



SS/WS 20.10./11.

Praktikum: (P1/P2) (Mo/Di/Mi/Do) Gruppe-Nr: 18...

Name: Winkel Vorname: Montz

Name: Winkel Vorname: Patrick

Versuch: Vierpol und Leitungen (mit/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: Tobias Hoese Durchgeführt am: 14.12.10

Abgabe am: 11.01.11

Rückgabe am: Begründung:

2. Abgabe am:

Ergebnis: (+/0/-) Fehlerrechnung: ja/nein

Datum: 11.01.11 Handzeichen: Hoese

Bemerkungen: Die Korrekturen in 3.4 sind zwar etwas unklar, der Rest ist aber sehr schön!



Versuche P1-53,54,55:

Vierpole und Leitungen

Raum F1-17

Bei diesem Versuch geht es um die Übertragungseigenschaften von Vierpolen, Vierpolketten und Kabeln. Die in der Praxis häufig vorkommenden R-C-Spannungsteiler (Differenzier- und Integrierglied bzw. Hoch- und Tiefpaß) werden untersucht, ebenso das L-C-Glied und eine Kette aus solchen Gliedern (Drosselkette). Anhand der Drosselkette werden Eigenschaften von Übertragungsleitungen diskutiert und ermittelt. Schließlich wird als Grenzfall der Drosselkette mit einem Koaxialkabel experimentiert. Bei den Experimenten spielt die Verwendung eines Oszilloskops eine gewichtige Rolle.

Aufgaben:

1. Bei dieser Aufgabe werden einfache passive lineare Vierpole, nämlich **R-C-Spannungsteiler**, bezüglich des **Abschwächungsverhältnisses** (unter diesem Aspekt heißen sie 'Hochpaß' bzw. 'Tiefpaß') und der **Phasenverschiebung** (unter diesem Aspekt heißen sie 'Phasenschieber') zwischen Ausgangs- und Eingangsspannung untersucht.

1.1 Legen Sie sinusförmige Wechselspannung ($f \cong 1,7\text{kHz}$; $u_e \cong 8V_{ss}$) an die Reihenschaltung von C ($\approx 1\text{nF}$) und R ($\approx 1 / 10 / 100 / 1000\text{ k}\Omega$) und beobachten Sie als Ausgangsspannung u_a die Spannung an R oszilloskopisch: **'Hochpaß'**. Der Index „ $_{ss}$ “ bei der Spannungsangabe V_{ss} bedeutet, daß der zwischen Maximum und Minimum der Wechselspannung gemessene und am Oszilloskop besonders gut ablesbare Spitze-Spitze-Wert gemeint ist. Er beträgt das $2\sqrt{2}$ -fache der üblicherweise angegebenen Effektivspannung. Am Zweikanaloszilloskop wird gleichzeitig die Eingangsspannung u_e dargestellt. Verwenden Sie am Oszilloskopeingang für u_a den Tastkopf. (Warum?). Messen Sie sowohl den Betrag von u_a als auch die zeitliche Verschiebung Δt zwischen Ausgangs- und Eingangsspannung, und rechnen Sie um in das Abschwächungsverhältnis u_a/u_e und die Phasenverschiebung $\Delta\phi$ in Winkelgrad. Stellen Sie sowohl u_a/u_e als auch $\Delta\phi$ über $\log(f/f_0)$ mit $f_0 = 1 / 2\pi RC$ dar, und tragen Sie jeweils den berechneten Verlauf dazu ein.

1.2 Wie 1.1, jedoch wird jetzt als Ausgangsspannung u_a die Spannung an C beobachtet: **'Tiefpaß'**.

2. Dieselben Vierpole wie bei Aufgabe 1 werden benutzt, aber statt sinusförmiger Wechselspannung wird jetzt Dreieck- bzw. Rechteckwechselspannung angelegt. Bei geeigneter Dimensionierung spricht man von **'Differenzier- bzw. Integriergliedern'**.

2.1 Legen Sie **dreieckförmige** Wechselspannung ($f \cong 1,7\text{kHz}$; $u_e \cong 8V_{ss}$) an die Reihenschaltung von C ($\approx 1\text{nF}$) und R (wie bei 1.1) und beobachten Sie als Ausgangsspannung u_a die Spannung an R oszilloskopisch: **'Differenzierglied'**, falls $f/f_0 \ll 1$. Am Zweikanaloszilloskop wird gleichzeitig die Eingangsspannung u_e dargestellt. Verwenden Sie am Oszilloskopeingang für u_a den Tastkopf. Vergleichen Sie die Meßergebnisse mit Rechenergebnissen.

2.2 Wie 2.1, jedoch wird jetzt als Ausgangsspannung u_a die Spannung an C beobachtet: **'Integrierglied'**, falls $f/f_0 \gg 1$. Statt dreieckförmiger ist hier **rechteckförmige** Wechselspannung zweckmäßig.

2.3 Es ist interessant, außer den in den Aufgaben verlangten R-C-Kombinationen weitere zu verwenden oder etwa das Differenzierglied mit Rechteck- und das Integrierglied mit Dreieckspannung zu betreiben oder bei festem R und C die Frequenz der angelegten Spannung über weite Bereiche zu variieren. Machen Sie solche Untersuchungen.

3. Hier geht es um längssymmetrische **Vierpole** aus (idealisiert) reinen Blindwiderständen und ihre **Übertragungseigenschaften** (Betrag und Phase von u_a/u_e) sowie um die Wirkung der Verkettung mehrerer gleicher Vierpole. Dabei wird die **'Drosselkette'** untersucht, die einerseits als 'Impulsverzögerer' sowie als 'Tiefpaß mit steiler Flanke' praktische Bedeutung hat und andererseits das Funktionieren eines Kabels (Aufgabe 4) leichter verständlich macht.

3.1 Bestimmen Sie den **charakteristischen Widerstand** $Z_0(f \ll f_0)$ einer Drosselkette bei relativ geringer Frequenz. Legen Sie dazu an die sechsgliedrige Kette rechteckförmige Wechselspannung ($f \cong 20\text{kHz}$; $u_e \cong 6V_{ss}$) und beobachten Sie oszilloskopisch das Eingangssignal. Schalten Sie den

regelbaren Lastwiderstand Z_A ('Abschlußwiderstand') der Kette ein, und stellen Sie ihn so ein, daß die beobachtete Spannung das im wesentlichen unverfälschte Rechteck ist, das möglichst wenig durch **Reflexionen** vom Kettenende beeinträchtigt wird.

3.2 Bestimmen Sie die **Grenzfrequenz f_0** der Drosselkette. Legen Sie dazu an die 6-gliedrige Kette sinusförmige Wechselspannung (f bis 1MHz; $u \sim 6V_{SS}$). Stellen Sie den Lastwiderstand anfangs auf $Z_0(f \ll f_0)$ ein. Beobachten Sie zunächst die Eingangsspannung an der Kette, und überzeugen Sie sich davon, daß der Generator eine nahezu frequenzunabhängige Spannung liefert. Beobachten Sie dann die Ausgangsspannung der Kette beim Erhöhen der Frequenz. Dabei muß der Lastwiderstand Z_A entsprechend der theoretischen Frequenzabhängigkeit von Z_0 (f/f_0) nachgeregelt werden, um Reflexionen zu vermeiden. Suchen Sie jenen Frequenzbereich, in dem sich u_a stark mit f ändert, und lesen Sie die Grenzfrequenz f_0 von der Generatorskala ab (etwa an der Stelle $u_a/u_e = 1/10$).

3.3 Berechnen Sie aus Z_0 ($f \ll f_0$) und f_0 die **Kapazität $C/2 + C/2$** und die **Induktivität L** jedes Kettengliedes. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den angegebenen Daten der Bauelemente.

3.4 Untersuchen Sie mit Hilfe des Zweikanaloszilloskops die **Phasenverschiebung** zwischen Ausgangs- und Eingangssignal in Abhängigkeit von der Frequenz (Sinusförmige Wechselspannung; $f \sim 10 / 100 / 300 / 500 / 600 / 650 / 690$ kHz) sowohl für das einzelne π -Glied als auch für die 6-gliedrige Kette. Sorgen Sie jeweils für reflexionsfreien Abschluß der Kette. Rechnen Sie aus der am Oszilloskop abgelesenen zeitlichen Verschiebung um auf die Verschiebung im Bogenmaß. Überzeugen Sie sich davon, daß bei der Grenzfrequenz die Phasenverschiebung über einen Vierpol gerade gleich π ist, und davon, daß bei einer n -gliedrigen Kette von Vierpolen gegenüber dem einzelnen Vierpol die Phasenverschiebung etwa n -facht wird. Sie können durch geschickte Benutzung des Zweikanaloszilloskops recht genau jene Frequenzen einstellen, die bei der 6-gliedrigen Kette Phasenverschiebungen von π , 2π , 3π , 4π und 5π ergeben. Ermitteln Sie aus diesen fünf Frequenzen nochmals die Grenzfrequenz f_0 .

3.5 Erzwingen Sie Reflexionen vom Kettenende ($Z_A = 0$), vermeiden Sie weitgehend Reflexionen am Kettenanfang (200 Ω -Steckwiderstand anstelle des Kurzschlußsteckers zwischen Generator und Kettenanfang einfügen) und verwenden Sie rechteckförmige Wechselspannung (ca. 20kHz). Welche **Signalform** erwarten Sie am Kettenanfang? Vergleichen Sie Vorhersage und Beobachtung.

4. Die Vierpolkette aus einzelnen Gliedern wird jetzt ersetzt durch eine **homogene Leitung**, nämlich ein übliches **Koaxialkabel**, wie es z.B. zur Impulsübertragung verwendet wird. Einige der Messungen an der Vierpolkette werden an dem Kabel in entsprechender Weise ausgeführt, um die Verwandtschaft zu erkennen.

4.1 Bestimmen Sie den **charakteristischen Widerstand Z_0** des Kabels, der wegen der sehr geringen Verluste als praktisch frequenzunabhängig angenommen werden darf. Wie 3.1, jedoch Kabel statt Vierpolkette und rechteckförmige Wechselspannung mit $f \sim 1.1$ MHz.

4.2 Bestimmen Sie die **Verzögerungszeit τ'** pro Längeneinheit des Kabels durch gleichzeitige Beobachtung von Eingangs- und Ausgangs-Rechteckspannung am Oszilloskop. (Oszilloskop-Betriebsart 'alternating'; Zeitachsendehnung maximal.)

4.3 Bestimmen Sie die Verzögerungszeit τ' pro Längeneinheit des Kabels in einer zu Aufgabe 3.5 analogen Weise: $Z_A = 0$ einstellen und die **Überlagerung von Generatorsignal (1MHz) und reflektiertem Signal** am Kabeingang beobachten.

