

Diese Vorbereitungshilfe kann nicht das Studium von Fachliteratur für die Vorbereitung auf den Versuch ersetzen. Sie soll aber einen 'roten Faden' spannen, anhand dessen ein gezieltes Literaturstudium und eine effektivere Vorbereitung möglich sind.

Ein **Spektrum** aufzunehmen bedeutet, die relative Häufigkeit in Abhängigkeit von der Energie (oder Frequenz oder Wellenlänge) zu messen. Im Praktikumsversuch geht es um die γ -Strahlung aus dem radioaktiven Zerfall von ^{60}Co , ^{137}Cs oder ^{22}Na . Ein solches γ -Spektrum enthält je nach radioaktivem Isotop eine oder einige sehr scharfe Linie(n) bei Energien zwischen einigen keV und einigen MeV.

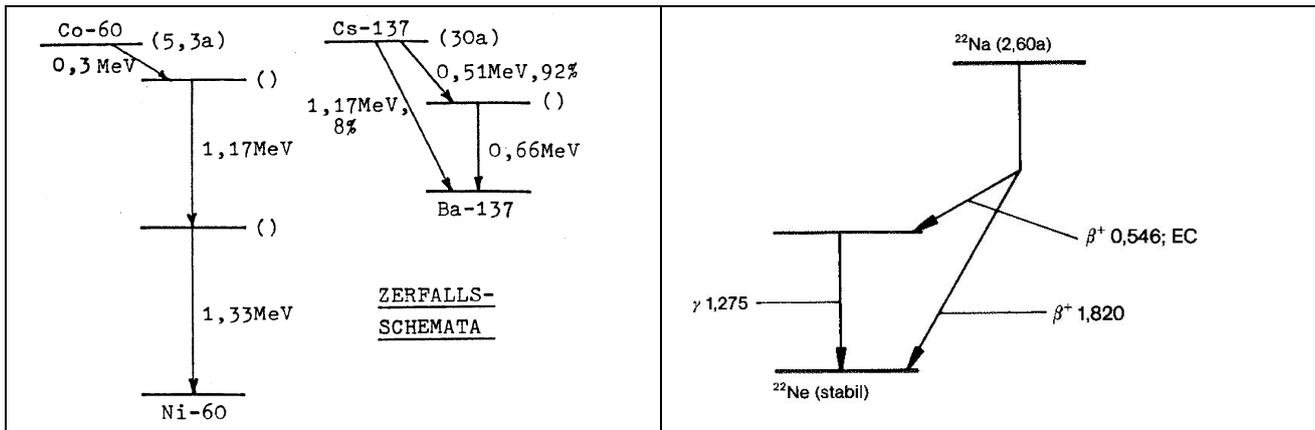


Abbildung 1: Zerfallsschemata der Isotope Co-60, Cs-137 und Na-22

γ -Quanten sind als hochfrequente elektromagnetische Strahlungsquanten ungeladen und masselos. Sie können nicht direkt, z.B. durch Coulombwechselwirkung, Atome anregen oder ionisieren. Es gibt aber drei fundamentale Wechselwirkungsprozesse von γ -Strahlung mit Materie (**Photoeffekt, Compton-Effekt und Paarbildung**) bei denen die Energie der γ -Quanten vollständig oder teilweise auf elektrisch geladene Teilchen (Elektronen oder Positronen) übertragen wird, so daß diese Energieinformation in geeigneten Detektoranordnungen (z.B. Szintillationsdetektor, Halbleiterzähler, Zählrohr) gemessen werden kann.

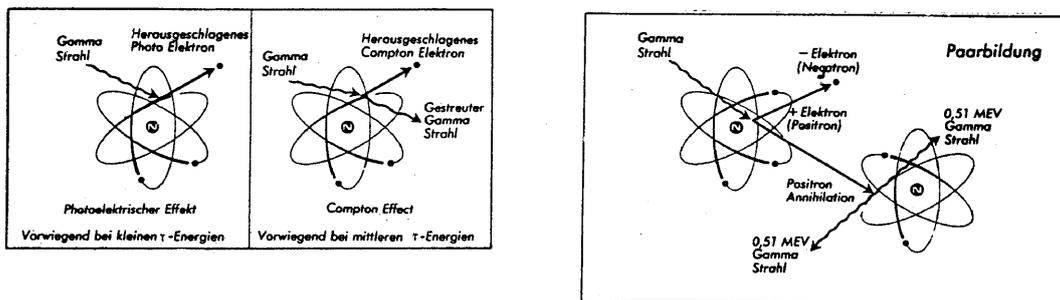


Abbildung 2: Schematische Darstellung der fundamentalen Wechselwirkungsprozesse von γ -Quanten

