



SS/WS 20.11./.....

Praktikum: (P1/P2) (Mo/Di/Mi/Do) Gruppe-Nr: 20

Name: Schütz Vorname: Anne

Name: Wankmüller Vorname: Florian

Versuch: Ideales u. reales Gas (mit/ohne) Fehlerrechnung

Betreuer: Florian Kassel Durchgeführt am: 30.7.11

Abgabe am: 7.7.11

Rückgabe am:

Begründung:

2. Abgabe am:

Ergebnis: (+ / 0 / -)

Fehlerrechnung: ja / nein

Datum: 7.7.11

Handzeichen: F. Kassel

Bemerkungen:

Sehr gutes Feedback!



Sinn dieses Experimentes ist es, durch Anschauung das Verständnis für Begriffe aus der Wärmelehre zu fördern. Experimentell kommt es vor allem darauf an, die notwendigen Versuchsbedingungen (z.B. 'adiabatisch' oder 'Gleichgewichtszustand') einzuhalten und notwendige Korrekturen zu erkennen und bei der Auswertung zu berücksichtigen (z.B. beim Gasthermometer).

Hinweis:

- 1) Die Glasgeräte, ganz besonders die Gasthermometer-Kapillare und die Dampfdruckapparatur, aber auch die Schwingungsröhre, sind sehr bruchempfindlich. Bitte sehr vorsichtig handhaben!
- 2) Nicht bei Feuchtigkeit in den eingeschalteten Heizpilz fassen. Keine perfekte Isolierung.
- 3) Der Versuch darf erst nach Erläuterungen durch den Betreuer begonnen werden.

Aufgaben:

1. Bestimmen Sie mit dem Jollyschen Gasthermometer den Spannungskoeffizienten α für Luft, und berechnen Sie daraus die Celsius-temperatur des absoluten Nullpunkts.

Die Fehler durch thermische Ausdehnung und schädlichen Raum des Gasthermometers sind mit Hilfe einer weiteren Messung zu eliminieren. Wenn sich das Gasthermometer abkühlt, muß das bewegliche Manometerrohr bis zum Anschlag nach unten geschoben werden, da sonst Quecksilber in das Gefäß überfließt. Ein Diagramm 'Siedetemperatur des Wassers bei reduziertem Barometerstand' befindet sich am Arbeitsplatz. Verwenden Sie destilliertes Wasser. Vergessen Sie nicht, das Barometer abzulesen.

2.1 Bestimmen Sie für Luft das Verhältnis der spezifischen Wärmen, $\kappa = c_p/c_v$, nach der Methode von Clement-Desormes.

Skizzieren Sie den Prozeß im p-V-Diagramm. Ablesungen dürfen nur vorgenommen werden, wenn sich ein Gleichgewicht eingestellt hat. Bis zu 15 Minuten Wartezeit müssen eingehalten werden. Zum Erzeugen von Überdruck (geringem! Nicht die Flüssigkeit aus dem U-Rohr treiben! Welcher Überdruck ist sinnvoll?) Dreiwegehahn am Blasebalg in Stellung 'vorn' bringen. Zur Messung Hahn um 180° drehen. Messungen zu den Aufgaben 2.1 und 2.2 können schon neben solchen zu Aufgabe 1 ausgeführt werden.

2.2 Überzeugen Sie sich durch einige Vergleichsmessungen mit verschieden schnellem Druckausgleich davon, daß bei der Messung in Aufgabe 2.1 die Entspannung ausreichend adiabatisch erfolgt.

2.3 Bestimmen Sie dasselbe Verhältnis κ nach der Methode von Rüchard aus der Schwingungsdauer einer Stahlkugel, die im Glasrohr auf einem Luftpolster schwingt.

Die Qualität der Messung hängt sehr stark von folgenden Bedingungen ab:

- a) Das Glasrohr muß innen extrem sauber sein.
- b) Alle Stopfen müssen dicht schließen.
- c) Das Glasrohr muß recht gut senkrecht stehen. Das kann durch Drehen des Stopfens gut erreicht werden.
- d) Die Stahlkugel muß sehr sauber sein. Schon kleine Verunreinigungen führen zu starker Bremsung. Die Kugel deshalb vor jeder Messung mit fusselfreiem Tuch (kein Zellstoff) reinigen. Bis zu 17 Schwingungen sind erreicht worden.

Die Schwingungsdauer muß sorgfältig bestimmt werden. Sie geht quadratisch in das Ergebnis ein.

Das Luftvolumen unter der Kugel beträgt 10,58 Liter $\pm 0,3\%$.

3. Messen Sie die Dampfdruckkurve einer Flüssigkeit zwischen Zimmertemperatur und 0°. Berechnen Sie aus der Dampfdruckkurve die Verdampfungswärme der Flüssigkeit.

Achten Sie darauf, daß zu Beginn im Gefäß keine Flüssigkeit außerhalb des Temperaturbades niedergeschlagen ist. Das kugelförmige Gefäß muß immer kälter sein als die anderen Teile der Apparatur. Vor der Messung Gleichgewicht abwarten. Die Meßkurven müssen für fallende und für steigende Temperatur übereinstimmen. Die Verdampfungswärme kann aus der Dampfdruckkurve graphisch ermittelt werden (Clausius-Clapeyron-Gleichung mit $V_{\text{Flüss}} \ll V_{\text{Dampf}}$ und mit $pV = RT$, integriert).

Bei der Flüssigkeit handelt es sich um n-Hexan. Warmes Wasser bereiten Sie mit dem Gerät von Versuch 1. Verwenden Sie destilliertes Wasser.

Stichworte:

Ideales Gas und reales Gas, Zustandsgleichungen, Thermodynamische Definition der Temperatur, spezifische Wärmen c_p und c_v , Isotherme, Adiabate, Polytrope, Kreisprozeß, Gleichgewichtszustände zwischen verschiedenen Phasen, Dampfdruckkurve, Tripelpunkt, Clausius-Clapeyron-Gleichung.

Zubehör:

Jollysches Gasthermometer,
Kathetometer für die Ablesung,
Heizpilz (320 W),
Becherglas, Rührer,
2 Glasflaschen, 10 Liter,
U-Rohr-Manometer,
Blasebalg-Gummiball zur Überdruckerzeugung,
Dreiwegehahn,
Dampfdruckgefäß mit n-Hexan-Füllung und Hg-Manometer,
Thermometer 0-50 Grad Celsius,
2 Liter-Wassergefäß,
Präzisionsglasrohr (60cm lang) mit gut passender Stahlkugel (16mm \varnothing $\pm 0,5\%$; 16,68g $\pm 0,1\%$),
Barometer (mit Bedienungsanweisung) im Versuchsraum.

Literatur:

Walcher: *Praktikum der Physik*
Krafft: GfK-Fortbildungskurs *Physikalische Grundlagen der Vakuumtechnik*
Pohl: *Mechanik, Akustik, Wärmelehre*
Gerthsen, Kneser, Vogel: *Physik*
Westphal: *Physikalisches Praktikum*
Falk: *Theoretische Physik*, Bd. IIa

Praktikum Klassische Physik 2

Versuchsvorbereitung zu:

P2-48

Ideales und reales Gas

0. Grundlagen.....	1
1. Spannungskoeffizient von Luft	6
2. Bestimmung des Adiabatenexponents $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$	7
2.1. Methode von Clement-Desormes	7
2.2. Vergleichsmessungen	9
2.3. Methode von Rüchardt	10
3. Dampfdruckkurve einer Flüssigkeit	11

0. Grundlagen

Ideales Gas

Unter idealem Gas versteht man die idealisierte Modellvorstellung der gasförmigen Phase eines Stoffes. Es stellt eine starke Vereinfachung dar, mit der jedoch thermodynamische Prozesse von Gasen mit bestimmten Gasgesetzen verständlich beschrieben werden können.

Einige in der Natur vorkommende (reale) Gase, wie Helium, Wasserstoff oder Stickstoff, erfüllen diese Gesetze soweit, dass sie näherungsweise als ideale Gase angesehen und mathematisch beschrieben werden können.

Die Modellvorstellung von Atomen/Molekülen eines idealen Gases sind punktförmige Massenpunkte, die ausschließlich über elastische Stöße miteinander oder mit gegebenen Gefäßwänden wechselwirken, wobei stets Energie- und Impulserhaltung gegeben ist. Dabei besitzen sie statistisch verteilte Geschwindigkeiten. Zur Beschreibung dieser Geschwindigkeitsverteilung eignet sich die Maxwell'sche Verteilung am meisten.

Folgende drei Gesetzmäßigkeiten beschreiben die thermodynamischen Prozesse eines Idealgasesⁱ:

- Das Gesetz von *Boyle-Mariotte*

Ist die Gesamt- und die Molmasse des kompressiblen Gases konstant, so verhält sich der Druck indirekt proportional zum Gasvolumen unter isothermer Zustandsänderung ($T = \text{const.}$).

$$p \sim \frac{1}{V}$$

- Das Gesetz von *Gay-Lussac*

Ist die Bedingung der konstanten Gesamt- und Molmasse gegeben, so steigt unter isochorer Zustandsänderung ($V = \text{const.}$) der Druck direkt proportional zur absoluten Temperatur an.

$$p \sim T$$

- Das Gesetz von *Charles*

Unter isobarer Zustandsänderung ($p = \text{const.}$) nimmt das Volumen direkt proportional mit der absoluten Temperatur zu.

$$V \sim T$$

Genau genommen muss der kubische Ausdehnungskoeffizient γ berücksichtigt werden, sodass gilt:

$$V = V_0 \cdot \gamma \cdot T$$

Bei verschiedenen Gasen ist er unterschiedlich groß. Die Abweichung ist umso größer, je höher die Verflüssigungstemperatur des Gases liegt.

Gas	γ
Ideales Gas	$1/273,2 \text{ K} = 0,00366085 \text{ K}^{-1}$
H ₂	$0,003662 \text{ K}^{-1}$
He	$0,003660 \text{ K}^{-1}$
Luft	$0,003675 \text{ K}^{-1}$

Tab. 1: Kubischer Ausdehnungskoeffizientⁱⁱ

ⁱ Vgl. „Gerthsen Physik“, D. Meschede; 23., überarbeitete Auflage; Springer-Verlag; Seite 216 f

ⁱⁱ „Gerthsen Physik“, D. Meschede; 23., überarbeitete Auflage; Springer-Verlag; Seite 217

Der Tabelle ist zu entnehmen, dass Helium und Wasserstoff nahe dem kubischen Ausdehnungskoeffizient eines idealen Gases liegen. Ein Gasthermometer mit linearer Skala ist daher auch am genauesten, wenn es mit He oder H₂ gefüllt ist.

Diese drei allgemein gültigen Gesetze können auch in einer **universellen Gasgleichung** zusammengefasst werden:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Dabei ist p der Gasdruck, V das Volumen, n die Stoffmenge, R die Gaskonstante ($R = 8,31 \text{ K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$)ⁱ und T die absolute Temperatur.