4.4 Vergleichen Sie die aus verschiedenen Messungen und aus geometrischen Kabeldaten gewonnenen Ergebnisse für die relative **Dielektrizitätskonstante**, $\epsilon\{C_\ell, r_i, r_a\}$; $\epsilon\{\tau'\}$; $\epsilon\{Z_0(f \ll f_0), r_i, r_a\}$.

Zubehör:

Funktionsgenerator: GW-Instek SFG-2104, für Sinus-, Rechteck- und Dreiecksspannungen (0,1 Hz bis 4 MHz)

Oszilloskop: z.B. Tektronix 2465 oder Hameg 205-2 ($R_e \approx 1 \text{ M}\Omega$; $C_e \approx 47 \text{ pF}$; $R_e(\text{Tastkopf}) \approx 10 \text{ M}\Omega$)

Steckkästchen mit Bananenbuchsen für RC-Glieder

Steckelemente 220Ω ; sowie 1; 10; 100; $1000 \text{ k}\Omega \pm 2\%$ und 1; 10; 100; $1000 \text{ nF} \pm 2\%$

Drosselkette aus $\{1+5\}$ π -Gliedern ($C/2 = 1 \text{ nF}$; $L = 96 \text{ }\mu\text{H}$; $C/2 = 1 \text{ nF}$) mit vorschaltbarem Serienwiderstand (200Ω) und mit abschaltbarem einstellbarem Lastwiderstand (bis 500Ω)

Koaxial-Kabel (Typ RG174/U; $\ell = 10,0 \text{ m}$; $C_\ell = 925 \text{ pF}$; $r_i = 0,5 \text{ mm}$; $r_a = 1,75 \text{ mm}$) mit abschaltbarem einstellbarem Lastwiderstand (max. 100Ω)

Verbindungskabel (Koaxialkabel mit BNC-Steckern und Laborleitungen mit Bananensteckern)

Übergangsstücke (Koaxial \rightarrow Banane, Banane \rightarrow Koaxial).

Literatur

zu Drosselkette und Kabel:

Bergmann, Schaefer: *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Bd. 2.: 9.Aufl., de Gruyter, 2006

Demtröder: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*, 4. Aufl. Springer, 2006

Vilbig: *Lehrbuch der HF-Technik* (1960): Bd.1, Kap. 2 und 3

Crawford: *Berkeley-Physik-Kurs 3* (Schwingungen und Wellen)

Meyers Physik-Lexikon: 'Leitung'

Jüngst: *Vorbereitungshilfe zu 'Vierpole und Leitungen'*

zu R-C-Gliedern:

Ch. Weddigen, W. Jüngst: *Elektronik; Eine Einführung für Naturwissenschaftler und Ingenieure...*, 2. Aufl. Springer 1993

Surina, Klasche: *Angew. Impulstechnik*, Par.3

Speiser: *Impulsschaltungen* (1967), 3.1 bis 3.4

Tietze, Schenk: *Halbleiterschaltungstechnik*

Versuchsvorbereitung 'Vierpole und Leitungen'

Moritz Winkler (1495052)

11.12.2010

Inhaltsverzeichnis

1	Abschwächungsverhältnis und Phasenverschiebung von RC-Spannungsteilern	2
1.1	Hochpassfilter	2
1.2	Tiefpassfilter	2
2	Vierpole bei Rechteck- und Dreieckspannung	3
2.1	Analog-Differenzierer	3
2.2	Analog-Integrierer	3
2.3	Andere Spannungsarten	3
3	Drosselkette	3
3.1	Charakteristischer Widerstand	4
3.2	Bestimmung der Grenzfrequenz	4
4	Bestimmung der Kapazität und Induktivität	4
4.1	Phasenverschiebung	5
4.2	Reflexion am Kettenende	5
5	Koaxialkabel	5
5.1	charakteristischer Widerstand	5
5.2	Verzögerungszeit	5
5.3	Überlagerung von Generatorsignal und reflektiertem Signal	6
5.4	Dielektrizitätskonstante	6

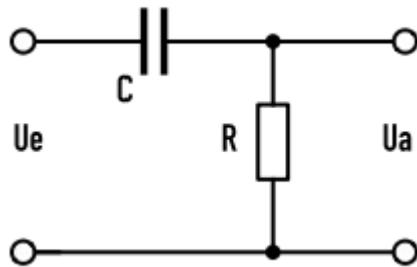
Allgemeines

Als Vierpol bezeichnet man ein elektrisches Bauteil mit zwei Eingängen und zwei Ausgängen. In diesem Versuch wird genauer auf einen RC-Spannungsteiler, ein LC-Glied und eine Drosselkette eingegangen.

1 Abschwächungsverhältnis und Phasenverschiebung von RC-Spannungsteilern

1.1 Hochpassfilter

Ein Hochpass wird benutzt, um niedrige Wechselspannungsfrequenzen herauszufiltern. Hohe Frequenzen können fast ungehindert passieren.



Mit der Kirchhoffschen Regel gilt für die Ausgangsspannung:

$$u_a = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} \cdot u_e$$

Erweitert man diesen Ausdruck mit der komplex Konjugierten erhält man:

$$|u_a| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cdot |u_e|$$
$$\Rightarrow \frac{|u_a|}{|u_e|} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2\pi f RC}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f_0}{f}\right)^2 + 1}}$$

Wobei im letzten Schritt $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ gesetzt wurde.

Die Phasenverschiebung ist

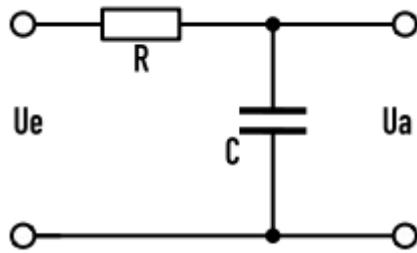
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi$$

$$\Delta\varphi = \arctan\left(\frac{1}{R\omega C}\right)$$

Es sollen sowohl $\frac{u_a}{u_e}$ als auch $\Delta\varphi$ über $\ln\left(\frac{f}{f_0}\right)$ aufgetragen werden.

1.2 Tiefpassfilter

Nun tauscht man die Positionen von R und C und erhält damit einen Tiefpassfilter, der hohe Frequenzen herausfiltert. Dabei sollen alle Messungen von AUFGABE 1.1 wiederholt werden.



2 Vierpole bei Rechteck- und Dreieckspannung

2.1 Analog-Differenzierer

Nun wird an den Hochpass eine dreiecksförmige Wechselfspannung angelegt. Falls $\frac{f}{f_0} \ll 1$ gilt, so spricht man von einem Differenzierglied oder Analog-Differenzierer, da gilt:

$$u_a = R \frac{dQ}{dt} \approx RC \frac{du_e}{dt}$$

Wird der Kondensatorstrom zu groß, gilt diese Näherung nicht mehr. Aus der Dreieckspannung sollte also die Ableitung, eine Rechteckspannung, als u_a zu sehen sein.

2.2 Analog-Integrierer

Wenn man an den Tiefpass eine Rechteckspannung anlegt, so ergibt sich für $\frac{f}{f_0} \ll 1$:

$$u_a = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I \cdot dt = \frac{1}{RC} \int (u_e - u_a) dt$$

Man erwartet also eine Dreieckspannung als Ausgangsspannung.

2.3 Andere Spannungsarten

Nun soll mit den verschiedenen Spannungsarten experimentiert werden, indem zB in AUFGABE 2.1 eine Rechteckspannung statt einer Dreieckspannung angelegt wird etc.

3 Drosselkette

Eine Drosselkette ist eine Hintereinanderschaltung von vielen LC-Vierpolen.

3.1 Charakteristischer Widerstand

Es soll der charakteristische Widerstand Z_0 einer sechsgliedrigen Kette bestimmt werden ($f \ll f_0$). Eine Rechteckspannung mit niedriger Frequenz wird angelegt und das Eingangssignal am Oszilloskop beobachtet. Dabei wird der Lastwiderstand Z_A so eingestellt, dass er die Rechteckspannung nur wenig verfälscht. Dann ist $Z_0 \approx Z_A$. Für Z_0 gilt:

$$Z_0 = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Wobei $\omega_0 = 2\frac{1}{\sqrt{LC}}$
Für $\omega \ll \omega_0$ gilt:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

3.2 Bestimmung der Grenzfrequenz

An die Drosselkette wird eine Sinusspannung angelegt und der Lastwiderstand auf Z_0 eingestellt. Man überzeugt sich nun, dass der Generator eine frequenzunabhängige Spannung liefert, indem man die Eingangsspannung beobachtet. Wenn dies der Fall ist, wird die Frequenz erhöht und die Ausgangsspannung beobachtet. Der Lastwiderstand muss dabei nachgeregelt werden. f_0 sollte in einem Bereich liegen, in dem sich die Ausgangsspannung stark frequenzabhängig ist. Die Grenzfrequenz gilt als gefunden, wenn gilt:

$$\frac{|u_a|}{|u_e|} = 0,1$$

4 Bestimmung der Kapazität und Induktivität

Nun soll die Kapazität und die Induktivität berechnet und mit den angegebenen Werten verglichen werden. Da gilt:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

und

$$f_0 = \frac{1}{\pi}$$

erhält man:

$$C = \frac{1}{\pi Z_0 f_0}$$

$$L = \frac{Z_0}{\pi f_0}$$

4.1 Phasenverschiebung

Nun soll mit Hilfe eines Oszilloskops die Phasenverschiebung zwischen Eingangssignal und Ausgangssignal in Abhängigkeit der Frequenz untersucht werden. Dies soll sowohl für ein einzelnes π -Glieder als auch für die gesamte sechsgliedrige Kette getan werden. Dabei muss der Lastwiderstand entsprechend geregelt werden. Dabei wird natürlich erwartet, dass für ein einzelnes Glied eine Phasenverschiebung von π entsteht, während für n Glieder eine Verschiebung von $n \cdot \pi$ erreicht wird. Aus den eingestellten Frequenzen für eine $n \cdot \pi$ -Verschiebung kann f_0 bestimmt werden:

$$f_0 = \frac{f}{\sin\left(\frac{k\pi}{2n}\right)}$$

n bezeichnet die Anzahl der Glieder.

4.2 Reflexion am Kettenende

Hier wird Z_A auf 0 gesetzt, am Kettenanfang ein 200Ω -Widerstand eingefügt und eine Rechteckspannung angelegt. Man erwartet am Kettenanfang ebenfalls eine Rechteckspannung, die vermutlich durch das reflektierte Signal überlagert und gestört sein dürfte.

5 Koaxialkabel

Jetzt wird ein Koaxialkabel statt einer Drosselkette eingesetzt.

5.1 charakteristischer Widerstand

Analog zu AUFGABE 3.1 wird der charakteristische Widerstand Z_0 bestimmt. Dabei wird eine Rechteckspannung ($f = 1,1MHz$) benutzt.