a) Comptonstreuung: Das γ -Quant stößt ein im Vergleich zur Quantenenergie 'quasifreies' Hüllenelektron, dessen Energie durch das Nachweissystem gemessen werden kann. Energie- und Impulssatz gelten im System dieser beiden Stoßpartner. Dem Elektron wird je nach Streuwinkel ein gewisser Teil der Energie des Quants übertragen. Der Übertrag ist maximal bei der Rückstreuung des Quants: 'Comptonkante' im kontinuierlichen Energiespektrum der gestoßenen Elektronen. Die Wahrscheinlichkeit für Comptonstreuung steigt linear mit der Kernladungszahl der Materie, in der die Wechselwirkung stattfindet (Anzahl vorhandener Elektronen!), und fällt mit zunehmender Quantenenergie. Da normalerweise beim Stoßprozess kein Winkel ausgezeichnet ist, registriert ein Detektor ein kontinuierliches γ -Energiespektrum bis zur Comptonkante.

Von γ -Quanten aus der Quelle, die eine Comptonwechselwirkung nicht im Detektor selbst, sondern in der Umgebung machen, kann das rückgestreute γ -Quant in den Detektor gelangen und dort per Photoeffekt einen 'Rückstreuppeak' verursachen (Abb. 3).

b) Photoeffekt: Die Quantenenergie wird abzüglich der Ablösearbeit ganz auf ein Elektron aus der Atomhülle übertragen. Nach dem Prozeß ist das γ -Quant verschwunden. Da das resultierende Elektron in jeder Richtung davonfliegen kann, wäre ohne weiteren Partner bei diesem Prozeß der Impulssatz verletzt. Dieser Partner ist der Kern, der 'Rückstoß' aufnimmt. Er nimmt um so wahrscheinlicher am Geschehen teil, je fester das Elektron an ihn gekoppelt ist. Deshalb erfolgt der Photoeffekt hauptsächlich an den inneren Schalen (K-, L-) von Atomen mit großer Kernladungszahl, denn dort ist die Bindungsenergie groß. Es erhebt sich die Frage, warum denn trotz des Fehlens der Bindungsenergie, die von der Größenordnung 100 keV sein kann, die 'Photolinie' im Elektronen-Energiespektrum dennoch an der richtigen Stelle, nämlich bei der Energie des γ -Quants, liegt. Die Antwort lautet: Ein 'Loch' in einer inneren Atomschale existiert nur extrem kurze Zeit, der energetisch günstigere Zustand wird durch ein äußeres Hüllenelektron besetzt. Das beim Auffüllen emittierte Quant hat eine viel kleinere Energie als das ursprüngliche und wird deshalb noch viel wahrscheinlicher in der Materie einen Photo- oder Comptonprozess ausführen. Das daraus resultierende Elektron (und weitere aus weiteren Folgeprozessen) tritt innerhalb einer Zeit nach dem ersten auf, die sehr kurz im Vergleich zur Lebensdauer der zum Leuchten angeregten Atome ist. Deshalb scheint die Energieabgabe des ursprünglichen γ -Quants in einem Prozeß zu erfolgen. Die Wahrscheinlichkeit für Photoeffekt nimmt mit einer höheren Potenz mit der Kernladungszahl zu. Sie fällt mit zunehmender Quantenenergie.

Bei der Cs-137 wird bei sehr kleiner Energie eine oft fehlinterpretierte, deutliche Photolinie ('Ba-137-Röntgenlinie') bei 32 keV sichtbar. Dies liegt daran, dass unmittelbar nach dem Beta-Zerfall der angeregte Bariumkern neben der Emission des 662keV- γ -Quants noch eine zweite Möglichkeiten hat, schnell per elektromagnetischer Wechselwirkung den Grundzustand zu erreichen: durch 'innere Konversion'. Dies ist ein Prozess, bei dem der Kern seine Anregungsenergie vollständig auf ein inneres Elektron der Hülle überträgt. Dies ist möglich, weil ein K-Elektron seine größte Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Ort des Kerns hat. Das Elektron wird aus der Hülle herauskatapultiert und durch einen nachfolgenden Übergang in der Hülle wird dann das 32-keV Röntgen-Photon emittiert, das im γ -Spektrum der Cs-137-Quelle so deutlich als Photopeak auftritt. Die fehlende Energie (662-32 keV) wird vom 'K-Elektron' in der Quelle davongetragen und erreicht nicht den Gammadetektor.