Absolute Temperatur

Nachdem dieser Begriff schon einige Male gefallen ist, wird er nun definiert:

Zunächst ist die Temperatur eines idealen Gases nur ein anderes Maß für die mittlere kinetische Energie der Moleküle. Somit ist die allgemeinste Definition der Temperatur:

$$\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

(Die Temperatur T wird in Kelvin angegeben. Die Boltzmann-Konstante hat den Wert: $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$)

Aus dieser Gleichung folgt der nicht unterschreitbare absolute Nullpunkt der Temperatur. Die Atome und Moleküle befinden sich hier in völliger Ruhe. Die Energie und die Temperatur sind Null. In der Celsius-Skala entspricht dies einem Wert von $-273,16^\circ\text{C}$. Nach dem 3. Hauptsatz der Thermodynamik kann dieser Zustand allerdings nie erreicht werden.

Reales Gas

Die allgemeine Gasgleichung gilt für reale Gase nur bedingt. Es muss nun das Kovolumen mitberücksichtigt werden, da die Gasatome oder -moleküle nun nicht mehr als Massepunkte, sondern vielmehr als starre Kugeln angesehen werden. Auch der Binnendruck ist nicht zu vernachlässigen. Er beschreibt die Wechselwirkungen, die gegenseitige Anziehung, zwischen den Gasteilchen. All dies erfüllt die Van-der-Waals-Gleichung:

$$\left(\underbrace{p + \frac{an^2}{V^2}}_{\text{Binnendruck}} \right) \cdot \underbrace{(V - nb)}_{\text{Kovolumen}} = n \cdot R \cdot T$$

Zustandsgleichungen

Es werden folgende Zustandsänderungen betrachtetⁱⁱⁱ:

- **Isotherme Zustandsänderung:**

Diese Änderung wird in dem bereits erwähnten Boyle-Mariotte-Gesetz beschrieben. Während des betrachteten Prozesses bleibt die Temperatur des Gases konstant, womit auch die innere Energie U konstant bleibt und die gesamte zugeführte Wärme in Volumenarbeit übergeht. Aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik folgt sodann:

$$dU = \delta Q + \delta W = TdS - pdV \\ \Rightarrow \delta Q = pdV$$

ⁱⁱⁱ http://bio.physik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/vorlesungen/thermo/Thermodynamik_04_.pdf

Um also ein Gas in einem Gefäß auf derselben Temperatur zu halten, muss z.B. bei Verringerung des Volumens der Druck entsprechend erhöht werden.

• **Isochore Zustandsänderung:**

Läuft ein Prozess unter gleichbleibendem Volumen ab, so spricht man von einem isochoren Prozess. Da das Volumen konstant bleibt, wird keine äußere Arbeit verrichtet und die zugeführte Wärme wird in innere Energie dU umgewandelt. Man sagt:

$$dU = \delta Q = c_v dT$$

$$c_v = \left(\frac{\delta U}{\delta T} \right)_v$$

c_v ist die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen. Diese Zustandsänderung wird zudem im Gesetz von Gay-Lussac beschrieben.

• **Isobare Zustandsänderung:**

Isobar bedeutet, dass in dem betrachteten Prozess der Druck konstant bleibt. Diesen Zustand formuliert das Gesetz von Charles. Da die zugeführte Wärme in Arbeit und innere Energie umgewandelt wird, folgt aus dem ersten Hauptsatz nun:

$$\delta Q = dU + p dV = c_p dT$$

Mit der Zustandsgröße Enthalpie H gilt zudem auch mit $dH = dU + p dV$:

$$c_p = \left(\frac{\delta H}{\delta T} \right)_p$$

Die Enthalpie ist bei isobaren Zustandsänderungen gleich der zugeführten Wärmemenge.

Zu beachten ist, dass $c_p > c_v$, da in diesem Prozess Arbeit in die Volumenerhöhung gesteckt wird. Das wird auch durch folgende Gegebenheit deutlich:

$$c_p = c_v + nR$$

Für Moleküle mit f Freiheitsgraden gilt also:

$$c_v = \frac{1}{2} f \cdot nR \quad c_p = \frac{1}{2} (f + 2) \cdot nR \quad \text{für den Adiabatenexponenten: } \kappa = \frac{f + 2}{f}$$

• **Adiabatischer Prozess:**

Es findet kein Wärmeaustausch des Systems mit der Umgebung statt, was bei raschen Volumen- oder Druckänderungen der Fall wäre: $\delta Q = 0$

Charakteristisch für solche Prozesse ist der Adiabatenexponent, der in vorherigem Punkt bereits erwähnt wurde. Er wird folgendermaßen hergeleitet:

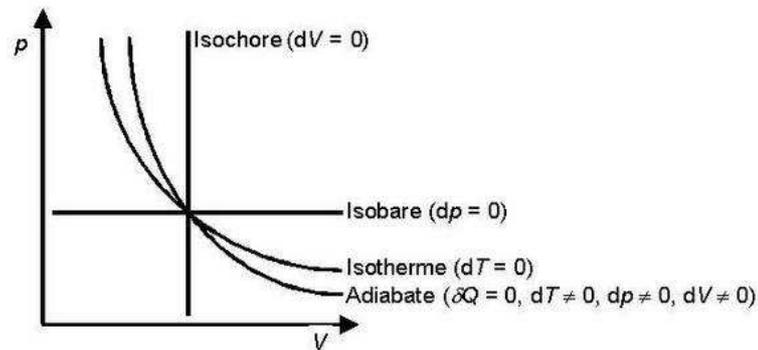
$$dU = -p dV = c_v dT$$

Mit $pV = nRT$ folgt:

$$p_1 V_1^\kappa = p_0 V_0^\kappa$$

Zudem gilt:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} > 1$$

Abb. 1: pV-Diagramm für isobare, -therme, -chore und adiabatische Prozesse^{iv}

• Polytrope Zustandsänderung

Im Gegensatz zum adiabatischen Prozess findet nun ein Wärmeaustausch mit der Umgebung statt: $\delta Q \neq 0$

Es gibt verschiedene Gleichungen, die diesen Prozess beschreiben können:

$$p_1 V_1^n = p_0 V_0^n$$

$$T_1 V_1^{n-1} = T_0 V_0^{n-1}$$

$$\text{oder } p_1 T_1^{\frac{n}{n-1}} = p_0 T_0^{\frac{n}{n-1}}$$

Der Polytropenexponent n kann verschiedene Werte annehmen, sodass oben genannte Gleichungen verschiedene Zustandsänderungen beschreiben:

$n = 0$: isobar

$n = 1$: isotherm

$n = \kappa$: adiabatisch

$n \rightarrow \infty$: isochor

Kreisprozesse

Es gibt einige verschiedene Kreisprozesse, wie z.B. der Carnotprozess oder der Otto-Prozess oder ganz allgemein Rechts- und Linksläufige oder offene und geschlossene Prozesse^v. Sie alle beschreiben aber ein System, das mehrere Zustandsänderungen durchläuft und letztendlich nach Expansion und Kompression wieder zum Ausgangszustand zurückkehrt. Aussagekräftig für einen Kreisprozess ist sein Wirkungsgrad. Dabei ist zu bedenken, dass ein Wirkungsgrad $\eta > 1$ in der Realität nicht möglich ist (Perpetuum mobile).

Aggregatzustände

Ein Stoff kann drei verschiedene Aggregatzustände annehmen: fest, flüssig und gasförmig. Allerdings gibt es auch die Möglichkeit, dass zwei verschiedene Phasen gleichzeitig vorliegen, wie z.B. flüssig/fest und gasförmig. Diesen Zustand würde man Dampf nennen. Der Unterschied zwischen den Phasen besteht in der Fähigkeit der Moleküle und Atome sich frei zu bewegen. In einem Feststoff ist es ihnen lediglich möglich, um ihre Gleichgewichtslage zu schwingen, während sie in einem flüssigen Stoff ihre Plätze tauschen können. Nur im gasförmigen Zustand können sich die Teilchen frei bewegen. Man sieht, dass allein die kinetische Energie der Teilchen (d.h. wie schon gezeigt die Temperatur) dafür zuständig ist, wie ein Stoff vorliegt.

^{iv} <http://www.polymere.uni-koeln.de/typo3temp/pics/57cfededef.jpg>

^v http://www.nanophys.ethz.ch/teaching/physik2/Kapitel_4-Kreisprozesse.pdf

Die Übergänge zwischen einzelnen Phasen kann man in einem Phasendiagramm darstellen. Im Folgenden liegt das Phasendiagramm des Wassers vor:

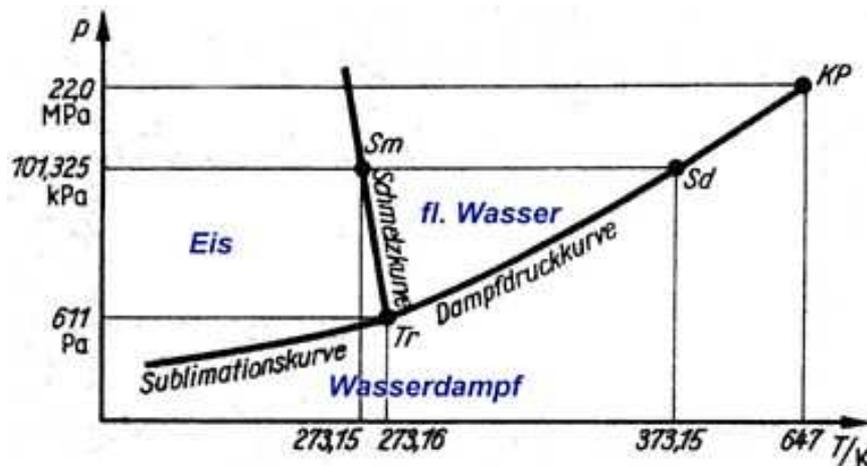


Abb. 2: Phasendiagramm des Wassers^{vi}

Bei Normaldruck (101,325 Pa) beschreibt das Diagramm die Beobachtungen, die man im Alltag machen kann, wenn man ganz allgemein H_2O erwärmt bzw. abkühlt. Bei unter 0°C ($273,15\text{ K}$) werden wir das Wasser in seiner festen Form vorliegen sehen, nämlich als Eis. Führen wir nun gleichmäßig Wärme zu, so werden wir feststellen, dass die Temperatur des Wassers konstant steigt, bis $273,15\text{ K}$ erreicht wurden. Im Phasendiagramm wurde die Schmelzkurve getroffen und es liegen nun zwei Phasen, die feste und die flüssige, im Gleichgewicht vor. Die Temperatur wird zunächst trotz stetiger Energiezufuhr nicht steigen, bis das Eis vollständig geschmolzen ist. Zwischen $273,15\text{ K}$ und $373,15\text{ K}$ befinden wir uns wieder in einem einphasigen Bereich, sodass die Temperatur wieder konstant steigt. Bei Erreichen des Siedepunktes, also bei Treffen der Dampfdruckkurve, liegen erneut zwei Phasen vor. Die Temperatur wird solange auf 100°C verweilen, bis das komplette flüssige Wasser gasförmig geworden ist.

