



SS/WS 20 11 / 12

Praktikum: (~~P1/P2~~) (Mo/Di/Mi/Do) Gruppe-Nr: 20

Name: Schäfer Vorname: Nicolas

Name: Schäfer Vorname: Thomas

Versuch: Vierpole und Leitungen (~~mit~~/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: Tobias Hoase Durchgeführt am: 28.11.11

Abgabe am: 05.12.11

Rückgabe am:

Begründung:

2. Abgabe am:

Ergebnis: (+ / 0 / -)

Fehlerrechnung: ja / nein

Datum: 05.12.11

Handzeichen: Hoase

Bemerkungen: Super Protokoll, besonders die Auswertung (Aufg. 2) ist spitze
Musterprotokoll?!



Versuche P1-53,54,55:

Vierpole und Leitungen

Raum F1-17

Bei diesem Versuch geht es um die Übertragungseigenschaften von Vierpolen, Vierpolketten und Kabeln. Die in der Praxis häufig vorkommenden R-C-Spannungsteiler (Differenzier- und Integrierglied bzw. Hoch- und Tiefpaß) werden untersucht, ebenso das L-C-Glied und eine Kette aus solchen Gliedern (Drosselkette). Anhand der Drosselkette werden Eigenschaften von Übertragungsleitungen diskutiert und ermittelt. Schließlich wird als Grenzfall der Drosselkette mit einem Koaxialkabel experimentiert. Bei den Experimenten spielt die Verwendung eines Oszilloskops eine gewichtige Rolle.

Aufgaben:

1. Bei dieser Aufgabe werden einfache passive lineare Vierpole, nämlich **R-C-Spannungsteiler**, bezüglich des **Abschwächungsverhältnisses** (unter diesem Aspekt heißen sie 'Hochpaß' bzw. 'Tiefpaß') und der **Phasenverschiebung** (unter diesem Aspekt heißen sie 'Phasenschieber') zwischen Ausgangs- und Eingangsspannung untersucht.

1.1 Legen Sie sinusförmige Wechselspannung ($f \cong 1,7\text{kHz}$; $u_e \cong 8V_{ss}$) an die Reihenschaltung von C ($\approx 1\text{nF}$) und R ($\approx 1 / 10 / 100 / 1000 \text{ k}\Omega$) und beobachten Sie als Ausgangsspannung u_a die Spannung an R oszilloskopisch: '**Hochpaß**'. Der Index „ $_{ss}$ “ bei der Spannungsangabe V_{ss} bedeutet, daß der zwischen Maximum und Minimum der Wechselspannung gemessene und am Oszilloskop besonders gut ablesbare Spitze-Spitze-Wert gemeint ist. Er beträgt das $2\sqrt{2}$ -fache der üblicherweise angegebenen Effektivspannung. Am Zweikanaloszilloskop wird gleichzeitig die Eingangsspannung u_e dargestellt. Verwenden Sie am Oszilloskopeingang für u_a den Tastkopf. (Warum?). Messen Sie sowohl den Betrag von u_a als auch die zeitliche Verschiebung Δt zwischen Ausgangs- und Eingangsspannung, und rechnen Sie um in das Abschwächungsverhältnis u_a/u_e und die Phasenverschiebung $\Delta\phi$ in Winkelgrad. Stellen Sie sowohl u_a/u_e als auch $\Delta\phi$ über $\log(f/f_0)$ mit $f_0 = 1 / 2\pi RC$ dar, und tragen Sie jeweils den berechneten Verlauf dazu ein.

1.2 Wie 1.1, jedoch wird jetzt als Ausgangsspannung u_a die Spannung an C beobachtet: '**Tiefpaß**'.

2. Dieselben Vierpole wie bei Aufgabe 1 werden benutzt, aber statt sinusförmiger Wechselspannung wird jetzt Dreieck- bzw. Rechteckwechselspannung angelegt. Bei geeigneter Dimensionierung spricht man von '**Differenzier- bzw. Integriergliedern**'.

2.1 Legen Sie **dreieckförmige** Wechselspannung ($f \cong 1,7\text{kHz}$; $u_e \cong 8V_{ss}$) an die Reihenschaltung von C ($\approx 1\text{nF}$) und R (wie bei 1.1) und beobachten Sie als Ausgangsspannung u_a die Spannung an R oszilloskopisch: '**Differenzierglied**', falls $f/f_0 \ll 1$. Am Zweikanaloszilloskop wird gleichzeitig die Eingangsspannung u_e dargestellt. Verwenden Sie am Oszilloskopeingang für u_a den Tastkopf. Vergleichen Sie die Meßergebnisse mit Rechenergebnissen.

2.2 Wie 2.1, jedoch wird jetzt als Ausgangsspannung u_a die Spannung an C beobachtet: '**Integrierglied**', falls $f/f_0 \gg 1$. Statt dreieckförmiger ist hier **rechteckförmige** Wechselspannung zweckmäßig.

2.3 Es ist interessant, außer den in den Aufgaben verlangten R-C-Kombinationen weitere zu verwenden oder etwa das Differenzierglied mit Rechteck- und das Integrierglied mit Dreieckspannung zu betreiben oder bei festem R und C die Frequenz der angelegten Spannung über weite Bereiche zu variieren. Machen Sie solche Untersuchungen.

3. Hier geht es um längssymmetrische **Vierpole** aus (idealisiert) reinen Blindwiderständen und ihre **Übertragungseigenschaften** (Betrag und Phase von u_a/u_e) sowie um die Wirkung der Verkettung mehrerer gleicher Vierpole. Dabei wird die '**Drosselkette**' untersucht, die einerseits als 'Impulsverzögerer' sowie als 'Tiefpaß mit steiler Flanke' praktische Bedeutung hat und andererseits das Funktionieren eines Kabels (Aufgabe 4) leichter verständlich macht.

3.1 Bestimmen Sie den **charakteristischen Widerstand** $Z_0(f \ll f_0)$ einer Drosselkette bei relativ geringer Frequenz. Legen Sie dazu an die sechsgliedrige Kette rechteckförmige Wechselspannung ($f \cong 20\text{kHz}$; $u_e \cong 6V_{ss}$) und beobachten Sie oszilloskopisch das Eingangssignal. Schalten Sie den

regelbaren Lastwiderstand Z_A ('Abschlußwiderstand') der Kette ein, und stellen Sie ihn so ein, daß die beobachtete Spannung das im wesentlichen unverfälschte Rechteck ist, das möglichst wenig durch **Reflexionen** vom Kettenende beeinträchtigt wird.

3.2 Bestimmen Sie die **Grenzfrequenz f_0** der Drosselkette. Legen Sie dazu an die 6-gliedrige Kette sinusförmige Wechselspannung (f bis 1MHz; $u \sim 6V_{SS}$). Stellen Sie den Lastwiderstand anfangs auf $Z_0(f \ll f_0)$ ein. Beobachten Sie zunächst die Eingangsspannung an der Kette, und überzeugen Sie sich davon, daß der Generator eine nahezu frequenzunabhängige Spannung liefert. Beobachten Sie dann die Ausgangsspannung der Kette beim Erhöhen der Frequenz. Dabei muß der Lastwiderstand Z_A entsprechend der theoretischen Frequenzabhängigkeit von Z_0 (f/f_0) nachgeregelt werden, um Reflexionen zu vermeiden. Suchen Sie jenen Frequenzbereich, in dem sich u_a stark mit f ändert, und lesen Sie die Grenzfrequenz f_0 von der Generatorskala ab (etwa an der Stelle $u_a/u_e = 1/10$).

3.3 Berechnen Sie aus Z_0 ($f \ll f_0$) und f_0 die **Kapazität $C/2 + C/2$** und die **Induktivität L** jedes Kettengliedes. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den angegebenen Daten der Bauelemente.

3.4 Untersuchen Sie mit Hilfe des Zweikanaloszilloskops die **Phasenverschiebung** zwischen Ausgangs- und Eingangssignal in Abhängigkeit von der Frequenz (Sinusförmige Wechselspannung; $f \sim 10 / 100 / 300 / 500 / 600 / 650 / 690$ kHz) sowohl für das einzelne π -Glied als auch für die 6-gliedrige Kette. Sorgen Sie jeweils für reflexionsfreien Abschluß der Kette. Rechnen Sie aus der am Oszilloskop abgelesenen zeitlichen Verschiebung um auf die Verschiebung im Bogenmaß. Überzeugen Sie sich davon, daß bei der Grenzfrequenz die Phasenverschiebung über einen Vierpol gerade gleich π ist, und davon, daß bei einer n -gliedrigen Kette von Vierpolen gegenüber dem einzelnen Vierpol die Phasenverschiebung etwa n -facht wird. Sie können durch geschickte Benutzung des Zweikanaloszilloskops recht genau jene Frequenzen einstellen, die bei der 6-gliedrigen Kette Phasenverschiebungen von π , 2π , 3π , 4π und 5π ergeben. Ermitteln Sie aus diesen fünf Frequenzen nochmals die Grenzfrequenz f_0 .

3.5 Erzwingen Sie Reflexionen vom Kettenende ($Z_A = 0$), vermeiden Sie weitgehend Reflexionen am Kettenanfang (200 Ω -Steckwiderstand anstelle des Kurzschlußsteckers zwischen Generator und Kettenanfang einfügen) und verwenden Sie rechteckförmige Wechselspannung (ca. 20kHz). Welche **Signalform** erwarten Sie am Kettenanfang? Vergleichen Sie Vorhersage und Beobachtung.

4. Die Vierpolkette aus einzelnen Gliedern wird jetzt ersetzt durch eine **homogene Leitung**, nämlich ein übliches **Koaxialkabel**, wie es z.B. zur Impulsübertragung verwendet wird. Einige der Messungen an der Vierpolkette werden an dem Kabel in entsprechender Weise ausgeführt, um die Verwandtschaft zu erkennen.

4.1 Bestimmen Sie den **charakteristischen Widerstand Z_0** des Kabels, der wegen der sehr geringen Verluste als praktisch frequenzunabhängig angenommen werden darf. Wie 3.1, jedoch Kabel statt Vierpolkette und rechteckförmige Wechselspannung mit $f \sim 1.1$ MHz.

4.2 Bestimmen Sie die **Verzögerungszeit τ'** pro Längeneinheit des Kabels durch gleichzeitige Beobachtung von Eingangs- und Ausgangs-Rechteckspannung am Oszilloskop. (Oszilloskop-Betriebsart 'alternating'; Zeitachsendeckung maximal.)

4.3 Bestimmen Sie die Verzögerungszeit τ' pro Längeneinheit des Kabels in einer zu Aufgabe 3.5 analogen Weise: $Z_A = 0$ einstellen und die **Überlagerung von Generatorsignal (1MHz) und reflektiertem Signal** am Kabeleingang beobachten.