c) Paarbildung: Oberhalb der dafür mindestens aufzubringenden Ruheenergie von 1,02MeV kann ein γ -Quant in der Materie ein Elektron-Positron-Paar erzeugen. Beide können Atome anregen. Ein Positron als Antiteilchen des Elektrons zerstrahlt mit einem solchen zusammen aber nach kurzer Zeit. Die resultierende 'Vernichtungsstrahlung', zwei antiparallel ausgesandte Quanten, kann Photoeffekt(e) und/oder Compton-effekt(e) bewirken. Es kann aber auch eines (oder beide) der Quanten die Detektormaterie verlassen. Das führt dann zu einem 'single-escape-peak' oder einem 'double-escape-peak'. Im Versuch spielt die Paarbildung wegen der zu geringen Energie der Quanten keine bzw. nur eine sehr geringe Rolle. Die Dicke der Wechselwirkungszone des Detektors (Tiefe des Szintillator-Kristalls) muß so groß gewählt werden, daß mit ausreichender Wahrscheinlichkeit ('Nachweiswahrscheinlichkeit') die vorstehend beschriebenen Wechselwirkungsprozesse auftreten. Zählrohre mit ihrer Gasfüllung haben nur eine sehr geringe Nachweiswahrscheinlichkeit für γ -Strahlung. Es nützt da auch nicht viel, etwa die Zählrohrwand dick zu machen, denn die auftretenden Elektronen müssen ja ins Zählrohr hineingelangen und nicht gleich wieder in der Wand absorbiert werden.

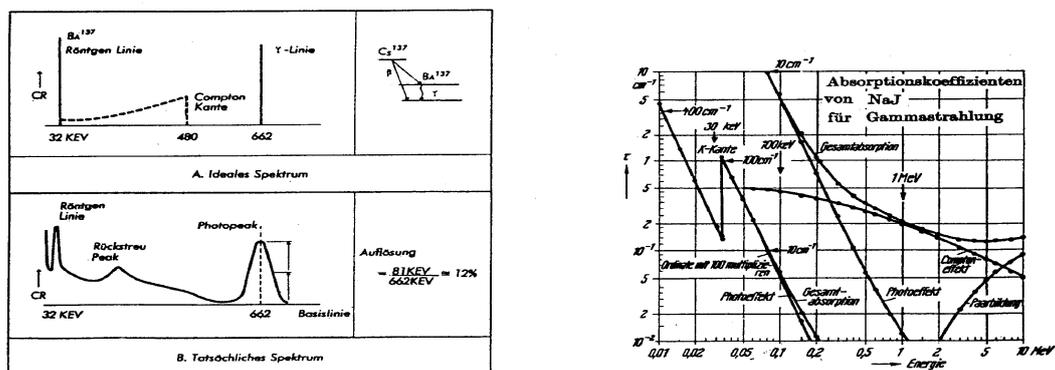


Abbildung 3: Absorptionskoeffizient von NaJ für γ -Strahlung

Lichtanregung durch Elektronen: Wenn die Dicke des Detektor-Kristalls so gewählt wurde, daß die γ -Quanten mit ausreichender Wahrscheinlichkeit wechselwirken (Abb. 4), so ist die Absorptionswahrscheinlichkeit für die auftretenden Elektronen nahe bei eins. Elektronen geben in einer Vielzahl von Prozessen 'bröckchenweise' ihre Energie an die Atome ab und ionisieren sie dabei und regen sie auf die verschiedensten Niveaus an. Szintillatormaterie ist so ausgesucht, daß neben den Forderungen bezüglich der γ -Absorption

- a) ein möglichst großer Anteil von Szintillationsniveaus angeregt wird,
- b) die Lebensdauer dieser Niveaus nicht zu groß ist,
- c) die Materie für das erzeugte Licht durchsichtig ist und
- d) eine zur Wellenlänge des Lichts passende Photokathode mit hohem Wirkungsgrad existiert.