Weitere Besonderheiten des Diagramms sind Tripelpunkt und Sublimationskurve. Sind Druck und Temperatur entsprechend gering, kann es zu einer Sublimation kommen. Der feste Zustand wird direkt in den gasförmigen umgewandelt. Am Tripelpunkt liegen alle drei Phasen gleichzeitig vor. Er wird nur bei einem Druck von 611 Pa und einer Temperatur von $273,16\text{ K}$ erreicht. Zeichnet man eine Abkühlkurve, so würde hier ein Plateaubereich eingezeichnet werden.

Ein Knickpunkt oder ein Plateau in einer Abkühlkurve weist darauf hin, dass im Phasendiagramm an diesen Stellen Kurven oder Schnittpunkte (wie der Tripelpunkt) getroffen wurden. Hier befinden sich verschiedene Phasen im Gleichgewicht.

Im dritten Versuchsteil werden wir die Verdampfungswärme der Flüssigkeit berechnen. Die Verdampfungswärme ist genau die Wärme, die der Flüssigkeit zugeführt werden muss, um sie in den gasförmigen Zustand überzuführen. Die Verdampfungswärme lässt sich aus der Dampfdruckkurve bestimmen. Die Dampfdruckkurve resultiert aus Stößen der Moleküle in der Flüssigkeit, wodurch sich ihre kinetische Energie erhöht. Ist sie größer als die Oberflächenenergie, so sind diese Moleküle dazu fähig, die Flüssigkeit zu verlassen. Der Dampfdruck wächst mit zunehmender Temperatur und damit mit austretenden Molekülen. Sind Luft- und Dampfdruck gleichgroß, so ist der Siedepunkt erreicht.

Daneben ist der (Sättigungs-)Dampfdruck der Druck, bei dem sich flüssige und gasförmige Phase im Gleichgewicht befinden.

^{vi} <http://www.michael-kynast.com/Infobox/Physik/diagramm6-28.jpg>

Clausius-Clapeyron-Gleichung

Der Sättigungsdampfdruck ist abhängig von der Temperatur. Dies liegt einfach daran, dass bei höheren Temperaturen mehr Moleküle aus dem flüssigen Zustand in den gasförmigen übergehen können. Sie besitzen eine größere kinetische Energie.

Die Clausius-Clapeyron-Gleichung gibt die Abhängigkeit von der Temperatur an:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{H_V}{V_D - V_F}$$

H_V ist die Verdampfungsenthalpie, V_D das Dampfvolumen und V_F das Volumen der Flüssigkeit.

1. Spannungskoeffizient von Luft

Mit Hilfe eines Jollyschen Gasthermometers soll der Spannungskoeffizient α für Luft und daraus die Celsiusstemperatur des absoluten Nullpunktes bestimmt werden.

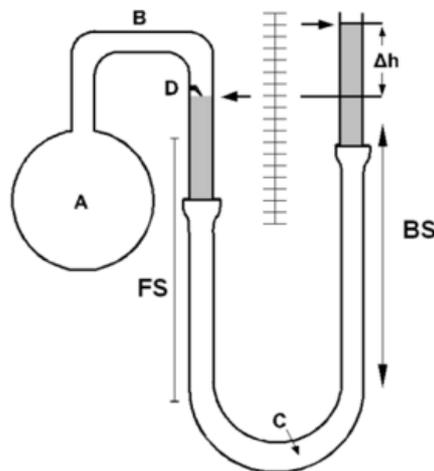


Abb. 3: Aufbau eines Jollyschen Gasthermometers^{vii}

Über ein Kapillarrohr (B) ist der mit Gas gefüllte Rezipient (A) mit einem Quecksilbermanometer (C) verbunden. FS steht für den festen Schenkel, der während des Versuchs unverändert bleibt. Dagegen dient der bewegliche Schenkel (BS) für die Abstimmung der Steighöhe des Quecksilbers im FS. Der Stand sollte stets auf der Nullmarke D sein, sodass gewährleistet ist, dass das Volumen des Gases stets gleich ist. Wird nun das Gas im Rezipienten erwärmt, so wird durch den höheren Druck das Quecksilber im BS steigen. An der Skala kann nun die entsprechende Höhendifferenz abgelesen werden, die für den auf das Quecksilber wirkenden Druck steht.

Durch die Sicherstellung, dass das Gasvolumen stets konstant ist, liegt hier eine isochore Zustandsänderung vor und wir können sagen:

$$p = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta) \quad (*)$$

p_0 ist der herrschende Druck bei 0°C und α der gesuchte Spannungskoeffizient, der stoffspezifisch die Abhängigkeit des Druckes von der Temperatur angibt. ϑ steht für die Celsiusstemperaturen.

^{vii} <https://www.univie.ac.at/physikwiki/images/thumb/3/3a/Gasthermometer2.png/300px-Gasthermometer2.png>

Wäre der absolute Nullpunkt erreicht, so würde man keinen Druck mehr messen können:

$$0 = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta) \quad \Rightarrow \quad \vartheta_{\text{abs0}} = -\frac{1}{\alpha}$$

Um den absoluten Nullpunkt, der bei $-273,15^\circ\text{C}$ liegt, experimentell bestimmen zu können, ist es uns nun zuerst daran gelegen, den Spannungskoeffizienten zu ermitteln:

Zunächst messen wir die Höhendifferenz bei Raumtemperatur $\Delta h(\vartheta_R)$, wodurch wir den barometrischen Gesamtdruck b erhalten. Dann wird die Höhendifferenz für den Rezipienten in Eiswasser $\Delta h(\vartheta_E)$ und schließlich die für den Rezipienten in einem Dampfbad $\Delta h(\vartheta_D)$ gemessen.

Um die entsprechenden Drücke p_E und p_D zu erhalten, muss der Gesamtdruck b jeweils zu den Druckdifferenzen hinzu addiert werden:

$$p_i = \Delta p_i + b$$

Aus Gleichung (*) folgt dann demnach mit der Siedetemperatur des Wassers ϑ_b , die vom barometrischen Druck abhängt:

$$p_D = p_E \cdot (1 + \alpha \vartheta_b)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{p_D - p_E}{p_E} \cdot \frac{1}{\vartheta_b}$$

Im Idealfall wäre das eine einfache Gleichung für den Spannungskoeffizienten. Da allerdings nicht das gesamte Gasvolumen die gleiche Temperatur besitzt, sondern sich das Volumen V_K des Kapillarrohres und des starren Schenkels stets auf Raumtemperatur befindet, muss die Gleichung korrigiert werden. Wir bezeichnen das Rezipientenvolumen als V und den Ausdehnungskoeffizienten von Glas als γ :

$$\alpha = \frac{p_D - p_E}{p_E} \cdot \frac{1}{\vartheta_b} + \frac{p_D}{p_E} \cdot \left(\gamma + \frac{V_K}{V} \cdot \frac{1}{T_{\text{Raum}}} \right)$$

γ ist ein für jede Glassorte spezifischer Koeffizient. Die Raumtemperatur erhält man aus den experimentell ermittelten Werten wie folgt:

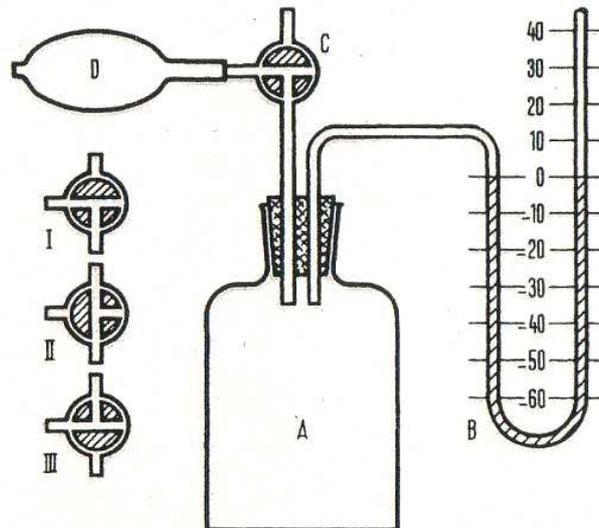
$$T_{\text{Raum}} = \frac{273,15\text{K} \cdot p_{\text{Raum}}}{p_E}$$

2. Bestimmung des Adiabatenexponents $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$

In diesem zweiten Versuchsteil soll der Adiabatenexponent von Luft auf zwei verschiedene Weisen bestimmt werden.

2.1. Methode von Clement-Desormes

Zur Bestimmung des Adiabatenexponenten mit dieser Methode verwenden wir eine Apparatur gemäß Abbildung 4. Ein Gefäß A bestimmten Volumens wird mit einem U-Manometer B und einem Dreiweghahn C verbunden. Der Dreiweghahn kann den Rezipienten absperren (Stellung III), mit einem Blasebalg D (I) oder mit der Außenluft (II) verbinden. Zur Anzeige der Expansion des sich im Rezipienten befindlichen Gases dient das Öl im U-Rohr.