4.4 Vergleichen Sie die aus verschiedenen Messungen und aus geometrischen Kabeldaten gewonnenen Ergebnisse für die relative **Dielektrizitätskonstante**, $\epsilon\{C_\ell, r_i, r_a\}$; $\epsilon\{\tau'\}$; $\epsilon\{Z_0(f \ll f_0), r_i, r_a\}$.

Zubehör:

Funktionsgenerator: GW-Instek SFG-2104, für Sinus-, Rechteck- und Dreiecksspannungen (0,1 Hz bis 4 MHz)

Oszilloskop: z.B. Tektronix 2465 oder Hameg 205-2 ($R_e \approx 1 \text{ M}\Omega$; $C_e \approx 47 \text{ pF}$; $R_e(\text{Tastkopf}) \approx 10 \text{ M}\Omega$)

Steckkästchen mit Bananenbuchsen für RC-Glieder

Steckelemente 220Ω ; sowie 1; 10; 100; $1000 \text{ k}\Omega \pm 2\%$ und 1; 10; 100; $1000 \text{ nF} \pm 2\%$

Drosselkette aus $\{1+5\}$ π -Gliedern ($C/2 = 1 \text{ nF}$; $L = 96 \text{ }\mu\text{H}$; $C/2 = 1 \text{ nF}$) mit vorschaltbarem Serienwiderstand (200Ω) und mit abschaltbarem einstellbarem Lastwiderstand (bis 500Ω)

Koaxial-Kabel (Typ RG174/U; $\ell = 10,0 \text{ m}$; $C_\ell = 925 \text{ pF}$; $r_1 = 0,5 \text{ mm}$; $r_a = 1,75 \text{ mm}$) mit abschaltbarem einstellbarem Lastwiderstand (max. 100Ω)

Verbindungskabel (Koaxialkabel mit BNC-Steckern und Laborleitungen mit Bananensteckern)

Übergangsstücke (Koaxial \rightarrow Banane, Banane \rightarrow Koaxial).

Literatur**zu Drosselkette und Kabel:**

Bergmann, Schaefer: *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Bd. 2.: 9.Aufl., de Gruyter, 2006

Demtröder: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*, 4. Aufl. Springer, 2006

Vilbig: *Lehrbuch der HF-Technik* (1960): Bd.1, Kap. 2 und 3

Crawford: *Berkeley-Physik-Kurs 3* (Schwingungen und Wellen)

Meyers Physik-Lexikon: 'Leitung'

Jüngst: *Vorbereitungshilfe zu 'Vierpole und Leitungen'*

zu R-C-Gliedern:

Ch. Weddigen, W. Jüngst: *Elektronik; Eine Einführung für Naturwissenschaftler und Ingenieure...*, 2. Aufl. Springer 1993

Surina, Klasche: *Angew. Impulstechnik*, Par.3

Speiser: *Impulsschaltungen* (1967), 3.1 bis 3.4

Tietze, Schenk: *Halbleiterschaltungstechnik*

Vorbereitung
Vierpole und Leitungen
P1-54
Gruppe Mo-20
Thomas Scharrer

20. Januar 2012

Inhaltsverzeichnis

1	RC-Spannungsteiler	3
1.1	Hochpass	3
1.2	Tiefpass	4
2	Differenzier- und Integrierglieder	4
2.1	Differenzierglied	5
2.2	Integrierglied	5
2.3	Weitere Versuche	5
3	Drosselkette	5
3.1	Charakteristischer Widerstand Z_0	5
3.2	Grenzfrequenz	6
3.3	Kapazität und Induktivität	6
3.4	Phasenverschiebung	6
3.5	Erzwungene Reflexion	7
4	Koaxialkabel	7
4.1	Charakteristischer Widerstand Z_0	7
4.2	Verzögerungszeit τ'	7
4.3	Verzögerungszeit durch Überlagerung	7
4.4	Relative Dielektrizitätskonstanten	7

Was ist ein Vierpol?

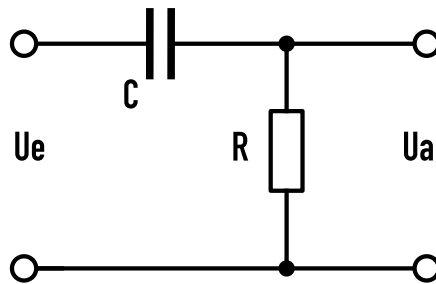
Als Vierpol wird generell eine Schaltung bezeichnet, die je 2 Eingangs- und 2 Ausgangsklemmen besitzt. Wir werden es hier hauptsächlich mit einem RC-Spannungsteiler, einem LC-Glied und einer Drosselkette zu tun bekommen.

1 RC-Spannungsteiler

In diesen Versuchen werden RC-Spannungsteiler als lineare Vierpole in ihrer Funktion als Hoch- bzw. Tiefpass und Phasenschieber betrachtet. Sie werden als linear bezeichnet, da in ihnen gilt:

$$U = Z \cdot I$$

1.1 Hochpass



Quelle: Wikipedia.org

Als Hochpass wird eine Schaltung bezeichnet, deren Eigenschaft darin besteht tiefe Frequenzen herauszufiltern und hohe Frequenzen "passieren" zu lassen. Dies wird dadurch erreicht, dass bei kleiner Frequenz die Impedanz $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$ eines Kondensators sehr hoch ist. Dadurch fällt ein Großteil der Spannung an C ab und nur noch sehr wenig an R. Erhöht sich nun die Frequenz, so wird die Impedanz des Kondensators immer kleiner, so dass immer mehr Spannung an R abfallen kann.

In unserem Versuchsaufbau legen wir nun eine Sinusspannung u_e mit $f = 1,7kHz$ und $\hat{U} = \pm 4V$ an und betrachten bei Variation von $R = 1/10/100/1000k\Omega$ die Ausgangsspannung u_a . Dabei stellen wir u_a und u_e mit Hilfe eines Oszilloskops dar. Dabei wird u_a am Tastknopf angeschlossen, um den Messfehler klein zu halten. Dies ist gegeben durch den sehr hohen Widerstand des Tastknopfes. Nun kann man problemlos die Amplitude U_a und die Zeitverschiebung Δt ablesen. Damit kann man nun das Abschwächungsverhältnis $\frac{u_a}{u_e}$ und die Phasenverschiebung $\Delta\Phi = 2\pi \cdot f \cdot \Delta t$ im Gradmaß berechnen. Beides soll dann auf $\log(f/f_0)$ mit $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ dargestellt werden. Es gilt auch den theoretischen Verlauf einzutragen. Die theoretischen Verläufe sind gegeben durch die Kirchhoffschen Regeln:

$$u_a = u_e \cdot \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}}$$

$$\Rightarrow \frac{|u_a|}{|u_e|} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\omega RC)^2} + 1}}$$

Setzt man nun $\omega = 2\pi f$ und $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ ein, so erhält man:

$$\frac{|u_a|}{|u_e|} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f_0}{f}\right)^2 + 1}}$$

Für $\Delta\Phi$ gilt:

$$\tan \Phi = \frac{1}{\omega RC} \Rightarrow \Phi = \arctan \frac{f_0}{f}$$

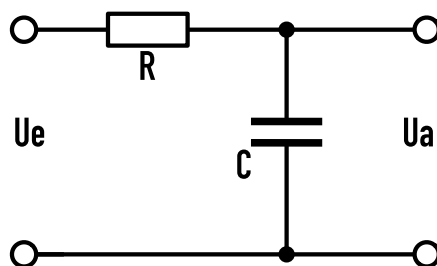
Umrechnung ins Gradmaß:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta\Phi}{360^\circ}$$

$$\Delta\Phi = 360^\circ \cdot \frac{\Delta t}{T} = 360^\circ \cdot f \cdot \Delta t = \omega \cdot \Delta t$$

1.2 Tiefpass

Vertauscht man nun die Reihenfolge von R und C und greift die Spannung an C ab, so handelt es sich um einen Tiefpass.



Quelle: Wikipedia.org

Es werden wie beim Hochpass die selben Messungen durchgeführt. Jedoch gilt hier nun für das Abschwächungsverhältnis folgendes:

$$u_a = u_e \cdot \frac{\frac{1}{i\omega C}}{\frac{1}{i\omega C} + R} = u_e \cdot \frac{1}{1 + i\omega RC} \Rightarrow \frac{|u_a|}{|u_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f}{f_0}\right)^2 + 1}}$$

2 Differenzier- und Integrierglieder

Nun betrachten wir die RC-Glieder in Verbindung mit Dreieck- bzw. Rechteckspannungen.

2.1 Differenzierglied

An den Hochpass aus Aufgabe 1.1 wird nun eine Dreiecksspannung angelegt. Das Ohmsche Gesetz liefert zusammen mit $Q = C \cdot U$:

$$u_a = R \cdot I = R \cdot \frac{dQ}{dt} = RC \cdot \frac{du_e}{dt}$$

Daraus ist nun zu erwarten, dass am Ausgang eine Rechteckspannung ausgegeben wird. (Da Ableitung eines Dreieckssignals einer Rechteckspannung entspricht)

2.2 Integrierglied

An den Tiefpass aus 1.2 legen wir nun eine Rechteckspannung an. Mit $U = \frac{Q}{C}$ gilt:

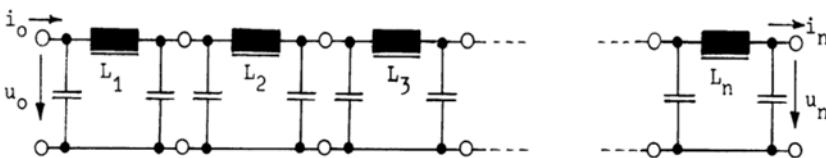
$$u_a = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{RC} \int (u_e - u_a) dt$$

D.h. am Ausgang müsste das Integral der Eingangsspannung anliegen. Im Falle der Rechteckspannung am Eingang erwartet man nun eine Dreiecksspannung am Ausgang.

2.3 Weitere Versuche

Nun sollen noch diverse Variationen beider Versuche durchgeführt werden. So sollen z.B. die Eingangssignale vertauscht oder mit unterschiedlichen Frequenzen bei festem R und C gemessen werden.

3 Drosselkette



Quelle: Vorbereitungsmappe

Nun sollen einige Versuche an einer 5+1 Drosselkette durchgeführt werden. Dabei handelt es sich um eine Reihenschaltung von 6 sogenannten π -Gliedern. Dabei handelt es sich um eine Vierpolschaltung aus 2 Kondensatoren mit einer Spule.