5.2 Verzögerungszeit

Die Verzögerungszeit τ' ist die Zeitdifferenz von U_e und U_a . Daraus lässt sich die Phasenverschiebung φ bestimmen:

$$\varphi = 2\pi f \tau'$$
$$\tau' = \frac{\Delta t}{l}$$

5.3 Überlagerung von Generatorsignal und reflektiertem Signal

Nun soll aus der Überlagerung von reflektiertem und Eingangssignal wieder τ' bestimmt werden. (Siehe AUFGABE 3.5)

5.4 Dielektrizitätskonstante

Nun berechnet man die Dielektrizitätskonstante aus den gemessenen Werten und vergleicht diese mit den Werten für die geometrischen Kabeldaten. Es gilt:

$$\epsilon(C_l, r_a, r_i) = \frac{C}{2\pi\epsilon_0 l} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

$$\epsilon(\tau') = \frac{(c\tau')^2}{\mu_r}$$

$$\epsilon(Z_0, r_i, r_a) = \frac{c^2 \mu_0^2 \mu_r}{4\pi^2 Z_0^2} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

Versuchsvorbereitung

Vierpole und Leitungen

Patrick Winkel

11.12.2010

In diesem Versuch behandeln wir die Übertragungseigenschaften von Vierpolen, Vierpolketten und Kabeln. Allgemein ist ein Vierpol ein Schaltungsbauteil mit vier Anschlüssen. In unserem Fall untersuchen wir die Eigenschaften eines R-C-Spannungsteilers in seiner Funktionsweise als Hoch- und Tiefpass, sowie eine Drosselkette, bestehend aus L-C-Gliedern. Abschließend verwenden wir als Grenzfall ein Koaxialkabel.

1. R-C-Spannungsteiler mit sinusförmiger Wechselspannung

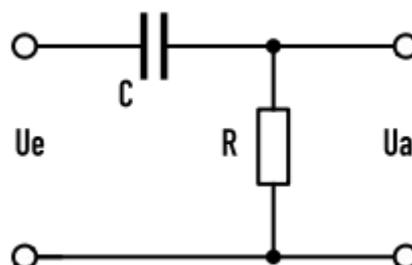
Ein R-C-Spannungsteiler besteht aus einem Kondensator C und einem Widerstand R, die in Serie geschaltet sind. Da der Blindwiderstand, bzw. die Impedanz des Kondensators frequenzabhängig ist, kann mit diesem Schaltelement leicht eine Schaltung konzipiert werden die entweder nur hohe und nur niedrige Frequenzen „durchlässt“.

Hochpass:

Bei einem Hochpass wird die Spannung am Widerstand abgenommen, da die Impedanz eines Kondensators bei niedrigen Frequenzen sehr groß ist und fast kein Strom fließen kann, bzw. der Hauptanteil der Spannung bereits am Kondensator abfällt.

$$Z = \frac{1}{i\omega C}$$

Schaltskizze:



Bei unserem Versuch soll die Ausgangsspannung für verschiedene Widerstände bei konstanter Kapazität gemessen werden, sowie die zeitliche Verschiebung zwischen der Eingangs- und Ausgangsspannung.

$$u_a = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} \cdot u_e$$

$$|u_a| = \frac{\omega R C}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cdot |u_e|$$

Daraus ergibt sich für das Spannungsverhältnis:

$$\frac{|u_a|}{|u_e|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\omega R C)^2} + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f_0}{f}\right)^2 + 1}}$$

mit $f_0 = \frac{1}{2\pi R C}$

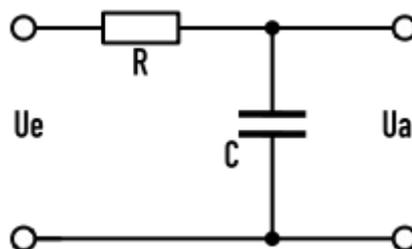
Phasenverschiebung:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta \phi}{360^\circ} \rightarrow \Delta \phi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360^\circ$$

Tiefpass:

Analog zum Hochpass wird bei einem Tiefpass die Spannung am Kondensator abgenommen, da bei niedrigen Frequenzen die Impedanz hoch ist und viel Spannung an ihm abfällt.

Schaltskizze:



Wiederum sollen die gleichen Messungen wie beim Hochpass durchgeführt werden.

2. R-C-Spannungsteiler als Differenzierer, bzw. Integrierte

Anstatt sinusförmige Wechselspannung wird in diesem Versuchsteil Dreiecks- bzw. Rechtecksspannung an den R-C-Spannungsteiler angelegt und untersucht.

2.1 Differenzierglied

An den Hochpass aus der 1. Aufgabe legen wir Dreiecksspannung und messen die Ausgangsspannung erneut am Widerstand. Für $\frac{f}{f_0} \ll 1$ zeigt sich bei einem Vergleich mit der Eingangsspannung, dass u_a ungefähr die Ableitung von u_e ist, also Rechtecksspannung erzeugt wird.

$$u_a = u_r = R \cdot I = R \cdot \frac{dQ}{dt} = RC \cdot \frac{d u_e}{dt}$$

In dieser Näherung vernachlässigen wir die Spannung die am Kondensator abfällt, da diese bei hohen Frequenzen sehr gering ist.

2.2 Integriergleid

In diesem Fall verwenden wir den Tiefpass aus Aufgabe 1 und deshalb nur sehr niedrige Frequenzen. $\frac{f}{f_0} \gg 1$. Anstelle der Dreiecksspannung legen wir diesmal Rechtecksspannung, um den Effekt besser sichtbar zu machen. Für die am Kondensator abfallende Ausgangsspannung gilt:

$$u_a = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{RC} \int (u_e - u_a) dt$$

Bei angelegter Rechtecksspannung erwarten wir also eine Dreiecksspannung.

2.3 Zusatzaufgaben

In diesem Aufgabenteil sollen weitere Untersuchungen mit dem R-C-Spannungsteiler vorgenommen werden. Beispielsweise soll die Frequenz der angelegten Spannung in großem Bereich bei konstanten Werten für Widerstand und Kapazität variiert werden.

3. Drosselkette

Bei diesem Versuchsteil untersuchen wir längssymmetrische Vierpole aus idealisiert reinen Blindwiderständen und ihre Übertragungseigenschaften. Wir verwenden dafür eine Drosselkette, die aus vielen aneinander geschalteten L-C-Gliedern besteht.

3.1 Charakteristischer Widerstand Z_0

Zunächst soll der charakteristische Widerstand Z_0 für niedrige Frequenzen $f \ll f_0$ einer sechsgliedrigen Kette bei angelegter Rechteckspannung bestimmt werden. Dazu beobachten wir oszillografisch das Eingangssignal und stellen den regelbaren Lastwiderstand Z_A so ein, dass die Rechteckspannung wenig verfälscht angezeigt wird. In diesem Fall gilt $Z_0 \approx Z_A$.

Aus der Vorbereitungshilfe erhalten wir:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right)^{-1}$$

mit $\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$

Daraus resultiert eine Frequenzabhängigkeit des „Wellenwiderstandes“ und in dem von uns untersuchten Bereich $\omega \ll \omega_0$ gilt $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

3.2 Grenzfrequenz f_0

An die sechsgliedrige Kette wird nun sinusförmige Wechselspannung angelegt und der Lastwiderstand wird zunächst auf Z_0 eingestellt. Nachdem wir uns davon überzeugt haben, dass der Generator eine nahezu frequenzunabhängige Spannung liefert beobachten wir die nun die Ausgangsspannung während wir die Frequenz erhöhen. Um Reflexion zu vermeiden muss der Lastenwiderstand nachgeregelt werden.

Ziel dieser Aufgabe ist die Grenzfrequenz f_0 zu bestimmen, an der sich die Ausgangsspannung sehr stark mit der Frequenz ändert.

Bei f_0 gilt:

$$\frac{u_a}{u_e} = \frac{1}{10}$$

3.3 Kapazität und Induktivität

Wir sollen die beiden wichtigen Größen Kapazität und Induktivität eines L-C-Gliedes bestimmen und mit den theoretischen Werten vergleichen.

Die Impedanz und die Grenzfrequenz haben wir in den Aufgaben zuvor bestimmt.

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

und

$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}\pi}$$

Daraus können wir die Impedanz und die Kapazität für jedes L-C-Glied bestimmen.

$$C = \frac{1}{\pi Z_0 f_0}$$

$$L = \frac{Z_0}{\pi f_0}$$

3.4 Phasenverschiebung

Hier sollen wir über den Zweikanalbetrieb eines Oszilloskop die Phasenverschiebung zwischen Ausgangs- und Eingangssignal in Abhängigkeit der Frequenz für das einzelne π -Glied, sowie für die 6-gliedrige Kette messen. Dazu variieren wir die Frequenz zwischen 10 und 690 kHz. Bei der Grenzfrequenz soll für einen einzelnen Vierpol dabei die Phasenverschiebung gleich π sein und ver-n-facht sich mit jedem weiteren Glied. Abschließend sollen wir die Grenzfrequenz erneut bestimmen, in dem wir bei der 6-gliedrigen Kette eine Phasenverschiebung von $\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, 5\pi$ erzeugen.

3.5 Reflexion am Kettenende

In der letzten Teilaufgabe sollen wir eine Reflexion am Kettenende erzwingen, indem wir den Lastwiderstand $Z_A = 0$ setzen und einen $200\ \Omega$ -Widerstand anstelle des Kurzschlusssteckers zwischen Generator und Kettenanfang stecken, um eine Reflexion am Kettenanfang zu vermeiden.

Die angelegte Spannung soll rechteckförmige Wechselspannung mit $f = 20$ kHz sein. Beide Signale werden sich am Eingang überlagern und abhängig von der Kettenlänge eine unterschiedliche Phase haben.

4. Koaxialkabel

Diese Aufgabe soll uns die Verwandtschaft zwischen Koaxialkabel und Vierpolkette näher bringen.

4.1 Charakteristische Widerstand

Analog zu Aufgabe 3.1 soll der charakteristische Widerstand Z_0 bestimmt werden, dieses mal allerdings von einem Koaxialkabel.

Wir erwarten einen Wert von $Z_0 \approx 50 \Omega$, da Koaxialkabel genormt sind um die Reflexion so gering wie möglich zu halten.

4.2 Verzögerungszeit τ'

Hier soll die Verzögerungszeit τ' pro Längeneinheit l des Kabels bestimmt werden. Dazu untersuchen wir Eingangs- und Ausgangssignal am Oszilloskop für verschiedene Längen.

$$\tau' = \frac{\Delta t}{l}$$

4.3 Verzögerungszeit durch Überlagerung

Analog zur Aufgabe 3.5 soll eine Reflexion erzwungen werden, indem der Lastwiderstand $Z_A = 0$ gesetzt wird. Wiederum beobachten wir die Überlagerung von Generatorsignal und reflektiertem Signal am Kabeleingang am Oszilloskop.