Abb. 4: Bestimmung von κ nach Clément-Desormes^{viii}

Vier Phasen führen zur Bestimmung des Adiabatenexponenten:

- (1) Man erzeugt mittels Blasebalg einen geringen Überdruck Δp_1 im Rezipienten, sodass die Ölsäule im U-Rohr um etwa 100mm steigt. Es gelten nun zunächst Anfangsbedingungen, sodass $T = T_{Raum}$ und $V = V_0$. Mit dem Barometerdruck b folgt:

$$p = b + \Delta p_1$$

- (2) Nun wird der Rezipient mit der Außenluft verbunden, wodurch wegen des Druckausgleichs das Gas expandiert ($V = V_0 + \Delta V$). Die Gastemperatur sinkt: $T = T_{Raum} - \Delta T$.

$$p = b$$

- (3) Es wird sofort der Rezipient verschlossen, sodass $T = T_{Raum} - \Delta T$ und $V = V_0$ gilt.

$$p = b$$

- (4) Innerhalb von etwa 10 Sekunden ist der Wärmeaustausch mit der Umgebung abgeschlossen ($T = T_{Raum}$). Dabei wurde an der Stellung des Dreiweghahns nichts verändert. Die Zustandsänderung verlief also isochor ($V = V_0$). Wegen dem Gesetz von Gay-Lussac gilt folglich nun:

$$p = b + \Delta p_2$$

Diese vier Schritte ergeben folgendes p-V-Diagramm:

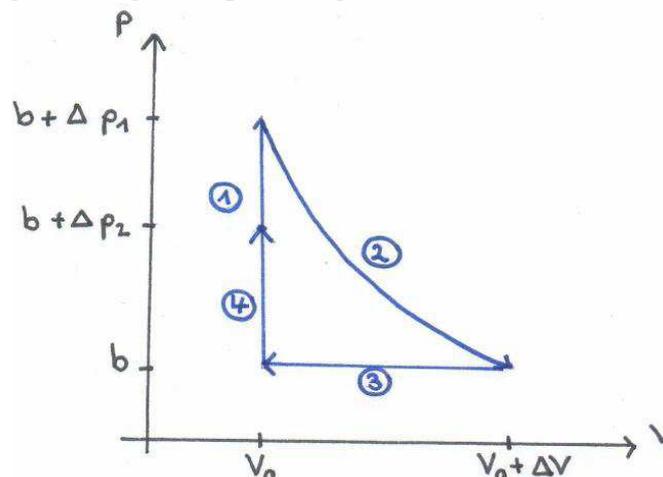


Abb. 5: p-V-Diagramm der Clément-Desormes-Methode

^{viii} Vorbereitungshilfe

Da Phase (2) schnell vonstatten geht und daher ein Wärmeaustausch mit der Umgebung (annähernd) nicht auftritt, können wir sie als adiabatisch bezeichnen. Mit Hilfe der Adiabatingleichung und $pV = nRT$ können wir schreiben:

$$\left. \begin{aligned} (b + \Delta p_1) \cdot V_0^\kappa &= b \cdot (V_0 + \Delta V)^\kappa \\ (T_0 - \Delta T) \cdot (V_0 + \Delta V)^{\kappa-1} &= T_0 V_0^{\kappa-1} \end{aligned} \right\} (**)$$

Nun nähern wir, da $\Delta V \ll V_0$

$$(V_0 + \Delta V)^\kappa = V_0^\kappa \cdot \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right)^\kappa \approx V_0^\kappa + \kappa \cdot V_0^{\kappa-1} \cdot \Delta V$$

Daraus folgt für die Gleichungen (**):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta p_1}{b} &= \kappa \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \\ \frac{\Delta T}{T_0} &= (\kappa - 1) \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{\Delta p_1}{b}$$

Die Temperatur kann noch durch Betrachtung der Phase (4) eliminiert werden. Mit der Zustandsgleichung idealer Gase gilt:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}$$

Und damit:

$$\frac{b}{b + \Delta p_2} = \frac{T_0 - \Delta T}{T_0} = 1 - \frac{\Delta T}{T_0}$$

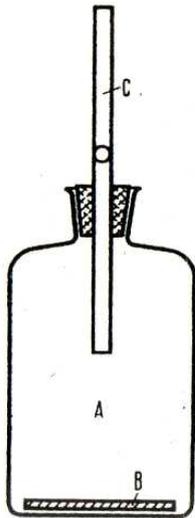
Für den gesuchten Adiabatenexponenten ergibt sich für $\Delta p_1 \ll b$ also:

$$\boxed{\kappa = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}}$$

2.2. Vergleichsmessungen

Um sicherzustellen, dass Phase (2) im ersten Versuchsteil ausreichend adiabatisch verlaufen ist, sollen im Folgenden einige Vergleichsmessungen mit verschiedenem schnellem Druckausgleich durchgeführt werden. Bei zu geringer Versuchsgeschwindigkeit kann nicht mehr garantiert werden, dass kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfand.

2.3. Methode von Rüchardt

Abb. 6: Bestimmung von κ nach Rüchardt

Bei dieser Methode zur Bestimmung von κ wird ein Gefäß A verwendet, das durch ein Präzisionsrohr C verschlossen wird. In dem Rohr mit Querschnitt a befindet sich eine eingepasste Stahlkugel, die in vertikaler Richtung angestoßen wird. Sie wird auf dem Luftpolster derartig schwingen, dass das Luftvolumen in A komprimiert und expandiert wird. Das Volumen, um das es sich ändert ist damit $\Delta V = a \Delta x$.

Wieder verwenden wir die Adiabatangleichung:

$$p_0 V_0^\kappa = (p_0 + \Delta p) \cdot (V_0 + \Delta V)^\kappa$$

p_0 ist der Druck und V_0 das Volumen des Gases in der Gleichgewichtslage der Kugel.

Es gilt erneut $\Delta V \ll V_0$, sodass wir die Näherung aus 2.1 verwenden dürfen. Dies vereinfacht die Adiabatangleichung zu:

$$\Delta p = -\kappa \cdot p_0 \frac{\Delta V}{V_0}$$

(Beachte, dass $\Delta V > 0$ und $\Delta p < 0$!)

Mit der Definition des Druckes $p = F/a$ und durch Multiplikation der Gleichung mit dem Querschnitt a erhalten wir die Richtkraft D über die rücktreibende Kraft ΔF :

$$D = -\frac{\Delta F}{\Delta x} = -\frac{1}{\Delta x} \cdot \left(-\kappa \frac{p_0}{V_0} a^2 \cdot \Delta x \right)$$

$$\Rightarrow D = \kappa \frac{p_0}{V_0} a^2$$

Zudem gilt sodann für die Periodendauer einer Schwingung mit der Masse der Kugel:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{m V_0}{\kappa \cdot p_0 a^2}}$$

Auflösen nach κ ergibt die gesuchte Relation:

$$\kappa = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{m V_0}{p_0 a^2}$$

p_0 kann zum Schluss noch durch den barometrischen Luftdruck b und einem Korrekturterm, der aus der Gewichtskraft der Stahlkugel folgt, ausgedrückt werden:

$$p_0 = b + \frac{mg}{a}$$

$$= b + \frac{16,68g \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}}{\pi \cdot (8mm)^2}$$

$$= b + 813,83Pa$$

Um eine optimale Messung zu gewährleisten, sollten die auf dem Aufgabenblatt gelisteten Bedingungen erfüllt sein. Außerdem ist der barometrische Luftdruck zu messen.

3. Dampfdruckkurve einer Flüssigkeit

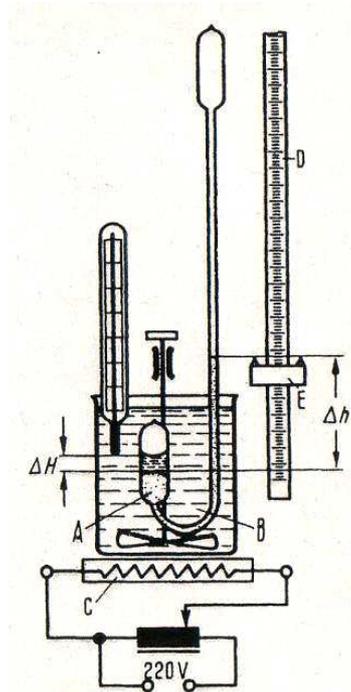


Abb. 7: Messung des Sattampfdrucks der zu untersuchenden Flüssigkeit

In diesem letzten Versuchsteil möchten wir die Dampfdruckkurve von n-Hexan bestimmen und zwar zwischen der Raumtemperatur und etwa 0°C . Aus der ermittelten Kurve ist die Verdampfungswärme zu berechnen.

Es wird gemäß Abb. 7 ein Quecksilber-U-Manometer mit einem kurzen und einem langen Schenkel verwendet. Im zylindrischen Gefäß (A) befindet sich Quecksilber, das von einer Schicht n-Hexan bedeckt ist. Der Quecksilberstand wird mit einem Kathetometer (D) gemessen. Der gesamte kurze Schenkel des U-Manometers soll sich vollständig im Wasserbad (B) befinden.

Das Wasserbad wird nun zuerst abgekühlt und dann wieder erhitzt. Dadurch wird sich für jede Temperatur ein entsprechender Sättigungsdampf ausbilden, dessen Druck man über die Steighöhe des Quecksilbers abliest. Es wird nun also der Quecksilberstand in Abhängigkeit von der Temperatur beim Aufheiz- und Abkühlvorgang gemessen und notiert. Dabei ist wichtig, vor Beginn der Messung die Anfangswerte von Wassertemperatur und Quecksilberstand aufzunehmen.

Für die Auswertung verwendet man die Mittelwerte der beiden aufgenommenen Messreihen. Die Clausius-Clapeyron-Gleichung hilft uns sodann, die Dampfdruckkurve zu ermitteln:

$$H_v = \frac{dp}{dT} \cdot T \cdot (V_D - V_F)$$

Verwendet man nun aus dem idealen Gasgesetz $pV = nRT$:

$$V_D = \frac{RT}{p} \gg V_F$$

so folgt:

$$H_v = \frac{dp}{dT} \frac{T^2 \cdot R}{p}$$

Mit Trennung der Variablen und anschließender Integration:

$$H_v \cdot \int \frac{dT}{T^2} = R \cdot \int \frac{dp}{p}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{H_v}{T \cdot R} + \text{const.}$$

Nun trägt man den $\ln(p/p_0)$ über $1/RT$ auf und erhält aus der Steigung der Regressionsgeraden die Verdampfungswärme von n-Hexan.

1)

$p_0 = 1005 \text{ mbar}$

1mm Anstieg $\hat{=}$ 1 Thor

$L \hat{=} 15,5 \text{ cm}$ (bei Raumtemp $\pm 0,1 \text{ cm}$)
25°C

Fehlerrechnung

bei
1 bis 2.3
bei 1 aber
kein statist.
Fehler

~~bei 0°C: 8,5 \pm 0,1 cm~~

bei 1°C: 8,9 \pm 0,1 cm

$\Delta \pm 0,1^\circ \text{C}$

bei ~~40°C~~: 24,8 cm
70°C

Nullmarke bei 78,0 mm

Terpentinöl

2.1) Überdruck 1: ~~260 - 148~~ $\pm 0,2 \text{ cm}$

$\Delta p_1 = 258 - 148$ mm

$\Delta p_2 = 216 - 190 \text{ mm}$

2: 2

$\Delta p_1 = 252 - 153$

$\Delta p_2 = 215 - 190 \text{ mm}$

3:

$\Delta p_1 = 225 - 181$

$\Delta p_2 = 208 - 198$

4:

$\Delta p_1 = 288 - 118$

$\Delta p_2 = 221 - 185$

5:

$\Delta p_1 = 218 - 188$

$\Delta p_2 = 207 - 199$

2.3)

T_{ges}	Anz	T
14,9	13	
13,4	12	
6,9	6	
7,7	7	

Werte von
Tonja und
Herbert

11,12s	10
15,6	14
12,23	11
12,15	11
11,08s	10

2.2) $\Delta p_1 = 245 - 160$
 $\Delta p_2 = 210 - 196$

10s lang belüften

$\Delta p_1 = 255 - 150$
 $\Delta p_2 = 209 - 197$

15s lang belüften

3) links

rechts

25°: 30,1cm

27,75cm

274°:

28cm

22°:

28,35

20,1°:

28,78

18°:

29,1

16°:

29,4

14°:

29,75

12°:

29,9

10°:

30,25

8°:

30,45

6°:

30,7

4°:

31,0

2°:

31,1

1°: 26,5

31,5

AbleSEN
mit
Vergrößerungs-
glas
(Kathetometer)
Sehr
ungenau

Aufwärm

3°:	31,1
5°:	30,8
7°:	30,6
8°:	30,35
10°:	30,1
12°:	29,8
14°:	29,4
16°:	29,3
18°:	28,95
20°:	28,45
22°:	28,15
24°: 30	28

F. Schmid

Praktikum Klassische Physik 2

Versuchsauswertung zu:

P2-48

Ideales und reales Gas

1. Spannungskoeffizient von Luft	1
2. Bestimmung des Adiabatenexponents $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$	4
2.1. Methode von Clement-Desormes	4
2.2. Vergleichsmessungen	5
2.3. Methode von Rüchardt	6
3. Dampfdruckkurve einer Flüssigkeit	8

1. Spannungskoeffizient von Luft

Nachdem wir uns mit der Messvorrichtung vertraut gemacht hatten, stellten wir den beweglichen Schenkel des Jollyschen Gasthermometers gemäß Vorbereitung so ein, dass sich das Quecksilber im festen Schenkel auf Höhe der Nullmarke befand. Da es sich um ein Quecksilbermessgerät handelt, ist die typische Einheit für den Druck Torr. Ein Millimeter auf der Zentimeterskala unseres Gasthermometers entsprach also genau einem Torr.