3.1 Charakteristischer Widerstand Z_0

Nun soll der Charakteristische Widerstand Z_0 der Drosselkette für $f \ll f_0$ bestimmt werden. Dazu legen wir eine Rechteckspannung ($f=20\text{kHz}$ $\hat{U}=\pm 3V$) an. Für Z_0 gilt:

$$Z_0 = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Da für $f \ll f_0$ folgt, dass $\omega \ll \omega_0$ gilt, kann man für unseren Versuch annehmen, dass $Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$ ist. Für die uns gegebenen Werte $C=2\text{nF}$ und $L=96\mu\text{H}$ ergibt sich ein theoretischer Wert für $Z_0 \approx 219\Omega$. Um Z_0 zu messen wird nun ein verstellbarer Verbraucherwiderstand an den Ausgang anschließt und diesen so regelt, dass die Beeinträchtigung des Eingangssignals durch Reflexionen minimal ist. Dies ist der Fall bei $Z_A = Z_0$.

3.2 Grenzfrequenz

Um die Grenzfrequenz zu bestimmen wird nun eine Sinusspannung an die Drosselkette angeschlossen und die Frequenz solange variiert bis wir den Frequenzbereich finden, in dem u_a besonders stark von f abhängt. Dieser Wert müsste ungefähr bei $\frac{u_a}{u_e} = \frac{1}{10}$ liegen. Dabei ist besonders zu beachten, dass der Lastwiderstand Z_a immer wieder nachgeregelt werden muss um Reflexionen zu verhindern.

3.3 Kapazität und Induktivität

Mit der Formel aus 3.1. kann man nun mit f_0 und Z_0 die Werte für $\frac{C}{2}$ und $\frac{L}{2}$ berechnen:

$$\Rightarrow \frac{C}{2} = \frac{1}{2\pi f_0 Z_0} \quad \& \quad \frac{L}{2} = \frac{Z_0}{2\pi f_0}$$

3.4 Phasenverschiebung

Nun soll die Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz eines einzelnen π -Gliedes, sowie der ganzen Drosselkette gemessen werden. Es ist wieder zu beachten, dass die Kette reflexionsfrei abgeschlossen ist. Dafür variieren wir f für folgende Werte: $f=10/100/300/500/600/650/690$ kHz

Um das gemessene Δt in $\Delta\Phi$ umzurechnen gilt:

$$\Delta\Phi = 2\pi f \cdot \Delta t \quad (\text{siehe Oben})$$

Des Weiteren soll gezeigt werden, dass für $f = f_0 \Leftrightarrow \Delta\Phi = \pi$ gilt und ein linearer Zusammenhang zwischen Anzahl der Kettenglieder n und $\Delta\Phi$ besteht. Es gilt:

$$\Delta\Phi = 2\pi \cdot \arcsin \frac{f}{f_0}$$

Für k -fache von π kann man nun erneut f_0 berechnen:

$$f_0 = \frac{f}{\sin \frac{k\pi}{2n}}$$

3.5 Erzwungene Reflexion

Nun ist eine Reflexion am Kettenende erwünscht. Dies wird durch entfernen von Z_A erreicht. Um Reflexion am Kettenanfang zu verhindern wird nun ein 200Ω -Widerstand vorgeschaltet. Nun kann man am Kettenbeginn die Überlagerung des Eingangssignals und des reflektierten phasenverschobenen Ausgangssignals beobachten. Wir benutzen hierbei ein 20kHz-Rechtecksignal.

4 Koaxialkabel

Nun wird die Drosselkette durch ein homogenes Koaxialkabel ersetzt. Um nun die ähnliche Wirkung beider Elemente zu veranschaulichen werden einige der Versuche aus 3 wiederholt.

4.1 Charakteristischer Widerstand Z_0

Analog zu Aufgabe 3.1 nur mit einem Rechtecksignal mit $f \approx 1,1\text{MHz}$.

4.2 Verzögerungszeit τ'

Um die Verzögerungszeit pro Längeneinheit zu bestimmen wird Δt des Ausgangssignals zum Eingangssignal gemessen und durch die Länge geteilt:

$$\tau' = \frac{\Delta t}{l}$$

Den theoretischen Wert erhält man über die Phasengeschwindigkeit:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{1}{\tau'}$$

4.3 Verzögerungszeit durch Überlagerung

Analog zu 3.5

$Z_A = 0$ und die Überlagerung von Ein- und Ausgangssignals beobachten.

$$\tau' = \frac{\Delta t}{2l} \text{ (Da doppelter Laufweg!)}$$

4.4 Relative Dielektrizitätskonstanten

Um die relative Dielektrizitätskonstante ϵ_r zu bestimmen, kann man sich nun unterschiedlicher Möglichkeiten bedienen. So kann man die obige Formel für die Phasengeschwindigkeit umstellen.

$$\Rightarrow \epsilon_r(\tau') = \frac{c^2\tau'^2}{\mu_r}$$

Die weiteren Formeln wurden der Vorbereitungshilfe entnommen:

$$\epsilon_r(C_l, r_i, r_a) = \frac{C \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}{2\pi\epsilon_0 l}$$

$$\epsilon_r(Z_0, r_i, r_a) = \frac{c^2 \mu_0^2 \mu_r}{4\pi^2 Z_0^2} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

$$r_i = 0,5mm; r_a = 1,75mm; C_l = 925pF$$

Vorbereitung P1-53,54,55 Vierpole und Leitungen

**Nicolas Schäfer
Gruppe Mo-20**

20. Januar 2012

Inhaltsverzeichnis

1 Sinusförmige Wechselspannung am Vierpol	3
1.1 Hochpass	3
1.2 Tiefpass	4
2 Dreieck- und Rechteckwechselspannung am Vierpol	5
2.1 Differenzierglied	5
2.2 Integrierglied	5
2.3 Weitere Untersuchungen	5
3 Drosselkette	6
3.1 Charakteristischer Widerstand	6
3.2 Grenzfrequenz f_0	6
3.3 Kapazität und Induktivität	7
3.4 Phasenverschiebung	7
3.5 Erzwungene Reflexion am Kettenende	7
4 Koaxialkabel	8
4.1 Charakteristischer Widerstand Z_0	8
4.2 Verzögerungszeit τ'	8
4.3 Verzögerungszeit τ' durch Überlagerung	8
4.4 Dielektrizitätskonstante des Kabels	8

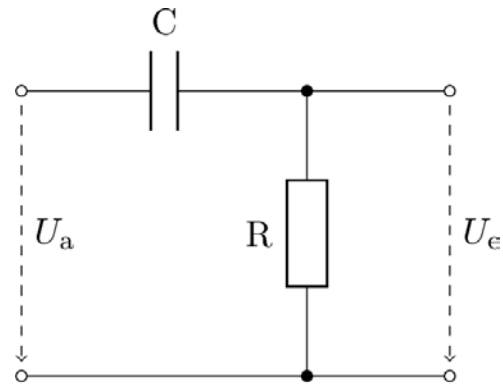
1 Sinusförmige Wechselspannung am Vierpol

Vierpole sind elektrische Bauteile, die über ein Eingangs- und ein Ausgangsklemmpaar verfügen. In der folgenden Aufgabe wird ein Vierpol, bestehend aus einem Widerstand und einem Kondensator, ein sogenannter R-C-Spannungsteiler untersucht.

1.1 Hochpass

Es wird die Eigenschaft eines Vierpols als Hochpass untersucht. Dieser kann zum Herausfiltern von niedrigen Frequenzen von Wechselspannungen dienen, indem niederfrequente Anteile fast vollständig gedämpft, hochfrequente Anteile jedoch so gut wie ungestört bleiben.

Mit einem Zweikanaloszilloskop werden die sinusförmige Eingangsspannung U_e , sowie die Ausgangsspannung U_a beobachtet, deren Betrag und die zeitliche Verschiebung der Phasen gemessen.



(a) Vierpol als Hochpass

Es wird der Tastknopf am Oszilloskopeingang verwendet, da aufgrund dessen großen Widerstands der Messfehler bei der Messung klein ist. Mit den Kirchhofschen Regeln gilt für die Ausgangsspannung:

$$U_a = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} \cdot U_e$$

Erweitert mit dem komplex Konjugierten:

$$|U_a| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cdot U_e$$
$$\Rightarrow \frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{\omega CR}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}}$$

Mit $f = \frac{\omega}{2\pi}$ und Grenzfrequenz $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ gilt:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{f}\right)^2}}$$

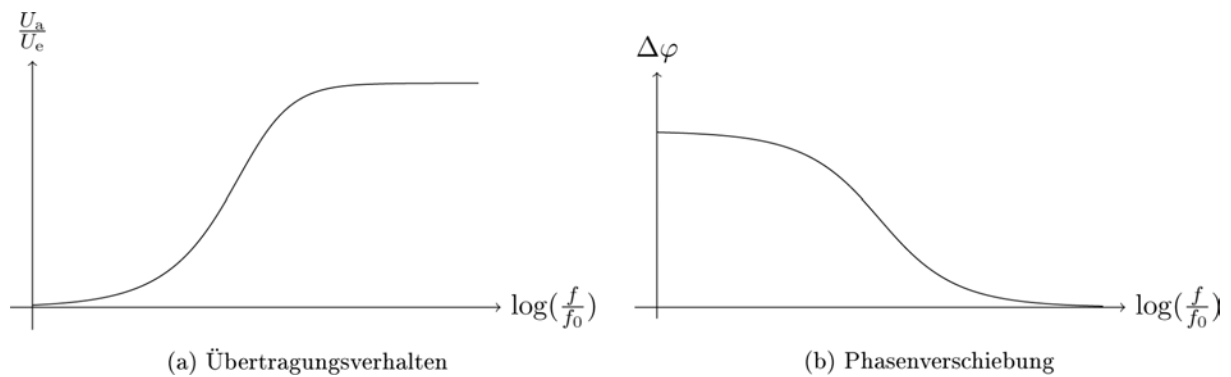
Für die Phasenverschiebung ergibt sich:

$$\tan \varphi = \frac{1}{\omega RC} \Rightarrow \varphi = \arctan \frac{f_0}{f}$$

Mit Kenntnis der Kreisfrequenz ω der Wechselspannung kann die Phasenverschiebung ins Gradmaß transferiert werden:

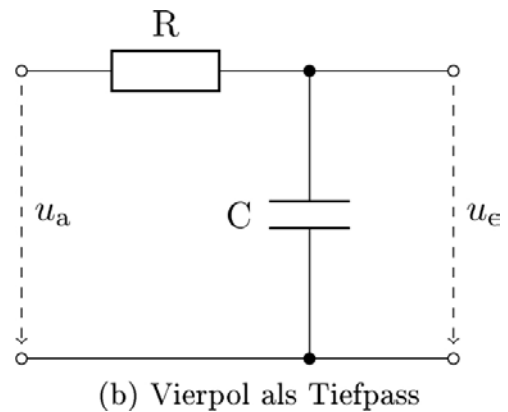
$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T} = \Delta t \cdot f \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi f \cdot \Delta t = 360^\circ \cdot f \Delta t$$

Sowohl $|U_a|/|U_e|$ als auch $\Delta\varphi$ werden über $\log(f/f_0)$ aufgetragen:



1.2 Tiefpass

Die Ausgangsspannung wird nun am Kondensator abgenommen, um die Eigenschaften der Vierpols als Tiefpass zu untersuchen. Die Messungen werden analog zum Hochpass durchgeführt.



