1,4	1,71	13,5	1,5	1,5	1,67	
		64,0	14,0	1,3	1,3	1,77	14,0	1,4	1,4	1,71	
		64,5	14,5	1,2	1,2	1,83	14,5	1,3	1,3	1,77	
		65,0	15,0	1,1	1,1	1,91	15,0	1,1	1,1	1,91	
		65,5	15,5	1,0	1,0	2,00	15,5	1,0	1,0	2,00	
Linsenabstand B	k (Marke)	x (5,5+4,5) [cm]	B [cm]	$\gamma=B/G$	$1+(1/\gamma)$	x (4,5+5,5) [cm]	B [cm]	$\gamma=B/G$	$1+(1/\gamma)$		
		64,0	14,0	2,2	2,2	1,45	14,0	1,1	1,1	1,95	
		64,5	14,5	2,0	2,0	1,50	14,5	1,0	1,0	2,05	
		65,0	15,0	1,8	1,8	1,56	15,0	0,9	0,9	2,11	
		65,5	15,5	1,7	1,7	1,59	15,5	0,9	0,9	2,18	
		66,0	16,0	1,6	1,6	1,63	16,0	0,9	0,9	2,18	
		66,5	16,5	1,5	1,5	1,67	16,5	0,8	0,8	2,25	
G= 1cm		g=50,0 cm (absolut auf Skala)									
		k= Marke (absolut auf Skala)									
		x=k-g (Abstand zwischen Marke und Gegenstand)									





Aus den beiden Diagrammen erhält man durch lineare Regression folgende Werte:

Linsenabstand		Gesamt-Brennweite f_{ges} [cm]	Gesamt-Brennweite gemittelt $f_{gesMittel}$ [cm]	Kehrwert $1/f_{gesMittel}$ [1/cm]	Achsenabschnitt h [cm]		Linsenabstand d [cm]
A	6+3 (0°)	6,25	6,85	0,146	$h_{1A} =$	3,13	3,85
	3+6 (180°)	7,45			$h_{2A} =$	0,72	
B	4,5+5,5 (0°)	11,85	10,22	0,098	$h_{1B} =$	-3,29	-6,26
	5,5+4,5 (180°)	8,59			$h_{2B} =$	-2,97	

Die Werte sind mit großen Messunsicherheiten behaftet, da einerseits die Einstellung des Linsensystems bzgl. dem erreichbaren Vergrößerungsfaktors nicht optimal war und andererseits sowohl das Scharfstellen des Bildes der 1cm-Skala durch Verschieben des Schirms als auch das nachfolgende Ablesen der Vergrößerung schwierig waren. So weichen z.B. die beiden Gesamtbrennweiten der Messung B stark voneinander ab, obwohl sie identisch sein müssten.

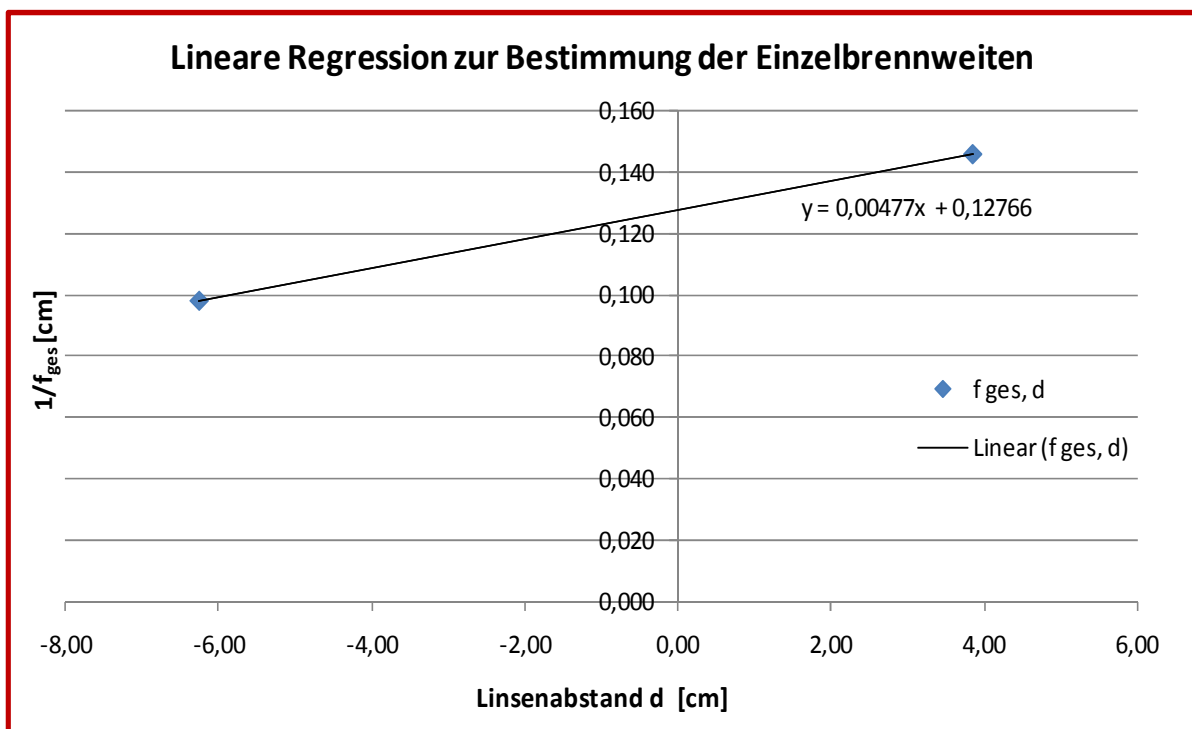
Ergebnis:

Sowohl grafisch über lineare Regression als auch nach der Herleitung zur Berechnung der Einzelbrennweiten (vgl. handschriftliche Ergänzungen) ergibt sich für:

$$f_1 \approx 6,3 \text{ cm} \text{ und für } f_2 \approx -33 \text{ cm} \text{ oder } f_2 \approx 6,3 \text{ cm} \text{ und für } f_1 \approx -33 \text{ cm}$$

Insgesamt ist dieses Ergebnis aber kritisch zu betrachten und die Brennweiten anzuzweifeln (Zerstreuungslinse mit -33 cm unwahrscheinlich).

Eine dritte Einstellung des Linsenabstands sowie eine möglichst hohe Vergrößerung bei den einzelnen Einstellungen wären also vorteilhafter gewesen.

A) Lineare Regression:

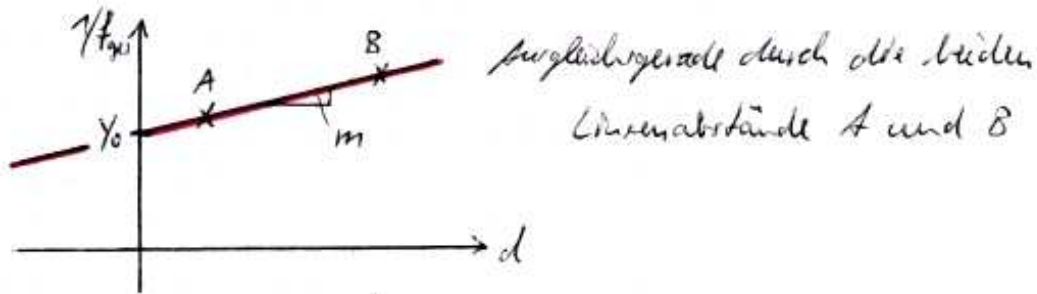
$$f_{1(1,2)} = \frac{-Y_0 \pm \sqrt{Y_0^2 + 4m}}{2m} = \frac{-0,12766 \pm \sqrt{0,12766^2 + 4 \cdot 0,00477}}{2 \cdot 0,00477} \text{ cm}$$

$$f_{1(1)} \approx 6,3 \text{ cm}$$

$$f_{1(2)} \approx -33 \text{ cm}$$

⇒ Lösung durch "Lineare Regression":

$$\frac{1}{f_{\text{ges. A/B}}} = \underbrace{\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)}_{= y_0} - \underbrace{\frac{d_{A/B}}{f_1 f_2}}_{m = -\frac{1}{f_1 f_2}} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{f_{\text{ges. A/B}}} = m \cdot d_{\text{A/B}} + y_0} \quad (1)$$



$$y_0 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \text{sowie} \quad m = -\frac{1}{f_1 f_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{f_1} = y_0 - \frac{1}{f_2}} \quad (2) \quad \Rightarrow \boxed{f_2 = -\frac{1}{m \cdot f_1}} \quad (3)$$

