

Vorbereitungshilfe zum Versuch „Ferromagnetische Hysterese“

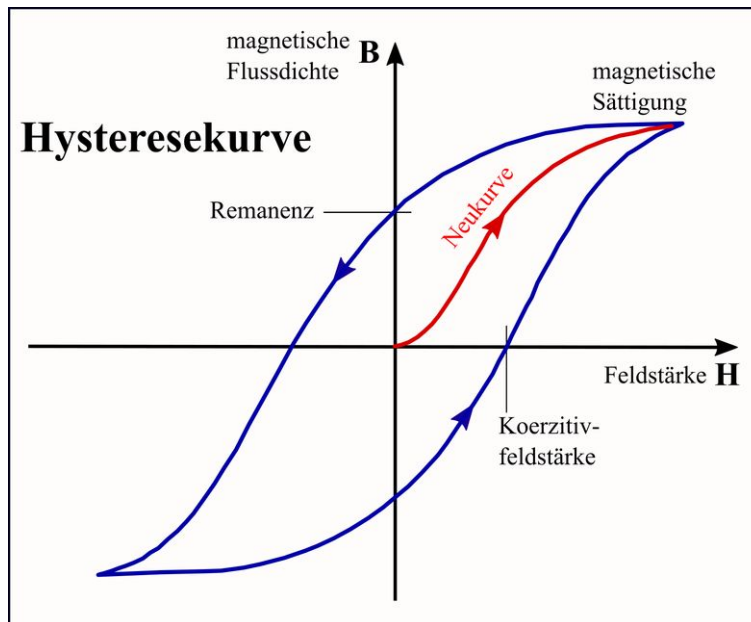
Ferromagnetismus: Materialbezirke, in denen eine Parallelausrichtung molekularer magnetischer Dipole existiert (Weißsche Bezirke), liegen im äußerlich unmagnetischen Zustand eines ferromagnetischen Stoffs ungeordnet durcheinander. Ein äußeres magnetisches Feld $B_0 = \mu_0 \cdot H$ (Index 0 an B bedeutet 'ohne Materie') richtet gegen die hemmende Wärmebewegung diese Bezirke teilweise aus. Dabei wird ein magnetisches Moment vom Betrag M erzeugt, das, auf das Volumen V bezogen, **Magnetisierung** heißt ($J = M/V$) und das äußere Feld vergrößert: $B_m = B_0 + \mu_0 \cdot J = \mu_0 \cdot (H + J)$.

Mit der Definition der **Permeabilität** ($\mu = B_m / B_0$) folgt die Beziehung $J = (\mu - 1) \cdot H = \kappa \cdot H$. Die Größe κ wird **magnetische Suszeptibilität** genannt. Mit $\mu = 1 + \kappa$ folgt $B_m = \mu_0 \mu H$.

Eine der Größen B_m , J , μ , κ in Abhängigkeit von B_0 oder H aufgetragen heißt **Magnetisierungskurve**. Der Verlauf ist material-, temperatur- und vorgeschichteabhängig. Mit steigender Temperatur verringert sich der Ausrichtungseffekt und verschwindet ganz oberhalb der Curie-Temperatur Θ des Stoffs.

Beim Abschalten des äußeren Feldes bleibt die Ausrichtung teilweise bestehen. Man spricht von **Remanenz**. Um $B_m = 0$ zu erreichen, muss ein äußeres Gegenfeld wirken. Seine Feldstärke heißt **Koerzitivkraft**. Remanenz und Koerzitivkraft sind natürlich vorgeschichteabhängig. Steigendes B_0 vergrößert B_m nur, sofern die Ausrichtung der Weißschen Bezirke nicht schon maximal ist. Im **Sättigungsgebiet** ist J konstant und B_m ändert sich mit H nur noch entsprechend $\Delta B_m = \mu_0 \cdot \Delta H$.

Obwohl damit der Verlauf einer Magnetisierungskurve durchaus nicht vollständig beschrieben ist, charakterisiert man sie oft durch die Größen Remanenz und Koerzitivkraft nach vorheriger Sättigung, Sättigungsinduktion und Anfangspermeabilität (Permeabilität nach vorheriger Entmagnetisierung bei sehr kleinen Feldstärken).