Für die Ausgangsspannung gilt:

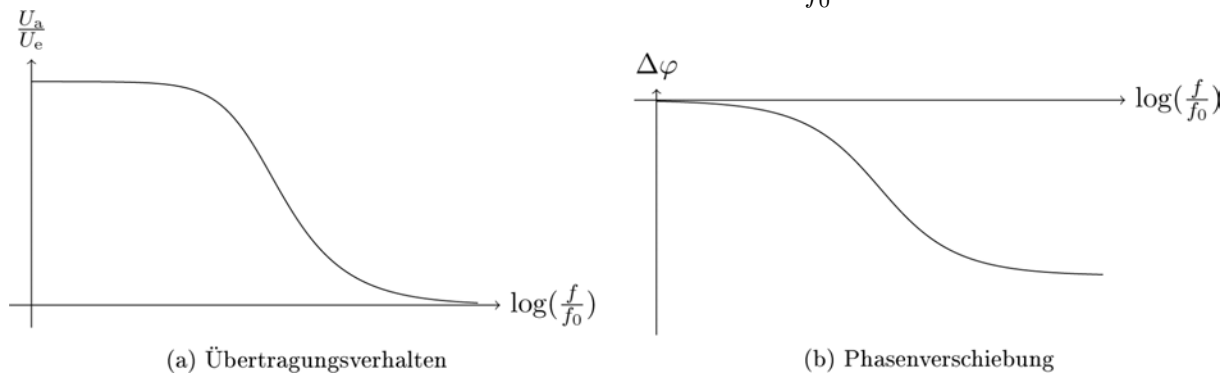
$$|U_a| = \frac{1}{1 + i\omega CR|U_e|}$$

Was nun wieder in Abhängigkeit der Frequenzen dargestellt werden kann:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|} = \frac{1}{\left(1 + \frac{f}{f_0}\right)^2}$$

Es gilt für die Phasenverschiebung:

$$\tan \varphi = -\omega RC \Rightarrow \varphi = -\arctan \frac{f}{f_0}$$



2 Dreieck- und Rechteckwechselspannung am Vierpol

2.1 Differenzierglied

Es wird an den Hochpass aus Aufgabe 1.1 eine dreieckförmige Wechselspannung angelegt. Das Eingangssignal wird hierbei in charakteristischer Weise verformt.

Mit $f/f_0 \ll 1$ gilt:

$$U_a = R \cdot \frac{dQ}{dt} \approx RC \cdot \frac{dU_e}{dt}$$

Diese Näherung ist nur gültig, wenn der Kondensatorstrom nicht zu groß wird und somit vernachlässigbar ist.

2.2 Integrierglied

Es wird an einen Tiefpass eine Rechteckspannung angelegt. Nun muss wieder $f/f_0 \gg 1$ gelten, womit sich folgender Zusammenhang ergibt:

$$U_a = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{RC} \int (U_e - U_a) dt$$

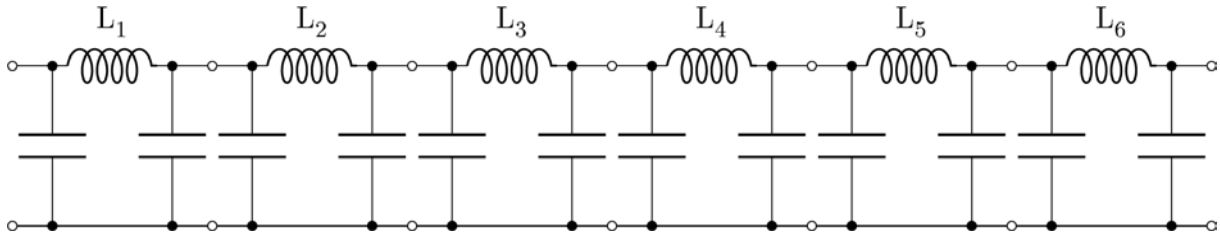
$$\Rightarrow U_a = -U_e e^{-\frac{1}{RC}t} + U_e$$

2.3 Weitere Untersuchungen

Hier sollen weitere Versuche durchgeführt werden, indem beispielsweise das Differenzierglied mit Rechteck und das Integrierglied mit Dreiecksspannung betrieben werden oder bei festem R und C die Frequenz der angelegten Spannung variiert wird.

3 Drosselkette

Die folgenden Versuche werden mit in Reihe geschalteten Vierpolen vorgenommen, einer sogenannten Drosselkette.



3.1 Charakteristischer Widerstand

Um den charakteristischen Widerstand Z_0 einer sechsgliedrigen Drosselkette zu bestimmen, wird eine Rechteckwechselspannung mit relativ niedriger Frequenz verwendet, wobei ein regelbarer Abschlusswiderstand Z_A am Ende der Kette so eingestellt wird, dass möglichst wenig Reflexionen auftreten. Mit $Z_0 \approx Z_A$ gilt dann:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right)^{-1}$$

Mit $\omega_0 = 2 \left(\sqrt{LC} \right)^{-1}$ und $\omega \ll \omega_0$ gilt:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

3.2 Grenzfrequenz f_0

Es wird eine sinusförmige Wechselspannung an die Drosselkette angelegt und der Lastwiderstand auf Z_0 eingestellt. Es wird nun die Frequenz erhöht, wobei der Lastwiderstand entsprechend der theoretischen Frequenzabhängigkeit von Z_0 nachgeregelt werden:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f}{f_0}}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{für } f \ll f_0)$$

Der Punkt, an dem sich die Ausgangsspannung bei Variation der Frequenz stark ändert, beschreibt die Grenzfrequenz.

Der theoretische Wert ist beschrieben durch:

$$f_0 = \frac{1}{\pi \sqrt{LC}}$$

3.3 Kapazität und Induktivität

Mit Hilfe der Formeln aus 3.1 können Kapazität und Induktivität der Spulen in jedem Bauglied der Drosselkette bestimmt und mit den angegebenen Werten verglichen werden. Es gilt:

$$L = \frac{Z_0}{f_0 \cdot \pi}$$
$$C = \frac{1}{Z_0 \cdot f_0 \cdot \pi}$$

3.4 Phasenverschiebung

Es soll die Phasenverschiebung zwischen Ausgangs- und Eingangssignal für jedes einzelne π -Glied, sowie für die ganze Kette in Abhängigkeit von der Frequenz gemessen werden. Aus der gemessenen zeitlichen Verschiebung wird über die Beziehung $\Delta\varphi = 2\pi f$ der Winkel bestimmt. Dieser steigt linear mit der Anzahl der Glieder.

Für die Phasenverschiebung der mehrgliedrigen Drosselkette gilt:

$$\Delta\varphi = 2n \arcsin \frac{f}{f_0}$$

Aus den Frequenzen f , bei denen die Phasenverschiebung der ganzen Kette π bis 5π beträgt, kann f_0 bestimmt werden. Es gilt:

$$f_0 = \frac{f}{\sin\left(\frac{k\pi}{2n}\right)}$$

3.5 Erzwungene Reflexion am Kettenende

Um eine Reflexion am Kettenende zu erzwingen, wird die Drosselkette am Ende kurzgeschlossen ($Z_a = 0$). Am Kettenanfang werden Reflexionen durch einen hohen Widerstand unterdrückt. Es wird eine Überlagerung der rechteckförmigen Eingangsspannung mit dem phasenverschobenen reflektierten Signal erwartet.

4 Koaxialkabel

Für die folgenden Versuche wird die Drosselkette durch ein homogenes Koaxialkabel ersetzt.

4.1 Charakteristischer Widerstand Z_0

Es wird der Versuch analog zu Aufgabe 3.1 mit einem Rechtecksignal mit $f \approx 1,1\text{MHz}$ durchgeführt. Z_0 darf aufgrund der sehr geringen Verluste im Kabel als frequenzunabhängig angenommen werden.

4.2 Verzögerungszeit τ'

Um die Verzögerungszeit pro Längeneinheit zu bestimmen, wird bei angelegter Rechteckspannung die Zeitdifferenz Δt des Ausgangssignals zum Eingangssignal gemessen und durch die Länge geteilt:

$$\tau' = \frac{\Delta t}{l}$$

Den theoretischen Wert erhält man über die Phasengeschwindigkeit:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{1}{\tau'}$$

4.3 Verzögerungszeit τ' durch Überlagerung

Es soll die Verzögerungszeit analog zur Aufgabe 3.5 bestimmt werden. Hierfür wird die Überlagerung von Eingangs- und Ausgangssignal beobachtet. Aufgrund der Reflexion gilt:

$$\tau' = \frac{\Delta t}{2l}$$

4.4 Dielektrizitätskonstante des Kabels

Zuletzt kann auf drei verschiedene Art und Weisen die relative Dielektrizitätskonstante ϵ_r berechnet werden. Es gelten hierbei die folgenden Beziehungen:

$$\epsilon_r(\tau') = \frac{c^2 \tau'^2}{\mu_r}$$

$$\epsilon_r(C_l, r_i, r_a) = \frac{C}{2\pi\epsilon_0 l} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

$$\epsilon_r(Z_0, r_i, r_a) = \frac{c^2 \mu_0^2 \mu_r}{4\pi^2 Z_0^2} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

$$r_i = 0,5\text{mm}; r_a = 1,75\text{mm}; C_l = 925\text{pF}$$

Aufgabe 1.1

R in k Ω	1	10	100	1000
U _a in mV	8,5 mV	780 mV	5,5 V	7,7 V
Δt in μs	-144	-134,5	-74,5	-15

Aufgabe 1.2

R in k Ω	1	10	100	1000
U _a i	7,95 V	7,95 V	5,5 V	0,8 V
Δt in μs	3 μs	18 μs	73,5 μs	133 μs

Aufgabe 2.1

nicht unbed. Rechnen

2.2

2.3

Aufgabe 3.1

Messung $Z_A = 215 \Omega$

A3.2

f in kHz	100	200	300	400	500	550	600	620	640	660
U _a in V	3,04	2,98	2,94	2,9	2,84	2,57	2,23	2,32	2,41	2,21

680	700	720	725	730	735	740	745	750	760
1,75	1,61	1,41	1,15	0,87	0,68	0,51	0,39	0,288	0,176

770	780	790	800	820	840	860			900	950	1000
0,116	0,078	0,051	0,037	0,0205	0,0125	0,0084	in mV		4,8	3,5	2,6