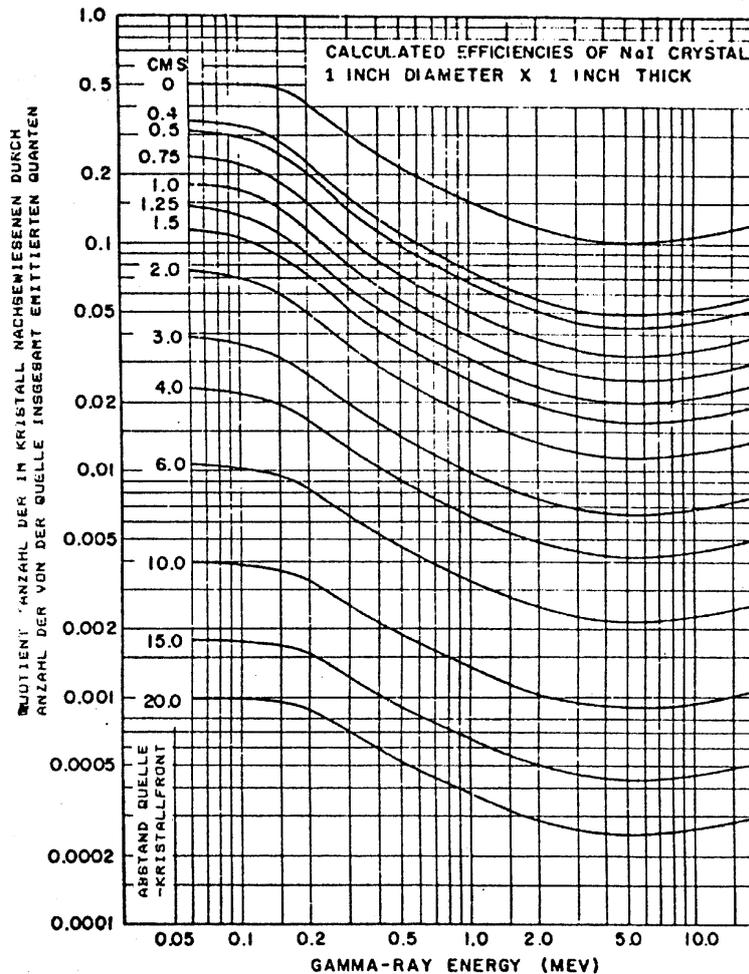


Abbildung 4: Nachweiswahrscheinlichkeit für einen 1“ dicken NaJ Szintillator (\varnothing 1“)

Für die γ -Spektroskopie wird meistens ein anorganischer Einkristall aus Atomen höherer Kernladungszahl (z.B. NaJ) verwendet, der durch Zusatz von Fremdatomen (Aktivatoren, z.B. Tl) seine Szintillations-eigenschaft bekommt. Abbildung 5 zeigt einen NaJ-Detektor.

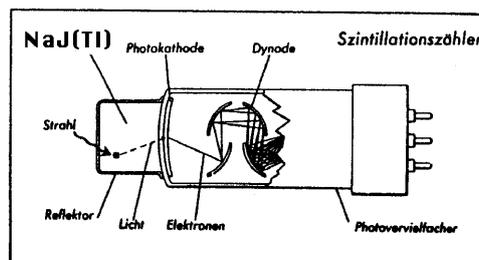


Abbildung 5: schematischer Aufbau eines NaJ-Detektors

Abgesehen von statistischen Schwankungen wird die Anzahl der Lichtquanten proportional zur Energie des absorbierten Elektrons sein und damit auch zur Energie des ursprünglichen γ -Quants, sofern das Elektron von einem Photoeffekt stammte.

Lichtsammlung und Photokathode: Um möglichst viele der Lichtquanten zur Photokathode zu lenken, ist der Szintillatorkristall mit Ausnahme der Fläche, die auf der Kathode aufsitzt, von einer diffus reflektierenden Schicht umgeben. Etwa zwei Drittel aller Lichtquanten gelangen so auf die Kathode unter der gläsernen Front des Photomultipliers. Dort löst etwa jedes vierte Lichtquant ein Photoelektron aus.

Zum zweiten Male war jetzt von 'Photoeffekt' die Rede. Abgesehen vom Energieunterschied der Quanten (vorher um 1MeV, jetzt wenige eV) unterscheidet sich auch der Ursprung der Elektronen: Vorher innere Schalen des Atoms, jetzt die freien Elektronen aus dem Elektronengas eines Metalls mit einer Austrittsarbeit unter zwei eV.