Die Magnetisierungskurve nach vorheriger Entmagnetisierung heißt **Neukurve** oder jungfräuliche Kurve. Entmagnetisierung des Materials ist entweder durch Erhitzen oder durch Wechselfeldbetrieb mit langsam bis auf Null abnehmender Feldstärke möglich. Variiert man nach Durchlaufen eines Stücks Neukurve ($0 \rightarrow H_1$) das magnetisierende Feld in der Weise $H_1 \rightarrow 0 \rightarrow (-H_1) \rightarrow 0 \rightarrow H_1$ zyklisch und misst jeweils die B_m -Werte, so durchläuft man eine **Hysteresis-** oder **Magnetisierungsschleife**, die das Wertepaar ($H = 0, B_m = 0$) nicht mehr enthält. Schleifen zu kleineren H_1 -Werten liegen ganz innerhalb jener zu größeren H_1 -Werten.

Das Integral $\oint B_m \cdot dH$ über eine Schleife, das der von der Schleife im B/H-Diagramm eingeschlossenen Fläche entspricht, hat die Dimension [Arbeit/Volumen] und beschreibt die **Ummagnetisierungsarbeit**, die pro Volumeneinheit der magnetisierten Materie für einen Magnetisierungszyklus aufgewendet werden muß:

$$A_{\text{Hysteresisschleife}} = \oint B_m \cdot dH = W_{\text{Magnetisierungszyklus}} / V.$$

Spuleninduktivität und Spulenverluste: Eine verlustbehaftete Spule lässt sich als Serienschaltung von Induktivität L und Verlustwiderstand r beschreiben. Dieses Modell beschreibt das innere Geschehen der Spule ganz offenbar nicht richtig, wohl aber alle an den Spulenanschlüssen messbaren Größen. Die in r zusammengefassten Verlustursachen können z.B. sein: Drahtwiderstand, Abstrahlung, Wirbelströme im Spulenkern, Ummagnetisierungsarbeit im Spulenkern.

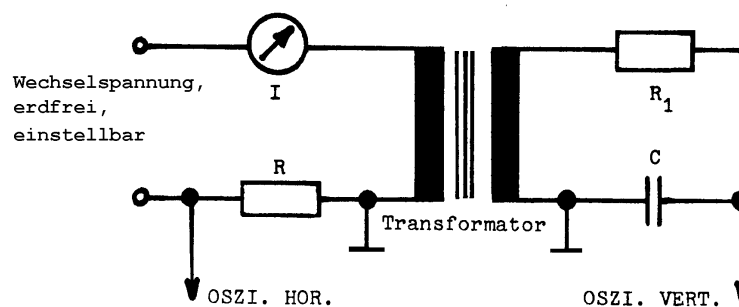
Fließt ein Wechselstrom $I(t) = \hat{I} e^{i\omega t}$ (komplexe Schreibweise) durch die Spule, so ist die anliegende Wechselspannung

$$\begin{aligned} U(t) &= Z \cdot I(t) = |Z| \cdot e^{i\varphi} \cdot \hat{I} \cdot e^{i\omega t} \\ &= |r + i\omega L| \cdot e^{i \arctan \frac{\omega L}{r}} \cdot \hat{I} \cdot e^{i\omega t} \\ &= \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} \cdot \hat{I} \cdot e^{i(\omega t + \arctan \frac{\omega L}{r})} = \hat{U} \cdot e^{i(\omega t + \varphi)} \end{aligned}$$

$Z = r + i\omega L$ ist der komplexe Wechselstromwiderstand (**Impedanz**) der Schaltung, $|Z| = \sqrt{(\text{Re}Z)^2 + (\text{Im}Z)^2} = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} = \hat{U} / \hat{I}$ der **Scheinwiderstand** (der Impedanzbetrag) und φ ist die **Phasenverschiebung** (der Winkel, um den der Strom der Spannung nacheilt).

Die **Verlustleistung** ist $P = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}U(t) \cdot \text{Re}I(t) \cdot dt = \frac{\hat{I}^2 \cdot r}{2} = I_{\text{eff}}^2 \cdot r$ mit der Periodendauer $T = 2\pi/\omega$.