③ in ② $\frac{1}{f_1} = y_0 - (-m \cdot f_1) = y_0 + m \cdot f_1 \quad | \cdot f_1 | - 1 \quad | \cdot \frac{1}{m}$

$$\Rightarrow f_1^2 + \frac{y_0}{m} \cdot f_1 - \frac{1}{m} = 0 \quad (4) \quad \text{Quadrat. Gleichung}$$

⇒ Lösung der quadrat. Gleichung:

$$f_{1/2} = \frac{-y_0}{2m} \pm \sqrt{\frac{y_0^2}{4m^2} + \frac{1}{m}}$$

$$\Rightarrow \boxed{f_{1/2} = \frac{-y_0 \pm \sqrt{y_0^2 + 4m}}{2m}} \quad (5)$$

B) Berechnung:

Zu 1.3 Abbe-Methode: Berechnungen

→ Zwei Messungen (A, B) bei zwei verschiedenen Linsenpositionen.
 ⇒ f_{gesA}, d_A sowie f_{gesB}, d_B

Messung A: Einstellung am 2-Linsen-System:
 $L1 \approx 6 \text{ cm}, L2 \approx 3 \text{ cm} \Rightarrow d_A \approx 9 \text{ cm}$

Aus ^{Einstellung} Messung mit 0° folgt: f_{gesA0}, h_{1A}
 " " " 180° " : $f_{gesA180}, h_{2A}$ } ⇒ f_{gesA}, d_A

mit $f_{gesA} = \frac{f_{gesA0} + f_{gesA180}}{2}$ und $d_A = h_{1A} + h_{2A}$

Messung B: Einstellung am 2-Linsen-System:
 $L1 \approx 5,5 \text{ cm}, L2 \approx 4,5 \text{ cm} \Rightarrow d_B \approx 10 \text{ cm}$

Aus Einstellung mit 0° folgt: f_{gesB0}, h_{1B}
 " " " 180° " : $f_{gesB180}, h_{2B}$ } ⇒ f_{gesB}, d_B

mit $f_{gesB} = \frac{f_{gesB0} + f_{gesB180}}{2}$, $d_B = h_{1B} + h_{2B}$

Diagramm: Aus Diagrammen wird jeweils $f_{ges,i}$ bzw. $h_{1,i}$ und $h_{2,i}$ abgelesen (Brennpunktstrahl bzw. y-schneidstrahl).

Berechnung der Einzelbrennweiten f_1 und f_2 :

A: $\frac{1}{f_{gesA}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d_A}{f_1 f_2}$ ①

B: $\frac{1}{f_{gesB}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d_B}{f_1 f_2}$ ②

⇒ 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten f_1 und f_2

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}: \quad \frac{1}{f_{\text{ges}A}} + \frac{d_A}{f_1 f_2} = \frac{1}{f_{\text{ges}B}} + \frac{d_B}{f_1 f_2}$$

$$\Rightarrow \quad f_2 = \frac{1}{f_1} \cdot \frac{d_B - d_A}{f_{\text{ges}B} - f_{\text{ges}A}} \cdot f_{\text{ges}A} f_{\text{ges}B} \quad \textcircled{3}$$

aus ① weiterhin:

$$f_2 = \frac{(f_1 - d_A) \cdot f_{\text{ges}A}}{f_1 - f_{\text{ges}A}} \quad \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} = \textcircled{4} \Rightarrow \dots \Rightarrow f_1 + \frac{d_B - d_A}{f_{\text{ges}B} - f_{\text{ges}A}} \cdot f_{\text{ges}B} f_{\text{ges}A} \cdot \frac{1}{f_1} = \frac{d_B - d_A}{f_{\text{ges}B} - f_{\text{ges}A}} \cdot f_{\text{ges}B} + d_A \cdot f_1$$

$$\Rightarrow \dots \quad f_1^2 + \left[\frac{d_B f_B - d_A f_A}{f_B - f_A} \right] \cdot f_1 + \frac{d_B - d_A}{f_B - f_A} \cdot f_A f_B = 0$$

