



SS/WS ~~20.10.~~/.....

Praktikum: (~~P1~~/P2) (Mo/~~Di~~/Mi/~~Do~~) Gruppe-Nr: ^{Mo-20}.....

Name: Treiber Vorname: Benjamin

Name: Oldenburg Vorname: Benjamin

Versuch: Auflösungsvermögen (~~mit~~/~~ohne~~) Fehlerrechnung

Betreuer: Fuchs, Benjamin Durchgeführt am: 19.04.10

Abgabe am: 26.4.10 **EINGEGANGEN** 26. April 2010

Rückgabe am: Begründung:

2. Abgabe am:

Ergebnis: (+ / 0 / -) Fehlerrechnung: ja / nein

Datum: **ERLEDIGT** 03. Mai 2010 Handzeichen:

Bemerkungen:



Bei diesem Versuch geht es zunächst darum, die Funktionsweise und die Handhabung sowie auflösungsbergrenzende Effekte eines Lichtmikroskops kennenzulernen und zu verstehen. In einem zweiten Versuchsteil wird dann als weiteres optisches Instrument ein Gitterspektrometer vorgestellt. Dabei geht es neben der Funktionsweise und der Handhabung um das spektrale Auflösungsvermögen im Gegensatz zum geometrischen Auflösungsvermögen beim Mikroskop.

Anhand der Angaben im Aufgabenblatt sollten die Aufgaben sorgfältig geplant und im voraus dazu Rechnungen angestellt werden. Auch die gestellten Fragen sollten schon bei der Vorbereitung diskutiert werden.

Sicherheitshinweis: Das Vorschaltgerät für die Spektrallampe darf nur mit einem Trenntrafo betrieben werden!

Aufgaben:

1.1 Ermitteln Sie experimentell das Auflösungsvermögen des Auges: Finden Sie die Entfernung, aus der Sie ein Schwarzweiß-Balkenmuster als solches erkennen können. Bestimmen Sie aus den geometrischen Daten den für Ihre Augen erforderlichen Mindest-Sehwinkel und die entsprechende Mindestseparation in 25 cm Entfernung (*deutliche Sehweite* s) für aufzulösende Details.

1.2 Schätzen Sie das Auflösungsvermögen des Auges theoretisch ab: Betrachten Sie die Iris als Beugungsblende (z.B. 3mm \varnothing bei Helligkeit) und rechnen Sie für die Lichtwellenlänge, für die das Auge am empfindlichsten ist (etwa 550 nm), den Winkel zwischen Hauptmaximum und erstem Minimum aus. Vergleichen Sie die Ergebnisse und äußern Sie sich zu den Eigenschaften, die Sie der Netzhaut unterstellt haben.

2. Bestimmen Sie experimentell die Vergrößerung V einer Lupe, indem Sie eine Skala (oder zwei Skalen) sowohl ohne die Lupe aus etwa der deutlichen Sehweite als auch mit entspanntem Auge gleichzeitig durch die Lupe beobachten. Ermitteln Sie im einfachen Handexperiment die ungefähre Brennweite der Lupe und daraus nochmals die Vergrößerung ($V = 250 \text{ mm} / f$).

3. Bestimmen Sie die Gesamtvergrößerung eines Mikroskops für die drei vorhandenen Objektive (4:1, 10:1, 40:1) mit dem 10 \times -Okular, indem Sie mit einem Auge durch das Mikroskop eine feine geeichte Skala (200 Skt / 10 mm oder 200 Skt / 2 mm) und mit dem anderen Auge direkt eine Millimeterskala (Lineal oder Millimeterpapier o.ä.) in 25 cm Entfernung beobachten. Vergleichen Sie die Ergebnisse jeweils mit dem Produkt $V_{\text{Obj}} \times V_{\text{Ok}}$ der angegebenen Werte.

4. Bestimmen Sie die tatsächlichen Vergrößerungen V_{Obj} der drei Objektive jeweils mit Hilfe beider geeichter Skalen (200 Skt / 10 mm und 200 Skt / 2 mm) als Objekte und der geeichten Meßskala im Okular (Okularmikrometer 100 Skt / 10 mm). Die Scharfeinstellung der Meßskala erfolgt mit der Augenlinse des Okulars, dann die Scharfeinstellung des Objektes mit der Höheneinstellung des Objektisches.

5. Messen Sie die Spaltbreiten und Spaltabstände der 'Blende mit Mehrfachspalten' nach (nur Reihe mit schmälere Spalten). Messen Sie den Durchmesser eines möglichst dünnen Haares.

6. Bestimmen Sie näherungsweise die numerischen Aperturen A der Objektive 10:1 und 40:1 ($A = n \cdot \sin \beta$; β ist der halbe Öffnungswinkel; n ist der Brechungsindex des Stoffes zwischen Präparat und Objektiv; die Objektive sind nur als Trockenobjektive geeignet), indem Sie bei entferntem Okular geeignet in den Tubus leuchten und den Lichtkegel untersuchen, der aus dem Objektiv austritt. (Objektisch in tiefster Position; Millimeterpapier einmal direkt auf dem Objektisch, dann auf einer Zwischenlage von z.B. 3mm. *Bemerkung:* Es gibt bessere Apertometer!) Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Angaben auf den Objektiven.

Fragen: Welche kleinsten Details können mit den Objektiven bestenfalls aufgelöst werden? ($y_{\min} = \lambda / 2A$)
Was versteht man unter der 'förderlichen Vergrößerung'? Wird mit einer der vorhandenen Objektiv-Okular-Kombinationen die förderliche Vergrößerung überschritten?

Machen Sie sich Gedanken über die unterschiedliche (aber ergebnisgleiche) Betrachtungsweise der Auflösungsbegrenzung durch Beugung

a) bei selbstleuchtenden Objekten nach Helmholtz (Beugung an der Objektivfassung, wobei das Zentrum der Beugungsfigur zu einem Objektpunkt mindestens bis zum ersten Minimum der Beugungsfigur eines Nachbarpunktes verschoben sein muß, damit die Punkte unterscheidbar sind) und

b) bei durchleuchteten Objekten nach Abbe (Beugung an den Objektstrukturen, wobei mindestens das Licht der ersten Beugungsordnung das Objektiv passieren muß, damit im Bild Struktur erkennbar wird).

7. Betrachten Sie eine Auswahl von Präparaten aus der Unterrichtsserie 'Das Leben im Wassertropfen' mit dem Mikroskop und beobachten und beschreiben Sie dabei die Wirkung der Helligkeit der Lampe, der Blende im Kondensator (Aperturblende), der Höheneinstellung des Kondensators (Ort, in dem der Kondensator das Licht von der Streuscheibe der Beleuchtungseinrichtung fokussiert; die Normalstellung des Kondensators ist 'möglichst hoch') und evtl. in den Filterhalter des Kondensators eingelegter Filter.

8. Justieren Sie ein Gitterspektrometer (Na-Spektrallampe; feststehendes Spaltrohr mit eingangsseitig dem breiten- und höhenjustierbaren und longitudinal verschieblichen Spalt und ausgangsseitig einer Kollimatorlinse; zentral der Prismen- bzw. Gittertisch mit dem Gitter im Gitterhalter; schwenkbar um das Zentrum das Fernrohr mit eingangsseitig der Objektivlinse und ausgangsseitig dem Okular mit Fadenkreuz; Teilkreis zur Ablesung der Fernrohrstellung mit Nonius und Ableselupe).

a) Stellen Sie durch Verschieben des Okulars im Okulartubus das Fadenkreuz scharf ein.

b) Stellen Sie das Fernrohr auf Unendlich ein. Beobachten Sie dazu einen möglichst weit entfernten Gegenstand und stellen Sie ihn durch Verschieben des Okulartubus scharf ein.

c) Bringen Sie die Achse des Fernrohres in die Achse des Spaltrohres so, daß das Spaltbild mit dem Fadenkreuz zusammenfällt.

d) Bilden Sie den Spalt durch Verschieben des Spalteinsatzes im Spaltrohr scharf ab und richten Sie ihn gleichzeitig senkrecht aus.

e) Stellen Sie den Gitterhalter mit dem Gitter ($N \cong 1500$ Striche, 15 mm Breite, 10 mm Höhe, Spaltbreite/Gitterkonst. = 0,4) auf den arretierten Gittertisch (Gitterhalter-Kreisblende und damit die Gitteroberfläche zur Fernrohrseite) und richten Sie die Gitterebene senkrecht zur Spaltrohrachse aus. Dazu werden Reflexbilder des Spaltes (woher?) mit dem Hauptbild zur Deckung gebracht. Gitter im Gitterhalter belassen und Oberflächen nicht berühren, nicht putzen!

f) Justieren Sie den dreh- und arretierbaren Teilkreis auf 0° .

