

Gesetze der Schaltalgebra

Axiome:

$$1) \quad x = 0 \quad \text{wenn } x \neq 1$$

Definition als
zweiwertiges System

$$1a) \quad x = 1 \quad \text{wenn } x \neq 0$$

$$2) \quad x = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = 1$$

Definition des
Komplements

$$2a) \quad x = 1 \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = 0$$

$$3) \quad 0 \wedge 0 = 0$$

$$3a) \quad 1 \vee 1 = 1$$

$$4) \quad 1 \wedge 1 = 1$$

Definition von
UND und ODER

$$4a) \quad 0 \vee 0 = 0$$

$$5) \quad 0 \wedge 1 = 1 \wedge 0 = 0$$

$$5a) \quad 1 \vee 0 = 0 \vee 1 = 1$$

Resultierende Gesetze (Theoreme) für eine boolesche Variable:

$$x \vee 0 = x$$

$$x \wedge 1 = x$$

Identität

$$x \vee 1 = 1$$

$$x \wedge 0 = 0$$

Eins-/Null-Funktion

$$x \vee x = x$$

$$x \wedge x = x$$

Idempotenz

$$x = \bar{\bar{x}}$$

Doppeltes Kompl.

$$x \vee \bar{x} = 1$$

$$x \wedge \bar{x} = 0$$

Komplement

Resultierende Gesetze (Theoreme) für mehrere boolesche Variablen:

$$x \vee y = y \vee x$$

$$x \wedge y = y \wedge x$$

Kommutativgesetz

$$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$$

$$(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$$

Assoziativgesetz

$$(x \wedge y) \vee (x \wedge z) = x \wedge (y \vee z)$$

$$(x \vee y) \wedge (x \vee z) = x \vee (y \wedge z)$$

Distributivgesetz

$$x \vee (x \wedge y) = x$$

$$x \wedge (x \vee y) = x$$

Absorptionsgesetz

$$(x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y}) = x$$

$$(x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) = x$$

$$\overline{(x \wedge y \wedge z)} = \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$$

$$\overline{(x \vee y \vee z)} = \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}$$

DeMorgan'sches Gesetz