



Fakultät für Physik

Physikalisches Praktikum 1, Gruppe Do-02

# Vierpole und Leitungen

---

(Versuche P1-53, 54, 55)

Versuchsdatum: 12. November 2009

# Versuchsauswertung

---

Marco D'Ambrosio

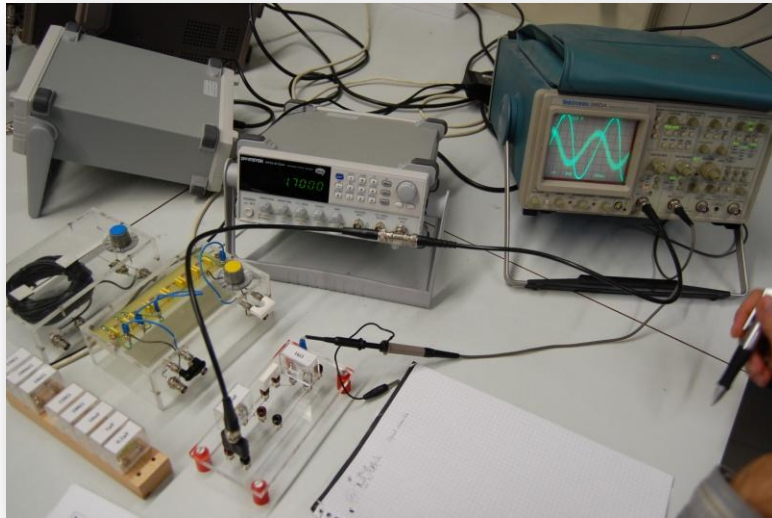
(Matrikel-Nr. 1478019)

Andreas Schwartz

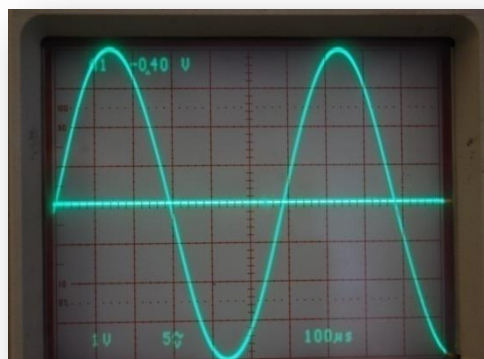
(Matrikel-Nr. 1477969)

## 0 Versuchsaufbau

Zweikanal-Oszilloskop ( $R_e = 1 \text{ M}\Omega$ ), Funktionsgenerator, Schaltungskasten (für Hochpass/Tiefpass), LC-Kettenglied (Drosselkette), verschiedene Widerstände und Kondensatoren, Tastkopf ( $R_e = 10 \text{ M}\Omega$ ).



Als erstes wurde der Funktionsgenerator an das Oszilloskop angeschlossen. Über eine Koax-Verzweigung wurde die Eingangsspannung sowohl am Eingang der Schaltung als auch auf den Channel 1 ( $50 \Omega$ -Stellung) gelegt. Der Tastkopf wurde am Channel 2 des Oszilloskops angeschlossen (vgl. Vorbereitung). Danach wurde beide Kanäle über das „Ground-Signal“ auf  $Y=0$  gestellt, um Amplitudenfehler zu vermeiden.



## 1 RC-Spannungsteiler

### 1.1 Hochpass

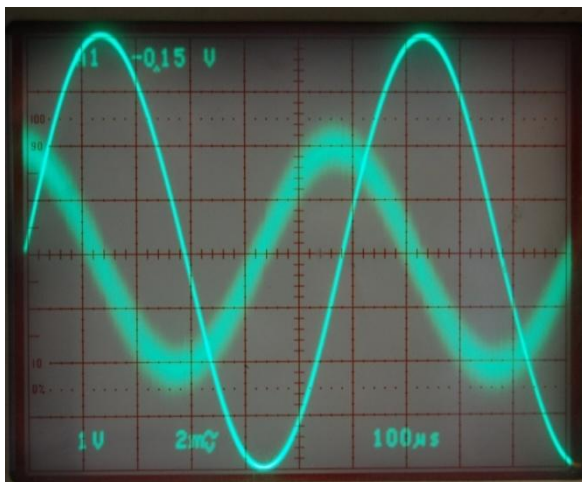
Funktionsgenerator:  $f = 1,7 \text{ kHz}$  (Sinus)  $u_e = 8 \text{ V}_{SS}$  (gemessen über Oszi, Channel 1)

Variation der Grenzfrequenz  $f_0$  über verschiedene Widerstände ( $1 \text{ k}\Omega$ ,  $10 \text{ k}\Omega$ ,  $100 \text{ k}\Omega$ ,  $1 \text{ M}\Omega$ ) bei konstanter Kondensatorkapazität  $C = 1 \text{ nF}$ .

Messung der Ausgangsspannung  $u_a$  an R über den Tastkopf (Spannungsteiler 1:10), --> die gemessene Ausgangsspannung  $u_{a \text{ mess}}$  am Oszilloskop muss mit dem Faktor 10 multipliziert werden.

Anmerkung:

Der Tastkopf wurde aufgrund der gemessenen und kritisch betrachteten Werte (z.B.  $u_a > u_e$ ) für die Messung 1.2 kalibriert. In 1.1 war deshalb ein systematischer Messfehler vorhanden, der sich im Phasenwinkel bemerkbar macht (z.B.  $91,8^\circ$  statt max.  $90^\circ$  und  $12,2^\circ$  statt  $\approx 0^\circ$ ) und bei  $R=1000 \text{ k}\Omega$  im Ausgangssignal ( $8,05 \text{ V}$  statt max.  $8,00 \text{ V}$ ).

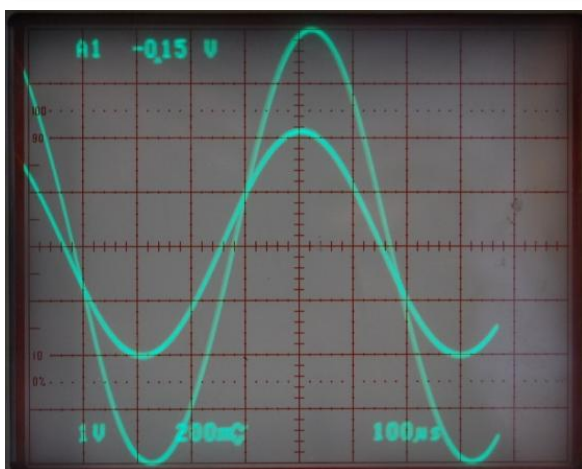


$R = 1 \text{ k}\Omega$ :

$u_a = 8 \text{ mV}$  am Tastkopf, d.h. der tatsächliche Wert beträgt  $80 \text{ mV}$ .

$\Delta t = 150 \mu\text{s}$ , d.h.  $\phi$  vorausseilend um ca.  $90^\circ$ .

Durch die starke Dämpfung erhält man ein verraushtes Ausgangssignal, das zu Ableseungenauigkeiten ( $\pm 8 \text{ mV}$ ,  $\pm 40 \mu\text{s}$ ) führte.



$R = 1000 \text{ k}\Omega$ :

$u_a = 805 \text{ mV}$  am Tastkopf, d.h. der tatsächliche Wert beträgt  $8,05 \text{ V}$  (s. Anm.).