Der Sekundärelektronenvervielfacher (SEV): Die Anzahl der resultierenden Elektronen von der Photokathode für ein in den Detektor einfallendes γ -Quant ist größenordnungsmäßig 100. Das entspricht einer Ladung von etwa 10^{-17} C. An der kleinsten plausiblen Kapazität, nämlich einer Schalt- und Streukapazität von 10pF, ergibt das nur eine Spannungsänderung von 1 μ V. Eine solche Spannungsänderung würde im unvermeidlichen 'Rauschen' elektronischer Verstärker untergehen. Die Elektronenanzahl muß deshalb vervielfacht werden, bevor ein Signal für ein elektronisches Gerät erzeugt werden kann. Dazu dient der SEV mit seiner Serie von Prallektroden (Dynoden). Jede Elektrode liegt gegenüber der vorangehenden auf einem um etwa 100 V höheren Potential. Die beschleunigten Elektronen, die auf die (meist CuBe-) Bleche auftreffen, lösen daraus drei- bis fünfmal mehr Elektronen aus. Bei einem vielstufigen (bis 14) SEV ergibt sich so eine Vervielfachung bis zu einer Milliarde, und aus dem abgeschätzten Mikrovolt wird auch bei einem bescheideneren SEV leicht eine genügend große Spannung.

Die elektronischen Geräte: Der SEV wird mit einer stabilisierten, einstellbaren Hochspannung betrieben. Die Notwendigkeit der Stabilisierung ergibt sich aus der starken Abhängigkeit des Vervielfachungsfaktors von der Beschleunigungsspannung. Das Spannungssignal wird an einem Widerstand in der Leitung zur letzten Elektrode (Anode) des SEV abgegriffen. Dieser Widerstand ist so bemessen, daß zusammen mit der schon angesprochenen Streukapazität eine Integrations-Zeitkonstante RC resultiert, die groß gegen die Abklingzeitkonstante des Szintillators (etwa 1/4 μ s bei NaJ(Tl)), aber klein gegen den zu erwartenden mittleren zeitlichen Abstand einfallender γ -Quanten ist. Die letztere Forderung berücksichtigt, daß konsekutive Quanten nicht einen gemeinsamen Spannungsimpuls aufbauen sollen ('pile-up'). Daß das in seltenen Fällen dennoch passiert, ist nicht zu vermeiden. Sie werden solche überhöhten Impulse auch beobachten können. RC groß gegen die Abklingzeit der Lichtintensität bedeutet, daß ein Spannungssignal erzeugt wird, das proportional zur Gesamtzahl der von einem einfallenden γ -Quant herrührenden Elektronen und damit proportional zu dessen Energie (beim Photoeffekt!) ist. Ein nachgeschalteter linearer Impulshöhenverstärker bringt dann die Impulse in einen Spannungsbereich, der vom folgenden Analysator für die Impulshöhen verarbeitet wird.

Die Datenerfassung erfolgt über das Vielkanal-Interface des CASSY – LAB Systems. Starten Sie das CASSY Programm und machen Sie sich damit vertraut. Stellen Sie die geeigneten Parameter in dem Messparameterfenster ein. Es empfiehlt sich, dieses Fenster für schnelleres Arbeiten weiterhin offen zu halten. Das Bedienungshandbuch des CASSY Systems ist vor Ort vorhanden und liegt auf der Praktikumsseite im Internet in elektronischer Form vor. Zur Durchführung des Versuches sind die Kenntnis der ersten dreißig Seiten von Nutzen und sollten schon zur Versuchsvorbereitung gelesen werden.

Statistische Effekte beim Szintillations-Spektrometer: Alle beschriebenen Effekte haben mit Anzahlen zu tun und alle sind intrinsisch statistischer Natur. Die Anzahlen sind Poisson-verteilt. Dabei ist die Standardabweichung die Wurzel aus dem Mittelwert (= der Anzahl), die relative Standardabweichung also der Kehrwert dieser Wurzel.

Bei großen Anzahlen ist diese relative Schwankung klein. Sie ist am größten dort, wo die Anzahl am kleinsten ist. Wenn Sie den vorgezeichneten 'Weg durch den Szintillationsdetektor' noch einmal überschauen, so werden Sie die kleinste Anzahl an der Photokathode finden, die Anzahl der ausgelösten Photoelektronen nämlich. Danach steigt die Anzahl wieder an.

Für eine überschlägige Berechnung der 'Linienverschmierung' genügt es, diese kleinste Anzahl in Betracht zu ziehen. Für genauere Rechnungen müßten mit Hilfe des Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes auch die

Effekte aufgrund der nächstgrößeren Anzahlen mitberücksichtigt werden. Die energieabhängige 'Auflösung des Spektrometers' ist definiert als die Halbwertsbreite der Photolinie, geteilt durch ihre Mittenenergie.