9. Bestimmen Sie die Gitterkonstante des Gitters möglichst genau. Dabei wird die mittlere Wellenlänge der gelben Na-Doppellinie als bekannt angenommen: $\lambda_{\text{mittel}} = 589,3$ nm. Verwenden Sie Meßergebnisse möglichst vieler Ordnungen m und der Winkel nach beiden Seiten.

Fragen: Werden aufgrund der Spaltfunktion Ordnungen unsichtbar? Kann das angegebene Verhältnis von Spaltbreite zu Gitterperiode stimmen? Wie groß ist das Auflösungsvermögen ($\lambda/\Delta\lambda = m \cdot N$) des ausgeleuchteten Gitters?

10. Bestimmen Sie möglichst genau den Wellenlängenabstand der gelben Na-Linien (Grobwert: $\frac{1}{2}$ nm). In welcher Ordnung erreichen Sie das genaueste Ergebnis? Worin besteht dabei der günstigste Kompromiss?

Zubehör:

diverse Schwarz-Weiß-Balken- und Schachbrettmuster

Haftmagnete zur Befestigung der Muster an der Wand

Asymmetrische Bikonvexlinse ohne Fassung als Lupe (34mm Ø)

2 Lineale

Lichtmikroskop mit drei Objektiven (4:1 / 0,15; 10:1 / 0,3; 40:1 / 0,65) im Objektivrevolver und 10×-Okular mit Okularmikrometer (100Skt auf 10mm) sowie eingebauter Lichtquelle und Kondensator (verstellbar, mit Irisblende und mit Filterhalter; auf dem Objektisch ein Objekttisch mit mm-Skalen mit Nonius

Objektmikrometer (200Skt/2mm)

Objektskala (200Skt/10mm)

Mikropräparatesatz

Leere Objektträger und Deckgläser

Taschenlampe

Millimeterpapier

3mm-Platte

Spektr-/Goniometer mit Spaltrohr und Fernrohr sowie Teilkreis mit Nonius und Ableselupe

Na-Spektrallampe mit Lichtschutzzyylinder und Vorschaltdrossel

Trenntrafo, der zwischen 220V~ -Netz und Vorschaltdrossel verwendet werden muß

Gitter (etwa 1500 Striche längs 15mm, Strichhöhe 10mm, angegebenes Verhältnis Spaltbreite/Gitterperiode $\cong 0,4$) im Gitterhalter

Literatur:

Optik-Kapitel fast aller gängigen Physik-Lehrbücher

Gerlach, D.: Das Lichtmikroskop, TB, Thieme-Verlag (Enthält Grundlagen und viel Praxis sowie viele spezielle mikroskopische Methoden)

Version: Februar 10

Physikalisches Anfängerpraktikum 2
Schriftliche Vorbereitung zum Versuch
P2-V10: Auflösungsvermögen

Durchführung am 19. April 2010

Gruppe Mo-20
Treiber, Benjamin
Oldenburg, Benjamin

21. April 2010

Inhaltsverzeichnis

I	Versuchsaufgaben zum Lichtmikroskop	4
1	Versuche zum menschlichen Auge	4
1.1	Aufgabe: Experimentelle Bestimmung des Auflösungsvermögens des Auges	4
1.2	Aufgabe: Theoretische Abschätzung des Auflösungsvermögens des Auges	5
2	Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der Vergrößerung einer Lupe	5
3	Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der Vergrößerung eines Mikroskops	6
4	Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der wahren Vergrößerungen V_{Obj}^i der Objektive	6
5	Aufgabe: Messungen	7
6	Aufgabe: Experimentelle Bestimmung numerischer Aperturen zweier Objektive	7
7	Aufgabe: Betrachtung von Präparaten	9
II	Versuchsaufgaben zum Gitterspektrometer	10
8	Aufgabe: Justierung eines Gitterspektrometers	10
9	Aufgabe: Möglichst genaue Bestimmung der Gitterkonstante	11
10	Aufgabe: Bestimmung des Abstandes der Wellenlängen von gelbem Na-Licht	12

In diesem Praktikumsversuch sollen die Grundlagen im Umgang mit zwei Geräten der Optik, dem Lichtmikroskop und dem Gitterspektrometer, sowie auf deren Auflösungsvermögen bezogene Eigenschaften veranschaulicht werden. Diese Einführung geht im Voraus auf notwendige Berechnungsverfahren und Problematiken der Versuchsteile ein.

Teil I

Versuchsaufgaben zum Lichtmikroskop

1 Versuche zum menschlichen Auge

1.1 Aufgabe: Experimentelle Bestimmung des Auflösungsvermögens des Auges

Der Begriff des Auflösungsvermögens soll ohne Zuhilfenahme optischer Geräte begrifflich gemacht werden. Dazu soll eine Entfernungsmessung durchgeführt werden, die den maximalen Abstand bestimmt aus dem das menschliche Auge ein vorgegebenes Schwarzweiß-Balkenmuster "als solches" (also als diskrete, getrennte schwarze Linien auf weißem Grund) erkennt.

Aus der Geometrie des Schwarzweiß-Balkenmuster - dem Balkenabstand b - und der gemessenen Entfernung \hat{d} soll nun der Mindestsehwinkel φ_{min} bestimmt werden. Dabei gilt die geometrische Beziehung:

$$\tan \frac{\varphi_{min}}{2} = \frac{b}{2\hat{d}} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \varphi_{min} = 2 \cdot \tan^{-1} \left(\frac{b}{2\hat{d}} \right)$$

Man normiert solche Messungen in der Optik per Konvention gerne auf einen Abstand $s_0 = 25 \text{ cm}$, "deutliche Sehweite" genannt, da das durchschnittliche Auge diese Entfernung als angenehm empfindet und sich Vergrößerungswerte leichter angeben lassen. Der Mindestsehwinkel ist allerdings unabhängig von der Wahl des Objektabstandes. Damit lässt sich die Mindestseparation b_{min} als derjenige Abstand zwischen zwei benachbarten Balken, bei dem diese als zwei separate Striche zu erkennen sind, bezogen auf die deutliche Sehweite s_0 durch einsetzen jener in Gleichung (1) ausdrücken:

$$b_{min} = s_0 \cdot \tan \left(\frac{\varphi_{min}}{2} \right)$$

Der Kehrwert der Mindestseparation wird Auflösungsvermögen genannt:

$$\frac{1}{b_{min}} = \frac{1}{s_0 \cdot \tan \left(\frac{\varphi_{min}}{2} \right)} \quad (2)$$

1.2 Aufgabe: Theoretische Abschätzung des Auflösungsvermögens des Auges

Das theoretisch mögliche Auflösungsvermögen soll für Licht der Wellenlänge $\lambda = 550 \text{ nm}$ (grün, da das Auge für dieses Licht am empfindlichsten ist) abgeschätzt werden. Dabei ist die Iris im Auge als Beugungsblende (vom Durchmesser $a_{Iris} = 3,0 \text{ mm}$ bei Helligkeit) zu verstehen, hinter welcher das Hauptmaximum und mindestens das erste Beugungsminimum auf der Netzhaut abgebildet werden muss, damit man das betrachtete Objekt vom Auge aufgelöst werden kann. Dazu muss gelten (Bedingung für erstes Interferenzminimum):

$$\frac{a_{Iris}}{2} \cdot \sin(\varphi_{Minimum}) = \lambda/2$$
$$\Rightarrow \varphi_{Minimum} = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{a_{Iris}}\right)$$

Für das theoretische Auflösungsvermögen normiert auf die deutliche Sehweite folgt als nach Gleichung 2 also:

$$\frac{1}{b_{min}} = \frac{1}{s_0 \cdot \tan\left(\frac{1}{2} \cdot \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{a_{Iris}}\right)\right)} = \frac{1}{0,25 \text{ m} \cdot \tan\left(\frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}}\right)\right)} = \frac{1}{2,29 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 4,36 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$$

Hierbei nimmt man an, dass die Netzhaut des menschlichen Auges über eine genügend hohe Rezeptordichte verfügt um die einfallenden Strahlen zu unterscheiden.