Quadrat. Gleichung

$$\Rightarrow \quad f_{1,2} = \frac{-\frac{1}{2}(d_B f_B - d_A f_A) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(d_B f_B - d_A f_A)^2 - (d_B - d_A)(f_B - f_A) \cdot f_A f_B}}{f_A - f_B}$$

Lösung der quadrat. Gleichung

mit $f_{\text{ges}A} = 6,85 \text{ cm}$ / $f_{\text{ges}B} = 10,22 \text{ cm}$ / $d_A = 3,9 \text{ cm}$ / $d_B = -6,3 \text{ cm}$

eingesetzt: $f_{1,2} = \frac{45,55 \pm \sqrt{45,55^2 - (-240,64)}}{-3,37} = 13,52 \text{ cm} - 19,86 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \quad \underline{f_{11} = 6,34 \text{ cm}} \quad \underline{f_{12} = -33,38 \text{ cm}} \quad (2 \text{ Lösungen für Linsel 1})$$

Ergebnisse der ④:

$$\underline{f_{21}} = \frac{(f_{11} - d_A) \cdot f_{\text{ges}A}}{f_{11} - f_{\text{ges}A}} = \frac{(6,34 - 3,9) \cdot 6,85 \text{ cm}}{6,34 - 6,85} = \underline{\underline{-32,77 \text{ cm}}}$$

$$\underline{f_{22}} = \frac{(f_{12} - d_A) \cdot f_{\text{ges}A}}{f_{12} - f_{\text{ges}A}} = \frac{(-33,38 - 3,9) \cdot 6,85 \text{ cm}}{-33,38 - 6,85} = \underline{\underline{6,35 \text{ cm}}}$$

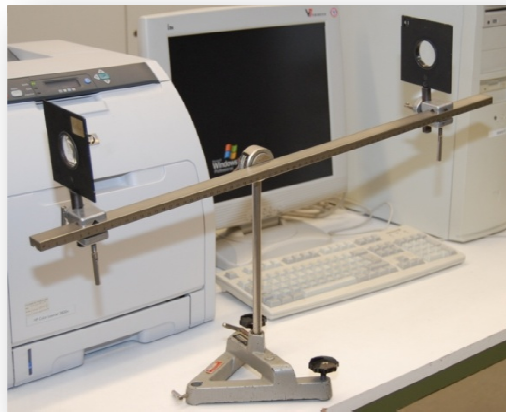
\Rightarrow $f_1 \approx 6,3 \text{ cm}$ und $f_2 \approx -33 \text{ cm}$ oder (da die Einzelbrennweiten unvertauscht sind:

$$\underline{\underline{f_1 \approx -33 \text{ cm} \text{ und } f_2 \approx 6,3 \text{ cm}}}$$

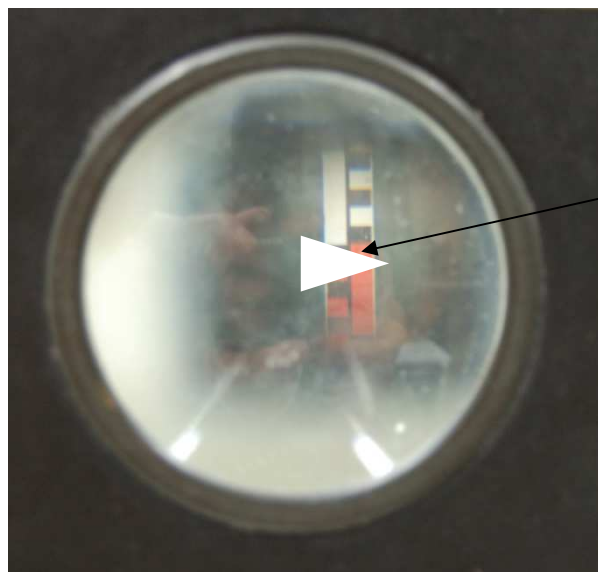
2 Aufbau optischer Instrumente

2.1.1 Keplersches Fernrohr

Im Versuch haben wir gemäß Aufgabe ein Keplerfernrohr mit mindestens 6-facher Vergrößerung gebaut. Dazu haben auf einer optischen Bank aus Sicht des Gegenstandes (hier eine Messlatte) zuerst ein Objektiv mit einer Brennweite von $f_1=50\text{cm}$ und dann ein Okular mit einer Brennweite von $f_2=8\text{ cm}$ aufgebaut (siehe Bild).