$\Delta t = 20 \mu\text{s}$ , d.h.  $\phi$  vorausseilend um ca.  $12^\circ$ .

Das Signal geht bei dieser Frequenz ungedämpft durch (Hochpass-Funktion).

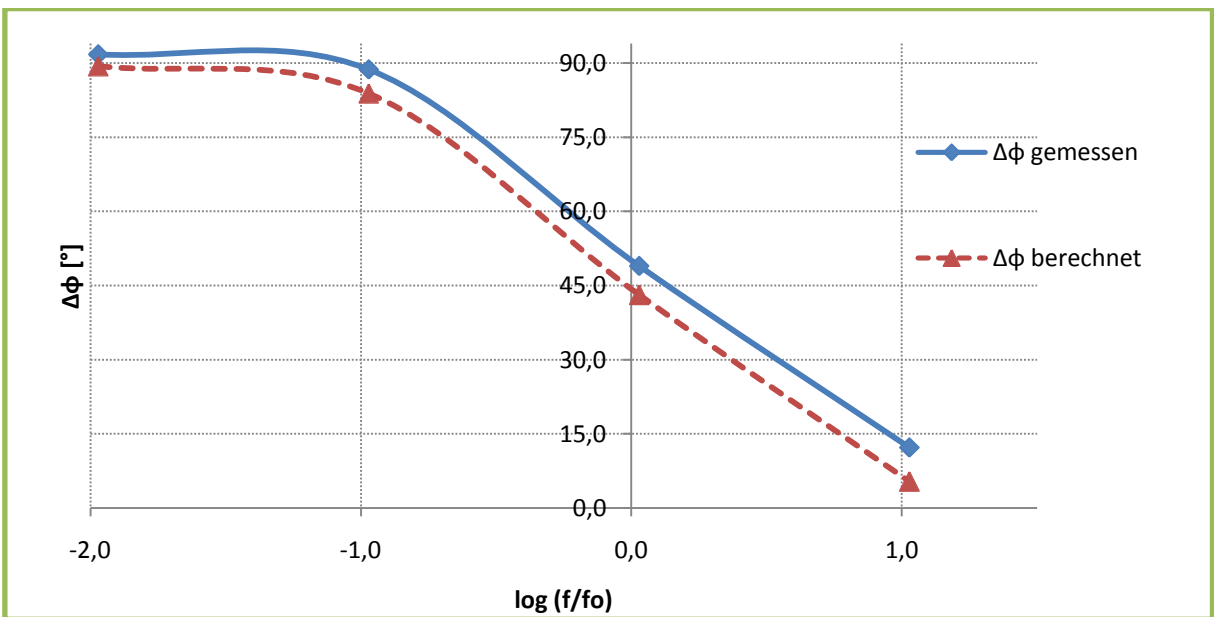
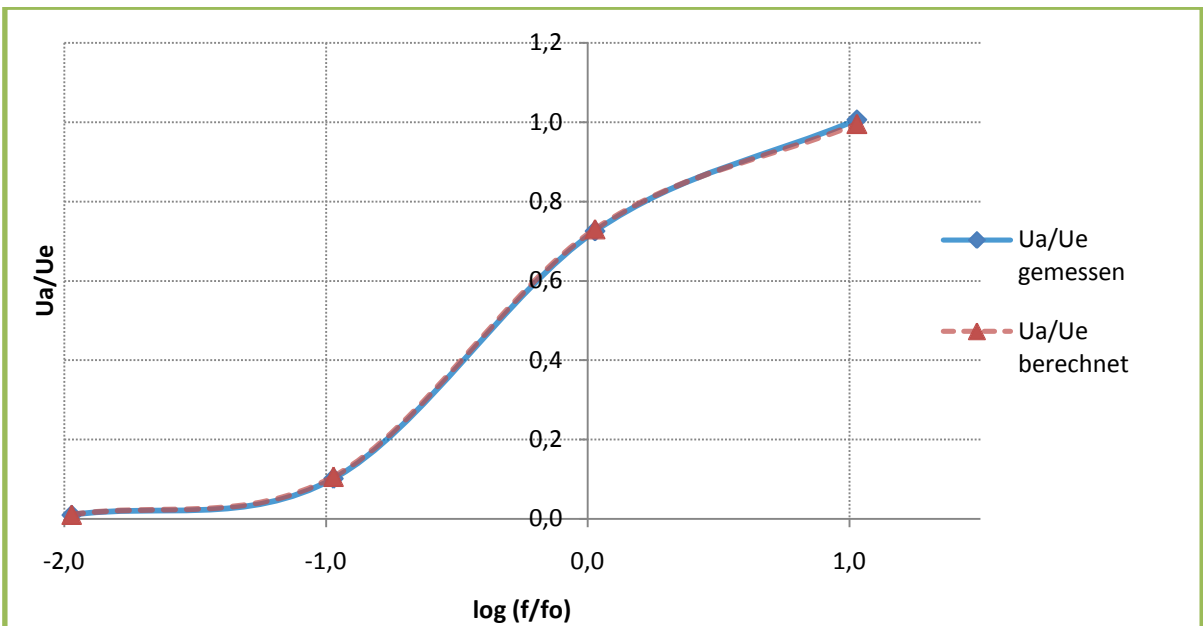
**Quantitative Auswertung des Übertragungsverhaltens des Hochpasses:**

Das Abschwächungsverhältnis und die Phasenverschiebung wurden nach der Messung noch über folgende Formeln berechnet (zum Vergleich mit den Messwerten):

$$\frac{|u_a|}{|u_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{f}\right)^2}} \quad \text{ sowie } \quad \Delta\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{f_0}{f}\right) \quad \text{ mit } f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

R [kΩ]	f <sub>0</sub> [kHz]	log (f/f <sub>0</sub> )	u <sub>a(mess)</sub> [V <sub>SS</sub> ]	u <sub>a(mess)</sub> /u <sub>e</sub>	u <sub>a(rechen)</sub> /u <sub>e</sub>	Δt <sub>(mess)</sub> [μs]	ΔΦ <sub>(mess)</sub> [°]	ΔΦ <sub>(rechen)</sub> [°]
1	159,2	-1,97	0,08	0,010	0,011	150	91,8	89,4
10	15,9	-0,97	0,81	0,101	0,106	145	88,7	83,9
100	1,6	0,03	5,80	0,725	0,730	80	49,0	43,1
1000	0,2	1,03	8,05	1,006	0,996	20	12,2	5,3

U<sub>a(mess)</sub> \* 10 (wegen Tastkopf)



**Ergebnis Hochpass:**

(Erwartungswerte vgl. Vorbereitung)

Die gemessenen und rechnerischen Werte stimmen sowohl für das Abschwächungsverhältnis als auch für den Phasenwinkel – hier bis auf den systematischen Fehler der fehlenden Tastkopfkalibrierung - sehr gut überein, d.h. die Kurven liegen in den Diagrammen fast deckungsgleich.

$f \ll f_0$  : Der Hochpass filtert tiefe Frequenzen heraus,  $\Delta\phi$  liegt bei erwarteten ca.  $90^\circ$ .