Wir lasen zunächst das Gasthermometer bei Raumtemperatur T_{Raum} ab. Die Raumtemperatur betrug an diesem Tag $\sim 25^\circ\text{C}$ und der barometrische Luftdruck, der mit einem digitalen Barometer gemessen wurde, etwa (1005 ± 1) mbar, also $(753,8 \pm 0,75)$ Torr. Das Quecksilber im festen Schenkel stand bei 15,5 cm. Für die weiteren Messungen hatten wir somit einen Vergleichswert bestimmt.

Um nun den Spannungskoeffizient α für Luft zu erhalten, sollten wir den Rezipienten mit Hilfe eines Eisbades auf etwa 0°C abkühlen. Zur Temperaturkontrolle verwendeten wir ein Flüssigkeitsthermometer.

Während des Abkühlvorgangs entstand entsprechend dem Gesetz von Gay-Lussac ein Unterdruck im Rezipienten und das Gasvolumen stieg (Gesetz von Boyle-Mariotte), sodass das Quecksilber folglich aus dem beweglichen Schenkel in den festen „gedrückt“ wurde. War eine Temperatur von 1°C erreicht, stellten wir den beweglichen Schenkel wieder so ein, dass das Volumen des zu untersuchenden Gases gleich dem Anfangsvolumen war (Quecksilberstand auf Nullmarke) und lasen am festen Schenkel ab.

Anschließend erhitzen wir das Wasserbad auf 100°C . Der Rezipient befand sich dabei unmittelbar über der Wasseroberfläche, da wir den Druck des Untersuchungsgases in einem Dampfbad benötigen. Mit zunehmender Temperatur stieg der Druck des Gases und das Volumen verringerte sich. Nach erneutem Justieren des beweglichen Schenkels lasen wir auch hier den Quecksilberstand ab.

Die Ergebnisse zu unseren Messwerten stellten wir in folgender Tabelle zusammen:

	Raum	Eis	Dampf
	Bei $\sim 25^\circ\text{C}$	Bei $(1 \pm 0,1)^\circ\text{C}$	Bei $(70 \pm 0,1)^\circ\text{C}$
Höhendifferenz [mm]	77 ± 2	11 ± 2	170 ± 2
Gesamtdruck [Torr] $p_i = \Delta p_i + b$	$830,8 \pm 2,75$	$764,8 \pm 2,75$	$923,8 \pm 2,75$

Tab. 1: Ergebnisse zu Versuchsteil 1

Für das Ablesen des Quecksilberstandes eines Schenkels gehen wir von einem systematischen Fehler von $\pm 1\text{mm}$ aus, der sich für die Höhendifferenz der beiden Stände zu $\pm 2\text{mm}$ summiert. Zusammen mit dem Fehler des digitalen Barometers kommen wir so auf einen Gesamtfehler von $\pm 2,75$ Torr für die Gesamtdrücke.

Zur Berechnung des *Spannungskoeffizienten* nehmen wir die in der Vorbereitung hergeleiteten Formeln, die korrigierte und die unkorrigierte:

$$\alpha_{\text{unkorr}} = \frac{p_D - p_E}{p_E} \cdot \frac{1}{\vartheta_b}$$

$$\alpha = \frac{p_D - p_E}{p_E} \cdot \frac{1}{\vartheta_b} + \frac{p_D}{p_E} \cdot \left(\gamma + \frac{V_K}{V} \cdot \frac{1}{T_{\text{Raum}}} \right)$$

Um den systematischen Fehler möglichst genau zu bestimmen, berechnen wir die *Raumtemperatur* aus den gemessenen Werten für p_{Raum} und p_{E} :

$$T_{\text{Raum}} = \frac{273,15\text{K} \cdot p_{\text{Raum}}}{p_{\text{E}}} = \frac{273,15\text{K} \cdot 830,8\text{Torr}}{764,8\text{Torr}} = 296,72\text{K}$$

$$\Delta T_{\text{sys}} = \left| \frac{\partial T_{\text{Raum}}}{\partial p_{\text{Raum}}} \right| \cdot \Delta p_{\text{Raum}} + \left| \frac{\partial T_{\text{Raum}}}{\partial p_{\text{E}}} \right| \cdot \Delta p_{\text{E}} = 0,357 \frac{\text{K}}{\text{Torr}} \cdot 2,75\text{Torr} + 0,388 \frac{\text{K}}{\text{Torr}} \cdot 2,75\text{Torr} = 2,05\text{K}$$

Zudem ist nun auch die *Siedetemperatur* von Wasser, die vom barometrischen Luftdruck ($b = (753,8 \pm 0,75)$ Torr) abhängt, folgendermaßen zu errechnen:

$$\vartheta_b = 100 + 0,03687 \cdot (b - 760) - 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot (b - 760)^2 = 99,77^\circ\text{C}$$

$$\Delta \vartheta_b = \left| \frac{\partial \vartheta_b}{\partial b} \right| \cdot \Delta b = 0,037 \cdot 0,75\text{K} = 0,028^\circ\text{C}$$

Es folgt daraus der *unkorrigierte Spannungskoeffizient*:

$$\Rightarrow \alpha_{\text{unkorr}} = \frac{(923,8 - 764,8)\text{Torr}}{764,8\text{Torr}} \cdot \frac{1}{99,77^\circ\text{C}} = 2,08 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\Delta \alpha_{\text{unkorr}} = \left| \frac{\partial \alpha_{\text{unkorr}}}{\partial p_{\text{D}}} \right| \cdot \Delta p_{\text{D}} + \left| \frac{\partial \alpha_{\text{unkorr}}}{\partial p_{\text{E}}} \right| \cdot \Delta p_{\text{E}} + \left| \frac{\partial \alpha_{\text{unkorr}}}{\partial \vartheta_b} \right| \cdot \Delta \vartheta_b = 8,02 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

Schließlich berechnen wir noch die *Volumina* aus den groben Abmessungen von Kapillarrohr und Rezipienten:

- Das schädliche Volumen V_{K} : $l = (52,5 \pm 1)\text{cm}$, $r_{\text{K}} = (0,075 \pm 0,025)\text{cm}$

$$V_{\text{K}} = 1\pi r_{\text{K}}^2 = 52,5\text{cm} \cdot \pi \cdot (0,075\text{cm})^2 = (0,93 \pm 0,64) \cdot 10^{-6} \text{m}^3$$

Den systematischen Fehler erhielten wir aus:

$$\Delta V_{\text{K}} = \left| \frac{\partial V_{\text{K}}}{\partial l} \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{\partial V_{\text{K}}}{\partial r_{\text{K}}} \right| \cdot \Delta r_{\text{K}} = \pi \cdot r_{\text{K}}^2 \cdot \Delta l + 2l\pi \cdot r_{\text{K}} \cdot \Delta r_{\text{K}}$$

- Das Rezipientenvolumen V : $r = (2,9 \pm 0,5)\text{cm}$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (2,9\text{cm})^3 = (1,02 \pm 0,53) \cdot 10^{-4} \text{m}^3$$

$$\text{mit dem systematischen Fehler } \Delta V = \left| \frac{\partial V}{\partial r} \right| \cdot \Delta r = 4\pi \cdot r^2 \cdot \Delta r$$

Wir benötigen also folgende Werte für die Bestimmung des Spannungskoeffizienten:

	Wert	Fehler
α_{unkorr}	$2,08 \cdot 10^{-3} \text{ 1/}^\circ\text{C}$	$8,02 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$
p_D	923,8 Torr	$\pm 2,75 \text{ Torr}$
p_E	764,8 Torr	$\pm 2,75 \text{ Torr}$
ϑ_b	99,77 $^\circ\text{C}$	$\pm 0,028 \text{ }^\circ\text{C}$
γ	$1,47 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$	
V_K	$0,93 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$	$\pm 0,64 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$
V	$1,02 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$	$\pm 0,53 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$
T_{Raum}	296,72 K	$\pm 2,05 \text{ K}$

Tab. 2: Werte zur Bestimmung von α

Der Spannungskoeffizient α ergibt sich sodann also zu:

$$\alpha = \alpha_{\text{unkorr}} + \frac{923,8 \text{ Torr}}{764,8 \text{ Torr}} \cdot \left(\frac{1,47 \cdot 10^{-5}}{\text{K}} + \frac{0,93 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{1,02 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot 296,72 \text{ K}} \right)$$

$$= 3,69 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$$

$$\Delta\alpha_{\text{sys}} = \left| \frac{\partial\alpha}{\partial\alpha_{\text{unkorr}}} \right| \cdot \Delta\alpha_{\text{unkorr}} + \left| \frac{\partial\alpha}{\partial p_D} \right| \cdot \Delta p_D + \left| \frac{\partial\alpha}{\partial p_E} \right| \cdot \Delta p_E + \left| \frac{\partial\alpha}{\partial V_K} \right| \cdot \Delta V_K + \left| \frac{\partial\alpha}{\partial V} \right| \cdot \Delta V + \left| \frac{\partial\alpha}{\partial T_{\text{Raum}}} \right| \cdot \Delta T_{\text{Raum}}$$

$$= 1 \cdot 8,02 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} + 5,94 \cdot 10^{-8} \frac{1}{\text{Torr} \cdot \text{K}} \cdot 2,75 \text{ Torr} + 7,17 \cdot 10^{-8} \frac{1}{\text{Torr} \cdot \text{K}} \cdot 2,75 \text{ Torr} +$$

$$+ 39,9 \frac{1}{\text{Km}^3} \cdot 0,64 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 + 0,364 \frac{1}{\text{Km}^3} \cdot 0,53 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 + 1,25 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{K}^2} \cdot 2,05 \text{ K}$$

$$= 8,08 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

Da wir den Versuch nur einmal durchführten, ist das Berechnen eines statistischen Fehlers nicht vonnöten. Das Endergebnis ist folglich:

$$\alpha = (3,69 \pm 0,08) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$$

Unter Berücksichtigung des systematischen Fehlers stimmt unser Ergebnis sehr gut mit dem Literaturwert überein:

$$\alpha_{\text{Lit}} = 3,66 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$$

Den **absoluten Nullpunkt** erhalten wir mit diesem Wert nun gemäß Vorbereitung:

$$\vartheta_{\text{abs0}} = -\frac{1}{\alpha} = -(271,0 \pm 5,86) \text{ K}$$

Auch hier fällt dieser Wert gut mit dem Literaturwert von -273,15 K zusammen.