4.4 Dielektrizitätskonstante

Aus unseren Messungen und den geometrischen Kabeldaten sollen wir die relative Dielektrizitätskonstante ϵ über drei unterschiedliche Zusammenhänge ausrechnen und miteinander vergleichen.

$$1. \quad \epsilon(C_l, r_i, r_a) = \frac{c}{2\pi\epsilon_0 l} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

$$2. \quad \epsilon(\tau') = \frac{(c\tau')^2}{\mu_r}$$

$$3. \quad \epsilon(Z_0, r_i, r_a) = \frac{c^2 \mu_0^2 \mu_r}{4\pi^2 Z_0^2} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

Unerpöte und Leitungen

Aufgabe 1

Hochpass: $f = 1,7 \text{ kHz}$, $U_e \approx 8V_{SS}$ (5V-Bereich)

R [k Ω]	U_a [V]	Δt
1	7,92 (2V-Bereich)	0
10	7,88	12 μ s
100	5,34 (2V-B)	72 μ s
1000	0,75 (200mV-B)	128 μ s

Masse war falsch gestellt,
 eventuell Tiefpass = Hochpass
 und andersrum

Tiefpass (= Hochpass)

$f = 1,7 \text{ kHz}$, $U_e \approx 8V_{SS}$

R [k Ω]	U_a [V]	Δt
1	0,095 (100mV-B)	148 μ s
10	0,795 (200mV)	138 μ s
100	5,18 (2V-B)	78 μ s
1000	7,32 (2V-B)	22 μ s

Aufgabe 2 $U_e = \text{Dreiecksspannung}$

$U_e = \text{Rechtecksspannung}$

Diffglied

R = 1, 10, 100, 1000 k Ω

Integr.

R [k Ω]	U_a [V]		R [k Ω]	U_a	
1	49 mV	gut	1	7,65 V	schlecht
10	4,9 490 mV	gut	10	7,65 V	mit schlecht
100	4,22 V	mittel	100	6,48 V	gut (säge)
1000	7,05 V	schlecht	1000	1,15 V	gut

2.3

$U_e = \text{Rechteck-
spannung}$

R	Spitzern	$U_e = \text{Dreiecksp.}$	R	Dreiecke
1			1	
10	Spitzern		10	...
100	Spitzern mit Abblenkung x'		100	...
1000	* schräg		1000	Parabeln

Aufgabe 3

$$Z_0 \approx \cancel{265} \Omega \quad \frac{225}{2000} \Omega$$

Z_A so geregelt, dass Rechteckspannung

$$f_0 \approx 722 \text{ kHz}$$

Frequenz variieren und beobachten, wann

CH1: 1V-B

U_a stark bei Frequenzänderung variiert.

CH2: 0,1V-B

- Bei ca. 700 kHz ändert sich die

f_0 bei gleicher Amplit.

Ausgangsspannung stark

Phasenverschiebung:	π - Glied	6 - Glieder
f [kHz]	Δt	Δt
10	1 μ s	3,4 μ s
100	535 ns	2,71 μ s
300	500 ns	2,62 μ s (650 ns)
500	470 ns	810 ns
600	435 ns	1,32 μ s (360 ns)
650	430 ns	1,3 μ s (248 ns)
690	420 ns	510 ns (945 ns)
f_0 722	425 ns	960 ns (430 ns)

X, Y - Betrieb: Geraden erzeugen, (Phasenverschiebung)

f	[kHz]
π	184
2π	360
3π	518
4π	627
5π	697,6

Aufgabe 4

$$Z_0 \approx 50 \Omega$$

Kabellänge $l = 10\text{m}$

$$f = 1,1\text{ MHz}$$

4.2 $\Delta t = 54,8\text{ ns}$

4.3 $\Delta t = 105\text{ ns}$

Versuchsauswertung

Vierpole und Leitungen

Moritz Winkler, Patrick Winkel

06.01.2011

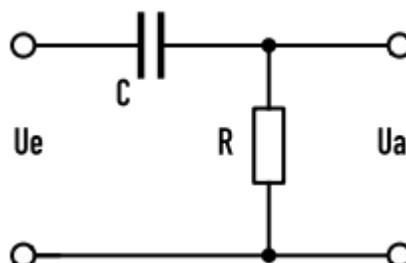
Der Versuch „Vierpole und Leitungen“ sollte uns letztendlich die Funktionsweise und die Übertragungseigenschaften von Kabeln näher bringen. Theoretisch verhält sich ein Koaxialkabel wie eine Aneinanderkettung vieler Vierpole, weshalb wir zunächst ein einzelnes Glied untersucht haben um die Funktionsweise zu erkennen. Im letzten Versuchsteil haben wir dann ein Koaxialkabel selbst auf seine Eigenschaften untersucht.

1. R-C- Spannungsteiler

Zunächst wurde ein einfaches R-C-Glied bezüglich des Abschwächungsverhältnisses und der Phasenverschiebung untersucht. Dazu wurde an die Schaltung eine sinusförmige Wechselspannung angelegt

1.1 Hochpass

An die unten aufgezeigte Schaltskizze eines Hochpasses haben wir eine sinusförmige Wechselspannung mit $f \approx 1,7 \text{ kHz}$, $U_e \approx 8 V_{SS} (5 V - \text{Bereich})$ und die Ausgangsspannung U_a am Widerstand abgegriffen.



Anstatt die Frequenz zu ändern, haben wir den verwendeten Widerstand ausgetauscht. Bei konstanter Frequenz bleibt der Blindwiderstand des Kondensators ($C \approx 1\text{nF}$) konstant, weshalb wir den Lastwiderstand austauschen mussten. Dieses Verfahren ist gleichbedeutend mit einem konstanten Lastwiderstand zu arbeiten und den Blindwiderstand des Kondensators durch eine Frequenzänderung zu regulieren. Als Lastwiderstände standen uns $R=1, 10, 100, 100\text{ k}\Omega$ zur Verfügung.

Als Messinstrument haben wir ein gewöhnliches Oszilloskop verwendet, um Spannungswerte und Phasenverschiebung ablesen zu können. Die Phasenverschiebung haben wir nicht vom Oszilloskop selbst messen lassen, sondern selbst abgelesen, weshalb gewisse Ungenauigkeiten aus der subjektive Wahrnehmung resultieren.

Um unsere Messwerte und die Messungenauigkeiten einschätzen zu können müssen wir sie mit den theoretischen Werten vergleichen.

Spannungsverhältnis:

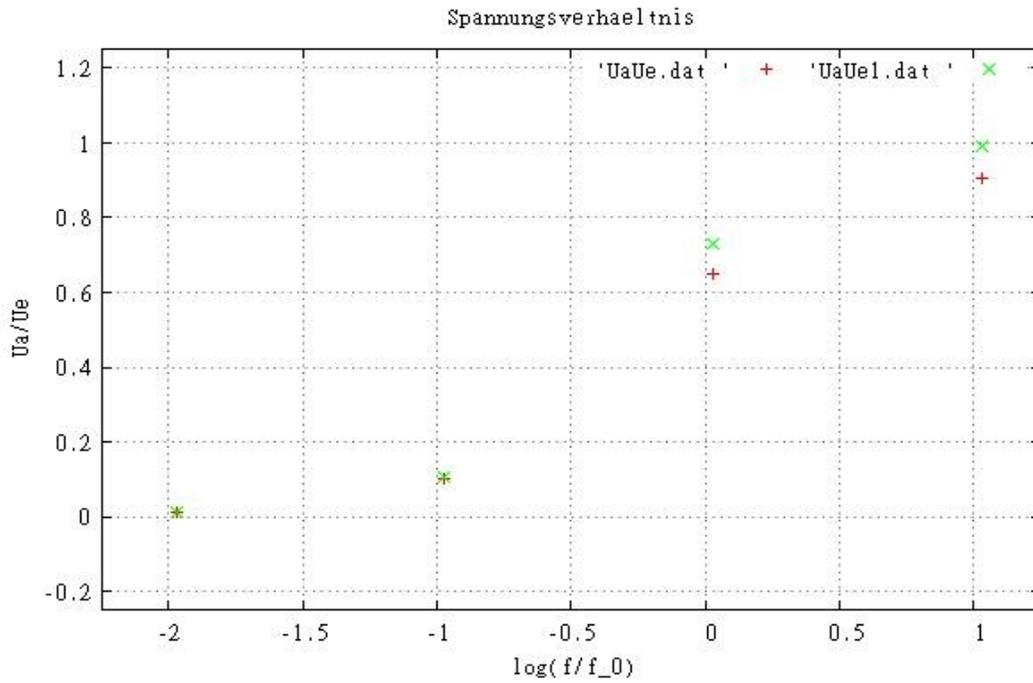
$$\frac{U_e}{U_a} = \left| \frac{R}{R+Z_c} \right| = \frac{R\omega C}{\sqrt{1+(R\omega C)^2}}$$

$$\text{mit } f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

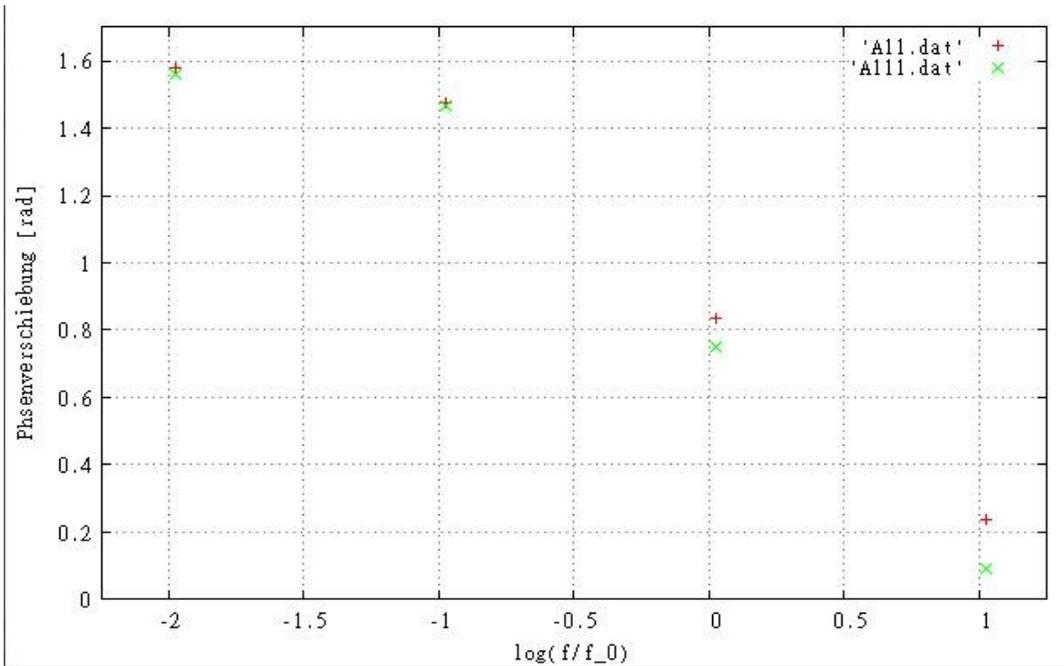
Phasenverschiebung:

$$\Delta\phi = \arctan\left(\frac{1}{R\omega C}\right)$$

$R[k\Omega]$	$U_a / U_e [V]$	U_a / U_e <i>theo.</i>	$\Delta\phi [rad]$	$\Delta\phi$ <i>theo.</i>	$\log(f / f_0)$
1	0,01188	0,01068	1,581	1,560	-1,971
10	0,0994	0,1062	1,474	1,464	-0,971
100	0,648	0,730	0,833	0,752	0,029
1000	0,904	0,99	0,235	0,093	1,029



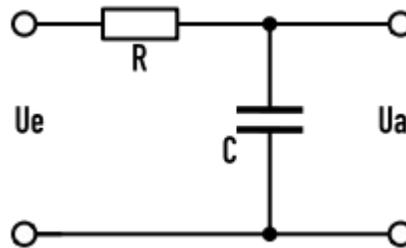
Für kleine Widerstände (Frequenzen) ist die Ausgangssignal sehr schwach und nähert sich mit zunehmendem Widerstand (Frequenz) der Eingangsspannung.