$f \approx f_0$  : Nahe der Grenzfrequenz ( $R \approx 100\text{k}\Omega$ ) liegt die Dämpfung ungefähr bei  $1/\sqrt{2}$  und  $\Delta\phi$  bei ca.  $45^\circ$  ( $49^\circ$  abzgl. syst. Fehler)

$f \gg f_0$  : Oberhalb der Grenzfrequenz wird die Hochpassfunktion deutlich, ab ca.  $1\text{ M}\Omega$  ist die Dämpfung fast null und die Phasenverschiebung geht gegen  $0^\circ$ .

**1.2 Tiefpass**

Wie 1.1, jedoch Messung der Ausgangsspannung  $u_a$  an C und der Tastkopf wurde kalibriert.

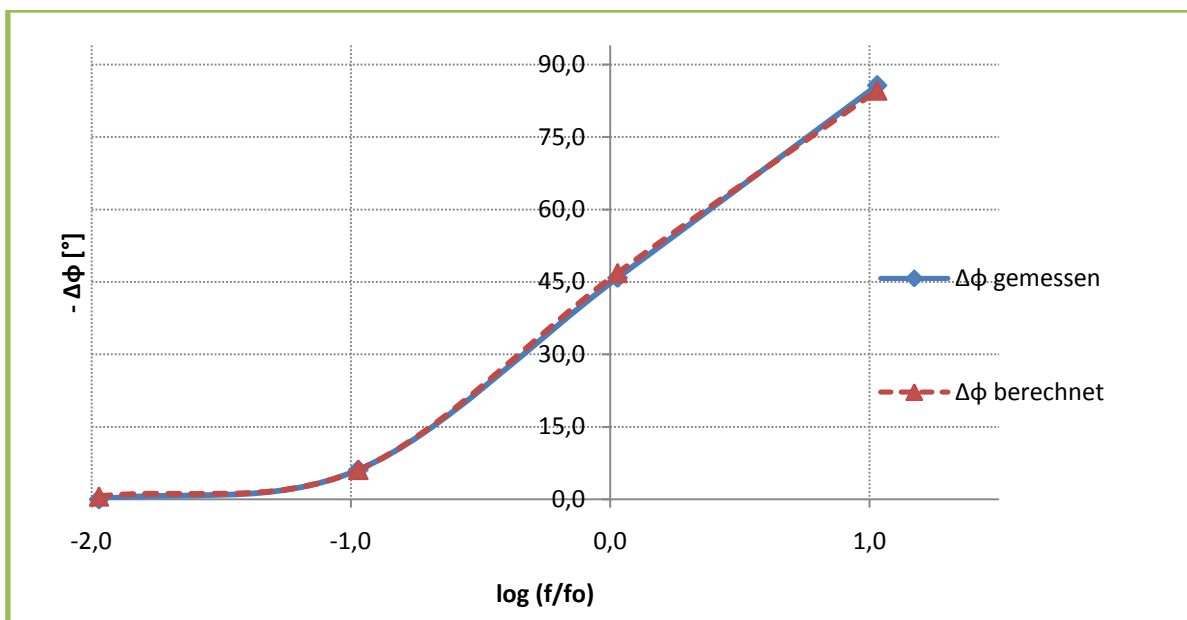
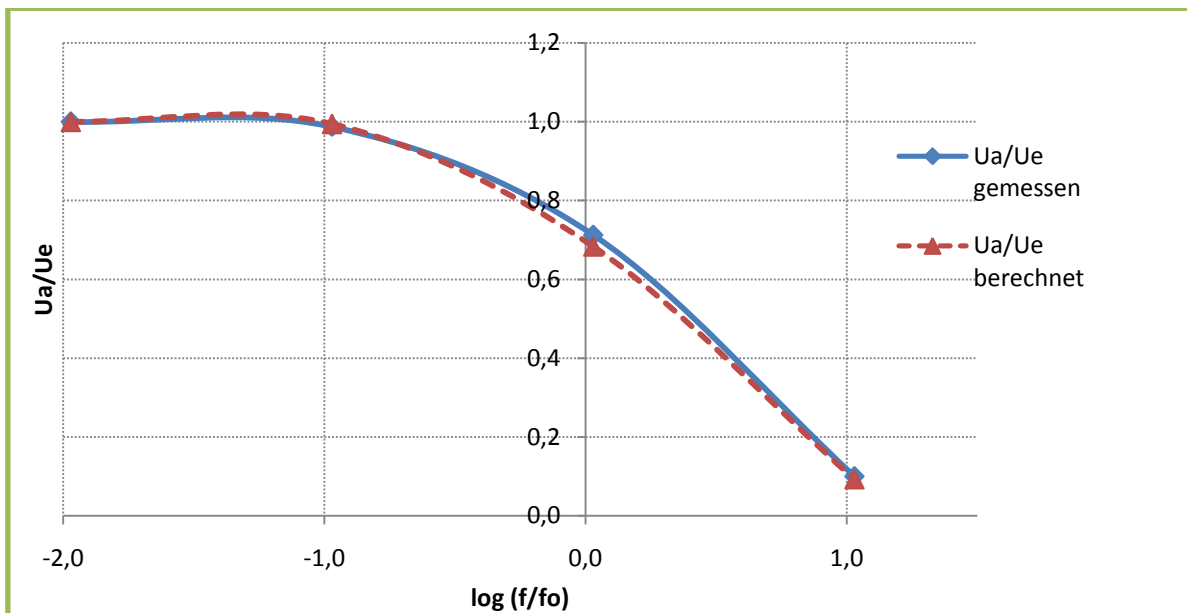
**Quantitative Auswertung des Übertragungsverhaltens des Tiefpasses:**

Das Abschwächungsverhältnis und die Phasenverschiebung wurden nach der Messung noch über folgende Formeln berechnet (zum Vergleich mit den Messwerten):

$$\frac{|u_a|}{|u_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} \quad \text{sowie} \quad \Delta\Phi = -\tan^{-1}\left(\frac{f}{f_0}\right) \quad \text{mit } f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

R [kΩ]	f <sub>0</sub> [kHz]	log (f/f <sub>0</sub> )	u <sub>a(mess)</sub> [V <sub>ss</sub> ]	u <sub>a(mess)</sub> /u <sub>e</sub>	u <sub>a(rechen)</sub> /u <sub>e</sub>	Δt <sub>(mess)</sub> [μs]	ΔΦ <sub>(mess)</sub> [°]	ΔΦ <sub>(rechen)</sub> [°]
1	159,2	-1,97	8,00	1,000	1,000	0	0,0	0,6
10	15,9	-0,97	7,90	0,988	0,994	10	6,1	6,1
100	1,6	0,03	5,70	0,713	0,683	75	45,9	46,9
1000	0,2	1,03	0,80	0,100	0,093	140	85,7	84,7

U<sub>a(mess)</sub> \* 10 (wegen Tastkopf)



### Ergebnis Tiefpass:

(Erwartungswerte vgl. Vorbereitung)

Die gemessenen und rechnerischen Werte stimmen sowohl für das Abschwächungsverhältnis als auch für den Phasenwinkel sehr gut überein (die Kurven liegen in den Diagrammen fast deckungsgleich).

$f \ll f_0$  : Unterhalb der Grenzfrequenz wird die Tiefpassfunktion deutlich, bereits bei ca. 10 kΩ geht das Signal fast ungedämpft durch und die Phasenverschiebung geht gegen 0°.