A3.4

ganze Kette

kHz: f	10	100	300	500	600	650	690
ms: Δt	2,7	2,65	2,656	0,868	1,36	1,628 0,090	0,430

ein π -Glied

f	10	100	300	500	600	650	690
Δt	0 ms	0,5	0,5	0,5	0,52	0,56	0,56

Phasenverschiebungen

$\Delta \varphi$	π	2π	3π	4π	5π
f in kHz	190	368	549,5	641	716

3.5

Foto ; $\Delta t =$

A4.1

$$Z_n = 50 \Omega$$

A4.2

$$\Delta t = 57,1 \text{ ns}$$

A4.3

$$\Delta t = 112,2 \text{ ns}$$

base

**Versuchsauswertung P1-53,54,55
Vierpole und Leitungen**

**Thomas Scharrer
Nicolas Schäfer
Gruppe Mo-20**

21. Januar 2012

Inhaltsverzeichnis

1	RC-Spannungsteiler	3
1.1	Hochpass	3
1.2	Tiefpass	4
2	Differenzier- und Integrierglied	6
2.1	Hochpass als Differenzierglied	6
2.2	Tiefpass als Integrierglied	7
2.3	Weitere Versuche	8
3	Drosselkette	8
3.1	Charakteristischer Widerstand	8
3.2	Grenzfrequenz	9
3.3	Kapazität und Induktivität	10
3.4	Phasenverschiebung	10
3.5	Erzwungene Reflexion	11
4	Koaxialkabel	11
4.1	Charakteristischer Widerstand	11
4.2	Verzögerungszeit τ'	11
4.3	Verzögerungszeit τ' durch Überlagerung	12
4.4	Dielektrizitätskonstante des Kabels	12

1 RC-Spannungsteiler

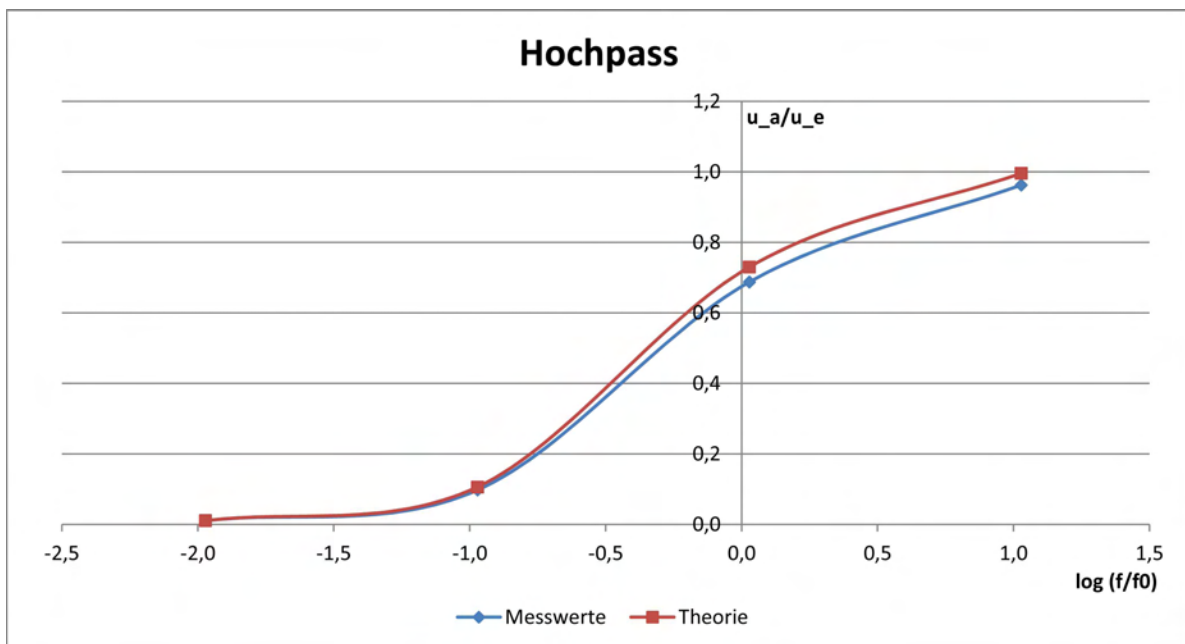
1.1 Hochpass

In diesem Versuch haben wir den Hochpass mit einem 1nF-Kondensator aufgebaut und für verschiedene Widerstände die Ausgangsspannung u_a und die zeitliche Verschiebung der Phase Δt gemessen. Dabei legten wir eine Sinusspannung mit einer Spitzenspannung $u_e = \pm 4V$ an. Mit den bereits in der Vorbereitung hergeleiteten Formeln konnten wir daraus das Verhältnis $\frac{|u_a|}{|u_e|}$, sowie die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ berechnen. Das Ergebnis haben wir mit den theoretisch berechneten Werten aufgetragen und verglichen. Die Auftragung über $\log(\frac{f}{f_0})$ ist in sofern zulässig, da man durch Veränderung von R auch die Grenzfrequenz f_0 ändert.

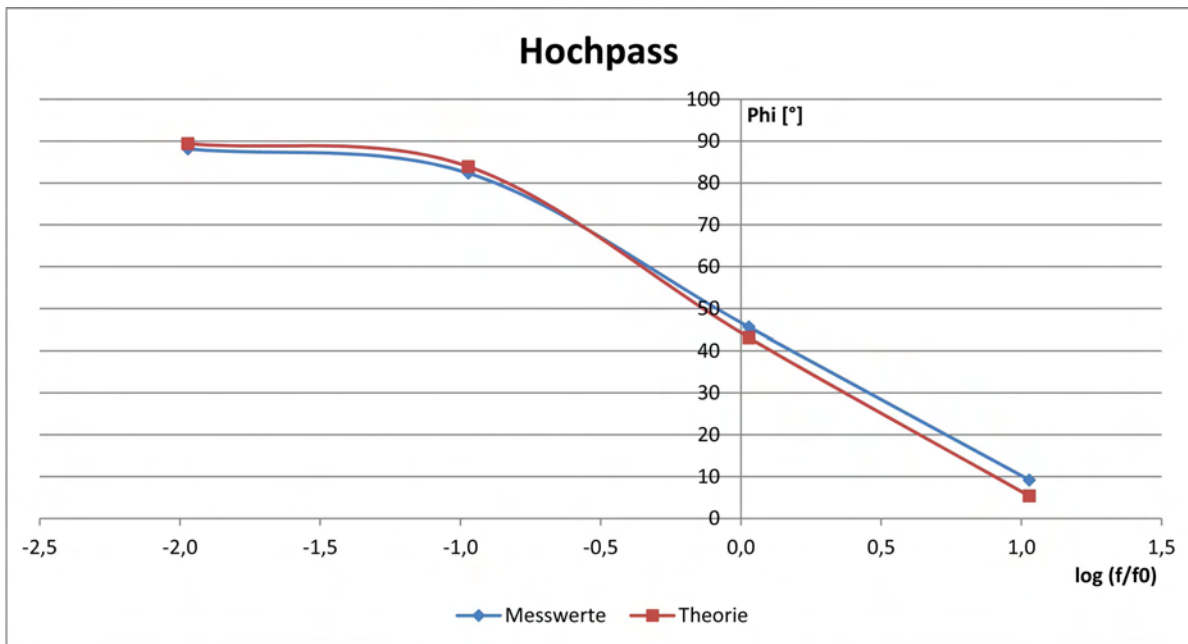
Wir erhielten folgende Daten:

$R[k\Omega]$	1	10	100	1000
$U_a[V]$	0,085	0,78	5,5	7,7
$\Delta t[\mu s]$	-144	-134,5	-74,5	-15
u_a/u_e	0,01	0,10	0,69	0,96
u_a/u_e theo	0,01	0,11	0,73	1,00
$\Delta\varphi[^\circ]$	88,1	82,3	45,6	9,2
$\Delta\varphi_{theo}[^\circ]$	89,4	83,9	43,1	5,3

Aufgetragen auf einer logarithmischen Skala ergeben sich dann folgende Diagramme:



In diesem Diagramm ist das Verhältnis $\frac{|u_a|}{|u_e|}$ zu sehen. Zum einen erkennt man, dass die Messwerte nur minimal von den Theoriewerten abweichen. Zum anderen sieht man die Funktionsweise des Hochpasses sehr gut. Für $f \ll f_0$ wird so gut wie keine bzw. sehr wenig Spannung gemessen. Je höher die Frequenz wird, desto mehr nähert sich das Verhältnis an 1:1, also kompletter Durchlässigkeit, an.



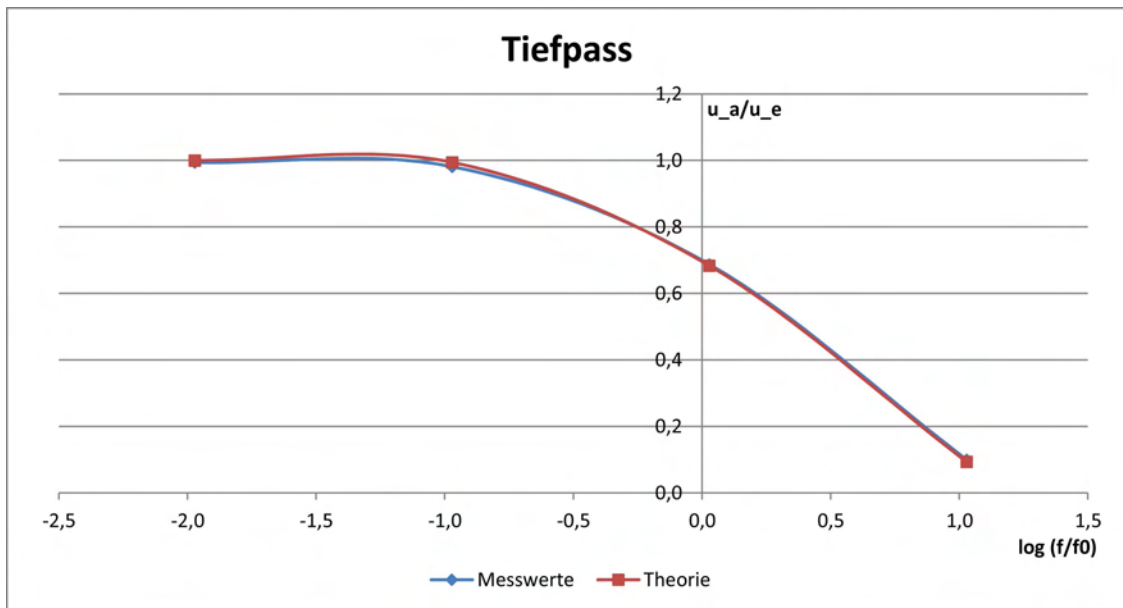
Es ist die Phasenverschiebung in Winkelmaß gegen der Frequenz aufgetragen. Auch hier fällt auf, dass unsere gemessenen Werte sich sehr gut mit den theoretisch berechneten Werten decken. Zudem ist die für einen Hochpass typische Phasenverschiebung von 90° für $f \ll f_0$ zu sehen. Je mehr man in den Bereich des Totaldurchlasses kommt desto geringer wird die Phasenverschiebung. Dies deckt sich desweiteren mit der Funktion des Hochpasses als Differenzierer, was in Aufgabe 2 weitergeführt wird.