2 Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der Vergrößerung einer Lupe

Die Vergrößerung einer Lupe soll experimentell nach zwei Methoden bestimmt werden. Zuerst vergleicht man das Größenverhältnisse einer Skala mit bzw. ohne Verwendung der Lupe zur Vergrößerung.

$$V_{Vergleich} = \frac{d_{Lupe}}{d_{s_0}}$$

Die Vergrößerung kann auch als Quotient von deutlicher Sehweite und Brennweite berechnet werden:

$$V_{Brennweite} = \frac{s_0}{f}$$

Es ist also die Brennweite der Linse der Lupe zu bestimmen. Die Brennweite ist diejenige Entfernung bei der einfallende Lichtstrahlen sich auf den kleinsten Punkt fokussieren lassen. Die beiden ermittelten Vergrößerungswerte lassen sich vergleichen.

3 Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der Vergrößerung eines Mikroskops

Ein Mikroskop ist ein optisches Instrument das zur Vergrößerung von kleinen Objekten dient. Um ein Mikroskop aufzubauen sind zwei Linsen nötig. Ein Objektiv (zum Objekt gewandt) welches ein reelles Bild des Objekts erzeugt und ein Okular (durch welches der Beobachter schaut) durch das dieses reelle Bild betrachtet wird. Dabei wirkt das Okular als einfache Vergrößerungslinse gleich einer Lupe. Diese beiden Linsen sind durch ein Rohr, Tubus genannt, verbunden.

In dieser Versuchsaufgabe soll für die drei Objektive der Vergrößerungen $V_{Obj}^1 = 4 : 1$ $V_{Obj}^2 = 10 : 1$ $V_{Obj}^3 = 40 : 1$ ohne Tauschen des Okulars mit der Vergrößerung $V_{Ok} = 10 : 1$ die Gesamtvergrößerung $V_{ges}^{Vergleich}$ bestimmt und mit jeweils dem theoretischen Wert $V_{ges}^i = V_{Ok} \cdot V_{Obj}^i$ verglichen werden. Dazu wird eine geeichte Skala (Wahlweise mit 200 Skt je 10 mm bzw. 2 mm) mit dem einen Auge durchs Mikroskop betrachtet, mit dem anderen Auge wird als Referenzskala ein Lineal im Abstand der deutlichen Sehweite s_0 betrachtet. Aus den Größenverhältnissen ergibt sich die Gesamtvergrößerung des Mikroskops zu

$$V_{ges}^{i,Vergleich} = \frac{d_{Mikroskop}^i}{d_{s_0}}$$

Zum Vergleich die erwarteten Gesamtvergrößerungswerte: $V_{ges}^1 = 40$, $V_{ges}^2 = 100$ und $V_{ges}^3 = 400$.

4 Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der wahren Vergrößerungen V_{Obj}^i der Objektive

Mit dem im Okular vorhandenen Okularmikrometer (geeichte Skala mit 100 Skz/10 mm) werden die als Objekte verwendeten Skalen die bereits in Versuchsaufgabe 3 verwendet wurden vermessen. Die Scharfstellung des Okularmikrometers erfolgt an der augennahen Linse des Okulars, die Scharfstellung der Objekte, also der Skalen, danach durch Variation der Höhe des Objektisches am Mikroskop.

Die Vergrößerung des Okulars geht nicht in die Messung mit dem Okularmikrometer ein, da sich dieses ja im Okular befindet. Damit ergeben sich aus den Messungen, zusammen mit den bekannten Gesamtvergrößerungen aus Versuchsaufgabe 3, die tatsächlichen Vergrößerungen der einzelnen Objektive.

5 Aufgabe: Messungen

Nun soll mit dem Wissen aus den vorherig durchgeführten Versuchen die Spaltbreite und der Spaltabstand einer "Blende mit Mehrfachspalten" unter dem Mikroskop vermessen werden. Zusätzlich ist ein möglichst dünnes Haar zu vermessen. Ein Vergleich mit einer Referenzskala außerhalb des Mikroskops wird dank des Okularmikrometers überflüssig.

6 Aufgabe: Experimentelle Bestimmung numerischer Aperturen zweier Objektive

Für die beiden Objektive mit $V_{Obj} = 10 : 1$ und $V_{Obj} = 40 : 1$ soll der Ausdruck $A = n \cdot \sin\beta$, "numerische Apertur" genannt bestimmt und mit den Angaben auf den Objektiven verglichen werden. Die numerische Apertur eines Objektivs hat Einfluss auf dessen Auflösungsvermögen, da sie ein Maß für die die Linse durchsetzende Lichtmenge ist.

Aus dem Grund dass die zu vermessenden Objektive nur als Trockenobjektive geeignet sind ist die Brechzahl des Mediums zwischen Objekt und Linse auf die von Luft $n_{Luft} = n \approx 1$ beschränkt. Es bleibt also der halbe Öffnungswinkel β zu messen um A angeben zu können.

Die vorgeschlagene Messmethode sieht vor, den durch Leuchten in den vom Okular befreiten Tubus entstehenden Lichtkegel in zwei verschiedenen Abständen zu vermessen. Die erste Messung erfolgt im Abstand d_1 auf dem in seiner unterster Position befindlichen Objektstisch mit Millimeterpapier, die zweite um Δd darunter im Abstand d_2 vom Objektiv.

Aus den Radien r_1 beim Abstand d_1 und r_2 beim Abstand d_2 der Vermessenen Lichtkreise lässt sich der halbe Öffnungswinkel β des Lichtkegels geometrisch ermitteln.

$$\begin{aligned} \tan\beta &= \frac{r_2 - r_1}{\Delta d} \Leftrightarrow \beta = \tan^{-1}\left(\frac{r_2 - r_1}{\Delta d}\right) \\ &\Rightarrow A = \sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{r_2 - r_1}{\Delta d}\right)\right) \end{aligned}$$

Dieser Wert ist auch für die "förderliche Vergrößerung" maßgeblich, welche, im Gegensatz zur "leeren Vergrößerung" einen Vergrößerungsbereich angibt in dem man durch weiteres Vergrößern auch mehr Informationen sehen kann. Dieser Bereich entspricht der mit dem Faktor 500 bis 1000 multiplizierten numerischen Apertur¹.

¹Quelle: wikipedia.org: <http://bit.ly/daortf>

Die angegebenen Aperturen sind:

Objektiv	A	$1000 \cdot A$	V_{ges}	förderliche Verg.
4 : 1	0,15	150	40	✓
10 : 1	0,3	300	100	✓
40 : 1	0,65	650	400	✓

Die kleinsten Details, die mit unserem Mikroskop aufzulösen sind lassen sich nach der Formel $y_{min} = \frac{\lambda}{2A}$ bestimmen. Diese Formel kann verstanden werden, wenn man sich die Bedingung für das bei der Beugung am Objekt entstehende erste Beugungsmaximum am einem Doppelspalt verdeutlicht. Auf der Strecke die das vom einen Objektrand ausgehende Licht zusätzlich im Vergleich zum – um die Objektbreite y verschobenen – gegenüberliegenden Objektrand ausgehende Licht zurücklegt, muss für konstruktive Interferenz eine volle Wellenlänge zurückgelegt werden.

Es muss also sein: $\sin\beta = \frac{\lambda}{y}$, damit der Gegenstand deutlich erkannt werden kann. Ist β gerade der halbe Öffnungswinkel aus dem Ausdruck der numerischen Apertur gilt $y = y_{min} = \frac{\lambda}{A}$ und das erste Beugungsmaximum trifft gerade noch den Objektivrand. Diese Betrachtungsweise entspricht der von Abbe entwickelten.

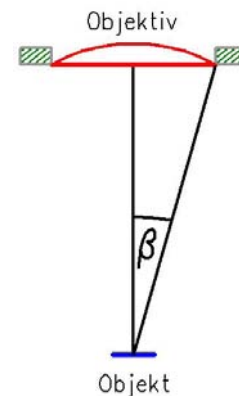


Abbildung 1: Aperturwinkel β

Eine weitere Methode zur Erklärung des Begrenzten Auflösungsvermögens optischer Geräte liefert die Betrachtungsweise von Helmholtz. Dabei betrachtet man die Beugungseffekte der von selbstleuchtenden Objekten ausgehenden Lichtstrahlen am Objektivrand. Die Bedingung welche das Auflösen eines möglichst kleinen Gegenstandes erlaubt ist nun dadurch gegeben, dass das Hauptmaximum zum ersten Beugungsminimum mindestens um die kleinste vom menschlichen Auge auflösbare Strecke verschoben sein muss. Die Helmholtz'sche Betrachtung ist im Ergebnis der einfacher verständlichen Abbe'schen äquivalent.