$f \approx f_0$  : Nahe der Grenzfrequenz ( $R \approx 100\text{k}\Omega$ ) liegt die Dämpfung bei ca.  $1/\sqrt{2}$  und  $\Delta\phi$  bei ca. - 45°. Die Werte von Hoch- und Tiefpass sind (nur) bei dieser Frequenz identisch.

$f \gg f_0$  : Der Tiefpass filtert hohe Frequenzen heraus,  $\Delta\phi$  geht gegen die erwarteten - 90°.

## 2 RC-Spannungsteiler mit Dreieck-/ Rechteckspannung

In dieser Aufgabe werden dieselben Vierpole benutzt wie in Aufgabe 1. Es wird eine Dreieck- bzw. Rechteckspannung angelegt.

### 2.1 Hochpass mit Dreieckspannung (Differenzierglied)

Bei dieser Schaltung spricht man von einem Differenzierglied, weil die Ausgangsspannung  $u_a$  der Ableitung der Eingangsspannung  $u_e$  entspricht.

Bedingung ist:  $f \ll f_0$  ( $f_0$  = Grenzfrequenz des Hochpasses).

Die Grenzfrequenz  $f_0$  kann man mit den folgenden Formel bestimmen:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

Die rechnerische Bestimmung von  $u_a$  erfolgt über die Gleichung:

$$u_a = R \cdot C \cdot \frac{du_e}{dt}$$

Durch Differentiation ergibt sich ( $u_{e,ss} = 8 \text{ V}$  – Spitze-Spitze):

$$u_a = 2 \cdot u_{e,ss} \cdot R \cdot C \cdot f$$

Folgende Ausgangsspannungen  $u_a$  haben wir gemessen:

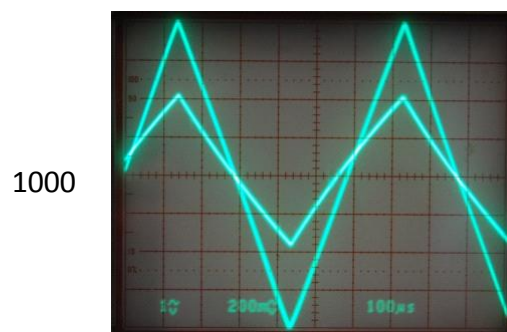
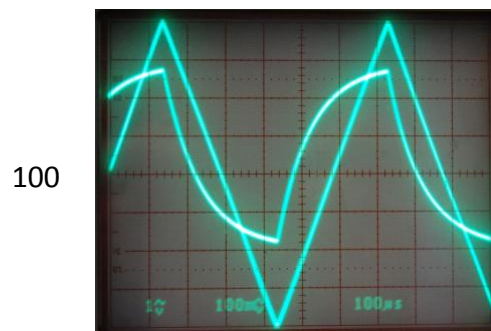
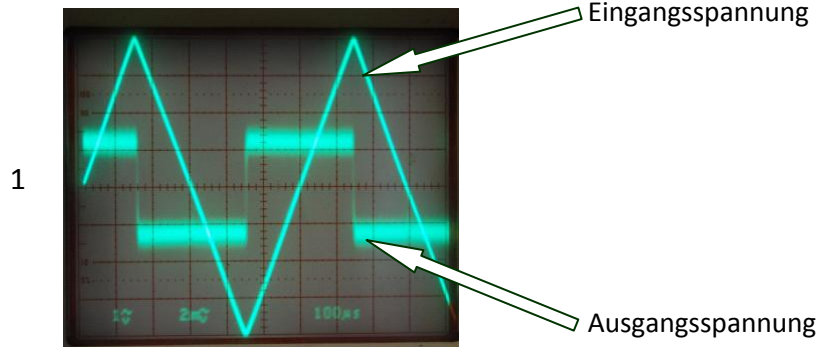
R [kΩ]	$u_{(mess)}/2$ [V <sub>0</sub> ]	$u_a$ [V <sub>ss</sub> ]	$u_{a(rech)}$ [V <sub>ss</sub> ]	$f_0$ [kHz]	
1	0,0025	0,025	0,0272	159,15	$f \ll f_0$
10	0,0250	0,250	0,2720	15,92	$f \ll f_0$
100	0,2200	2,200	2,7200	1,59	$f \approx f_0$
1000	0,4000	4,000	27,2000	0,16	$f > f_0$

Ergebnis: Für  $R = 1 \text{ k}\Omega$  und  $10 \text{ k}\Omega$  stimmt die gemessene Spannung mit der theoretischen Spannung überein. Bei  $R = 100 \text{ k}\Omega$  und  $R = 1 \text{ M}\Omega$  ist die Bedingung  $f \ll f_0$  nicht mehr erfüllt.

Dies sieht man auch an den Messkurven. Nur bei  $R = 1 \text{ k}\Omega$  und  $10 \text{ k}\Omega$  können wir von Rechtecksignalen sprechen:

Messkurven-Darstellung 2.1:

R [kΩ]





## 2.2 Tiefpass mit Rechteckspannung (Integrierglied)

Analog zu 2.1 spricht man bei dieser Schaltung von einem Integrierglied, weil die Ausgangsspannung  $u_a$  dem Integral der Eingangsspannung  $u_e$  entspricht.

Bedingung ist:  $f \gg f_0$  ( $f_0$  = Grenzfrequenz des Tiefpasses).

Die Grenzfrequenz  $f_0$  kann man mit den folgenden Formel bestimmen:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

Die rechnerische Bestimmung von  $u_a$  erfolgt über die Gleichung:

$$u_a = \frac{1}{R \cdot C} \cdot \int_0^{T/2} u_e \cdot dt$$

Durch Differentiation ergibt sich ( $u_{e,ss} = 8 \text{ V}$  – Spitze-Spitze):

$$u_a = \frac{u_{e,ss}}{4 \cdot R \cdot C \cdot f}$$

Folgende Ausgangsspannungen  $u_a$  haben wir gemessen:

R [kΩ]	$u_{a(mess)} / 2$ [V <sub>0,s</sub> ]	$u_a$ [V <sub>ss</sub> ]	$u_{a(rech)}$ [V <sub>ss</sub> ]	$f_0$ [kHz]	
1	0,8	8	1176,47	159154,94	$f \ll f_0$
10	0,78	7,8	117,65	15915,49	$f \ll f_0$
100	0,73	7,3	11,76	1591,55	$f \approx f_0$
1000	0,12	1,2	1,18	159,15	$f > f_0$

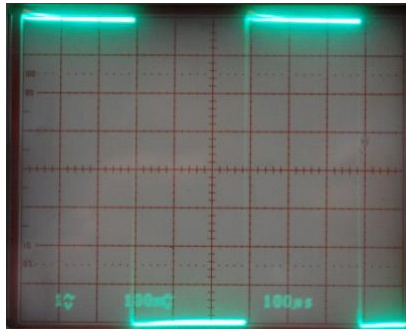
Ergebnis: Hier treten zwischen 1 kΩ und 100 kΩ unplausible Rechenergebnisse auf. Dies hängt damit zusammen, dass die Näherung des o.a. Integrals (siehe Vorbereitung) nicht mehr erfüllt ist.

Die Funktion des Integrierglieds ist nur ab 1 MΩ zu erkennen.