Die anfängliche Phasenverschiebung von $\phi = 90^\circ \left(\frac{\pi}{2} \approx 1,552\right)$ ist sehr gut zu erkennen.

1.2 Tiefpass

Im Zweiten Teil sollten wir wie in 1.1 die gefragt Größen für einen Tiefpass messen und mit den theoretischen Werten vergleichen. Bei einem Tiefpass wird die Ausgangsspannung allerdings am Kondensator abgegriffen. Als Lastwiderstände verwendeten wir die gleichen Widerstände wie in Aufgabe 1.1.



Spannungsverhältnis:

$$\frac{U_e}{U_a} = \left| \frac{R}{R + Z_c} \right| = \frac{R\omega C}{\sqrt{1 + (R\omega C)^2}}$$

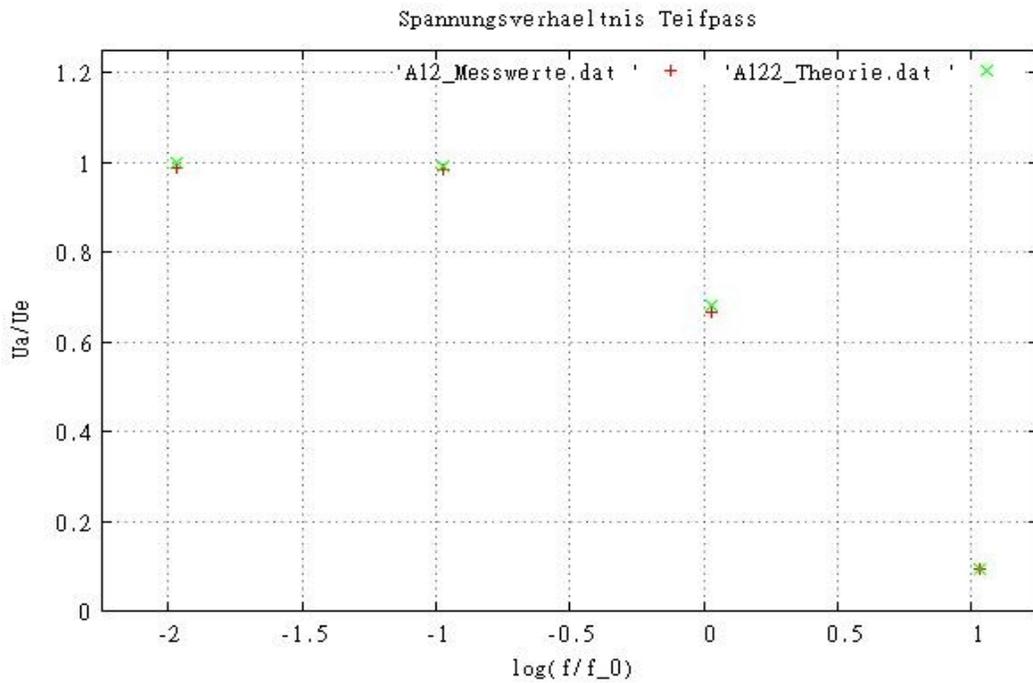
$$\text{mit } f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

Phasenverschiebung:

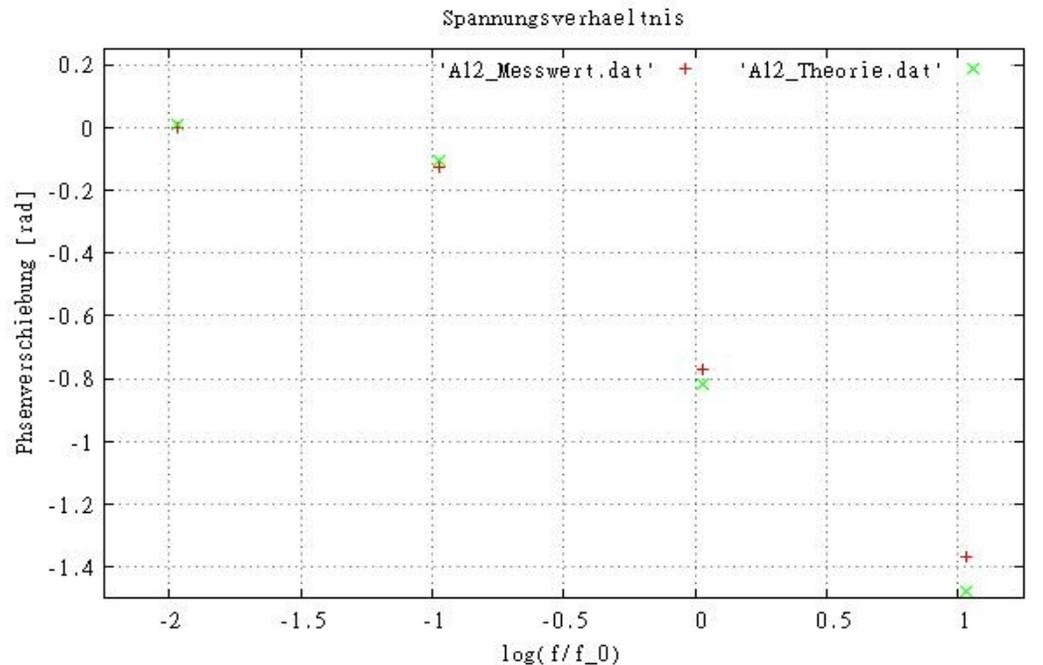
$$\Delta\phi = -\arctan\left(\frac{1}{R\omega C}\right)$$

$R[k\Omega]$	$U_a / U_e [V]$	U_a / U_e <i>theo.</i>	$\Delta\phi [rad]$	$\Delta\phi$ <i>theo.</i>	$\log(f / f_0)$
1	0,99	0,99994	0	0,01068	-1,971
10	0,985	0,994	-0,128	-0,1064	-0,971
100	0,6675	0,6834	-0,769	-0,8183	0,029
1000	0,0938	0,0932	-1,367	-1,4774	1,029

Unsere Messergebnisse decken sich nicht nur in der Tendenz sehr gut, sondern auch in den Zahlenwerten gut überein. Um den Verlauf besser überblicken zu können, tragen wir unsere Messwerte zusammen mit den theoretischen Werte über dem Logarithmus des Quotienten aus Frequenz und Grenzfrequenz auf.



Die Wirkungsweise eines Tiefpasses ist klar zu erkennen. Für kleine Widerstände, bzw. geringe Frequenzen kann fast die gesamte Eingangsspannung am Kondensator abgegriffen werden, während für große Lastwiderstände, somit großen Frequenzen das Ausgangssignal sehr gering ist.



Zunächst sind Eingangs- und Ausgangsspannung in Phase und mit steigendem Widerstand, bzw. steigender Frequenz ist eine Phasenverschiebung zu erkennen die gegen den Wert

$$\phi = -\frac{\pi}{2} \text{ geht.}$$

2. Anwendung Hoch- und Tiefpass

Neben dem Funktionsweise als Hoch- bzw. Tiefpass haben die beiden in Aufgabe 1 betrachteten Vierpole weitere Eigenschaften, die in diesem Versuchsteil näher untersucht wurden.

2.1 Differenzierglied

Wie in der Theorie hergeleitet fungiert ein Hochpass als Differenzierglied, allerdings nur für kleine Frequenzen. Ein Vergleich mit den theoretischen Werten macht deshalb nur für kleine Lastwiderstände Sinn. Um eine einfache Ableitungsfunktion zu erhalten, haben wir an den Hochpass eine Dreiecksspannung angelegt, mit $f \approx 1,7 \text{ kHz}$; $U_e \approx 8 V_{SS}$.

$$u_a = u_r = R \cdot I = R \cdot \frac{dQ}{dt} = RC \cdot \frac{d u_e}{dt}$$

Die Steigung der Dreiecksspannung können wir aus den Werten berechnen, die wir am Oszilloskop abgelesen haben.

$$\Delta U = 4 V \quad \text{und} \quad \Delta T = 160 \mu s \quad \rightarrow \quad \frac{\delta U_e}{\delta t} = 25000 \frac{V}{s}$$

Um den theoretischen Wert mit dem vom Oszilloskop angezeigten Wert vergleichen zu können müssen wir mit 2 multiplizieren.

$R [k \Omega]$	$U_a [V]$	$U_a [V]_{theo.}$	Differenzierung
1	0,049	0,050	gut
10	0,490	0,500	gut
100	4,22	5,00	mittel
1000	7,15	50,0	schlecht

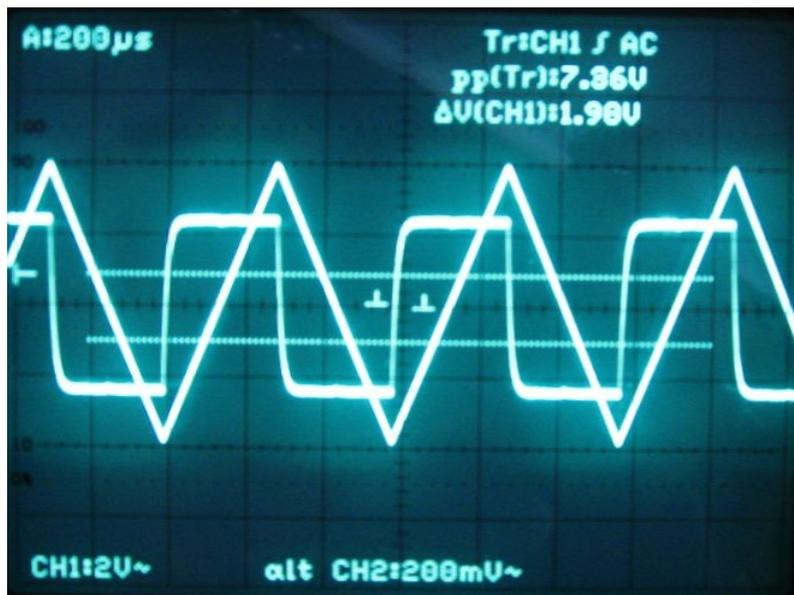
Unsere Messergebnisse stimmen gut mit den theoretischen Vorhersagen überein.