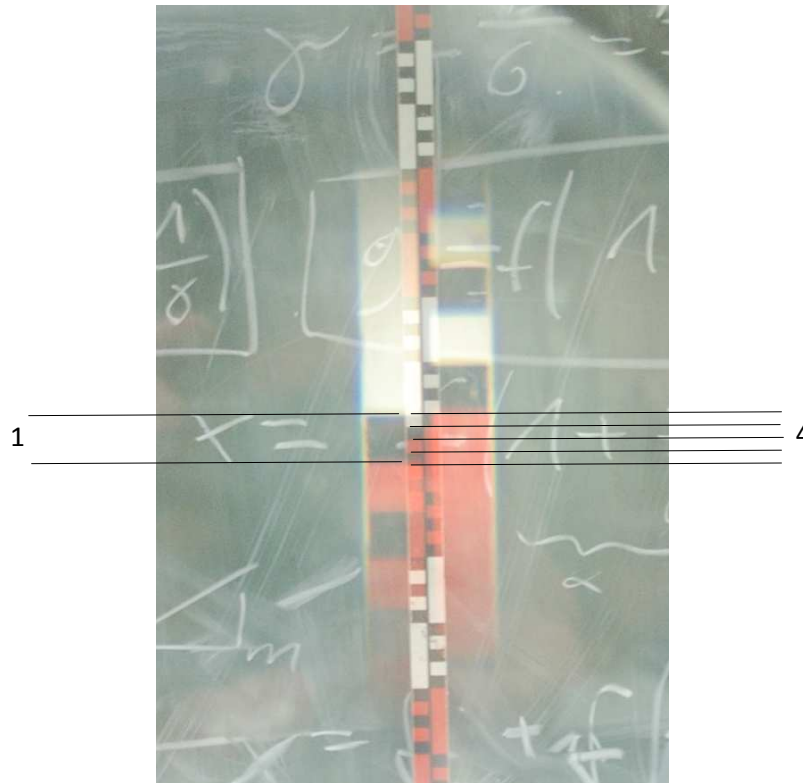


Der Abstand d der beiden Linsen wurde mit der Gleichung $d = f_1 + f_2$ ausgerechnet: $d = 58\text{ cm}$. Als nächstes haben wir durch beide Linsen die Spitze eines Kugelschreibers an der Messlatte (Gegenstand) optisch abgebildet und die Größe der Spitze in Einheiten der Messlatte abgeschätzt. Als Vergleich haben die Einheiten an der Messlatte dann ohne Fernrohr abgeschätzt.



Spitze des Kugelschreibers

Durch eine fotografische Doppelbelichtung wurden die Bilder „mit Fernrohr“ und „ohne Fernrohr“ fototechnisch übereinander gelegt:



Man kann gut eine Vergrößerung von 4 ablesen.

Zusammenfassung der Messwerte:

Messperson	Balkenanzahl Messlatte mit Kugelspitze		daraus berechnete Vergrößerung	Theoretischer Wert (f_1/f_2)	Abweichung	Rel. Fehler
	mit Fernrohr	ohne Fernrohr				
Andreas	2	8	4	6,25	2,25	36%
Marco	1	3	3	6,25	3,25	52%
Foto	1	4	4	6,25	2,25	36%
Mittelwert	1,3	5,0	3,7	6,3	2,6	41%

Die Ableseungenauigkeit und das Messverfahren führen zu großen Abweichungen.

2.1.2 Galileisches Fernrohr

Der Versuchsaufbau ist der gleiche wie beim Kepler-Fernrohr, nur dass das Galileische Fernrohr aus einem Objektiv (Sammellinse) und aus einem Okular (Zerstreuungslinse kleinerer Brennweite) besteht. Wir haben mit den Brennweiten $f_1 = 50 \text{ cm}$ und $f_2 = -10 \text{ cm}$ gearbeitet.

D.h. der Abstand d betrug 40 cm .

Die Vergrößerungsberechnung mittels der fotografischen Doppelbelichtung konnte aufgrund des kleineren Gesichtsfeldes nicht durchgeführt werden.