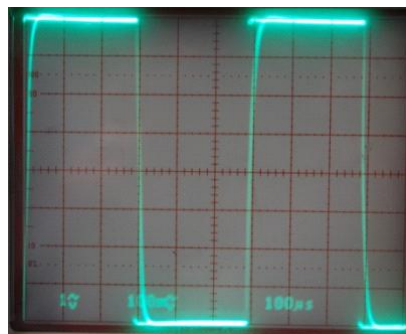
Messkurven-Darstellung 2.2:

R [kΩ]

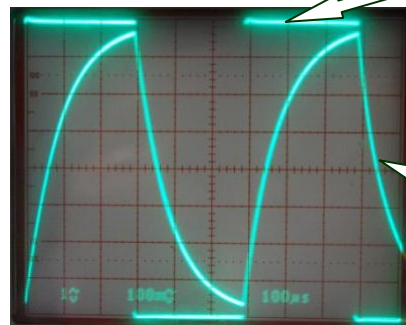
1



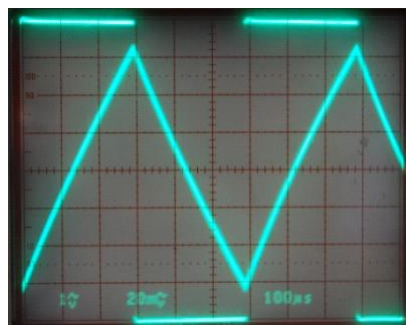
10



100



1000



Eingangsspannung

Ausgangsspannung

## 2.3 Andere Kombinationen

In dieser Ausgabe sollen andere R-C-Variationen untersucht werden.

Wir haben uns für folgende Konstellationen entschieden:

- Tiefpass mit Dreieckspannung
- Hochpass mit Rechteckspannung
- Hochpass mit Dreieckspannung, mit festem Widerstand und variabler Frequenz

### Tiefpass mit Dreieckspannung (Integrierglied)

Wir sehen bei  $1\text{ k}\Omega$  und  $10\text{ k}\Omega$  schöne Dreieckspannung am Ausgang mit keiner ( $1\text{ k}\Omega$ ) bzw. einer leichten ( $10\text{ k}\Omega$ ) Verschiebung (=Unschärfe). Bei  $1\text{ M}\Omega$  liefert das Oszilloskop eine aus Parabelästen zusammengesetzte Ausgangsspannung (Integral der Eingangsspannung).

### Hochpass mit Rechteckspannung (Differenzierglied)

Bei der Auswertung der Messkurven sieht man gut, wie bei  $1\text{ k}\Omega$  die Ausgangsspannung fast zu einer stark gedämpften Wechselfspannung mit großem Rauschen wird. Im Bereich um  $10\text{ k}\Omega$  =Ideale Differentiation, da große „Peaks“ am X-Achsenpunkt des Polaritätswechsels der Eingangsrechteckspannung (= quasi unendlich große Steigung) sehen. Bei  $1\text{ M}\Omega$  entspricht die Ausgangsspannung einer gedämpften Rechteckspannung, die Schaltung ist in diesem Bereich nicht mehr als Differenzierglied verwendbar.

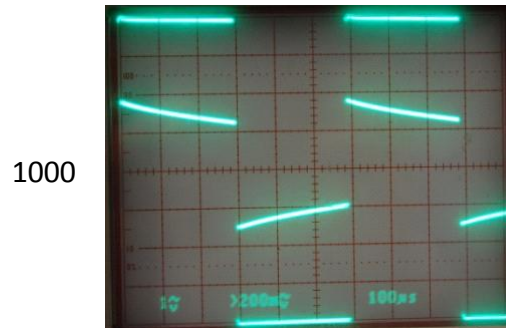
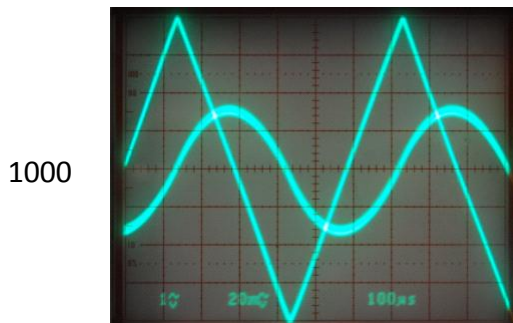
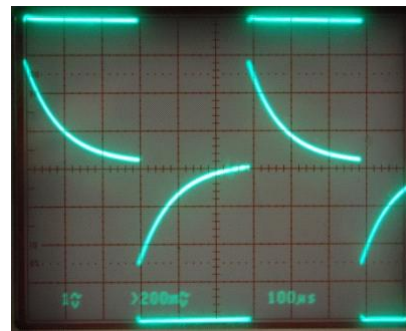
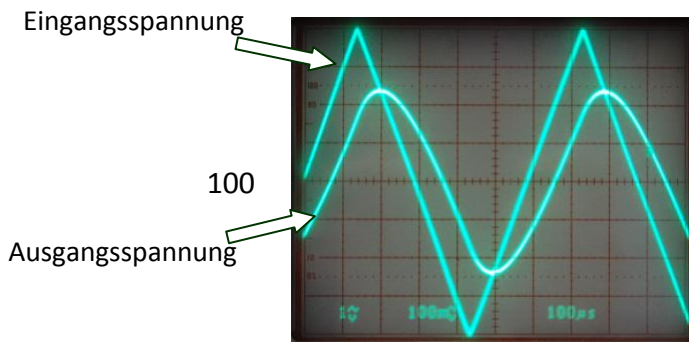
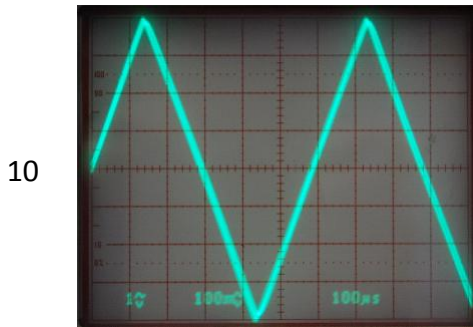
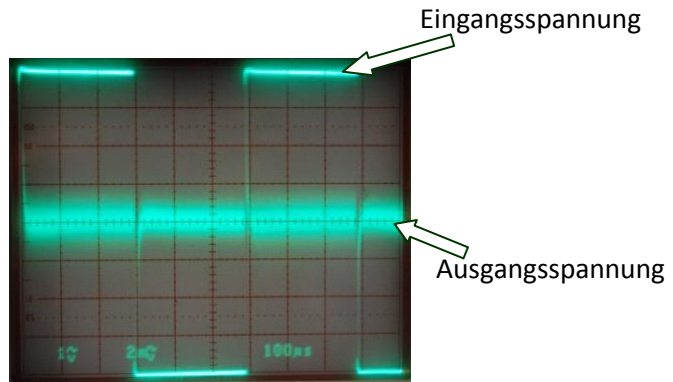
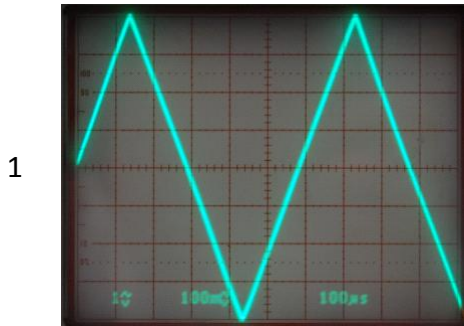
Messkurven 2.3