Als Fazit kann gesagt werden, dass der Spannungskoeffizient und letztendlich der absolute Nullpunkt ohne großen Aufwand mit einem Jollyschen Gasthermometer recht genau bestimmt werden können.

2. Bestimmung des Adiabatenexponenten $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$

2.1. Methode von Clément-Desormes

Zur Bestimmung des Adiabatenexponenten mit der Methode von Clément-Desormes befolgten wir genau die vier in der Vorbereitung beschriebenen Schritte. Insgesamt führten wir so, während des ganzen Praktikumstages verteilt, fünf Messdurchgänge durch.

Wir erzeugten also zunächst mit Hilfe des Blasebalgs einen Überdruck Δp_1 im Rezipienten, sodass die Ölsäule im linken Schenkel des U-Rohres stieg. Die Höhendifferenz der beiden Ölstände notierten wir uns in der Einheit Millimeter. Da es sich im Manometer um Terpentinöl handelte und nicht mehr um Quecksilber, kann die einfache Umrechnung „1mm \triangleq 1 Torr“ nicht mehr gemacht werden.

Als nächstes wurde das obere Ventil am Rezipienten geöffnet, aber nur so lange bis ein Druckausgleich mit der Umgebung stattfand und die Ölstände der beiden Schenkel gleich waren. Hier ist es wichtig, den Dreiweghahn direkt nach dem Druckausgleich sofort zu schließen. Nur so kann eine adiabatische Zustandsänderung gewährleistet werden. (Siehe dazu auch die Vorbereitung und Aufgabenteil 2.2!)

Schließlich war stets eine längere Wartezeit einzuhalten, in der andere Aufgaben erledigt werden konnten. Es fand in dieser Zeit ein isochorer Prozess statt: bei dem kurzfristigen Öffnen des Ventils und schnellem Druckausgleich hatte sich das Gas aufgrund des Gesetzes von Boyle-Mariotte abgekühlt, sodass nun ein Wärmeaustausch mit der Umgebung erfolgte. Es stellte sich ein neuer Höhenunterschied der beiden U-Manometerschenkel ein, der unter Δp_2 notiert wurde.

In der Vorbereitung wurde daraufhin folgende Gleichung für den Adiabatenexponenten hergeleitet:

$$\kappa = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}$$

Der systematische Fehler ergibt sich aus:

$$\Delta \kappa_{\text{sys}} = \left| \frac{\partial \kappa}{\partial p_1} \right| \cdot \Delta p_{1,\text{Fehler}} + \left| \frac{\partial \kappa}{\partial p_2} \right| \cdot \Delta p_{2,\text{Fehler}} = \left| \frac{-\Delta p_2}{(\Delta p_1 - \Delta p_2)^2} \right| \cdot \Delta p_{1,\text{Fehler}} + \left| \frac{\Delta p_1}{(\Delta p_1 - \Delta p_2)^2} \right| \cdot \Delta p_{2,\text{Fehler}}$$

Messung	Δp_1 [mm]	Δp_2 [mm]	$\kappa \pm \Delta \kappa_{\text{sys}}$
1	110 \pm 4	26 \pm 4	1,31 \pm 0,077
2	99 \pm 4	25 \pm 4	1,34 \pm 0,091
3	44 \pm 4	10 \pm 4	1,29 \pm 0,187
4	170 \pm 4	36 \pm 4	1,27 \pm 0,046
5	30 \pm 4	8 \pm 4	1,36 \pm 0,314
Mittelwert			1,314 \pm 0,143

Tab. 3: Werte zu Aufgabenteil 2.1

Im Folgenden verwendeten wir Origin, um mittels linearen Fit den statistischen Fehler des Mittelwertes zu erhalten. Zusätzlich fügten wir die systematischen Fehler der einzelnen Messungen als Fehlerbalken ein.

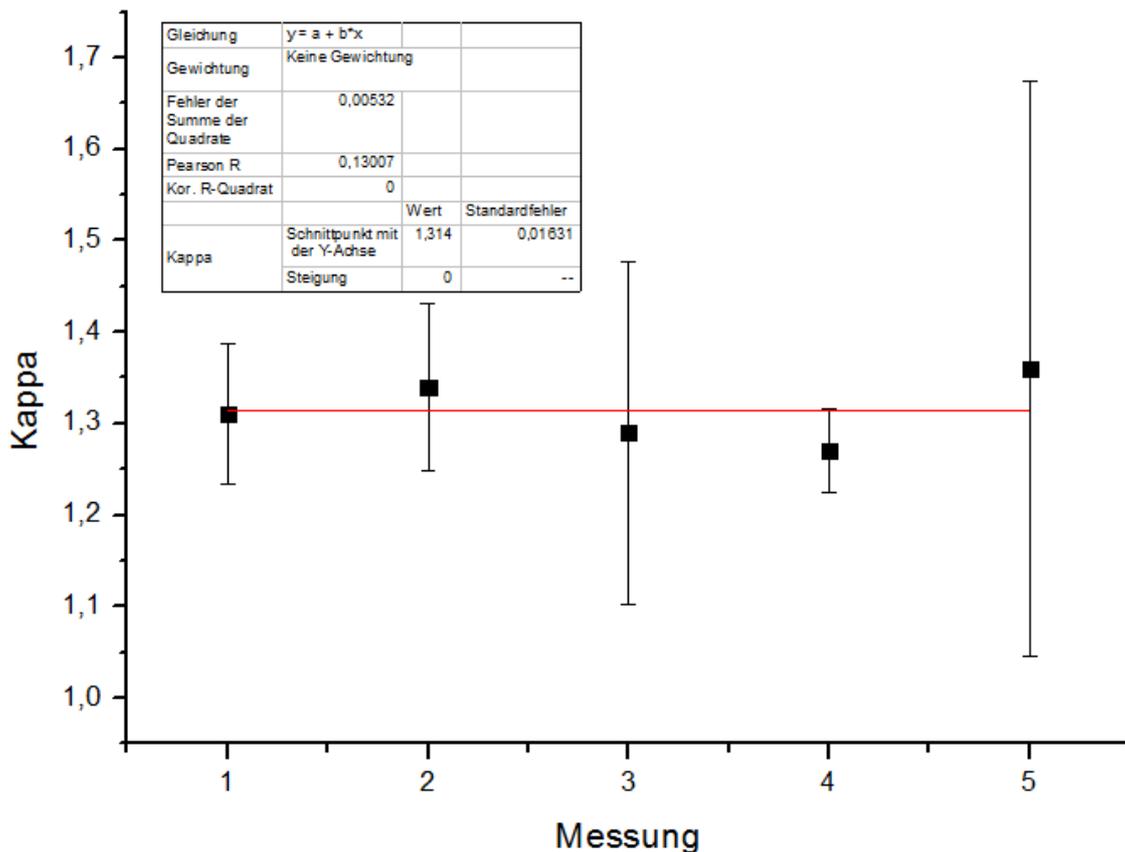


Abb. 1: Statistischer Fehler des Mittelwertes

Deutlich erkennbar ist, dass die Fehlerbalken der dritten und fünften Messung größer sind als die der anderen. Das liegt an den zu geringen Überdrücken Δp_1 , die wir erzeugten. Wir versuchten, eine große Spannbreite von verschiedenen Drücken zu erzielen, um eine Tendenz der Messwerte bzgl. Anfangsdruck Δp_1 zu erkennen. Tatsächlich kann man sagen, dass der systematische Fehler umso kleiner ist, je größer der Anfangsdruck Δp_1 ist.

Der lineare Fit ergibt einen statistischen Fehler von $\pm 0,01631$. Als Ergebnis für den Adiabatenexponenten bekommen wir also:

$$\kappa = 1,314 \pm 0,143 \pm 0,016$$

Betrachtet man den Literaturwert von 1,40, so kann man sagen, dass unser Ergebnis zusammen mit den Fehlern mit dem Literaturwert in etwa übereinstimmt.

Dass allerdings der Mittelwert, ungeachtet der Fehler, unter dem wahren Wert liegt, kann daran liegen, dass das Experiment nicht vollständig adiabatisch ablief oder die Wartezeiten vor dem zweiten Ablesen nicht ausreichend lang waren.

2.2. Vergleichsmessungen

Als Vergleichsmessungen führten wir den Versuch von 2.1 nochmals durch, allerdings mit wesentlich längeren Belüftungszeiten nach Einstellen des ersten Überdrucks. Man kann so also nicht mehr von einem adiabatischen Prozess reden.

Unsere Messwerte und -ergebnisse fassten wir in folgender Tabelle zusammen:

Messung	Δp_1 [mm]	Δp_2 [mm]	Belüftungszeit	$\kappa \pm \Delta \kappa_{\text{sys}}$
1	85 ± 4	14 ± 4	10 s	$1,197 \pm 0,079$
2	105 ± 4	12 ± 4	15 s	$1,129 \pm 0,054$
Mittelwert				$1,163 \pm 0,067$

Tab. 4: Werte zu Aufgabenteil 2.2

Da wir nur zwei Messdurchgänge machten, berechnen wir hier keinen statistischen Fehler. Es ist aber auch so offensichtlich, dass das Ergebnis für den Adiabatenexponenten jetzt erheblich kleiner ist als der erwartete Wert von 1,40. Wir bekommen eine maximale relative Abweichung von 21,7%.

Diese beiden Vergleichsmessungen machen deutlich, dass je länger die Belüftungszeit ist, desto unbrauchbarer wird das Ergebnis für κ .