1.2 Tiefpass

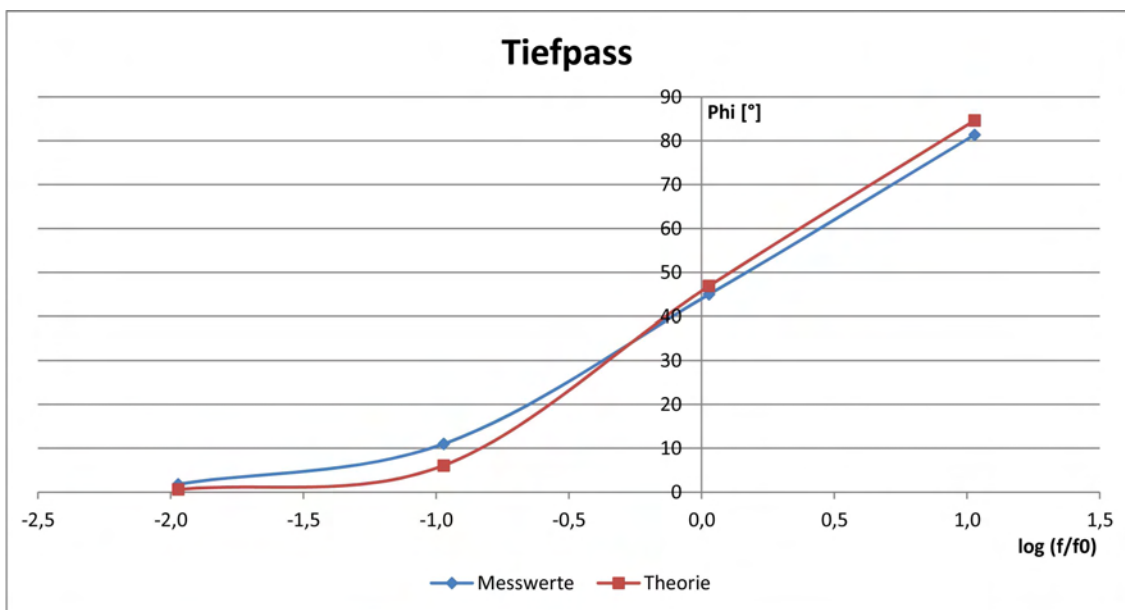
Die Aufgabe zum Tiefpass wurde analog zum Hochpass durchgeführt. Wir haben erneut u_a und Δt gemessen und daraus $\Delta\varphi$ und das Durchlassverhältnis $\frac{|u_a|}{|u_e|}$ bestimmt.

$R[k\Omega]$	1	10	100	1000
$U_a[V]$	7,95	7,85	5,5	0,8
$\Delta t[\mu s]$	3	18	73,5	133
u_a/u_e	0,99	0,98	0,69	0,10
u_a/u_e theo.	1,00	0,99	0,68	0,09
$\Delta\varphi[^\circ]$	1,8	11,0	45,0	81,4
$\Delta\varphi_{theo}[^\circ]$	0,6	6,1	46,9	84,7

Auch hier bietet es sich an beides logarithmisch aufzutragen.



Äquivalent zum Hochpass sind die Abweichungen zwischen Theorie und Praxis nur sehr marginal und entsprechen genau dem, was man bei einem Tiefpass erwartet. Für $f \ll f_0$ ist der Tiefpass voll durchlässig, für höhere Frequenzen wird das Durchlassverhältniss immer schlechter, was genau dem folgt was von einem Bauteil, das hohe Frequenzen herausfiltern soll, erwartet wird.



Äquivalent zum Hochpass ist die Phasenverschiebung in dem Bereich des totalen Durchlasses gleich Null. Bei weiterer Erhöhung der Frequenz wird diese jedoch immer höher bis sie sich auf 90° annähern müsste.

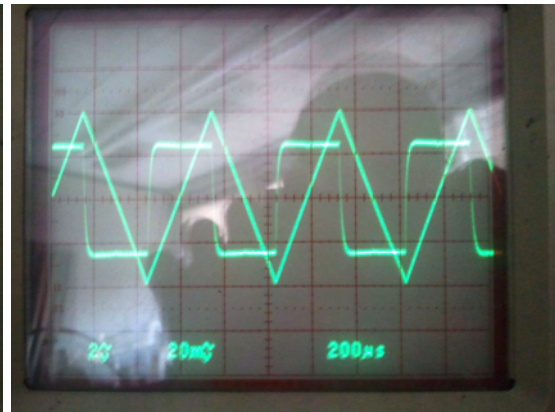
2 Differenzier- und Integrierglied

2.1 Hochpass als Differenzierglied

Hier galt es im besonderen das Augenmerk darauf zu legen, dass man einen Hochpass auch zum differenzieren eines Eingangssignals benutzen kann. Dabei haben wir qualitativ beobachtet was bei den verschiedenen Widerständen und damit den verschiedenen Grenzfrequenzen mit unserem am Eingang angelegtem Signal passiert. Hierfür haben wir eine Dreiecksspannung benutzt.

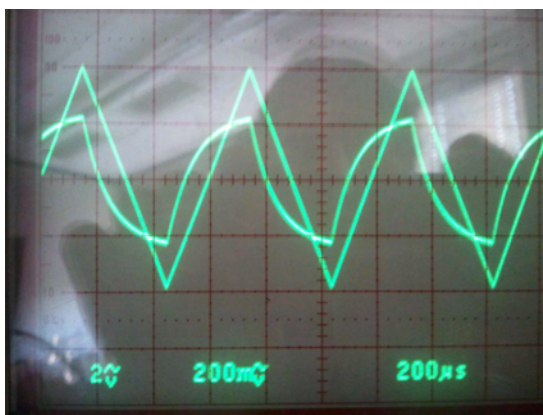


R=1kΩ

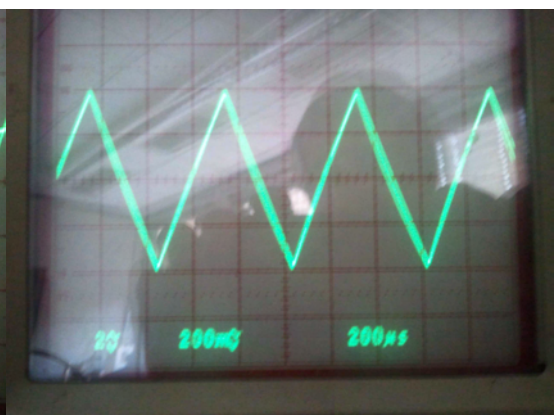


R=10kΩ

Das Bild für R=1kΩ zeigt eine saubere Ableitung des Dreieckssignals zu einem Rechtecksignal, sowie eine relativ geringe Amplitude im Vergleich zur Eingangsspannung, was allerdings bei einem Hochpass für niedrige Frequenzen gewollt ist. Das Bild für R=10kΩ zeigt desweiteren auch noch annähernd eine Rechteckspannung, wobei es dabei schon zu Abrundungen an den Kanten kommt. Dies ist dadurch zu erklären, dass der Hochpass nur für $f \ll f_0$ die Differenzierfunktion annimmt. D.h. mit höherer Frequenz nimmt die Eignung als Ableiter dementsprechend ab.



R=100kΩ

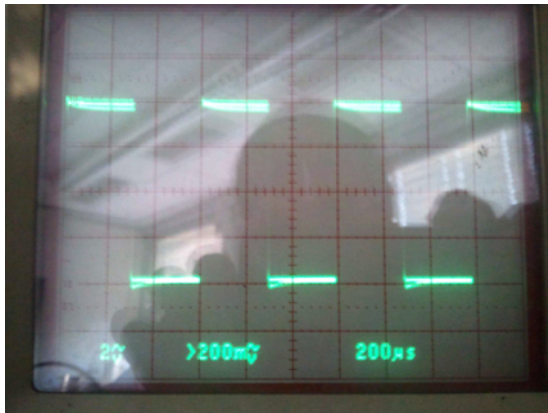


R=1MΩ

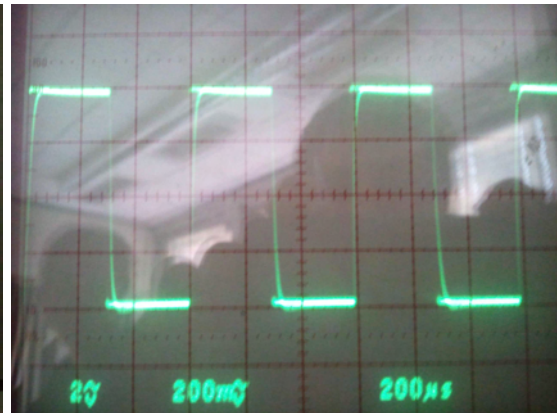
Dies wird durch die Bilder für R=100kΩ und R=1MΩ untermauert. Während das 3. Bild noch eine "Sägezahnspannung" zeigt, ist man beim 4. schon im Bereich, in dem der Hochpass 1:1 durchlässt. Dementsprechend ist auch hier keine Änderung des Signals zu erwarten.

2.2 Tiefpass als Integrierglied

Nun haben wir erneut qualitativ beobachtet, was ein Tiefpass mit unserem Eingangssignal, in unserem Fall nun eine Rechteckspannung, macht.

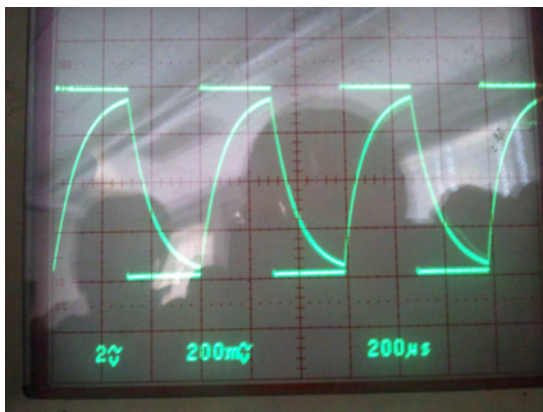


R=1kΩ

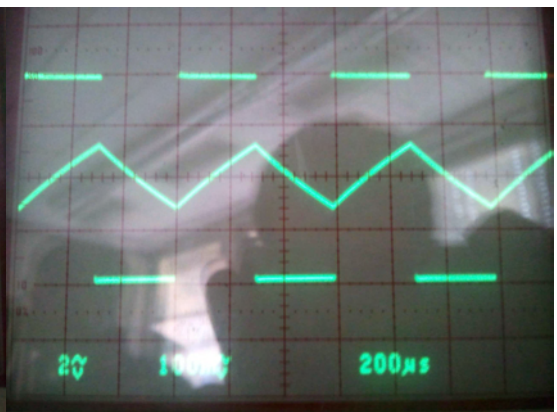


R=10kΩ

Mit $R=1\text{k}\Omega$ gilt für den Tiefpass exakt das selbe, was für den Hochpass bei $1\text{M}\Omega$ galt. Der Tiefpass lässt das Signal 1:1 durch und ändert somit nichts am Eingangssignal. Bei $R=10\text{k}\Omega$ befinden wir uns bereits im Bereich, in dem der Durchlass behindert wird und der Tiefpass beginnt das Eingangssignal zu verändern. Auch wenn noch nicht sehr gravierend.