Tiefpass mit Dreieckspannung

Hochpass mit Rechteckspannung

R [kΩ]

R [kΩ]

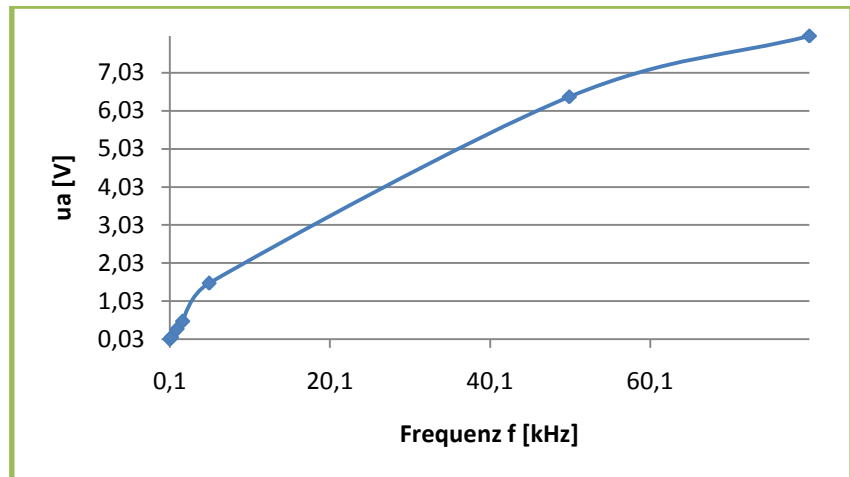


## Hochpass mit Dreiecksspannung und variabler Frequenz

In dieser Variation hielten wir  $R$  konstant ( $10\text{ k}\Omega$ ) und variierten die Frequenz.

Dabei erhielten wir folgende Messergebnisse:

f [kHz]	$u_a$ [V]
0,1	0,03
0,3	0,08
1	0,3
1,7	0,5
5	1,5
50	6,4
80	8



Ergebnisse:

Bei 5 kHz ist eine verzerrte Differentiation (abgerundete Flanke) zu sehen. Bei 50 kHz beginnt die ungefähre Darstellung einer Dreieckform, die sich bei 80 kHz optimiert.

### 3 Verkettung von mehreren Vierpolen

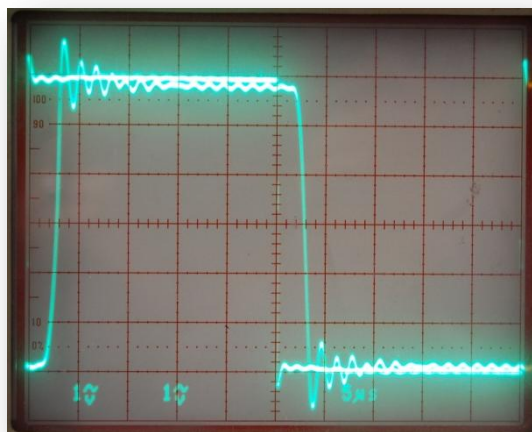
Diese Versuchsreihe wurde ohne Tastkopf durchgeführt. Es geht um Untersuchungen an einer „Drosselkette“ (Verkettung von mehreren Vierpolen). Es wurden 6 Vierpole in Reihe geschaltet (6-gliedrige Drosselkette,  $n = 6$ ).

#### 3.1 Charakteristischer Widerstand einer Drosselkette

Den charakteristischen Widerstand  $Z_0$  haben mit einer rechteckförmigen Wechselspannung ( $u_e \cong 6 \text{ V}$ ,  $f \cong 20 \text{ kHz}$ ) bestimmt. Ziel der Messung ist ein Rechtecksignal am Ausgang (kaum Reflexionen). D.h.  $Z_A = Z_0$ ! Wir lasen folgenden Wert ab:

$$Z_A = Z_0 = 220 \Omega (\pm 30 \Omega)$$

Messbild Versuch 3.1:



#### 3.2 Grenzfrequenz $f_0$ einer Drosselkette

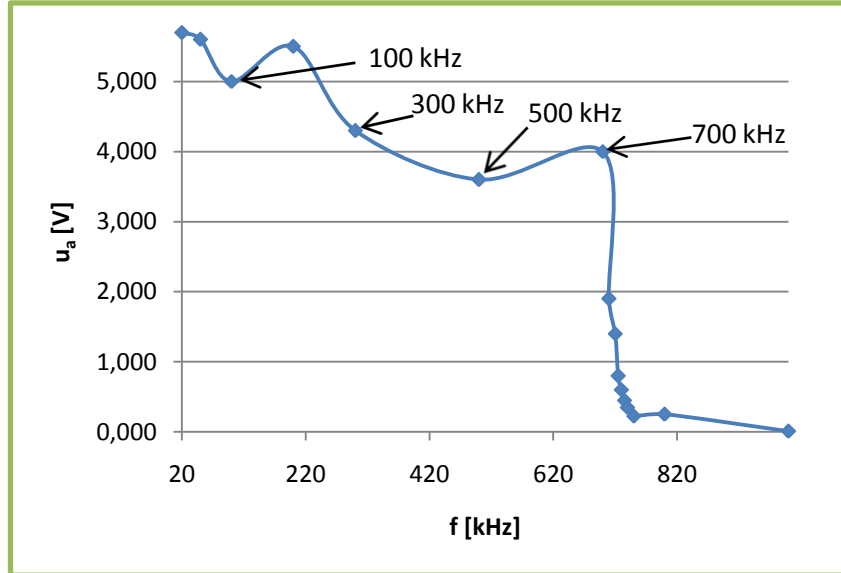
Wir haben eine sinusförmige Wechselspannung angelegt ( $f$  bis 1 MHz,  $u \sim 6 \text{ V}_{\text{SS}}$ ). Den Abschlusswiderstand regelten wir anfangs auf 220  $\Omega$ . Danach erhöhten wir die Frequenz und lasen die Ausgangsspannung ab.

Fehlerquellen: - Ungenauigkeit durch nicht genau einstellbaren  $Z_A (\pm 30 \Omega)$

- Rechtecksignalform nicht genau bestimmbar (bei 100 kHz)

Messergebnisse:

f [kHz]	U <sub>a</sub> [V]	Z <sub>A</sub> [Ω]
20	5,700	280
50	5,600	200
100	5,000	160
200	5,500	225
300	4,300	150
500	3,600	100
700	4,000	400
710	1,900	250
720	1,400	250
725	0,800	250
730	0,600	250
735	0,450	250
740	0,350	250
750	0,225	250
800	0,250	250
1000	0,010	250



Ergebnis: Die Grenzfrequenz  $f_0$  lesen wir bei  $\frac{u_a}{u_e} = \frac{1}{10} = 0,8$  V ab:

$$f_0 = 725 \text{ kHz.}$$

Bei 4 Messwerten haben sich Verzerrungen des Kurvenverlaufs ergeben. Wir begründen dies mit großen Abweichungen vom eingestellten (optisch optimalem)  $Z_A$  zu den rechnerisch korrekten  $Z_A$ .

Mit der Formel

$$Z_A = Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C \cdot \left(1 - \frac{f}{f_0}\right)^2}}$$

lässt sich der rechnerische Abschlusswiderstand (keine Reflexionen, daher  $Z_A = Z_0$ ) berechnen.