7 Aufgabe: Betrachtung von Präparaten

Bei der Betrachtung von Präparaten aus der Unterrichtsserie "Das Leben im Wassertropfen" unterm Mikroskop sollen die Einflüsse verschiedenster Einstellungsmöglichkeiten am Lichtmikroskop beobachtet werden.

Die vorzunehmenden Variationen sind:

- Helligkeit der Lampe,
- Blende im Kondensor (Aperturblende),
- Höhe des Kondensors und
- nach Möglichkeit Filter im Filterhalter des Kondensors

Bei Variation der "Höhe des Kondensors" verschiebt man den Ort, an dem der Kondensor das Licht von der Streuscheibe der Beleuchtung fokussiert. In der Auswertung sollen die Folgen dieser Manipulationen beschrieben werden.

Teil II

Versuchsaufgaben zum Gitterspektrometer

8 Aufgabe: Justierung eines Gitterspektrometers

Dieses Optische Gerät dient der Untersuchung von Brechungsphänomenen an Prismen und Beugungseffekten an Gittern. Auf dem Stativ ist auf einer Teilkreisscheibe mit Nonius (Winkelskala mit Ableselupe) ein Prismentisch montiert auf dem Wahlweise ein Prisma oder ein Beugungsgitter angebracht werden kann. Zur Betrachtung des auf dem Prismentisch befindlichen Objekts stehen zwei optische Aufbauten zur Verfügung: Ein Spaltrohr mit justierbarem Spalt zum Beobachter hin und Objektiv (Kollimatorlinse; $f = 160\text{ mm}$) gegen Prismentisch und ein Fernrohr (Objektivlinse $f = 160\text{ mm}$, Okular mit Fadenkreuz/Skala). Beide Rohre sind in ihrer Länge variabel, jedoch lässt sich nur das Fernrohr, die Teilkreisplatte und der Prismentisch um die Stativachse rotieren. Zur Beleuchtung wird eine Natrium-Lampe benutzt. Auf den Prismentisch kommt in unserem Versuch das Beugungsgitter.



Abbildung 2: Spektrometer

Da viele Einstellmöglichkeiten bestehen ist eine genaue Justierungsanleitung wie folgt gegeben:

1. Fernrohr: durch Verschieben des Okulars im Tubus wird das Fadenkreuz scharf gestellt
2. Fernrohr: durch Verschieben des Okulartubuses wird ein möglichst ferner Gegenstand scharf gestellt um das Fernrohr damit auf Unendlich einzustellen
3. Fernrohr: durch Rotation des das Fernrohr haltenden Armes um die Stativachse wird das Fernrohr auf die Achse des Spaltrohres gebracht, so das Fadenkreuz und Spaltbild zusammenfallen
4. Spaltrohr: Durch verschieben des Spaltes soll sein Abbild scharf und senkrecht zur Spaltrohrachse durch das Fernrohr zu beobachten sein.
5. Prismentisch: Der Gitterhalter mit Gitter ($N \approx 1500$ Striche, $\text{Spaltbreite}/\text{Gitterkonstante} = 0,4$) wird auf den arretierten "Gittertisch", mit Gitterhalter-Kreisblende bzw. Gitteroberfläche zum Fernrohr hin, gestellt. Die Gitterebene soll senkrecht zur Spaltrohrachse ausgerichtet werden. Das Gitter soll nicht geputzt und nicht aus dem Gitterhalter entnommen werden.
6. Teilkreisscheibe: Die Teilkreisscheibe ist so einzustellen das auf dem Nonius 0° abzulesen ist.

Im 5. Schritt wird das Gitter senkrecht zur Achse der Rohre ausgerichtet. Dies soll mit Hilfe der am Spalt entstehenden Beugungsreflexbilder mit Ursprung am Gitter geschehen. Da das Beugungsbild symmetrisch ist, lässt sich das Hauptmaxima zwischen den beiden Nebenmaxima in den Spalt manövrieren.

9 Aufgabe: Möglichst genaue Bestimmung der Gitterkonstante

Das verwendete Gitter soll im Bezug auf seine Gitterkonstante g untersucht werden. Da das gelbe Licht der Na-Lampe die uns bekannte Wellenlänge $\lambda_{Na}^{gelb} = 589,3 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ besitzt kann mit der Formel des Mehrfachspaltes schnell auf g geschlossen werden:

$$g \cdot \sin(\varphi_k) = k \cdot \lambda_{Na}^{gelb} \Leftrightarrow g = \frac{k \cdot \lambda_{Na}^{gelb}}{\sin(\varphi_k)}$$

Dabei ist φ_k der zur Ordnung des gemessenen Maximums gehörige Winkel. Bei der Messung ist die Symmetrie des Beugungsbildes nicht anzunehmen, so, dass zu jeder Ordnung zwei Winkel zu messen sind. Es sollen möglichst viele Ordnungen in die Auswertung mit einbezogen und zu diesem Zwecke auch gemessen werden.

Im nächsten Schritt ist das angegebene Verhältnis $\text{Spaltbreite}/\text{Gitterkonstante} = 0,4$ zu überprüfen. Man nimmt an, dass die $N \cong 1500$ Spalte korrekt abgezählt wurden und die Breite $b = 0,015 \text{ m}$ verlässlich ist.

$$\frac{\text{Spaltbreite}}{\text{Gitterkonstante}} \Big|_{\text{gemessen}} = \frac{b}{N \cdot g}$$

Die Einhüllende des Interferenzmusters ist die Interferenzfunktion des Einzelspaltes. Darum sind nicht alle Ordnungen der Interferenzmaxima des Gitters zu beobachten. Es gilt für die unterdrückten Maxima: $\frac{b}{g} = \frac{k}{n}$ wobei n die Ordnung für Interferenzminima am Einzelspalt angibt. Die ausbleibenden Ordnungen müssen bei der Berechnung der Gitterkonstante im ersten Teil des Versuchs berücksichtigt werden.

10 Aufgabe: Bestimmung des Abstandes der Wellenlängen von gelbem Na-Licht

Die Natrium-Lampe emittiert zwei verschiedene Wellenlängen von gelbem Licht. Der Abstand lässt sich wieder mit dem Fadenkreuz und dem Nonius abmessen. Die Wahl der Ordnung für diese Messung ist ein Kompromiss aus Linienschärfe bzw. Intensität und Messfehler bei der Winkelmessung.

Wegen der Steigenden Ordnungszahl wird der Abstand deutlicher sichtbar, die einzelnen Spektrallinien jedoch unschärfer und an sich weniger hell.

Die Ordnung ab der diese Messung möglich sein sollte ergibt sich aus dem Grobwert für $\Delta\lambda = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ und der groben Gitterkonstante $g \approx 1/0,4 \cdot \frac{b}{N} \approx 1/0,4 \cdot \frac{0,015 \text{ m}}{1500}$ da der Hersteller für die Ablesegenauigkeit am Nonius eine Bogenminute $\Delta\varphi = 1' \hat{=} 2,91 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$ angibt.

$$\Delta\lambda \cdot k \approx g \cdot \sin(\Delta\varphi)$$

$$\Rightarrow k \approx \frac{\sin(\Delta\varphi)}{\Delta\lambda} \cdot g = \frac{\sin(2,91 \cdot 10^{-3} \text{ rad})}{0,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \cdot \frac{0,015 \text{ m}}{0,4 \cdot 1500} = 2,5$$

Der Hersteller gibt für diesen Versuch eine sichtbare Aufspaltung der Na-Feinstrukturen ab der Ordnung $k=2$ an.

Zur Messung wird die Skalenmitte des Fernrohrs auf die 2. Ordnung der zweiten Linie bei α_2 eingestellt, dann mit der Feineinstellung die Skalenmitte auf die erste Linie verstellt und die Bogenminuten $\Delta\alpha$ abgelesen.

Es gilt mit $\varphi = \frac{\pi}{10800} \text{ rad}$ die Beziehung:

$$\Delta\lambda = \frac{g}{2} (\sin(\varphi_2) - \sin(\varphi_2 - \Delta\varphi))$$

Messprotokoll P2-10

Gruppe Mo-20, B. Oldenburg, B. T. Reber

1.1

Balchenbreite (= Balchenabstand)	Wegenere Entfernung	
	1. Messung	2. Messung
58 Linien / 23 cm	6,50 m	6,10 m
77 Linien / 23 cm	4,50 m	4,45 m

1.2

$$\frac{1}{d_{50}} = 77 \text{ Linien} / 23 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{d_{\text{Lupe}}} = 4 \text{ Linien} / 3 \text{ cm}$$

$$f_{\text{Lupe}} \approx 8 \text{ cm}$$

3. Objektiv	Skulenteile n / Skt	d_{50} / mm	
4:1	10	22	200 Skt / 10 mm
10:1	5	23	
40:1	10	42	200 Skt / 2 mm
10:1	30	30	

4. Okularmikrometer wurde fokussiert

Skala Objektiv	$N_1 = 200 \text{ Skt} / 10 \text{ mm}$	$N_2 = 200 \text{ Skt} / 2 \text{ mm}$	
	n / Skt	Okularmikr. n / Skt	Okularmikr. n / Skt
4:1	49	100	197
10:1	22	100	108,5
40:1	⊗		22

Okularmikrometer: 100 Skt / 10 mm ✓

⊗ Skala lässt sich nicht fokussieren.