Lastwiderstand $R=1\text{ k}\Omega$:



Das Ausgangssignal ist zwar schwach, aber die Rechtecksform ist gut ausgebildet und erkennbar. Die Vorzeichenwechsel in der Ausgangsspannung sind zur gleichen Zeit wie der Steigungswechsel bei der Eingangsspannung

Lastwiderstand $R=10\text{ k}\Omega$:



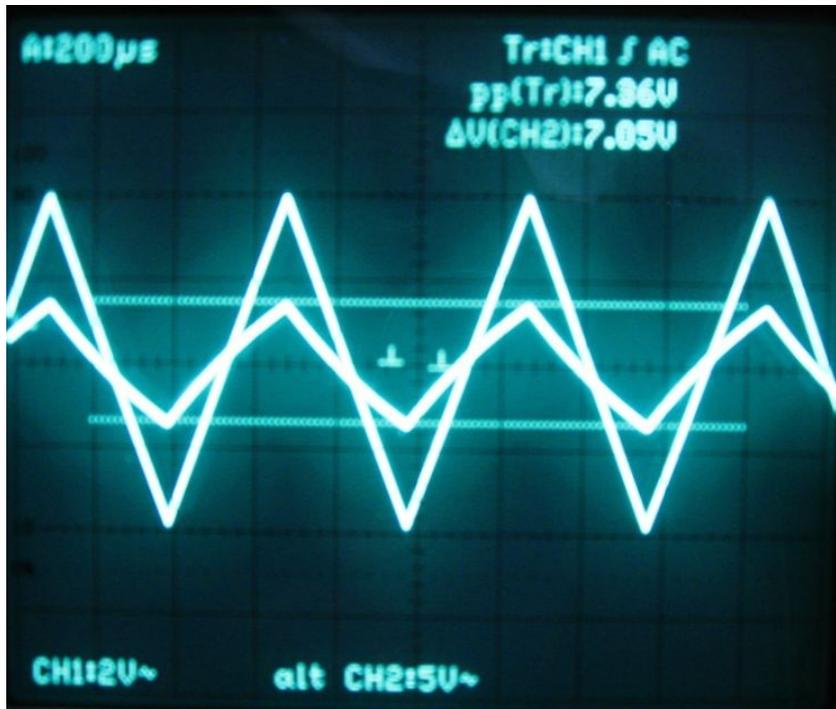
Die Rechteckspannung ist immer noch deutlich erkennbar, allerdings an den Kanten etwas abgerundet, dafür ist das Signal selbst klarer erkennbar.

Lastwiderstand $R=100\text{ k}\Omega$:



Der Übergang von der Rechteckspannung in die Dreieckspannung ist gut zu erkennen. Das Ausgangssignal hat nur noch einen Punkt mit Maximaler Spannung.

Lastwiderstand $R=1000\text{ k}\Omega$:



Das Ausgangssignal gleicht in seiner Form und wegen des hohen Lastwiderstandes auch in den Spannungsspitzenwerten dem Eingangssignal.

2.2 Integrierglied

Der Tiefpass aus Aufgabe 1.2 fungiert bei hohen Frequenzen als Integrierglied, weshalb wir eine Rechteckspannung anlegen um eine Dreieckspannung als Ausgangssignal zu erhalten.

$$u_a = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{RC} \int (u_e - u_a) dt$$

Für ausreichend kleine Ausgangsspannungen ist die Subtraktion auf der rechten Seite vernachlässigbar. Deshalb ist ein Vergleich unserer Messergebnisse mit der Theorie nur für große Lastwiderstände möglich.

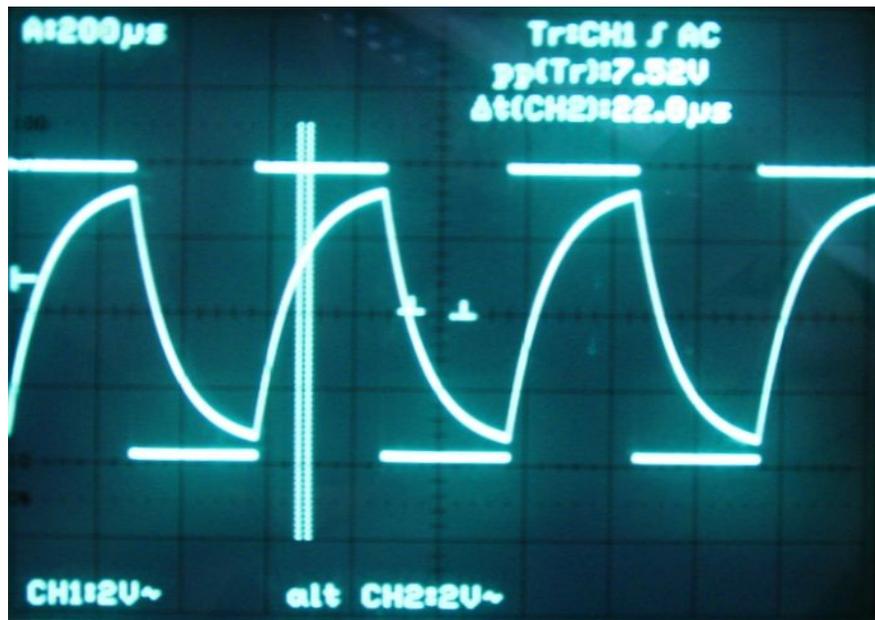
$R [k\Omega]$	$U_a [V]$	$U_a [V]_{theo.}$	Integration
1	7,65	1120	schlecht
10	7,65	112	schlecht
100	6,48	11,2	ganz gut
1000	1,15	1,12	Gut

Lastwiderstand $R = 1000 k\Omega$:



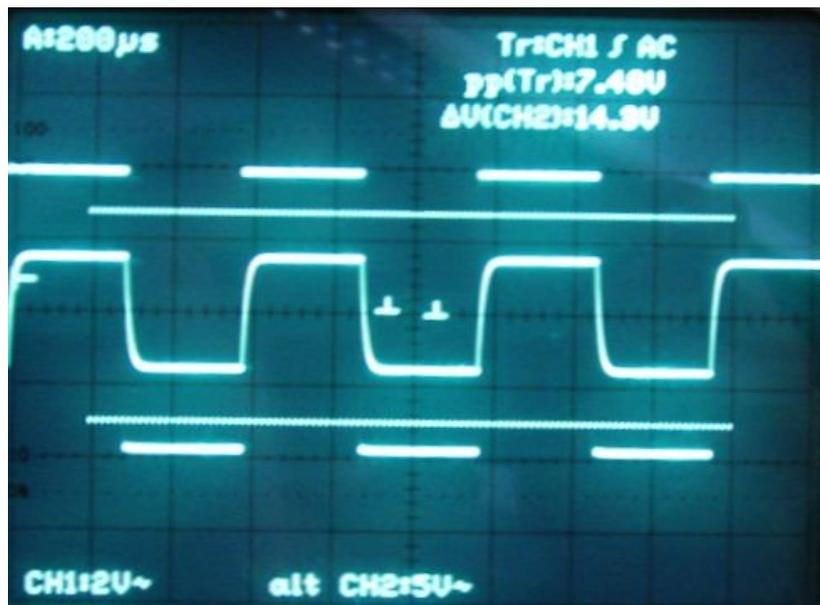
Die Dreieckspannung ist gut erkennbar und abgesehen von leichten Wölbungen fast perfekt. Die Vorzeichenwechsel in der Steigung passen genau mit der Spannungsumkehrung überein.

Lastwiderstand $R=100\text{ k}\Omega$:



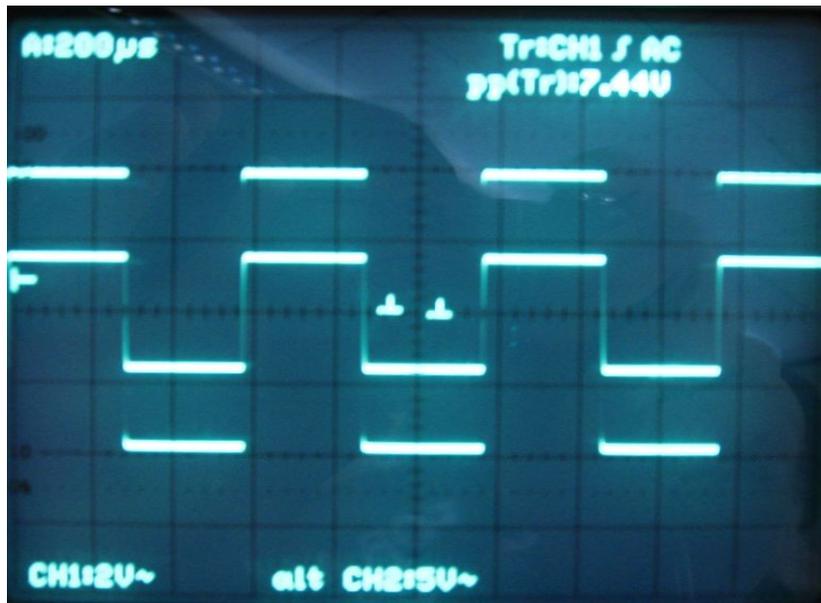
Das Ausgangssignal ist eine Sägezahnfunktion und lässt eine Dreiecksspannung zumindest erahnen. Beim Vergleich mit der Theorie ist der Unterschied deutlich.

Lastwiderstand $R=10\text{ k}\Omega$:



Die Kanten der Rechteckspannung sind leicht nur abgerundet.