2.3. Methode von Rüchardt

Die zweite Methode zur Bestimmung von κ , die Methode von Rüchardt, stellte sich als schwierig heraus. Wichtig war es, zu überprüfen, ob das Präzisionsrohr und die Stahlkugel sauber waren. Das Rohr musste möglichst senkrecht zur Tischoberfläche angeordnet sein. Es war uns dennoch zunächst nicht möglich, die Stahlkugel im Präzisionsrohr zum Schwingen zu bringen. Die Kugel fiel einfach direkt in das Gefäß. Erst nachdem wir das Rohr sofort nach Anstoßen der Kugel mit dem Daumen abdichteten und sie so durch einen Unterdruck abbremsen, fing sie nach Lösen des Daumens zu schwingen an.

Wir führten schließlich fünf Messungen durch, indem wir über eine bestimmte Anzahl von vollen Schwingungen die Schwingungsdauer maßen.

In der Vorbereitung wurde folgende Formel zur Berechnung des Adiabatenexponenten hergeleitet:

$$\kappa = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{mV_0}{p_0 a^2}$$

Wir benötigen folgende Werte:

	Wert	Fehler
m	16,68 g	$\pm 0,1\%$
p_0	$b + \frac{mg}{a} = b + 813,83\text{Pa} = 101,31 \text{ kPa}$	$\pm 0,1 \text{ kPa}$
a	$\pi \cdot (16\text{mm} / 2)^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$\pm 0,5\% = \pm 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
l	60 cm	$\pm 0,2\text{cm}$
V_0	$10,58\text{dm}^3$	$\pm 0,3\% = \pm 0,032\text{dm}^3$

Tab. 5: Werte zur Berechnung von κ

Die Fehler zur Masse und Durchmesser der Kugel und zum Volumen des Gefäßes entnehmen wir dem Aufgabenblatt. Der Fehler des Druckes im Gleichgewichtszustand resultiert aus dem Fehler des barometrischen Luftdruckes b, der in Aufgabenteil 1 gemessen wurde.

Den systematischen Fehler für V_0 erhielten wir aus:

$$\Delta V_0 = \left| \frac{\partial V_0}{\partial l} \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{\partial V_0}{\partial a} \right| \cdot \Delta a = a \cdot \Delta l + l \cdot \Delta a$$

Daraus folgt mit unseren Messwerten zur Periodendauer:

Anzahl	Dauer [s]	Perioden- dauer T [s]	$\kappa \pm \Delta \kappa_{\text{sys}}$
10	11,12 ± 1	1,112 ± 0,10	1,390 ± 0,271
14	15,60 ± 1	1,114 ± 0,07	1,385 ± 0,195
11	12,23 ± 1	1,112 ± 0,09	1,390 ± 0,246
11	12,15 ± 1	1,105 ± 0,09	1,408 ± 0,251
10	11,08 ± 1	1,108 ± 0,10	1,400 ± 0,274
Mittelwert			1,394 ± 0,247

Tab. 5: Werte zu Aufgabenteil 2.3

Der systematische Fehler von κ ergibt sich aus:

$$\begin{aligned} \Delta \kappa_{\text{sys}} &= \left| \frac{\partial \kappa}{\partial T} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{\partial \kappa}{\partial m} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial \kappa}{\partial V_0} \right| \cdot \Delta V_0 + \left| \frac{\partial \kappa}{\partial p_0} \right| \cdot \Delta p_0 + \left| \frac{\partial \kappa}{\partial a} \right| \cdot \Delta a \\ &= \kappa \cdot \left(\frac{2}{T} \cdot \Delta T + \frac{1}{m} \cdot \Delta m + \frac{1}{V_0} \cdot \Delta V_0 + \frac{1}{p_0} \cdot \Delta p_0 + \frac{2}{a} \cdot \Delta a \right) \end{aligned}$$

Mittels Origin konnten wir aus einem linearen Fit den statistischen Fehler unseres Adiabata tenexponenten erhalten:

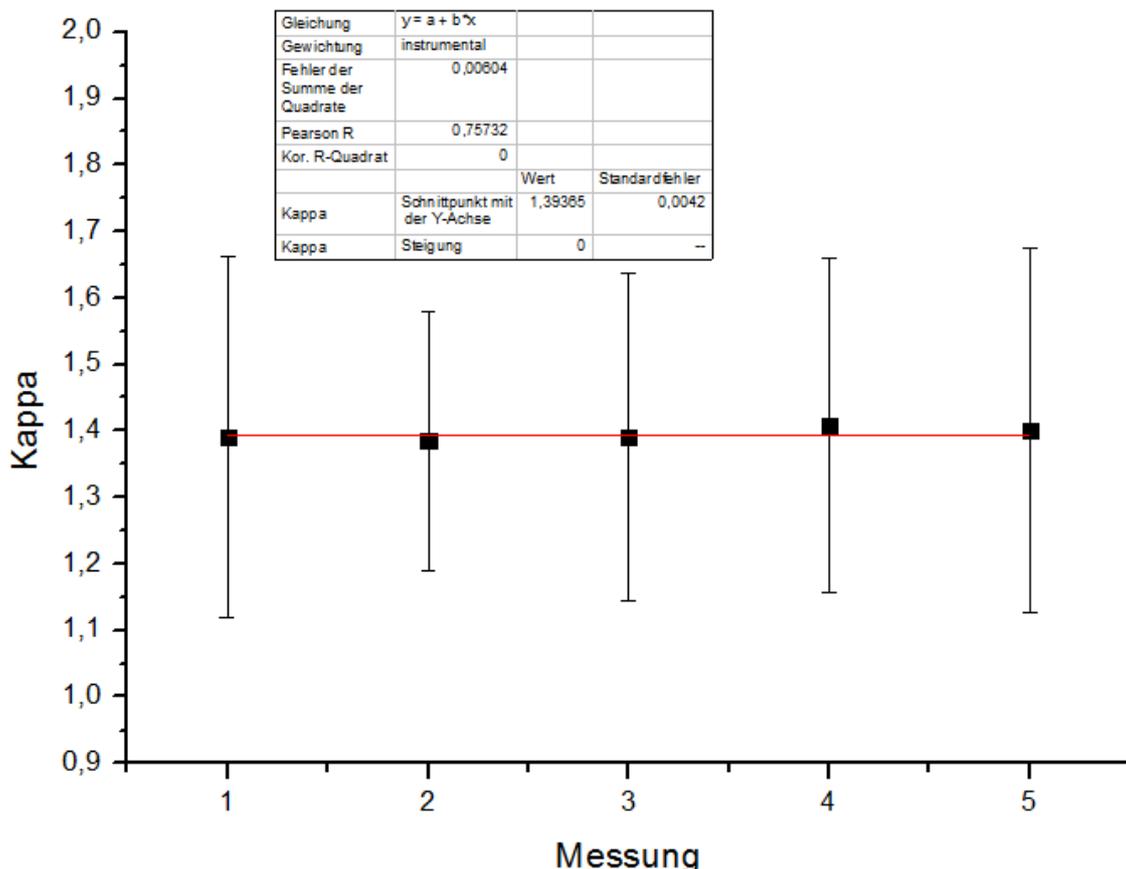


Abb. 2: Statistischer Fehler des Mittelwertes

Der statistische Fehler beträgt also 0,0042. Zusätzlich zeichneten wir die systematischen Fehler als Fehlerbalken ein. Sie sind, wie der Abbildung deutlich zu entnehmen ist, sehr groß, da viele fehlerbehaftete Größen in die Berechnung von κ hineinspielen. Zudem gibt es viele Störeffekte, die bei der Bestimmung der Fehler keine Rolle spielen: Verunreinigungen der Stahlkugel und des Präzisionsrohres, falsche Ausrichtung des Rohres und ungenügende Abdichtung des Gefäßes mit einem Gummistopfen.

Wir bekommen mit dem systematischen und statistischen Fehler unseres Mittelwertes ein Endergebnis für den Adiabatenexponenten κ :

$$\kappa = 1,394 \pm 0,247 \pm 0,0042$$

Verglichen mit dem Literaturwert von 1,40 ist dieses Ergebnis sehr gut und wir können sagen, dass trotz Störeffekte und fehlerbehafteter Größen diese Methode von Rüchardt zur Ermittlung des Adiabatenexponenten geeignet ist.

3. Dampfdruckkurve einer Flüssigkeit

Abschließend war es unser Ziel, die Dampfdruckkurve von n-Hexan zu bestimmen. Wir brachten dazu den Rezipienten, der die Flüssigkeit enthielt, in ein Wasserbad. Indem wir nach und nach Eis hinzugaben, kühlten wir das Bad und somit die Flüssigkeit von 25°C in 2°C-Schritten auf etwa 0°C ab und notierten uns stets den Quecksilberstand des rechten U-Rohrschenkels. Anschließend erwärmten wir das Wasserbad wieder auf 24°C und gingen ebenso vor.

Um im Praktikum selbst Zeit und Arbeitsaufwand zu sparen, nahmen wir nur die Stände des linken Schenkels bei 25°, 1° und wieder bei 24°C auf. Für die Auswertung füllten wir die restlichen Werte selbstständig auf.

Als hauptsächliche Schwierigkeit bei diesem Versuch stellte sich das Beobachten der Stände durch den Kathetometer, das Vergrößerungsglas, dar. Die Höhe des Kathetometers sollte beim Hindurchschauen so verstellt werden, dass sich das Fadenkreuz im Vergrößerungsglas mittig auf dem Quecksilberstand befand und zudem das gesamte Kathetometer waagrecht zur Tischoberfläche ausgerichtet war. War das erfüllt, konnte man die Höhe des Kathetometers und somit die Höhe des Fadenkreuzes und des Quecksilberstandes an einer Zentimeter-Skala ablesen.

Da es sich hier erneut um Quecksilber handelt, kann die Umrechnung „1mm \triangleq 1 Torr“ gemacht werden.