R=100kΩ

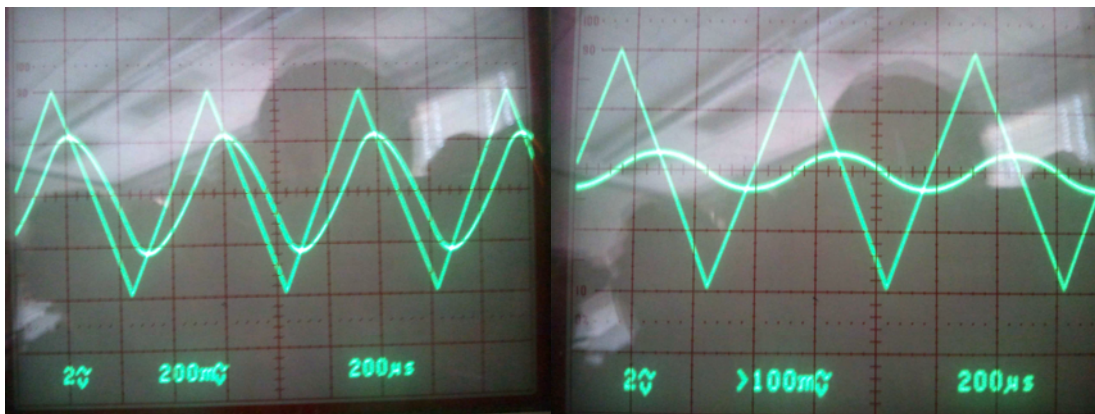


R=1MΩ

Für $R=100\text{k}\Omega$ ist die Sägezahnspannung wiederzuerkennen. Für $1\text{M}\Omega$ befinden wir uns dann endlich im Bereich $f \gg f_0$, in dem der Tiefpass seine Fähigkeiten als Integrierer erhält. Das ist daran zu erkennen, dass unser Ausgangssignal die Form der Dreiecksspannung annimmt, die man bei Integration eines Rechtecksignals erwartet.

2.3 Weitere Versuche

Nun haben wir noch ein bisschen mit den Funktionen beider Glieder herumexperimentiert. So haben wir zum Beispiel beobachtet, wie sich der Tiefpass auf eine Dreiecksspannung auswirkt.

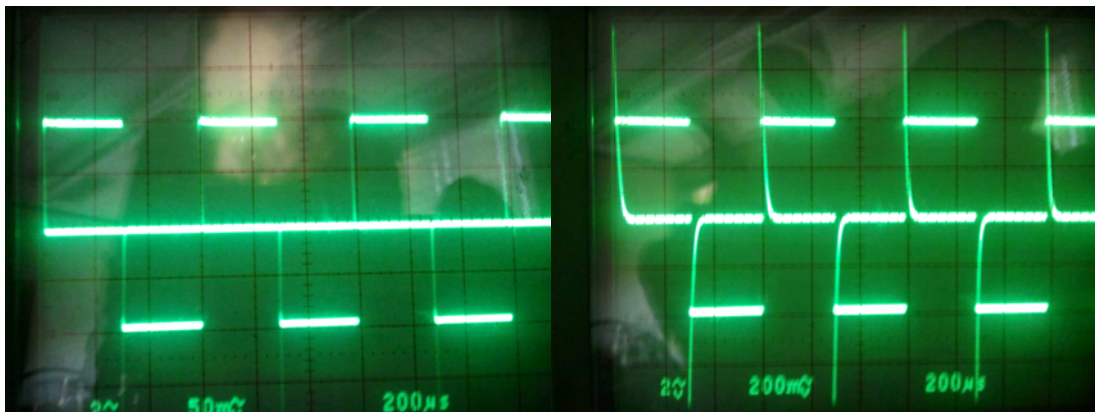


R=100kΩ

R=1MΩ

So ist zu erkennen, dass aus der Dreiecksspannung für R=1MΩ eine Parabelspannung wird. Dies deckt sich 1:1 mit dem erwarteten Ergebnis für die Integration eines Dreieckssignals. So läuft ein Dreieck von Minimum zu Maximum mit der Form $y = m \cdot x$. Dies nach x integriert ergibt $y = \frac{1}{2}m \cdot x^2$, was einer Parabelgleichung entspricht.

Außerdem haben wir betrachtet, was bei der Ableitung einer Rechteckspannung mit Hilfe des Hochpasses passiert.



R=1kΩ

R=10kΩ

Man erkennt, dass in den Bereichen, in denen u_e konstant ist, die Ableitungen 0 ergeben. Nur an den Punkten, an denen u_e von negativ auf positiv springt bzw. anders herum, erhält die Ableitung einen sehr deutlichen Peak. Genau dieses Verhalten war für eine Ableitung zu erwarten, da wenn man die 'Sprungpunkte' verbinden würde, man in der Kurve ein äußerst schmales Stück mit sehr hoher Steigung hätte. Das abgeleitet ergibt folgendermaßen den Peak, der in den Bildern zu erkennen ist.

3 Drosselkette

3.1 Charakteristischer Widerstand

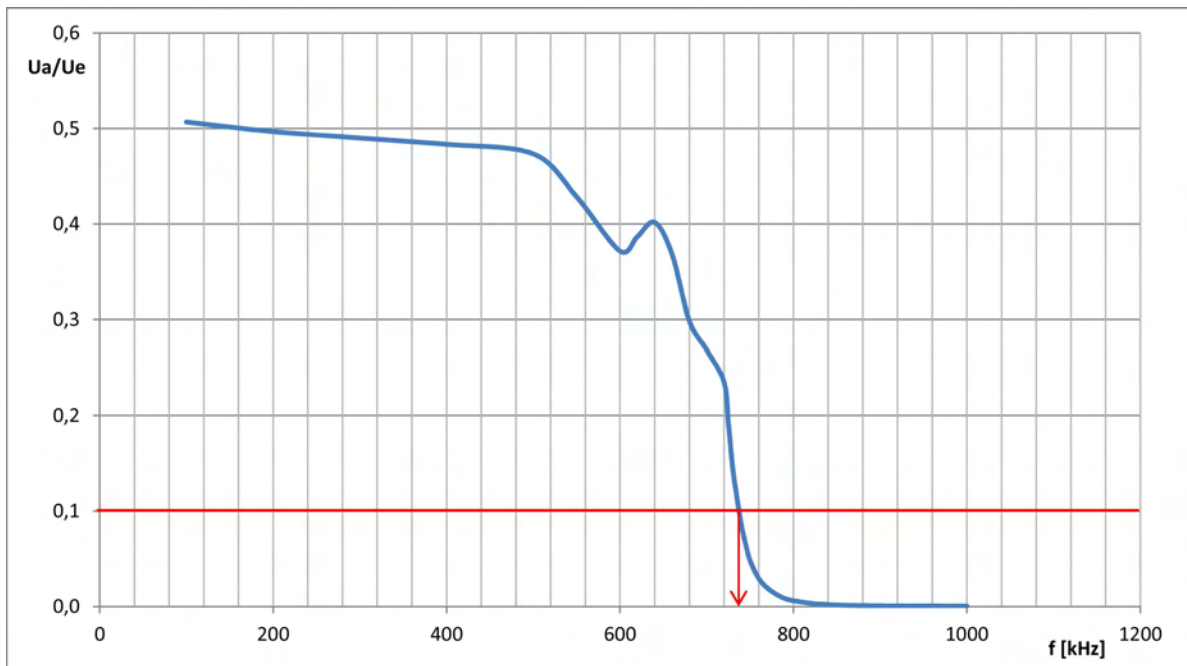
Im ersten Versuch mit der Drosselkette ging es darum, den charakteristischen Widerstand Z_0 zu bestimmen. Um dies zu tun, legten wir eine Rechteckspannung an den widerstandslosen Eingang an und regelten das Potentiometer so, dass möglichst wenig Reflexionen am Eingangssignal auf dem Oszilloskop zu erkennen waren. Dies war bei unserem Aufbau der Fall für $Z_0 \approx 215\Omega$. Den theoretischen Wert kann man bei bekanntem L und C durch $Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \approx 219\Omega$ abschätzen, was sehr nah an unserem Wert liegt.

3.2 Grenzfrequenz

Um die Grenzfrequenz der Drosselkette zu bestimmen, wurde diese nun an eine Sinusspannung über einen Vorwiderstand von 220Ω angeschlossen, um Reflexion am Kettenbeginn zu verhindern. Während des Versuches haben wir den Lastwiderstand am Ende konstant auf Z_0 gehalten. Wir haben dann die Frequenz der Spannung von 100kHz bis auf 1MHz erhöht und immer die Amplitude u_a des Ausgangssignals gemessen. Dabei waren die Schritte zu Beginn und Ende der Messung sehr groß und wurden im Bereich der Grenzfrequenz immer enger. Wir erhielten folgende Messwerte und daraus resultierend das Spannungsverhältnis $\frac{u_a}{u_e}$:

$f[kHz]$	100	200	300	400	500	550	600	620	640	660
$u_a[V]$	3,04	2,98	2,94	2,9	2,84	2,57	2,23	2,32	2,41	2,21
u_a/u_e	0,5067	0,4967	0,4900	0,4833	0,4733	0,4283	0,3717	0,3867	0,4017	0,3683
$f[kHz]$	680	700	720	725	730	735	740	745	750	760
$u_a[V]$	1,79	1,61	1,41	1,15	0,87	0,68	0,51	0,39	0,288	0,176
u_a/u_e	0,2983	0,2683	0,2350	0,1917	0,1450	0,1133	0,0850	0,0650	0,0480	0,0293
$f[kHz]$	770	780	790	800	820	840	860	900	950	1000
$u_a[V]$	0,116	0,078	0,051	0,037	0,0205	0,0125	0,0084	0,0048	0,0035	0,0026
u_a/u_e	0,0193	0,0130	0,0085	0,0062	0,0034	0,0021	0,0014	0,0008	0,0006	0,0004

Trägt man mit diesen Daten nun $\frac{u_a}{u_e}$ auf f auf erhalten wir folgendes Diagramm:



Mit Hilfe dieses Diagramm lässt sich nun relativ leicht die Grenzfrequenz f_0 bestimmen. Dazu liest man den Frequenzwert ab, für den das Verhältnis $\frac{u_a}{u_e}$ auf $1/10$ abgefallen ist. Dieser Wert ist bei uns bei ungefähr 730kHz.