Aufgabe 5

Messung der Spaltbreite der Blende mit Mehrfachpalt

Spaltbreite: 22 Skt im $10\times$ Okularmikrometer mit $40:1$ Objektiv
Ballenbreite: 23 Skt

Dünnes Glas: 30 Skt im $10\times$ Okularmikrometer mit $40:1$ Objektiv

Aufgabe 6

Vermessung der Lichtkreise

$10:1$

Tisch auf unterste Stellung, Lichtkreis auf Millimeterpapier $d_1 = 4,5$

3 mm Höhe: $d_2 = 3$ mm

$40:1$

$d_1 = 13$ mm $d_2 = 6$ mm

Aufgabe 7

Variationen

- der Helligkeit: heller: schärfer
dunkler: weniger scharf
- der Blende mit Blende: Struktur besser erkennbar
ohne Blende: Objekt zu stark durchleuchtet
- Fokussierhöhe: ohne Fokussierer selber Effekt wie bei manuellen Blende
Höhe nicht verstellbar
- keine Filter vorhanden

8. wie beschrieben justiert

9.

Ordnung	Winkel
2 (rechts)	$353^\circ + \frac{14}{60}$
4 (rechts)	$346^\circ + \frac{26}{60}$
6 (rechts)	$338^\circ + \frac{42}{60}$
2 (links)	$6,5^\circ + \frac{15}{60}$
4 (links)	$13,5^\circ + \frac{30}{60}$
6 (links)	$20,5^\circ + \frac{45}{60}$

10. linksseitig, 15. Ordnung:

innere Linie innen: $60^\circ + \frac{24,5}{60}$ außen: $60^\circ + \frac{28}{60}$

äußere Linie innen: $60,5^\circ + \frac{7}{60}$ außen: $60,5^\circ + \frac{10}{60}$

rechtsseitig, 14. Ordnung (15. sehr schwach
Grenzwert, Mittelwert)

innere Linie: innen: $303^\circ + \frac{18}{60}$ außen: $303^\circ + \frac{16}{60}$

äußere Linie: innen: $303^\circ + \frac{14}{60}$ außen: $303^\circ + \frac{12}{60}$

Physikalisches Anfängerpraktikum 2
Schriftliche Auswertung zum Versuch
P2-V10: Auflösungsvermögen

Durchführung am 19. April 2010

Gruppe: Mo-20
Treiber, Benjamin
Oldenburg, Benjamin

22. April 2010

Inhaltsverzeichnis

I	Versuchsaufgaben zum Lichtmikroskop	15
1	Versuche zum menschlichen Auge	15
1.1	Aufgabe: Experimentelle Bestimmung des Auflösungsvermögens des Auges	15
1.2	Aufgabe: Theoretische Abschätzung des Auflösungsvermögens des Auges	16
2	Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der Vergrößerung einer Lupe	17
3	Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der Vergrößerung eines Mikroskops	17
4	Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der wahren Vergrößerungen V_{Obj}^i der Objektive	18
5	Aufgabe: Messungen	20
6	Aufgabe: Experimentelle Bestimmung numerischer Aperturen zweier Objektive	20
7	Aufgabe: Betrachtung von Präparaten	22
II	Versuchsaufgaben zum Gitterspektrometer	23
8	Aufgabe: Justierung eines Gitterspektrometers	23
9	Aufgabe: Möglichst genaue Bestimmung der Gitterkonstante	23
10	Aufgabe: Bestimmung des Abstandes der Wellenlängen von gelbem Na-Licht	25

Teil I

Versuchsaufgaben zum Lichtmikroskop

1 Versuche zum menschlichen Auge

1.1 Aufgabe: Experimentelle Bestimmung des Auflösungsvermögens des Auges

Um das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges zu bestimmen, wurden zwei Balkenmuster im DIN-A4 Format bei gleichmäßiger Ausleuchtung betrachtet. Die Spaltbreite der zwei zur Verfügung stehenden Schwarzweiß-Balkenmusters entsprach der Balkenbreite, so dass die Spaltbreite durch Abzählen der Balken auf einer gewissen Länge l zu $b = \frac{l}{2n-1}$ bestimmt werden konnte.

Muster	n / l	l / m	b / mm
“grob”	58	0,23	2,00
“fein”	77	0,23	1,503

Tabelle 1: Eigenschaften der Schwarzweiß-Balkenmuster

In der Vorbereitung konnte gezeigt werden dass zur Bestimmung des Mindest-Sehwinkels φ_{min} die maximalen Distanz \hat{d} , bei der das Balkenmuster noch zu erkennen ist zu vermessen ist. Es gilt nämlich $\varphi_{min} = 2 \cdot \tan^{-1}(\frac{b}{2\hat{d}})$, woraus sich normiert auf die deutliche Sehweite s_0 die zugehörige Mindestseparation mittels $b_{min} = s_0 \cdot \tan(\frac{\varphi_{min}}{2})$ und damit als Kehrwert das Auflösungsvermögen errechnen lässt

Am Versuchstag wurde \hat{d} für zwei verschiedene menschliche Augenpaare und beide Schwarzweiß-Balkenmuster festgestellt. Die Messungen und die resultierenden Ergebnisse sind in Tabelle 2 dargestellt.

Balkenmuster	Person 1		Person2	
	grob	fein	grob	fein
\hat{d} / m	6,50	4,50	6,10	4,45
$\varphi_{min} / 10^{-4} rad$	3,07	3,34	3,28	3,37
Mittelwert $\varphi_{min} / 10^{-4} rad$	3,21		3,33	
$b_{min} / \mu m$	38,4	41,8	41,0	42,2
Mittelwert $b_{min} / \mu m$	41,1		41,6	
Auflösungsvermögen $1/b_{min} / 10^4 m^{-1}$	2,61	2,40	2,44	2,37
Mittelwert $1/b_{min} / 10^4 m^{-1}$	2,50		2,41	

Tabelle 2: Messungen zu \hat{d} und daraus folgende Größen

Die Auflösungsvermögen der beiden Personen liegen relativ nah bei einander, so dass wir es wagen einen Mittelwert für das Auflösungsvermögen des Menschlichen Auges, mit der Standardabweichung¹ von $536 m^{-1}$, mit $\frac{1}{b_{min}} |_{ges} = 2,46 \cdot 10^4 m^{-1}$ zu beziffern.

¹Nach der “Einführung zur Fehlerrechnung im Praktikum”, Dr. Peter Blüm

1.2 Aufgabe: Theoretische Abschätzung des Auflösungsvermögens des Auges

In der Vorbereitung wurde mit Hilfe der Beugung am Einzelspalt (Iris) argumentiert dass der theoretische Mindest-Sehwinkel gerade $\varphi_{Minimum} = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{a_{Iris}}\right)$ ist. Dieser soll nun zum Vergleich mit den in Aufgabe 1.2 ermittelten Werten herangezogen werden.

Verglichen wird der in der Vorbereitung begründete, theoretische Wert bezogen auf die deutliche Sehweite $s_0 = 25 \text{ cm}$.

$$\frac{1}{b_{min}} |_{theorie} = 4,36 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{1}{b_{min}} |_{ges} = 2,46 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$$

Das experimentell ermittelte Auflösungsvermögen entspricht nur 56,4% der theoretischen Voraussage. Dies könnte bedeuten, dass die verwendeten Augenpaare von minderer Qualität waren. Allerdings geht die theoretische Abschätzung auch von einigen Idealen Voraussetzungen aus, die im Versuch nicht zwingend gegeben waren. Das verwendete Licht war Sonnenlicht, also weißes Licht verschiedenster Wellenlängen statt dem in der Rechnung verwendetem monochromatischem Licht der Wellenlänge $\lambda = 550 \text{ nm}$. Zudem wurde der Netzhaut eine genügend hohe, homogene Rezeptorendichte unterstellt.