Zu jeder Temperatur haben wir durch dieses Verfahren stets zwei Werte für die Höhendifferenz erhalten, woraus wir den Mittelwert bildeten:

Temperatur [°C]	Δh_{ab} [Torr]	Δh_{auf} [Torr]	Mittelwert Δp [Torr]
24	18,5	20	19,25
22	11,5	17	14,25
20	3,5	11	7,25
18	-3,5	1	-1,25
16	-9,5	-6	-7,75
14	-16,5	-8	-12,25
12	-19,5	-16	-17,75
10	-26,5	-22	-24,25
8	-30,5	-27	-28,75
6	-35,5	-32	-33,75
4	-41,5	-36	-38,75
2	-43,5	-42	-42,75
1	-50	-50	-50

Tab. 6: Werte zum Aufgabenteil 3

Diese Werte ergeben sodann unsere gewünschte Dampfdruckkurve:

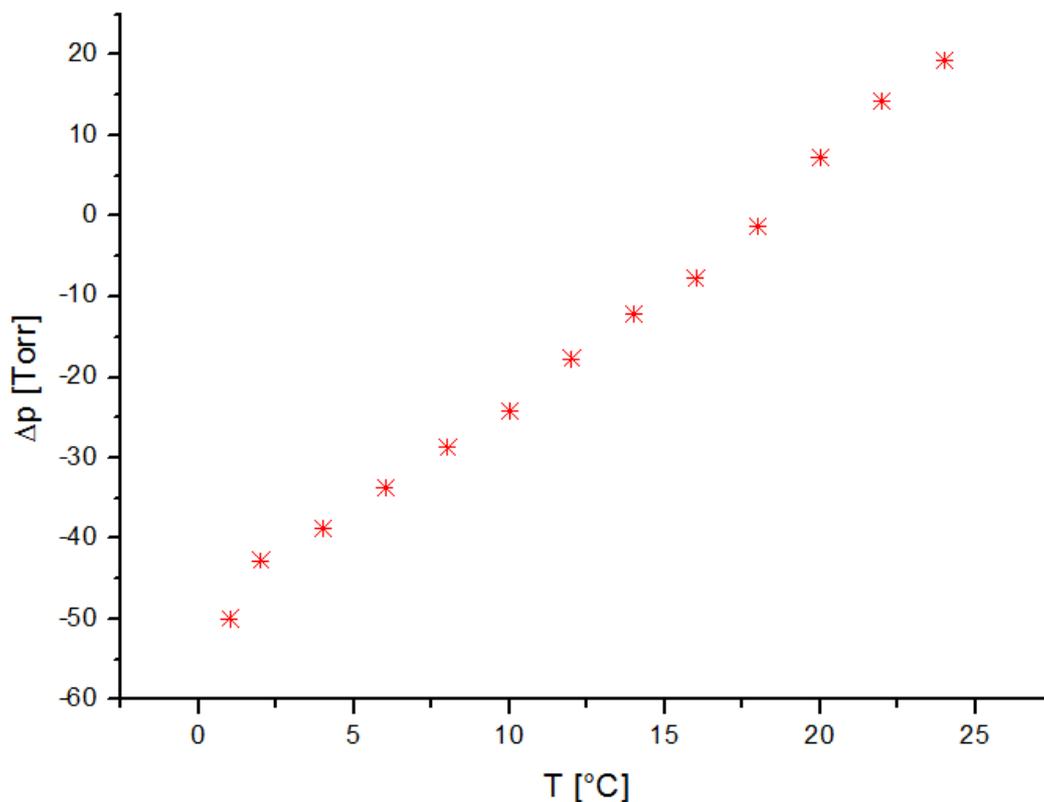


Abb. 3: Dampfdruckkurve von n-Hexan

Um die Verdampfungswärme von n-Hexan zu bestimmen, tragen wir nun den $\ln(p/p_0)$ über $1/RT$ auf, wie in der Vorbereitung beschrieben. Dabei ist die Wahl von p_0 willkürlich, da es nach den Rechengesetzen des Logarithmus nur eine Verschiebung in y-Richtung bewirkt. Wir wählen daher $p_0 = -1$ Torr, wodurch die ersten drei positiven Werte von Δp aufgrund des Logarithmus wegfallen.

Wegen $\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{H_V}{T \cdot R} + \text{const.}$ werden wir als Steigung die Verdampfungswärme erhalten:

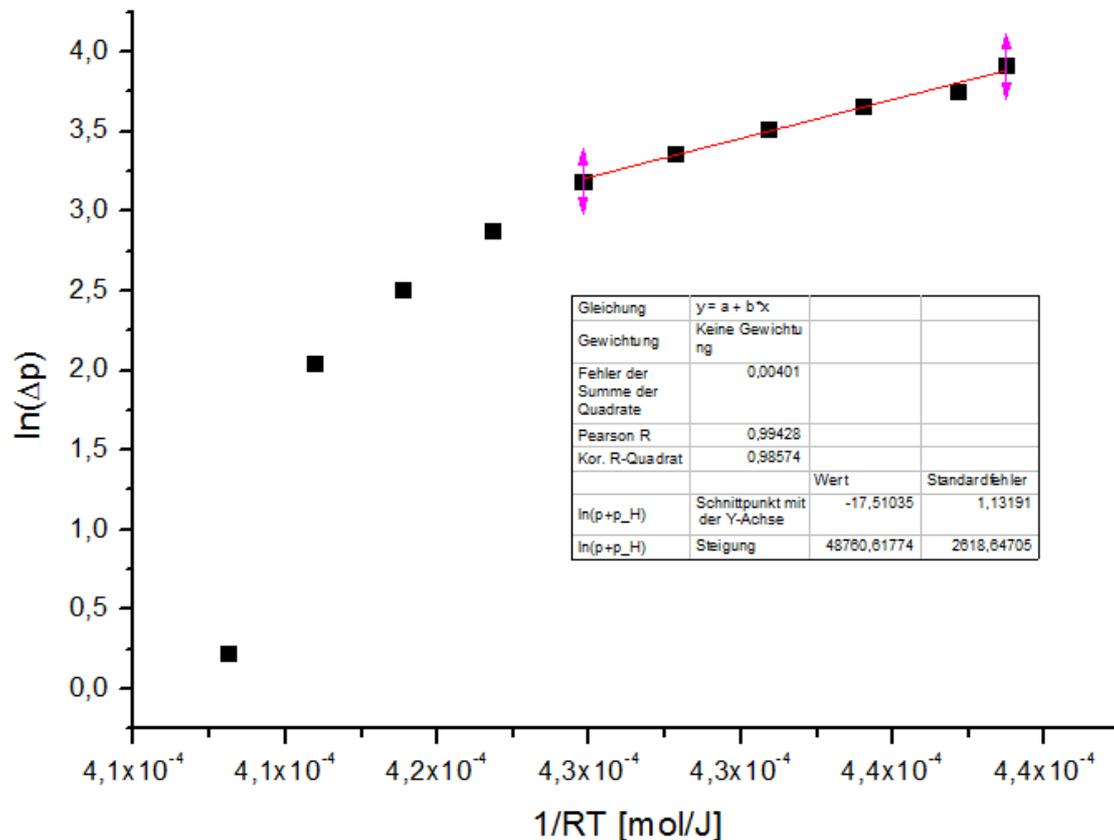


Abb. 4: Verdampfungswärme von n-Hexan

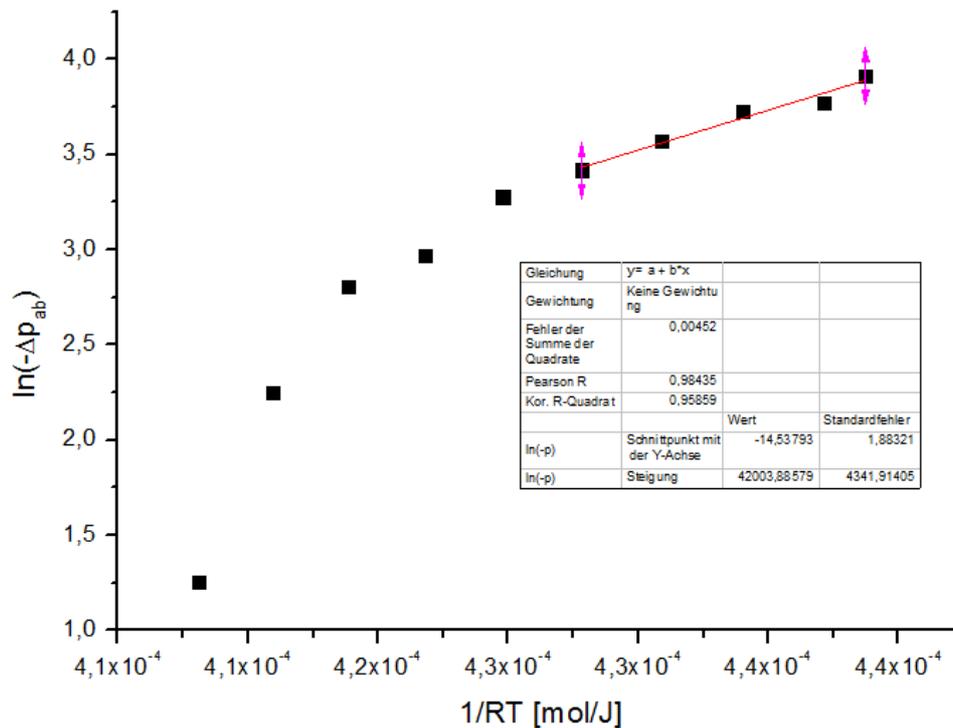
Für die lineare Regression nahmen wir nur die Werte der Kurve, die annähernd linear verlaufen. Wir vermuten, dass die restlichen Werte fehlerbehaftet sind und ein Messen bei höheren Temperaturen bessere Werte ergeben hätte.

Wir erhalten eine Steigung und somit eine Verdampfungswärme H_V von 48,8kJ/mol, die stark vom erwarteten Wert von 28,85 kJ/mol abweicht.

Wir vermuten, dass eine der beiden Messreihen, für die Abkühlung oder Erwärmung, weiter von den erwarteten Werten abweicht als die andere, wodurch die Mittelwerte für Δp negativ beeinflusst werden.

Zunächst haben wir daher nur den Aufwärmvorgang betrachtet. Da aber für die Verdampfungswärme ein noch schlechterer Wert erzielt wurde, stellen wir die dazugehörige Auftragung hier nicht dar.

Wir verwenden stattdessen ausschließlich die beim Abkühlvorgang aufgenommenen Werte und tragen $\ln(-\Delta p)$ über $(1/RT)$ auf. So erhalten wir folgendes Diagramm:

Abb. 9: Diagramm $\ln(-\Delta p)$ über $(1/RT)$ nur für Abkühlvorgang

Wir erhalten nun eine Steigung von 42 kJ/mol. Dieser Wert liegt zwar unterhalb des eben bestimmten Wertes für die Verdampfungswärme, aber leider nicht sehr viel näher an dem Literaturwert. Die relative Abweichung beträgt 45,5%, wodurch wir diesen Versuchsteil als weniger geglückt bezeichnen dürfen.

Die größte Fehlerquelle sehen wir in der Versuchsdurchführung. Durch das schrittweise Abkühlen des Wasserbades durch Zufügen von Eis bzw. durch das Aufheizen durch Mischen mit warmen Wasser konnte nicht gewährleistet werden, dass die Temperatur des Wasserbades stets homogen war.

Probleme sehen wir auch in dem eigenen Wertauffüllen der Quecksilberstände des linken Schenkels. Wir vermuteten, dass das Sinken/Steigen der Stände des linken und rechten Schenkels kongruent verlief. D.h. wenn z.B. der rechte Stand um 2mm stieg, so fiel der des linken Schenkels um 2mm und umgekehrt. Das muss aber nicht unbedingt der Realität entsprechen. Wir bekamen so folglich nicht nur Diskrepanzen bei dem Vergleich und Mittelwertbildern von Druckunterschieden beim Abkühl- und Aufwärmvorgang, sondern mussten auch feststellen, dass beide aufgenommenen Wertereihen einzeln betrachtet schlechte Resultate bringen.