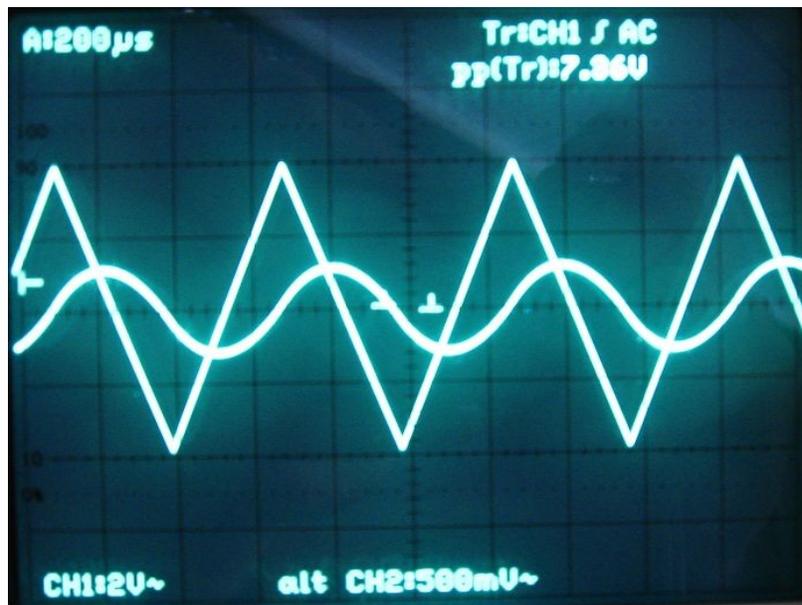
Lastwiderstand $R=1\text{ k}\Omega$:



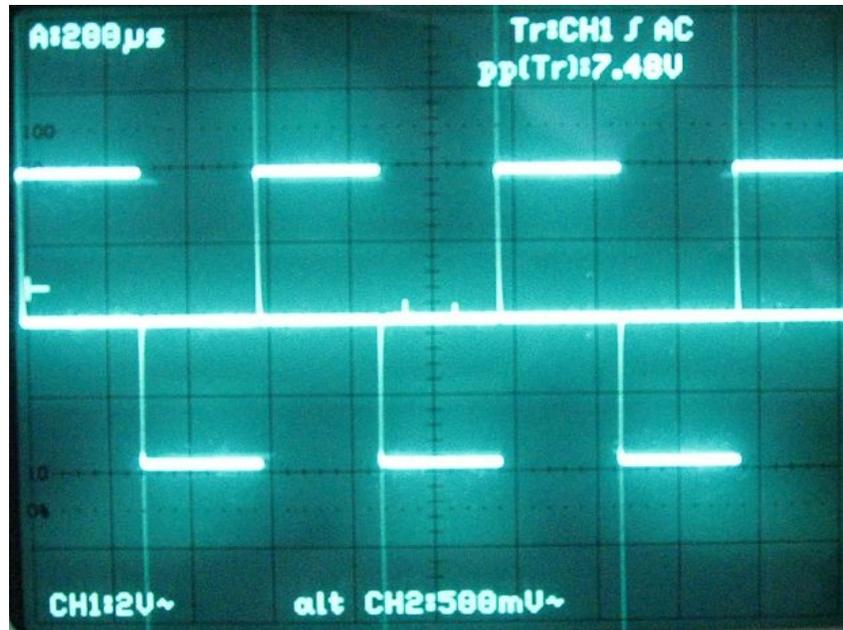
Ausgangs- und Eingangssignal sind von Form und Spitzenwerten identisch.

2.3 Zusatzaufgaben

Im letzten Teil dieser Aufgabe haben wir eine Dreiecksspannung integrieren lassen und eine Rechteckspannung differenziert.



Bei der Integration entstehen Parabeln die jeweils entgegengesetzt sind und ineinander übergehen. Nicht zu verwechseln mit einer Sinus- oder Cosinusfunktion.



Das Bild zeigt die Ableitung einer Rechteckspannung. Beim sprunghaften Übergang von positivem zu negativem Spannungswert und umgekehrt ergeben sich Spannungsspitzen, da die Ableitung an diesen Stellen theoretisch unendlich groß ist. Da das Eingangssignal ansonsten konstant verläuft, ist das Ausgangssignal Null.

3. Drosselkette

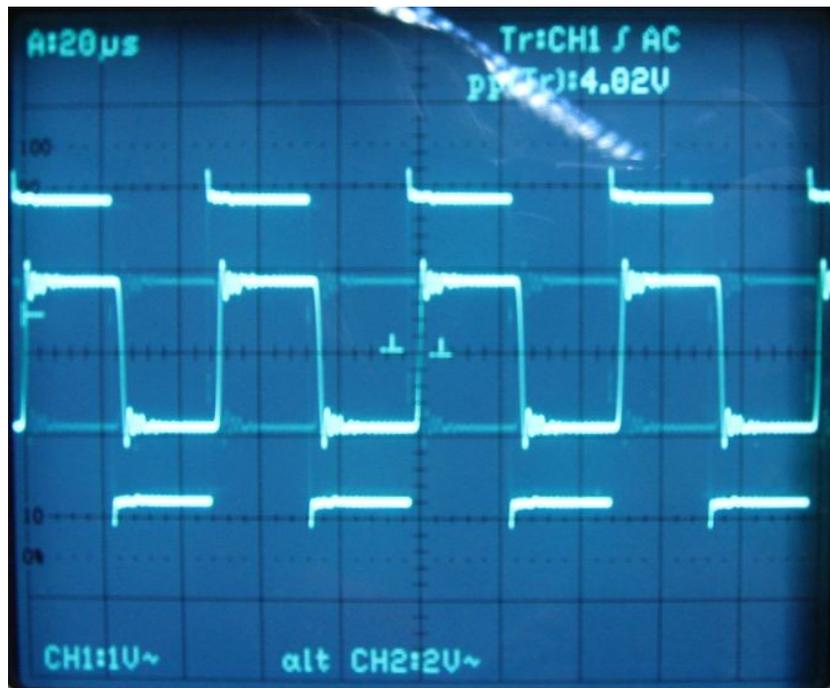
Wie in der Vorbereitung erläutert ist eine Drosselkette die längssymmetrische Aneinanderreihung von Vierpolen. Wir verwenden eine sechsgliedrige Kette aus aneinander geschalteten L-C-Gliedern.

$$C = 2 \text{ nF}, L = 96 \text{ μH}$$

3.1 Charakteristischer Widerstand

Der regelbare Lastwiderstand wird so eingestellt, dass das Eingangssignal als möglichst unverfälschte Rechteckspannung angezeigt wird. Dann ist dieser gleich groß wie der charakteristische Widerstand Z_0 . Dieses Verfahren ist sehr subjektiv und deshalb immer fehlerbehaftet.

Eingangssignal mit eingestelltem Lastwiderstand.



Jeweils die linken Kanten sind leicht verzerrt, allerdings lässt sich eine Reflektion des Signals nicht ganz verhindern.

$$Z_0 \approx 225 \Omega$$

Theoretischer Wert:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right)^{-1} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \approx 219,1 \Omega$$

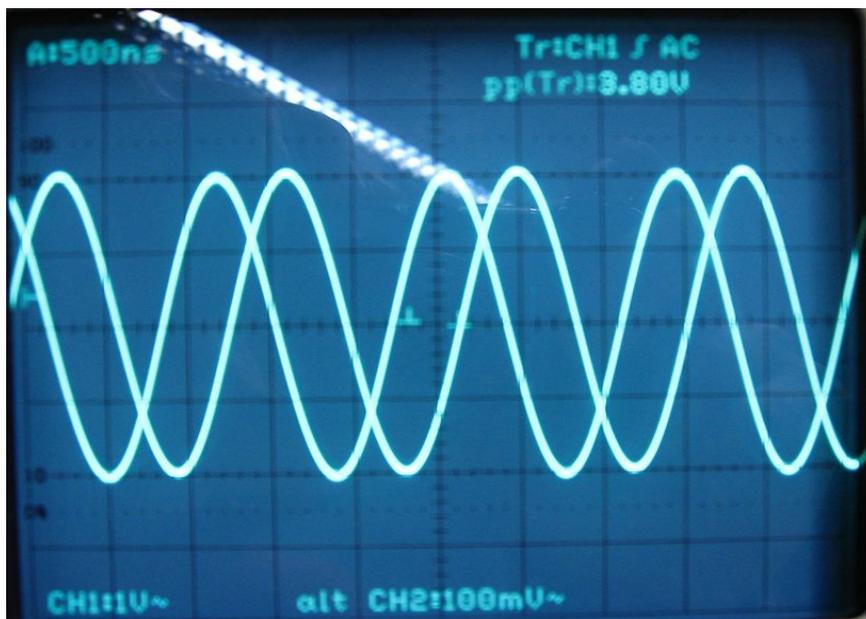
Unser Messergebnis stimmt sehr gut mit dem theoretischen Wert überein, vor allem weil der regelbare Widerstand nur ungenau einstellbar war.

3.2 Grenzfrequenz

Um die Grenzfrequenz zu bestimmen haben wir zunächst eine sinusförmige Wechselspannung an die Drosselkette angelegt. In der Nähe der Grenzfrequenz variiert die Ausgangsspannung stark, weshalb wir diese oszillografisch beobachtet haben während wir die Frequenz langsam erhöht haben. Laut Definition gilt bei f_0

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{10}$$

Deshalb haben wir das Oszilloskop im Zweikanalbetrieb verwendet und Eingangs- sowie Ausgangsspannung im Dual-Modus gleichzeitig angezeigt. Der Spannungsbereich der Eingangsspannung war dabei 1 V und bei der Ausgangsspannung 0,1 V. Wenn die Amplituden beider Signale gleich groß dargestellt wurden, war somit die Grenzfrequenz eingestellt.



$$f_0 = 722 \text{ kHz}$$

Theoretischer Wert:

$$f_0 = \frac{1}{\pi \sqrt{C \cdot L}} \approx 726,4 \text{ kHz}$$

Unser Messergebnis stimmt wieder sehr gut mit dem theoretischen Wert überein. Das ablesen des Oszilloskop ist wiederum subjektiv, was das Messergebnis verfälscht.

3.3 Kapazität und Induktivität

Über die Grenzfrequenz und den charakteristischen Widerstand können die Werte für die Kapazität und die Induktivität ermittelt werden.

Kapazität:

$$C = \frac{1}{\pi Z_0 f_0} = \frac{1}{\pi \cdot 225 \Omega \cdot 722 \text{ kHz}} \approx 1,96 \text{ nF}$$

Induktivität:

$$L = \frac{Z_0}{\pi \cdot f_0} = \frac{225 \Omega}{\pi \cdot 722 \text{ kHz}} \approx 99 \mu H$$

Dem Aufgabenblatt können die Werte dieser beiden Kenngrößen entnommen werden, die sich mit $C = 2 \text{ nF}$ und $L = 96 \mu H$ nur wenig von unseren Ergebnissen unterscheiden.

3.4 Phasenverschiebung

Da die verwendete Drosselkette aus sechs L-C-Gliedern besteht, die jeweils eine Phasenverschiebung erzeugen, ergibt sich über die Kette eine gesamte Phasenverschiebung die untersucht werden soll. Dazu messen wir die Phasenverschiebung eines einzelnen Glieds (Δt_1) und der gesamten Kette (Δt_2).

Theoretisch sollte dabei der sechsfache Wert ergeben.

$f [\text{kHz}]$	$\Delta t_1 [\text{ns}]$	$\Delta t_2 [\mu s]$	$6 \cdot \Delta t_1 [\mu s]$
10	1000	3,4	6,00
100	535	2,71	3,21
300	500	2,62	3,00
500	470	0,81	2,82
600	435	1,32	2,61
650	430	1,3	2,58
690	420	0,51	2,52
722	425	0,96	2,55

Auf den ersten Blick stimmen die errechnete Gesamtverschiebung nicht mit der gemessenen Phasenverschiebung der ganzen Drosselkette überein. Allerdings muss beachtet werden, dass mit dem Oszilloskop nicht angezeigt werden kann, ob die Phasenverschiebung größer als 2π ist.