Ein weiterer wahrscheinlicher Grund für die Abweichung von der Vorhersage mag die Schwierigkeit gewesen sein den Abstand \hat{d} klar auszumachen. Zwischen völlig verschwommenem Grau und klarem Balkenmuster ist ein Übergangsmuster zu erkennen, welches die Balkenstruktur nahe legt. Gemessen wurde von uns der Abstand ab dem das Balkenmuster nicht mehr eindeutig ausgemacht werden konnte.

Weiter ist das Auflösungsvermögen das Auges abhängig von der Tagesform und der Beleuchtung.

Dies alles geht nicht in die theoretische Abschätzung mit ein, so dass wir im Grunde zufrieden sind mit diesem recht einfachen Versuch die etwaige Größenordnung des "Literaturwertes" getroffen zu haben.

2 Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der Vergrößerung einer Lupe

Die gleichzeitige Betrachtung von Balkenmuster und Referenzskala (es wurde Millimeterpapier verwendet) konnte wieder Erwarten ohne große Anstrengung vorgenommen werden. Auf dem Schwarzweiß-Balkenmuster von 77 Balken auf 23 cm mit Balken-/Spaltbreite $b = 1,503$ wurden durch die Lupe auf einer Strecke von 3 cm der Referenzskala 4 Linien gezählt. Das Verhältnis der betrachteten Vergleichsstrecken d_{Lupe} und d_{s_0} (in der Einheit $Linien \cdot cm^{-1}$) ergibt nach Formel in der Vorbereitung also:

$$V_{Vergleich} = \frac{d_{Lupe}}{d_{s_0}} = \frac{4/3cm}{77/23cm} = 2,5$$

Für die sich aus der Abbildungs- bzw. Linsengleichung ergebende Vergrößerung wurde die Brennweite durch Fokussieren des als aus dem Unendlichen kommend angenommenen Lichtes der Leuchtstoffröhre in der Versuchskammer bestimmt. Dabei konnte auf dem im Fokus liegenden Untergrund eine deutliche Abzeichnung der Struktur der Leuchtstoffröhre ausgemacht werden.

Der Abstand bei dem das schärfste und kleinste Lichtbündel zu beobachten ist entspricht der Brennweite der Linse und wurde im Versuch mit $f = 8\text{ cm}$ bemessen.

$$V_{Brennweite} = \frac{s_0}{f} = \frac{25\text{ cm}}{8\text{ cm}} = 3,13$$

Als Ergebnis eines "einfachen Handexperiments" ist die Abweichung der beiden Werte voneinander noch zufriedenstellend.

3 Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der Vergrößerung eines Mikroskops

Es wurde nach dem selben Prinzip des ersten Teils der zweiten Versuchsaufgabe und der Beschreibung aus der Versuchsvorbereitung vorgegangen um die zur Vergrößerungsbestimmung nötigen Längenverhältnisse zu bestimmen.

Bei den im Vergleich zur Lupe deutlich höheren Vergrößerungswerten des Mikroskops stellte sich die gleichzeitige Betrachtung von Objekt und Referenzskala als schwierig und sehr unangenehm heraus. Auch wurde die Messung mit dem 4 : 1 Objektiv nur für die grobe ($N_{grob} = 200\text{ Skt}/10\text{ mm}$) und ebenso die Messung mit dem 40 : 1 Objektiv nur für die feine Skala ($N_{fein} = 200\text{ Skt}/2\text{ mm}$) durchgeführt. Grund dieser Einschränkung war die Tatsache, dass bei der geringen Gesamtvergrößerung, bei Verwendung des 4 : 1 Objektivs, die feine Skala kaum hätte zuverlässig abgezählt werden können. Andererseits war es uns nicht möglich bei maximaler Gesamtvergrößerung die grobe Skala zu fokussieren. Zunächst ließen wir außer acht, dass die Skala nicht mittig zwischen zwei gleich dicken Glasschichten sondern an der Oberfläche einer – im Verhältnis zum nötigen Abstand – dicken Glasplatte angebracht ist. Erst nach Wenden des Skalenhalters hätten wir die Skala also scharfstellen können, was uns jedoch für diese Kombination von Skala und Objektiv auch nach längerem Suchen nicht gelang.

Die Verwendeten Skalen lassen die Umrechnung in Längeneinheiten $d_{Mikroskop}$ der Referenzskala (auch hier wurde Millimeterpapier verwendet) mittels der Zuordnung $d_{Mikroskop} = \frac{n}{N_i}$ zu, wenn n die unterm Mikroskop abgezählte bzw abgelesene Anzahl der Skalenteile ist.

Verglichen wird diese Strecke mit der Referenzstrecke d_{s_0} welche auf deutlicher Sehweite auf dem Millimeterpapier abgelesen wurde. Die diesen Messungen entsprungenen Daten sind in Tabelle 3 aufgeführt. Die aus den Daten nach der Formel $V_{ges}^{i,Vergleich} = \frac{d_{s_0}}{d_{Mikroskop}^i}$ errechneten theoretischen Gesamtvergrößerungen und die unter Berücksichtigung der angegebenen Einzelvergrößerungen des 10 : 1 Okulars in Kombination mit dem jeweiligen Objektiv $V_{ges} = V_{Obj} \cdot V_{Ok}$ sind in Tabelle 4 gegenübergestellt.

Skala	$N_1 = \frac{200\text{ Skt}}{10\text{ mm}}$	$N_2 = \frac{200\text{ Skt}}{2\text{ mm}}$		
Objektiv	4 : 1	10 : 1	10 : 1	40 : 1
n / Skt	10	5	30	10
$d_{Mikroskop} / \text{mm}$	0,5	0,25	0,3	0,1
d_{s_0} / mm	22	23	30	42

Tabelle 3: Messdaten zur Gesamtvergrößerung

Objektiv	$V_{ges} _{exp}$		$V_{ges} _{theo}$	Abweichung
	grobe Skala	feine Skala		
4 : 1	44	–	40	10%
10 : 1	92	100	100	$\frac{8\%+0\%}{2} = 4\%$
40 : 1	–	420	400	5%

Tabelle 4: Gesamtvergrößerung der Objektiv/Okular-Kombinationen

Die Abweichungen der Angaben auf den Objektiven liegen in einem für brauchbare Messungen nötigen Rahmen, werden aber durch Eichung in der nächsten Aufgabe bei den danach folgenden Messungen berücksichtigt.

4 Aufgabe: Experimentelle Bestimmung der wahren Vergrößerungen V_{Obj}^i der Objektive

Aufgabe 3 wurde in diesem Versuchsteil mit dem geeichten Okularmikrometer wiederholt. Dadurch entfällt der zuvor angesprochene Unangenehme Vergleichsprozess mit einem Maßstab außerhalb der Optik des Mikroskops. Es mussten lediglich das Betrachtete Objekt mit der in der Optik des Okulars verbauten Skala ($N_{Ok} = 100\text{ Skt}/10\text{ mm}$) verglichen werden. Dieses mal konnte auch die feine Skala mit der schwächsten Vergrößerung bequem ausgemessen werden. Die Messdaten inklusive der nach aus Aufgabe 3 bekannten Methode ermittelten tatsächlichen Gesamtvergrößerungen sind der Tabelle 5 auf der nächsten Seite zu entnehmen.

Die Betrachteten Strecken, aus dessen Verhältnis sich abermals die Vergrößerung ergeben wird, sind $d_{Obj} = \frac{n_{Obj}}{N_i}$, und $d_{Ok} = \frac{n_{Ok}}{N_{Ok}}$. Dabei ist n_{Ok} die Anzahl der Skalenteile, die auf dem Okularmikrometer die selbe Strecke wie n_{Obj} der Skalenteile des Objektivs einnahmen. Wobei N_i wieder die entsprechende Balkendichte der betrachteten Skala repräsentiert.

Es gilt also hier:

$$V_{Obj} = \frac{d_{Ok}}{d_{Obj}} = \frac{n_{Ok}}{n_{Obj}} \cdot \frac{N_i}{N_{Ok}}$$

Skala	$N_1 = 200 \text{ Skt}/10 \text{ mm}$		$N_2 = 200 \text{ Skt}/2 \text{ mm}$		
Objektiv	4 : 1	10 : 1	4 : 1	10 : 1	40 : 1
n_{Ok} / Skt	100	100	80	100	100
n_{Obj} / Skt	49	22	197	108,5	22
d_{Ok} / mm	10	10	8	10	10
d_{Obj} / mm	2,45	1,100	1,970	1,085	0,220
V_{Obj}	4,08	9,09	4,06	9,21	45,5

Tabelle 5: Gemessene Vergleichsstrecken und die sich daraus ergebenden tatsächlichen Vergrößerungen

Für die Objektive 4 : 1 und 10 : 1 kann ein Mittelwert für die beiden Messungen angegeben werden, welcher für das 4 : 1 Objektiv $\overline{V_{Ob}^{4:1}} = 4,07$ bei einer Standardabweichung² von $\delta_{stat} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x})^2} / \sqrt{N} = 0,01$ und für das 10 : 1 Objektiv $\overline{V_{Ob}^{10:1}} = 9,15$ bei einer Standardabweichung von $\delta_{stat} = 0,06$ beträgt.