Zusammenfassung der Messwerte:

Messperson	Balkenanzahl Messlatte mit Kugelspitze		daraus berechnete Vergrößerung	Theoretischer Wert (f_1/f_2)	Abweichung	Rel. Fehler
	mit Fernrohr	ohne Fernrohr				
Andreas	1	4	4	5	1	20%
Marco	2	4	2	5	3	60%
Mittelwert	1,5	4,0	3,0	5,0	2,0	40%

2.2 Projektionsapparat

In diesem Versuch wurde ein Projektionsapparat aufgebaut werden, der $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$ -Diapositive ausleuchtet und in etwa $1,5 \text{ m}$ Entfernung $d = g + b$ eine zehnfache Vergrößerung aufweist.

Das Dia beim Versuchsaufbau bestand aus einer Messkala mit einer Breite von 10 mm .

Dieses Dia (=Gegenstand) wurde von der Laborlampe durchleuchtet. Das Bild erfolgt durch eine Sammellinse mit einer Brennweite von $f = 100 \text{ mm}$.

Versuchseinstellungen:

$d = g + b = 154,1 \text{ cm}$ (Schirm – Dia-Ebene)

mit

$b = 143,9 \text{ cm}$ (Abstand Schirm – Objektiv) und $g = 10,2 \text{ cm}$ (Abstand Objektiv – Dia)

Messergebnisse:

Vergrößerung		Abweichung	Rel. Fehler	Abstand Schirm-Dia	Abstand Schirm-Objektiv	Abstand Objektiv-Dia
Gemessen	Berechnet b/g			d = g + b	b	g
13,5	14,11	-0,61	-4%	154,1	143,9	10,2

Überprüfung:

Aus der Linsengleichung und $d = g + b$ folgt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

daraus folgt: $f = 9,5 \text{ cm}$

2.3 Mikroskop

Da nicht alle Linsen zur Verfügung standen haben wir nach Rücksprache mit dem Betreuer Linsen mit folgenden Brennweiten genommen: $f_1 = 50 \text{ mm}$ und $f_2 = 100 \text{ mm}$.

Auf der optischen Bank wurden die Versuchsobjekte wie folgt befestigt:

	Stellung
Dia (Gegenstand):	420 mm
Linse 1:	481 mm
Bildweite:	559 mm
Linse 2:	1140 mm
Abstand Linse 1 - Gegenstand:	61 mm

Daraus ergeben sich folgende Werte:

d (Abstand der beiden Linsen) = 659 mm

b (Abstand Brennpunkt Linse 2 zu Linse 1): 559 mm

a (Abstand Linse 1 zu Gegenstand): 61 mm

Für die Vergrößerung des Objektivs gilt:

$$\gamma = \frac{b \cdot s_0}{a \cdot f_2} \quad \text{oder} \quad \gamma = \frac{(d - f_2) \cdot s_0}{f_1 \cdot f_2}$$

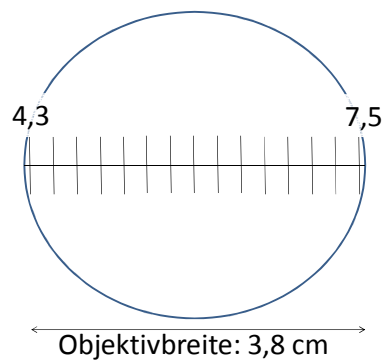
(b = Bildweite, s_0 = Bezugssehweite = 250 mm, a = Gegenstandsweite, f_2 = Okularbrennweite)

Setzt man die o.g. Werte ein erhält man den berechneten Wert:

$$\gamma = \frac{(659 - 100) \cdot 250}{50 \cdot 100} = 28$$

Die optische Messung erfolgte über die Abschätzung der Vergrößerung anhand der Messkala, die wir durch das Objektiv ablesen.

Bei einer Objektivbreite von 3,8 cm lasen wir einen Skalenweite von ca. 3,2 mm ab.



Ergebnis: Die optisch gemessene Vergrößerung beträgt 11,9 (38mm/3,2mm).

Grund für die große Abweichung: Wir haben beim Ablesen der Messkala die vorgegebene Bezugssehweite von 250 mm nicht berücksichtigt.