Eine Meßmethode für L und r: An einer wechselstromdurchflossenen Reihenschaltung von verlustbehafteter Spule und Vorwiderstand R werden die Größen \hat{U}_R, \hat{U} und φ oszilloskopisch gemessen und daraus $|Z| = \hat{U} / \hat{I} = \hat{U} \cdot R / \hat{U}_R$ und weiter $r = |Z| \cdot \cos\varphi$ und $L = |Z| \cdot \frac{\sin\varphi}{\omega}$ berechnet.



Die Induktivität einer Spule: Die Induktivität einer einlagigen langen Zylinderspule (Länge sehr groß gegen den Durchmesser) mit n Windungen, der Länge ℓ und der Querschnittsfläche A ist

$$L = n^2 \cdot \mu_0 \cdot A / \ell.$$

(Aus der Definition $L = -U_{\text{ind}} / \dot{I}$ folgt mit dem Induktionsgesetz $U_{\text{ind}} = -n \cdot A \cdot \dot{B}$ zunächst $L = n \cdot A \cdot \dot{B} / \dot{I}$ und mit dem H-Feld der **langen Spule** $H = n \cdot I / \ell$ dann obige Formel.)

Bei einer mehrlagigen Spule kann näherungsweise die mittlere Querschnittsfläche eingesetzt werden.

Bei einer **kurzen Spule** ist die obige Formel mit einem geometrieabhängigen Faktor $0 < k < 1$ zu multiplizieren. Beispiel: $k \sim 0,55$ für $\ell \cong 2\bar{r} = r_i + r_a, r_a / r_i \cong 1,5$.

Verläuft das von der Spule erzeugte magnetische Feld praktisch völlig im Innern eines geschlossenen Jochs (mittlere Länge der Feldlinien ℓ , Querschnittsfläche A) aus einem Stoff **großer** Permeabilität ($\mu \gg 1$), so ist $L = n^2 \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot A / \ell$. (Herleitung und formal gleiches Ergebnis wie bei der langen Spule, jedoch spielen hier Spulenlänge und Spulenquerschnitt praktisch keine Rolle mehr.) Eine solche Anordnung ist nützlich, wenn die Induktivität und damit der induktive Widerstand groß sein soll, wenn der felderfüllte Raum begrenzt sein muß (geringes Streufeld) oder wenn die Anordnung durch eine zweite Spule zu einem Transformator ergänzt werden soll.

Als Material werden ferromagnetische (oder ferrimagnetische) Stoffe verwendet. Bei diesen ist die Permeabilität keine Konstante. Beim Wechselstrombetrieb einer solchen Spule unterhalb der magnetischen Sättigung kann als effektive relative Wechselfeldpermeabilität μ der Wert $B_1/\mu_0 H_1$ genommen werden, wobei B_1 und H_1 die Maximalwerte beim Magnetisierungszyklus sind. Die Punkte (H_1, B_1) liegen auf der Neukurve, die keine Gerade ist, und folglich ist μ und damit die Spuleninduktivität L vom Spitzen- bzw. Effektivstrom durch die Spule abhängig. Außerdem hängt vom Strom auch die von der Hysteresisschleife eingeschlossene Fläche, d.h. die **Ummagnetisierungsarbeit/Volumen** ab. Der Verlustwiderstand einer solchen Spule ist größer als der einer Luftspule, und er ist stromabhängig.

Eine Meßmethode für die Ummagnetisierungs-Verlustleistung und den zugehörigen Verlustwiderstand: Die Hysteresis (B über H) wird oszilloskopisch mit Hilfe von Wechselstrom dargestellt. Als Horizontalablenkspannung für das Oszilloskop dient der Spannungsabfall, den der Spulenstrom an einem Serienwiderstand R hervorruft. Mit Hilfe von $I = U/R$ und $H = n \cdot I / \ell$ lässt sich die Horizontalachse leicht in $[A/m]$ eichen. Die B -Feldstärke wird durch Integration der in einer zweiten Spule (Windungszahl n_2) induzierten Spannung $U_{ind} = n_2 \cdot A \cdot \dot{B}$ gewonnen. Als **Integrator** kann z.B. ein **RC-Glied** (Reihenschaltung von R_1 und C) dienen. U_{ind} wird an die Reihenschaltung angeschlossen, das Integrationsergebnis an C abgegriffen:

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{C} \int \frac{U_{ind} - U_C}{R_1} dt .$$

Falls R_1 und C genügend groß sind, damit $U_C \ll U_{ind}$ gilt, folgt

$$U_C = \frac{1}{R_1 \cdot C} \int U_{ind} dt \quad \text{und}$$

$$B \cong \frac{1}{n_2 \cdot A} \int U_{ind} dt \cong \frac{R_1 \cdot C \cdot U_C}{n_2 \cdot A}$$

Die Bedingung ist erfüllt, wenn die Spannung an R_1 groß ist gegen die Spannung an C , also für Wechselstrom der Kreisfrequenz ω gilt: $R_1 \gg 1/\omega C$. Die Spannung U_C wird für die Vertikalablenkung des Oszilloskops benutzt. Die Vertikalachse lässt sich mit der angegebenen Beziehung leicht in $[Vs/m^2]$ ($= T$, Tesla) eichen. Durch eine einfache Methode (z.B. Kästchenzählen oder Ausschneiden und Wiegen) wird die Schleifenfläche W_{mag}/V in $[Ws/m^3]$ bestimmt und daraus mit $T_{Zyklus} = 2\pi/\omega$ und dem Materialvolumen $V = l \cdot A$ die Verlustleistung

$$P_{mag} = (W_{mag}/V) \cdot (V/T_{Zyklus})$$

berechnet. Ist der effektive Spulenstrom I_{eff} , so folgt als Verlustwiderstand $r_{mag} = P_{mag} / I_{eff}^2$.

Die Ummagnetisierungs-Verlustleistung P_{mag} ist bei einem Material mit schmaler Hysteresisschleife, - also kleiner Koerzitivkraft - geringer als sonst. Solche Materialien heißen weichmagnetisch. Sie sind geeignet für möglichst verlustfreie Spulen großer Induktivität und für Transformatoren. Beim Leistungstransformator kommt es auf eine möglichst große Sättigungsinduktion an, die mit Eisen oder Eisenlegierungen erreicht wird. Diese Metalle haben aber eine große Leitfähigkeit, und ohne Gegenmaßnahmen wären die beim Wechselfeldbetrieb im Material induzierten **Wirbelströme** die Ursache für die weitaus größten Verluste. Um sie zu reduzieren, wird das Blech lamelliert und die dünnen Lamellen werden gegeneinander isoliert, um längs des Weges von $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ den Widerstand so groß wie möglich zu machen. Damit werden die Wirbelstromverluste wesentlich kleiner als die Ummagnetisierungsverluste.

Wirbelstromverluste sind leicht zu demonstrieren: Ersetzt man in einer wechselstrombetriebenen Eisenkernspule den Kern ganz oder teilweise (z.B. nur das Joch, das einen U-Kern schließt) durch kompaktes Eisen, so wird beim Betrieb der Kern nach kürzester Zeit sehr heiß.

Für **Transformatoren** und Spulen, bei denen es nicht auf die hohe **Sättigungsinduktion** ankommt, wohl aber auf große Permeabilität und kleine Verluste, verwendet man vielfach **Ferrit-Kerne** (Mischkristalle aus Fe_2O_3 und anderen Metalloxiden, gemahlen, gepresst und gesintert), die wegen ihrer sehr geringen Leitfähigkeit selbst bei hohen Frequenzen nur äußerst geringe Wirbelstromverluste aufweisen.

Außer als **weichmagnetische Stoffe** mit sehr geringen Ummagnetisierungsverlusten - also schmaler Hysteresisschleife und geringer Remanenz - gibt es spezielle Ferrite auch als **hartmagnetische Stoffe** mit fast rechteckiger Hysteresisschleife, wie sie für Speicherringe (früher **Kernspeicher** in Rechenmaschinen) und Schaltringe nötig sind. Spezielle hartmagnetische Eisenlegierungen mit großer Remanenz dienen als **Permanentmagnete**.