Dies haben wir für die o.g. 4 kritischen Werte getan (rechnerisches  $f_0 = 726$  kHz):

$$f = 100 \text{ kHz} \Rightarrow Z_A = 221 \Omega$$

$$f = 300 \text{ kHz} \Rightarrow Z_A = 240 \Omega$$

$$f = 500 \text{ kHz} \Rightarrow Z_A = 302 \Omega$$

$$f = 700 \text{ kHz} \Rightarrow Z_A = 826 \Omega$$

### 3.3 Induktivität und Kapazität einer Drosselkette

Die Induktivität bestimmten wir mit der Formel ( $Z_0 = 220 \Omega$  (aus 3.1),  $f_0 = 725 \text{ kHz}$  (aus 3.2)):

$$L = \frac{Z_0}{\pi \cdot f_0} = 96,6 \mu\text{H}$$

$$C = \frac{1}{Z_0 \cdot \pi \cdot f_0} = 2 \text{ nF}$$

Die berechneten Werte stimmen sehr genau mit den angegebenen Werten ( $L = 96 \mu\text{H}$  und  $C = 2 \text{ nF}$ ) überein.

### 3.4 Phasenverschiebung

In diesem Versuch haben wir die Phasenverschiebung untersucht. Bei der sinusförmigen Wechselspannung ( $u_e \sim 6 V_{ss}$ ) haben wir die Frequenz verändert und dann die zeitliche Verschiebung  $\tau$  abgelesen. Die Messreihen haben wir für die gesamte Drosselkette als auch für ein einzelnes  $\pi$ -Glied.

Bei den Frequenzen  $f = 500 \text{ kHz}$  und  $f = 600 \text{ kHz}$  haben wir eine Periodendauer  $T$  und bei  $f = 650 \text{ kHz}$  und  $f = 690 \text{ kHz}$  zwei Periodendauern  $T$  zu dem abgelesenen  $\Delta t_6$  hinzuaddiert.

Über die Beziehungen

$$\Delta\varphi_6 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta t_6$$

und

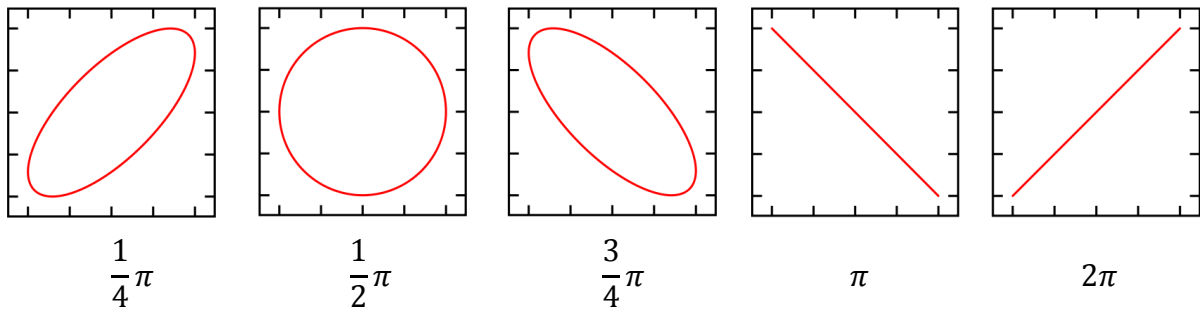
$$\Delta\varphi_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta t_1$$

haben wir das Verhältnis  $\Delta t_6/\Delta t_1$  und damit auch das Verhältnis  $\Delta\varphi_6/\Delta\varphi_1$  ermittelt.

Die Phasenverschiebungen von  $\pi$  bis  $6\pi$  haben wir durch Einstellen der sog. Lissajous-Figuren ermittelt (Oszilloskop in x-y-Betrieb). Sie treten immer bei einer Winkelhalbierenden auf (siehe Grafik unten).



Darstellung der Lissajous-Figuren (bei identischen Spannungs-Amplituden):



Messergebnisse:

f [kHz]	T [μs]	Kette		π-Glied		Δt <sub>6</sub> (korr)/ Δt <sub>1</sub>	Z <sub>A</sub> 6*π [Ω]	Z <sub>A</sub> 1*π [Ω]	Δφ <sub>6</sub> (korr) [rad]	Δφ <sub>1</sub> [rad]	Δφ <sub>6,theo</sub> [rad]	Δφ <sub>1,theo</sub> [rad]
		Δt <sub>6</sub> [μs]	Δt <sub>6</sub> (korr)	Δt <sub>1</sub> [μs]	Δt <sub>6</sub> (korr)/ Δt <sub>1</sub>							
10	100,0	2,50	2,5	0,0	-	5,5	200	250	0,16	0,00	0,17	0,03
100	10,0	2,70	2,7	0,5	5,4		200	200	1,70	0,31	1,66	0,28
300	3,3	0,60	0,6	0,5	1,3		200	200	1,13	0,85	5,11	0,85
500	2,0	0,82	2,8	0,5	6,3		220	220	8,86	1,41	9,11	1,52
600	1,7	0,30	2,0	0,5	4,4		220	220	7,41	1,70	11,66	1,94
650	1,5	0,22	3,3	0,4	7,7		220	220	13,46	1,76	13,29	2,22
690	1,4	0,54	3,4	0,4	7,8		220	220	14,91	1,91	15,03	2,51

Ergebnis: Der ermittelte Wert von 5,5 hat nur eine Abweichung von 8% gegenüber dem Wert 6,0. Damit bestätigt das Messergebnis die These, dass sich bei einer 6-gliedrigen Vierpolkette die Phasenverschiebung um den Faktor 6 erhöht.

Die theoretische Phasenverschiebung Δφ<sub>theo</sub> lässt sich durch

$$\varphi = n \cdot 2 \cdot \arcsin\left(\frac{f}{f_0}\right)$$

berechnen (n = 1,2,3,4,5).

Im zweiten Teil des Versuches haben wir bewiesen, dass bei einem n-gliedrigen Vierpol die Phasenverschiebung sich um etwa n-fach erhöht. Weiterhin haben wir die Grenzfrequenz f<sub>0</sub> nochmals über die Formel

$$f_0 = f \cdot \frac{1}{\sin\left(\frac{n \cdot \pi}{12}\right)}$$

ermittelt.

Messergebnisse:

$n \cdot \pi$	f [kHz]	$f_0$ [kHz]	$\bar{f}_0$ [kHz]
1	186	718,65	726,48
2	364	728,00	
3	521	736,81	
4	629	726,31	
5	698	722,62	

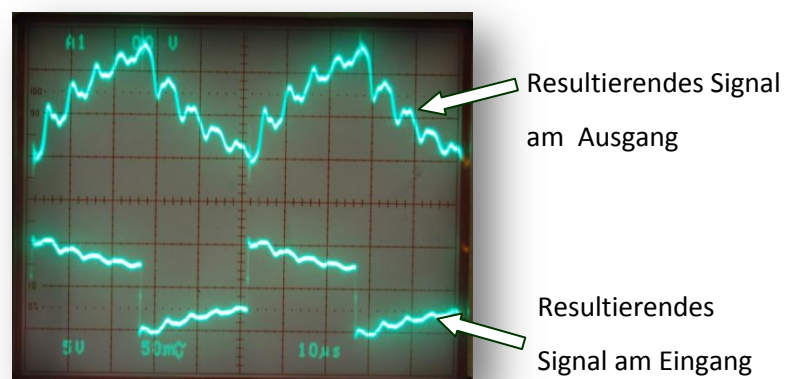
Die ermittelte Grenzfrequenz entspricht fast genau dem rechnerischen Wert.