Die Vergrößerungsangabe des in Aufgabe 3 verwendeten Okulars $V_{Ok} = 10 : 1$ kann nur indirekt über die dort gemessene Gesamtvergrößerung und die nun bekannte tatsächliche Vergrößerung überprüft werden.

Es gilt $V_{Ges} = V_{Ok} \cdot V_{Obj} \Leftrightarrow V_{Ok} = \frac{V_{Ges}}{V_{Obj}}$

Objektiv	4 : 1	10 : 1	40 : 1
V_{Ges}	44	96	420
$\overline{V_{Obj}}$	4,07	9,15	45,5
V_{Ok}	10,81	10,49	9,23
$\overline{V_{Ok}}$	10,17		

Tabelle 6: Zum Prüfen von V_{Ok}

Die statistische Unsicherheit des Mittelwertes $\overline{V_{Ok}} = 10,17$ liegt bei $\delta_{stat} = 0,482$, die Angegebene zehnfache Vergrößerung liegt also durchaus im Möglichen Bereich. Wegen der relativ hohen Standardabweichung lässt sich der Wert V_{Ok} nicht genauer festlegen.

²Nach der "Einführung zur Fehlerrechnung im Praktikum", Dr. Peter Blüm

5 Aufgabe: Messungen

Es wurde die Spaltbreite und die Balkenbreite der Spalte einer "Blende mit Mehrfachspalt" sowie ein dünnes Haar unterm Mikroskop vermessen. Die Verwendung des Okularmikrometers erleichterte die Größenordnung erheblich. Es wurde die stärkste Vergrößerung gewählt um möglichst genau messen zu können.

Für die Spaltbreite wurden $n_{Spalt} = 22 \text{ Skt}$, für die Balkenbreite $n_{Balken} = 23 \text{ Skt}$ der $N_{Ok} = 100 \text{ Skt} / 10 \text{ mm}$ Skala gezählt, was den Breiten $b_{Spalt} = n_{Spalt} \frac{1}{N_{Ok} \cdot V_{Obj}^{40:1}} = 22 \text{ Skt} \frac{10 \text{ mm}}{100 \text{ Skt} \cdot 45,5} = 48,3 \mu\text{m}$ bzw. $b_{Balken} = n_{Balken} \cdot \frac{1}{N_{Ok} \cdot V_{Obj}^{40:1}} = 23 \cdot \frac{10 \text{ mm}}{100 \text{ Skt} \cdot 45,5} = 50,5 \mu\text{m}$ entspricht.

Nun galt es die Dicke eines Haares zu vermessen. Das Scharfstellen des Kopfhaares unterm Mikroskop gestaltete sich allerdings außerordentlich kompliziert. Die Plexiglasplatten zwischen die das Haar eingeklemmt wurde waren nicht für die Einspannvorrichtung des Lichtmikroskops konzipiert worden, sodass das Manövrieren des Objekts unter der Objektivlinse schwierig war. Weiter konnte das Haar auch nach einigem Suchen nicht gefunden, geschweige denn scharf gestellt werden. Auf den nützlichen Hinweis des Versuchsbetreuers hin, ein Stück Papier zur Scharfstellung der benötigten Ebene zu verwenden, konnte das Haar dennoch gefunden, scharfgestellt und vermessen werden.

Es wurden $n_{Haar} = 30 \text{ Skt}$ abgemessen. Nach der Formel $b_{Haar} = \frac{1}{N_{Ok} \cdot V_{Obj}^{40:1}} \cdot n_{Haar}$ ist das gemessene Haar mit $b_{Haar} = 65,9 \mu\text{m}$ um 62,5% dicker als ein gefundener Vergleichswert aus der Literatur³. Da einzelne Haardicken stark variieren, kann der Literaturwert allerdings nur als Orientierung für die Größenordnung der Messung dienen.

6 Aufgabe: Experimentelle Bestimmung numerischer Aperturen zweier Objektive

Wie in der Vorbereitung bereits geplant wurde zur Bestimmung des Aperturwinkels mit einer Lampe in den Tubus des Mikroskops geleuchtet. Dazu wurde das Okular entfernt und die Na-Lampe aus Versuchsaufgaben 8 bis 10 verwendet. Statt des erwarteten "Zwischenfachs" wurde um den Streckenunterschied Δd zu erzeugen eine etwa $\Delta d = 3,0 \text{ mm}$ dicke Unterlage aus dem dem Lichtmikroskop beiliegenden Utensilienkasten verwendet. Der Tisch wurde in die untersten Position gebracht und der auf dieser Höhe entstehende Lichtkegel dem Durchmesser nach vermessen. Bei der Messung war nicht immer eine kreisrunde Scheibe zu beobachten, es wurde Vermutet, dass die Geometrie der Lampe Einfluss auf die Gleichmäßigkeit der Lichtpunkte hatte. Tabelle 7 Fasst die Messungen für die beiden Vergrößerungsstärkeren Objektive zusammen.

Objektiv	r_1 / mm	r_2 / mm
10 : 1	2,25	1,5
40 : 1	6,5	3,0

Tabelle 7: Radien der Lichtscheiben

³Quelle: Wikipedia.de: <http://bit.ly/d2K7K1>

Auf die Messdaten wird die in der Vorbereitung hergeleitete Formel angewandt um die Apertur zu bestimmen.

$$A = \sin(\tan^{-1}(\frac{r_1 - r_2}{\Delta d}))$$

Es ergibt sich für die Apertur des 10 : 1 Objektivs $A^{10:1} = \sin(\tan^{-1}(\frac{2,25\text{ mm} - 1,5\text{ mm}}{3\text{ mm}})) = 0,243$, für die Apertur des 40 : 1 Objektivs $A^{40:1} = \sin(\tan^{-1}(\frac{6,5\text{ mm} - 3,0\text{ mm}}{3\text{ mm}})) = 0,759$. Im Vergleich mit den Angaben des Aufgabenblattes mit $A^{10:1} = 0,3$ und $A^{40:1} = 0,65$ liegen die Messwerte zwar in der selben Größenordnung und lassen die Methode vertrauenswürdig erscheinen, jedoch weichen die Werte um 16% beim 40 : 1 Objektiv und um 23% beim 10 : 1 Objektiv ab. Berücksichtigt man, dass die Ausleuchtung des Tubus nicht vollständig ideal erfolgen konnte, da die Lichterscheinungen auf dem Millimeterpapier abhängig vom Winkel der Längsachse der Leuchte zu den Linien auf dem Papier war, lassen sich die Abweichungen verstehen. Weiter war auch der Rand der Lichterscheinung etwas unscharf, und für kleine Punkte eventuell zu hell um richtig abgegrenzt werden zu können.

Auch mit den nun gemessenen Aperturen und Gesamtvergrößerungen bleibt man mit jeder der Objektiv/Okular-Kombinationen im Bereich der förderlichen Vergrößerung.

7 Aufgabe: Betrachtung von Präparaten

Aus den Präparaten der Unterrichtsserie "Das Leben im Wassertropfen" wurden zwei Exemplare ausgewählt. Ein Objektträger mit Plankton, ein weiterer mit "Augentierchen". Glücklicherweise kommen diese Tiere in genügender Stückzahl vor um mehrere auf einem Präparat haben zu können. So konnte auch mit stärkster Vergrößerung schnell ein Exemplar scharfgestellt werden. Neben der recht interessanten Objekte an sich sollten jedoch Einflüsse der Einstellungsmöglichkeiten am Lichtmikroskop beobachtet und beschrieben werden.

Wir beobachteten:

- Bei hellerem Licht: eine bessere Schärfe der betrachteten Objekte,
- bei Verwendung der Blende eine bessere Darstellung der Objektstrukturen, (Tiefenwirkung) und
- bei entfernen des Kondensors den selben Effekt wie bei maximaler Blende (schlechtere Ausleuchtung)

Leider konnte an unserem Mikroskop der Kondensor nicht in der Höhe verstellt werden, weshalb wir den Einfluss dieser Variation nicht experimentell erfassen konnten. Ebenso standen keine Filter zur Verfügung.