3.3 Kapazität und Induktivität

Mit den von uns in 3.1 und 3.2 bestimmten Werten kann man nun mit Hilfe der in der Vorbe-
 reitung hergeleiteten Formeln die Kapazitäten und die Induktivität der einzelnen Kondensatoren
 bzw. Spulen der Drosselkette berechnen.

$$\frac{C}{2} = \frac{1}{2\pi f_0 Z_0} = 1,014nF$$

$$L = \frac{Z_0}{\pi f_0} = 93,85\mu H$$

Der Vergleich mit den Daten der Bauelemente für $\frac{C}{2} = 1nF$ und $L = 96\mu H$ lässt erahnen, dass
 unsere Werte für Z_0 und f_0 sehr gut sind.

3.4 Phasenverschiebung

In diesem Versuch haben wir nun die Phasenverschiebung des π -Gliedes und der Drosselkette in
 Abhängigkeit von der Frequenz beobachtet. Dafür haben wir jeweils für das einzelne Glied und
 die Drosselkette die zeitliche Verschiebung Δt zweier benachbarter Minima gemessen. Damit lies
 sich durch die Kenntnis der Frequenz die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ in Bogenmaß berechnen. Zur
 Auswertung benutzt man folgende Formel:

$$\Delta\varphi = 2\pi f \cdot \Delta t$$

Wir erhielten für die einzelne Kette folgende Werte:

$f[kHz]$	10	100	300	500	600	650	690
$\Delta t[\mu s]$	1	0,5	0,5	0,5	0,52	0,56	0,56
$\Delta\varphi$	0,06	0,31	0,94	1,57	1,96	2,29	2,43

Darin ist zu erkennen, dass die Phasenverschiebung bei Erhöhung der Frequenz ebenfalls zu
 nimmt. Bei einem einzelmem π -Glied ist dabei das Maximum der Phasenverschiebung bei genau
 π .

Für die gesammte Drosselkette erhielten wir folgende Werte:

$f[kHz]$	10	100	300	500	600	650	690
$\Delta t[\mu s]$	2,7	2,65	2,696	0,868	1,36	0,09	0,43
$\Delta\varphi$	0,17	1,67	5,08	2,73	5,13	0,37	1,86
$\Delta\varphi_{korrr}$	0,17	1,67	5,08	9,01	11,41	12,93	14,43

Dabei ist zu beachten, dass man ab einer Phasenschiebung von π oder höher auf dem Oszilloskop
 nicht mehr unterscheiden kann, wie groß diese nun exakt ist. Deshalb wurden zusätzlich unter
 Zuhilfenahme des X-Y-Betriebs des Oszilloskops die Lissajous-Figuren bestimmt, bei denen eine
 Phasenverschiebung von exakt $k \cdot \pi$ zu Stande kam. Dies ist möglich, da der Abstand zweier
 identischer Figuren genau 2π ist. Wir wählten dafür eine sehr einfach zu erkennende Figur, die
 der Geraden. Nun konnte man genau die Frequenzabstände bestimmen, bei denen die Phasen-
 verschiebung ein Vielfaches von π ist. Dabei ist zu beachten, dass der Abstand von einer Geraden
 zur nächsten Geraden, die an der Y-Achse gespiegelt ist, genau π ist. Im Wissen dieser Frequen-
 zen kann man nun eben $k \cdot \pi$ auf die gemessene Phasenverschiebung addieren und man erhält
 die realen Werte. Zu Bemerkem sei, dass wir bei $f=100kHz$ und $300kHz$ eine Phasenverschiebung
 ermesen haben, die schon größer als π ist, weshalb man diese Werte gar nicht bzw. nur mit 2π
 anstelle von 3π korrigieren muss.

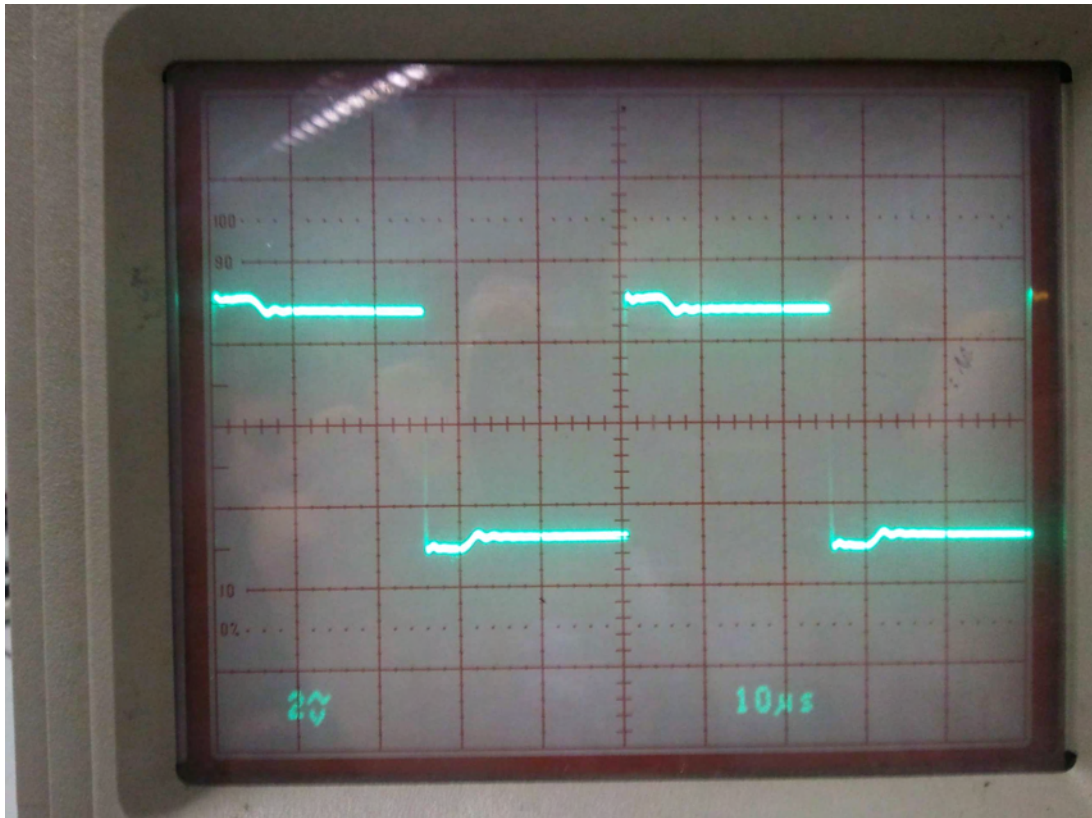
Für die Frequenzen f die wir mit den Lissajous-Figuren gemessen haben, haben wir folgende
 Werte ermittelt:

$\Delta\varphi$	π	2π	3π	4π	5π
$f[kHz]$	190	368	519,5	641	716
$f_0[kHz]$	734,1	736,0	734,7	740,2	741,3

Aus diesen Frequenzen bei denen die Phasenverschiebung ein Vielfaches von π ist, kann man nun auch die Grenzfrequenz f_0 errechnen. Der Mittelwert aus den Werten, die mit unseren Messdaten errechnet worden sind, liegt dann bei 737,2kHz, was ebenfalls sehr nah an dem von uns in 3.2 ermittelten Wert liegt.

3.5 Erzwungene Reflexion

Nun wollten wir auf dem Oszilloskop betrachten wie das Eingangssignal bei Überbrückung des Lastwiderstandes Z_a aussieht. Dafür wurde das Potentiometer auf 0 gedreht und auf dem Oszilloskop nur das Signal am Eingang beobachtet.



Darauf ist zu erkennen, dass das Rechtecksignal zu Beginn dem generierten Rechtecksignal gleicht. Erst bei einem zeitlich Versatz Δt wird das Plateau der Rechteckspannung etwas erniedrigt. Dies ist dadurch zu erklären, dass das Signal am Ende der Kette reflektiert wird und mit einem Phasenversatz von π zurückläuft. Das gemessene Eingangssignal ist dann eine Superposition des Signals des Frequenzgenerators und des reflektierten Signals. Durch den Phasenversatz von π ist auch zu erklären, dass die schwächere Reflektionsspannung vom ursprünglichen subtrahiert wird.

4 Koaxialkabel

4.1 Charakteristischer Widerstand

Analog zur Bestimmung des charakteristischen Widerstandes in 3.1 ermittelten wir den Wert für $Z_a = 50\Omega$.

4.2 Verzögerungszeit τ'

Um die Verzögerungszeit pro Längeneinheit zu bestimmen haben wir bei angelegter Rechteckspannung die Zeitdifferenz Δt des Ausgangssignals zum Eingangssignal über die Anzeige der Oszilloskops direkt ermittelt, es gilt:

$$\tau' = \frac{\Delta t}{l}$$

Mit $\Delta t = 57,1 \text{ ns}$ ergibt sich für die Verzögerungszeit der Wert: $\tau' = 5,71 \text{ ns/m}$

4.3 Verzögerungszeit τ' durch Überlagerung

Der zuvor ermittelte Wert für die Verzögerungszeit τ' kann durch weiteres Verfahren bestimmt werden. Es wird hierfür, ähnlich wie in Aufgabe 3.5 eine Reflexion erzeugt und die Überlagerung der beiden Signale betrachtet. Zu beachten ist, dass sich aufgrund der Reflexion die Weglänge verdoppelt hat. Somit folgt:

$$\tau' = \frac{\Delta t}{2l}$$

Mit $\Delta t = 112,2 \text{ ns}$ ergibt sich für die Verzögerungszeit der Wert: $\tau' = 5,61 \text{ ns/m}$. Dieser entspricht ziemlich genau dem zuvor errechneten Wert.

4.4 Dielektrizitätskonstante des Kabels

Unter Benutzung der ermittelten Werte und der geometrischen Kabeldaten kann nun die relative Dielektrizitätskonstante ϵ_r auf 3 verschiedene Art und Weisen berechnet werden.

$$1. \epsilon_r(\tau') = \frac{c^2 \tau'^2}{\mu_r} = 2,88$$

$$2. \epsilon_r(C_l, r_i, r_a) = \frac{C}{2\pi\epsilon_0 l} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) = 2,08$$

$$3. \epsilon_r(Z_0, r_i, r_a) = \frac{c^2 \mu_0^2 \mu_r}{4\pi^2 Z_0^2} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) = 1,81$$

Hierbei wurde in der zweiten Rechnung nur mit den gegebenen theoretischen Werten gerechnet. Die aus den Rechnungen 1 und 3 erhaltenen Werte liegen jeweils darüber bzw. darunter. Ein Grund für diese Ungenauigkeiten könnte der Fakt, dass bei allen Rechnungen $\mu_r = 1$ angenommen wird, sein. Für den Fall, dass μ_r etwas größer sein sollte nähern sich die Werte aneinander an. Ein weiterer Grund könnten die hohe Messungenauigkeiten bei der Bestimmung von Δt darstellen.