### 3.5 Reflexionen bei verketteten Vierpolen

In diesem Versuch haben wir Reflexionen am Kettenende durch  $Z_A = 0$  erzwungen. Am Kettenanfang sollten keine Reflexionen auftreten. Hierzu haben wir dort die Brücke durch einen  $220 \Omega$ -Steckwiderstand ersetzt (in Reihe zwischen Generator und Kettenanfang). Als Wechselspannung stellten wir eine Rechteckspannung mit  $f = 20 \text{ kHz}$  und  $u_e \sim 6 V_{ss}$  ein.

Erwartetes Messergebnis: Die Reflexionen treten mit völliger Polaritätsumkehr am Kettenende auf. D.h. die vor- und zurücklaufenden Wellen müssten sich größtenteils auslöschen.

Messergebnisse:



Leider erhielten wir auch am Kettenanfang Reflexionen mit einer Dämpfung.

So konnten wir keine vollständige Auslöschung feststellen. Grund ist die Dämpfung und die aufgetretene Phasenverschiebung (Phasensprung (Kurzschluss)+Laufzeit des Signals in der Kette).

## 4 Homogene Leitung (Koaxialkabel)

### 4.1 Charakteristischer Widerstand $Z_0$

Der Wert des Abschlusswiderstands  $Z_A$  wurde auf die charakteristische Impedanz des Koax-Kabels eingestellt, so dass möglichst wenig Reflexionen am Kabelende entstanden und das eingespeiste Rechtecksignal möglichst unverfälscht erhalten blieb.

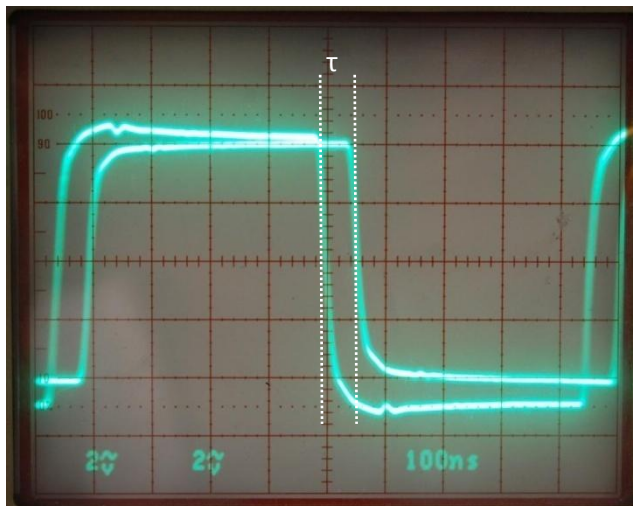
$$U_e = 6 \text{ V}_{SS}, f = 1,1 \text{ MHz}$$

$$Z_A = Z_0 = 54 \Omega$$

### 4.2 Verzögerungszeit $\tau'$ (Variante 1)

Hier wurden das Eingangs- und Ausgangssignal miteinander verglichen und die Verzögerungszeit direkt über das Oszilloskop (Betriebsart „Alternating“ aufgrund der hohen Frequenzen) ermittelt.

Anm.: Die Abb. zeigt zur besseren Übersicht eine komplette Periodendauer, zum besseren Ausmessen der Verzögerungszeit wurde der Messbereich aber erweitert.



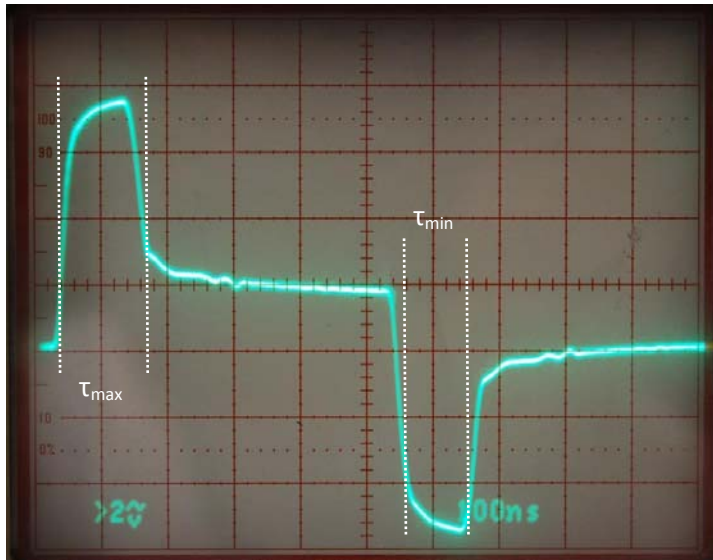
$$\tau = 53 \text{ ns}$$

$$\tau' = \tau/l = 53 \text{ ns}/10\text{m}$$

$$\tau' = 5,3 \text{ ns/m}$$

### 4.3 Verzögerungszeit $\tau'$ (Variante 2)

Die Überlagerung des Generatorsignals (Rechteck) und des am offenen Kabelende reflektierten Signals wird mit dem Oszilloskop am Kabelanfang gemessen und die Verzögerungskonstante  $\tau$  entsprechend der Abb. bestimmt (Mittelwert aus  $\tau_{\min}$  und  $\tau_{\max}$ ).



$$\tau_{\max} = 130 \text{ ns}$$

$$\tau_{\min} = 100 \text{ ns}$$

$$\tau' = \tau_{\text{mittel}}/2 \cdot l = 115 \text{ ns}/20 \text{ m}$$

$$\tau' = 5,75 \text{ ns/m}$$

#### 4.4 Relative Dielektrizitätskonstante $\epsilon_r$

Berechnung der relativen Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  erfolgt über verschiedene Methoden:

- Aus der Kabelgeometrie:

$$\epsilon_{r1}(C_l, r_a, r_i) = \frac{C_l}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot l} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) = \frac{925 \text{ pF}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \cdot 10 \text{ m}} \cdot \ln\left(\frac{1,75 \text{ mm}}{0,5 \text{ mm}}\right) = 2,08$$

- Unter Verwendung der Messergebnisse für  $Z_0$  aus 4.1:

$$\epsilon_{r2}(Z_0, r_a, r_i) = \frac{\mu_r \mu_0}{Z_0^2 \cdot 4\pi^2 \epsilon_0} \cdot \left(\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)\right)^2 = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}}{(54\Omega)^2 4\pi^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}} \cdot \left(\ln\left(\frac{1,75 \text{ mm}}{0,5 \text{ mm}}\right)\right)^2 = 1,93$$

- Unter Verwendung der Messergebnisse für  $\tau'$  aus 4.2:

$$\epsilon_{r3}(\tau') = \frac{c^2 \cdot \tau'^2}{\mu_r} = \frac{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 \cdot (5,3 \text{ ns/m})^2}{1} = 2,53$$

#### Fazit:

Die Ergebnisse liegen um das rein rechnerische Ergebnis aus der Kabelgeometrie.

Das über  $\tau'$  berechnete Ergebnis ist etwas zu hoch, was an der hohen Messunsicherheit bei der Bestimmung von  $\tau'$  liegen kann.