Besonders beim Augentierchen, welches aus einigen Duzend nahezu transparenter Kreisscheibchen zu bestehen scheint konnte man die Strukturen bei maximaler Blende viel deutlicher erkennen als zum Beispiel bei voller Lichtstärke und ohne Blende. Das Plankton war auch ohne Blende gut zu Untersuchen, jedoch konnte durch Variation der Helligkeit und Blende die strukturellen Eigenschaften besser sichtbar gemacht werden.

Teil II

Versuchsaufgaben zum Gitterspektrometer

8 Aufgabe: Justierung eines Gitterspektrometers

Das Gitterspektrometer wurde wie in der Versuchsvorbereitung beschrieben justiert.

9 Aufgabe: Möglichst genaue Bestimmung der Gitterkonstante

Das verwendete Gitter wurde auf seine Gitterkonstante g untersucht. Hierfür wurde, wie in der Vorbereitung zum Versuch beschrieben, das Gitter durch gelbes Licht einer Na-Lampe der Wellenlänge $\lambda_{Na}^{gelb} = 589,3 \text{ nm}$ beleuchtet. Es wurden zwei Messreihen durchgeführt, in denen jeweils der Winkel des Maximums 2., 4. und 6. Ordnung mittels der Teilkreisscheibe und des Nonius gemessen wurde. Dabei wurden in der ersten Messreihe die entsprechenden Winkel auf der rechten Seite des Beugungsbildes und in der zweiten Messreihe diejenigen auf der linken Seite gemessen, um die Ungenauigkeit hinsichtlich der orthogonalen Ausrichtung des Gitters korrigieren zu können. Zur Messung des Winkels wurde das Fernrohr mittels des Fadenkreuzes möglichst exakt auf die Mitte des gebeugten Spaltes eingestellt.

Aus Messreihen ergaben sich folgende Winkel und mittels der bereits hergeleiteten Formel folgende Werte für die Gitterkonstante g :

Ordnung	Winkel [Grad, Bogenminuten]	Beugungswinkel φ_k	Gitterkonstante g/nm
2 (rechts)	353° 14'	6° 46'	10003
4 (rechts)	346° 20'	13° 40'	9977
6 (rechts)	339° 15'	20° 45'	9980
2 (links)	6° 45'	6° 45'	10027
4 (links)	13° 35'	13° 35'	10037
6 (links)	20° 35'	20° 35'	10057

Tabelle 8: Gemessene Beugungswinkel und resultierende Gitterkonstante g

Der theoretische Wert für die Gitterkonstante g beträgt:

$$g = \frac{b}{N} = \frac{0,015 \text{ m}}{1500} = 10000 \text{ nm}$$

Der Mittelwert beträgt mit Berücksichtigung der Standardabweichung des Mittelwertes der einzelnen Messungen $10014 \text{ nm} \pm 30 \text{ nm}$ und weicht somit 0,14 % vom Theoriewert ab.

Die Intensität der Maxima ließ mit höher werdender Ordnung wie erwartet allmählich ab. Eine Unterdrückung von Maxima war beidseitig bis zur 14. Ordnung jedoch nicht feststellbar. Das angegebene Verhältnis von $\text{Spaltbreite}/\text{Gitterkonstante} = 0,4$ kann daher nicht stimmen, da dann die Maxima 5 und 10 unterdrückt gewesen wären. Rechtsseitig war das 15. Maximum deutlich schwächer, auf der linken Seite ließ sich jedoch keine Unterdrückung oder Abschwächung feststellen. Aus den Beobachtungen lässt sich nicht auf das tatsächliche Verhältnis $\text{Spaltbreite}/\text{Gitterkonstante}$ schließen.

Mit dem in Aufgabe 10 berechneten Auflösungsvermögen von $0,51 \text{ nm} \pm 0,11 \text{ nm}$ ergibt sich ein Auflösungsvermögen von

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = k \cdot N = 15 \cdot 1500 = 22500$$

Mit dem verwendeten Gitter lässt sich also theoretisch der $\frac{1}{22500}$ ste Teil der Wellenlänge der verwendeten Lichtes auflösen, also:

$$\Delta\lambda = \frac{589,3 \text{ nm}}{22500} = 0,026 \text{ nm}$$

10 Aufgabe: Bestimmung des Abstandes der Wellenlängen von gelbem Na-Licht

Zur Bestimmung des Abstandes der Wellenlängen von gelbem Na-Licht wurde zunächst links- und rechtsseitig ein geeignetes Maximum gesucht. Linksseitig waren bis zur 15. Ordnung alle Maxima klar erkennbar, rechtsseitig bis zur 14. Ordnung. Ab ca. der 9. Ordnung ließen sich die zwei separate Beugungslinien der verschiedenen Wellenlängen ausmachen. Wie erwartet entfernten sich die Linien mit zunehmender Ordnung immer weiter voneinander. Da sowohl Schärfe als auch Intensität ausreichend waren wurde auf der linken Seite das Maximum 15. Ordnung, auf der rechten Seite das Maximum 14. Ordnung zur Bestimmung des Abstandes herangezogen.

Mittels Teilkreisscheibe und Nonius wurden jeweils die Beugungswinkel der inneren, kurzwelligeren und der äußeren, langerwelligeren Spektrallinie gemessen. Da die genaue Mitte der dünnen Strahlen schwer einzustellen war, wurden jeweils die Winkel des inneren, bzw. äußeren Randes der gemessen und der Mittelwert dieser Werte als Mitte festgelegt.

Hierbei Messwerte und rechnerischen Mittelwerte der Spektrallinien sind der Tabelle 9 zu entnehmen:

Messung	Innere Linie			Äußere Linie		
	innen	außen	Mittelwert φ_i	innen	außen	Mittelwert φ_a
rechts, 14. Ordn.	303° 18'	303° 16'	56° 43'	303° 14'	303° 11'	56° 47,5'
links, 15. Ordn.	60° 24,5'	60° 28'	60° 26,25'	60° 37'	60° 40'	60° 38,5'

Tabelle 9: Gemessene Winkel und Positionen der Spektrallinien

Die Differenz $\Delta\lambda$ hinsichtlich der Wellenlänge der verschiedenen Spektrallinien lässt sich wie folgt berechnen:

$$\Delta\lambda = \frac{g}{k}(\sin(\varphi_a) - \sin(\varphi_i))$$

Als Wert für die Gitterkonstante g wurde der in Aufgabe 9 ermittelte Messwert verwendet. Die daraus resultierenden Messergebnisse für $\Delta\lambda$ sind Tabelle 10 zu entnehmen

Messung	$\Delta\lambda/nm$
rechts, 14. Ordn.	0,51 ± 0,11
links, 15. Ordn.	1,17 ± 0,19

Tabelle 10: Wellenlängendifferenz

Der angegebene Fehler resultiert aus der Größtfehlerabschätzung der Winkelmessung von $\pm 0,5'$.

Die Fehlerfortpflanzung der Gitterkonstanten aus Aufgabe 9 liefert im Vergleich keinen nennenswerten Beitrag, also $< 0,005 \text{ nm}$.

Das Ergebnis der ersten Messung von $0,51 \text{ nm} \pm 0,11 \text{ nm}$ liegt innerhalb des erwarteten Grobwertes von $0,5 \text{ nm}$. Aus den in Relation zu den Messergebnissen relativ großen Fehlern lässt sich erkennen, dass die zur Verfügung stehende Messapparatur nur zu einer groben Messung des Wellenlängenabstandes ausreicht.

Die Verwendung eines feineren Gitters wird wahrscheinlich keine deutliche Verbesserung des Ergebnisses bewirken, da das theoretische Auflösungsvermögen des Gitters von unter $0,03 \text{ nm}$ wesentlich kleiner als der Ablesefehler beim Gitterspektrometer.

Die große Abweichung der zweiten Messung vom erwarteten Wert lässt sich lediglich durch den unterschiedlichen Referenzpunkt des Nonius erklären. Referenzpunkt der inneren Linie war die 60° Marke der Teilkreisscheibe, Referenzpunkt der äußeren Linie die $60,5^\circ$ Marke. Berücksichtigt man einen Fehler der Teilkreisscheibenskala von nur $\pm 0,1^\circ$ beträgt der errechnete Fehler der Größtfehlerabschätzung bereits $0,80 \text{ nm}$.