Mit $T = \frac{1}{f}$ können die Werte für Δt_2 entsprechend korrigiert werden.

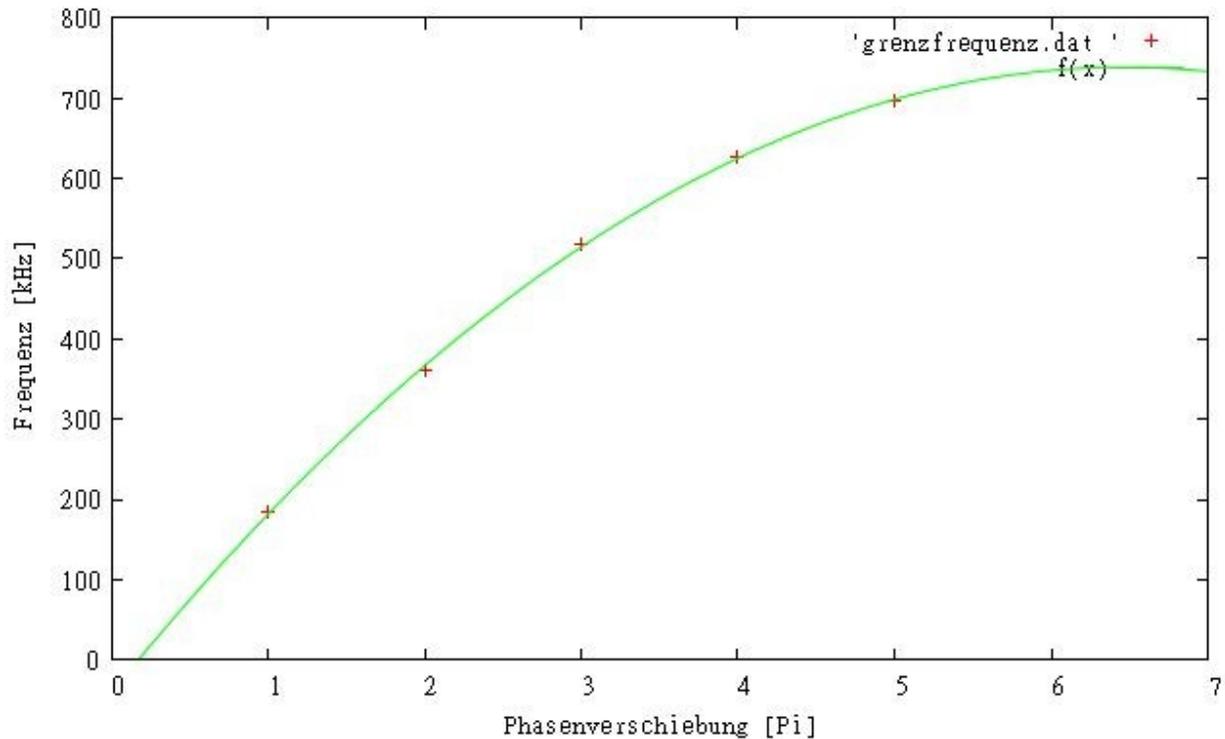
$f [kHz]$	$6 \cdot \Delta t_1 [\mu s]$	$\Delta t_2 [\mu s]$	$\Delta t [\mu s]$
10	6,00	3,4	2,6
100	3,21	2,71	0,50
300	3,00	2,62	0,38
500	2,82	2,81	0,01
600	2,61	1,32	1,29
650	2,58	1,3	1,28
690	2,52	1,95	0,57
722	2,55	2,34	0,21

Nach der Berücksichtigung dieser Fehlerquelle nähern sich unsere Messwerte den theoretischen Werten an. Allerdings sind diese praktisch nicht zu erreichen, da ein elektrisches Bauteil immer Verluste und Reflexionen hat.

Abschließend sollten wir die Grenzfrequenz erneut bestimmen, in dem wir eine Phasenverschiebung von $\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, 5\pi$ erzeugen und mit Hilfe einer Ausgleichskurve die Frequenz errechnen, bei der $\Delta\phi = 6\pi$ gilt.

Zur Bestimmung der Phasenverschiebung bedienen wir uns der Möglichkeit, das Oszilloskop im x,y-Betrieb verwenden zu können. Bei der Überlagerung von zwei sinusförmigen Signalen gleicher Frequenz ergeben sich bei $\Delta\phi = 0^\circ, 180^\circ$ Geraden als Lissajous-Figuren. Damit konnten wir die gesuchten Frequenzen leicht bestimmen und unser Augenmaß als subjektive Fehlerquelle so gering wie möglich halten.

$\Delta\phi [rad]$	$f [kHz]$
π	184
2π	360
3π	518
4π	627
5π	697



Unsere gemessenen Frequenzen lassen sich mit Hilfe des Grafikprogramms „Gnuplot“ gut mit einer ganzrationalen Funktion zweiten Grades der Form $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ fiten. Wir erhalten $a = -18,64$, $b = 241,16$, $c = -41,2$.

Für die gesuchte Grenzfrequenz gilt:

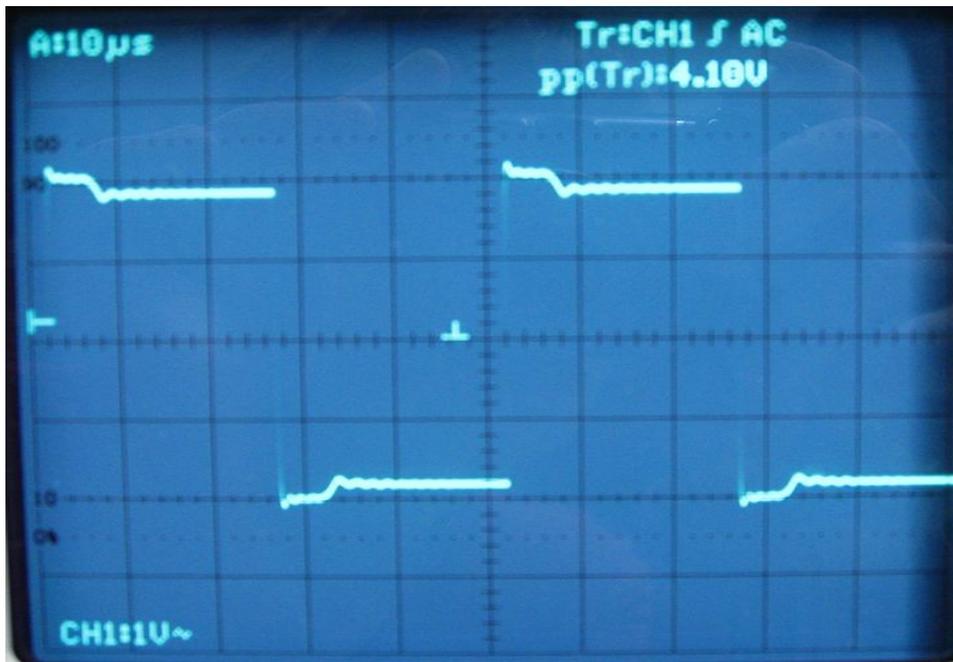
$$-18,64 \cdot x^2 + 241,16 \cdot x - 41,2 = 6$$

$$f_0 \approx 732,8 \text{ kHz}$$

Der mit dieser Methode erhaltene Wert für die Grenzfrequenz deckt sich sehr gut mit dem bereits in Aufgabe 3.2 theoretischen Wert von $f_0 \approx 726,4 \text{ kHz}$.

3.5 Reflexion am Kettenende

In der letzten Teilaufgabe sollen wir eine Reflexion am Kettenende erzwingen, indem wir den Lastwiderstand $Z_A=0$ setzen und einen $200\ \Omega$ Vorwiderstand anstelle des Kurzschlusssteckers zwischen Generator und Kettenanfang legen, um eine Reflexion am Kettenanfang zu vermeiden.



Durch die Reflexion am Kettenende erwarteten wir eine treppenförmige Abschwächung des Signals, die in unserem Bild auch leicht erkennbar ist.

4. Koaxialkabel

Im letzten Teilabschnitt sollen wir die Verwandtschaft zwischen Koaxialkabel und Vierpolkette untersuchen und verstehen.

4.1 Charakteristischer Widerstand

Wir erwarteten einen Wert von $Z_0 \approx 50 \Omega$, da Koaxialkabel wegen der in den Voraufgaben aufgetauchten Reflexion einen genormten Widerstand haben müssen, um diese so gering wie möglich zu halten.

Deshalb führten wir die Untersuchung analog zu Aufgabe 3.1 durch.

$$Z_0 \approx 50 \Omega$$

Unser Messergebnis stimmt exakt mit dem theoretischen Wert überein.

4.2 Verzögerungszeit

Wir sollten die Verzögerungszeit τ' pro Längeneinheit l bestimmen. Zur Verfügung stand uns dabei ein $l = 10 \text{ m}$ langes Kabel.

$$\tau' = \frac{\Delta t}{l} = \frac{54,8 \text{ ns}}{10 \text{ m}} = 5,48 \frac{\text{ns}}{\text{m}}$$

4.3 Verzögerungszeit durch Überlagerung

Ähnlich wie in Aufgabe 3.5 erzeugten wir eine Reflexion und beobachteten die Überlagerung der beiden Signale. Mit Hilfe des Oszilloskop konnten wir die Breite des entstehenden überlagerten Signal bestimmen.

$$\tau' = \frac{\Delta t}{2l} = \frac{105 \text{ ns}}{20 \text{ m}} = 5,25 \frac{\text{ns}}{\text{m}}$$

Die beiden Werte für die Verzögerungszeit pro Längeneinheit stimmen gut miteinander überein. Für den Mittelwert erhalten wir $\tau' = 5,365 \frac{\text{ns}}{\text{m}}$.

4.4 Dielektrizitätskonstante

Mit unseren Messergebnissen und den geometrischen Kabeldaten können wir die Dielektrizitätskonstante ϵ über drei unterschiedliche Zusammenhänge ausrechnen und miteinander vergleichen.

$$1. \quad \epsilon(C_l, r_i, r_a) = \frac{C_l}{2\pi\epsilon_0 l} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) = 2,083$$

$$2. \quad \epsilon(\tau) = (c_0 \cdot \tau)^2 \approx 2,587$$

$$3. \quad \epsilon(Z_0, r_i, r_a) = \frac{c_0^2 \cdot \mu_0^2}{4\pi^2 z_0^2} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) \approx 1,80$$

Bei allen Rechnungen haben wir $\mu_r = 1$ verwendet. Die drei Ergebnisse unterscheiden sich voneinander. In der ersten und dritten Rechnung wurden eigentlich nur theoretische Werte verwendet, da sich unser charakteristische Widerstand mit dem Literaturwert deckt, weshalb eine derartige Abweichung nicht zu erwarten war. Vermutlich liegen die Fehler in der Ungenauigkeit des Widerstandes.