Die Prüfung von Verteilungen mit dem χ^2 -Test: Eine häufige Analyseaufgabe besteht darin, empirische Verteilungen mit einer theoretischen oder hypothetischen Verteilung zu vergleichen. Wird eine Übereinstimmung gefunden, so kann daraus geschlossen werden, daß beim Zustandekommen der empirischen Verteilung die gleichen Ursachen wirksam sind, die der theoretischen Verteilung zugrunde liege. Die geeignete Prüffunktion ist die Größe χ^2 .

Ist die Stichprobe in k Klassen eingeteilt, wobei die beobachteten Besetzungszahlen in den einzelnen Klassen zufällige, von einander unabhängige Veränderliche sind, so ist χ^2 definiert als die Summe der quadrierten Differenzen zwischen der beobachteten und der erwarteten Häufigkeiten über alle k Klassen.

$$\chi^2 = \sum_k \frac{(B - E)^2}{E}$$

Mit B = beobachtete und E = erwartete Häufigkeit. Zur Verfügung stehen k - 1 Freiheitsgrade. Müssen zur Berechnung der erwarteten (angepassten) Häufigkeiten aus den Beobachtungsdaten n Parameter geschätzt werden, dann vermindert sich die Anzahl der Freiheitsgrade auf $\nu = k - 1 - n$, wobei k = Anzahl der Klassen und n = Anzahl der geschätzten Parameter ist.

Bei einem Anpassungstest dieser Art sollte der Stichprobenumfang nicht zu klein sein und die erwartete hypothetische Häufigkeit nicht unter 4 liegen ($E \sim 4$). Ist sie kleiner, so wird durch Zusammenlegen von 2, 3, ... Klassen auf das geforderte Niveau erhöht. Für den Fall $\nu \geq 8$ und $n \geq 40$ dürfen die absoluten Erwartungshäufigkeiten in vereinzelt Klassen auf 1 absinken.

Welche Hypothese wird nun geprüft? Die *Nullhypothese* lautet: Der Stichprobe liegt die angenommene theoretische Verteilung F(x) zugrunde. Nach der *Alternativhypothese* entstammt die Stichprobe nicht der bekannten Verteilung F(x). *Beurteilungskriterium:* Es wird eine Irrtumswahrscheinlichkeit α vorgegeben. Die Beurteilung des berechneten χ^2 -Wertes erfolgt anhand der Tabelle. Die Nullhypothese wird abgelehnt, wenn der berechnete χ^2 -Wert gleich dem für die vorliegende Zahl von Freiheitsgraden tabellierten χ^2 -Wert oder größer ist.

Die χ^2 -Werte in der 5%-Spalte der Tabelle bedeuten folgendes: Wenn die angenommene Verteilungsfunktion zu diesem χ^2 -Wert führt, dann gibt es nur noch eine 5-prozentige Wahrscheinlichkeit, das die Messdaten mit dieser Funktion richtig beschrieben werden. Bei noch größerem χ^2 -Wert erreicht man dann die 1%-Grenze bei der man die angenommene Verteilungsfunktion getrost verwerfen kann. Bei der 5%-Grenze ist die Ablehnung 'signifikant'; bei 1% 'hochsignifikant'. Die Festlegung dieser Grenzen ist willkürlich, wird aber in der Wissenschaft üblicherweise so angewendet.

Für diejenigen, die es interessiert, welche Akzeptanzwahrscheinlichkeit zu ihrem ermittelten χ^2 -Wert passt, gibt es die folgende Tabelle, für die das χ^2 noch durch die Anzahl der Freiheitsgrade ν dividiert werden muss:

$$\chi^2_b = \chi^2 / \nu$$

FG	5 %	1 %	0,1 %
1	3,84	6,63	10,83
2	5,99	9,21	13,82
3	7,81	11,35	16,27
4	9,49	13,28	18,47
5	11,07	15,09	20,52
6	12,59	16,81	22,46
7	14,07	18,48	24,32
8	15,51	20,09	26,13
9	16,92	21,67	27,88
10	18,31	23,21	29,59
11	19,68	24,72	31,26
12	21,03	26,22	32,91
13	22,36	27,69	34,53
14	23,68	29,14	36,12
15	25,00	30,58	37,70
16	26,30	32,00	39,25
17	27,59	33,41	40,79
18	28,87	34,81	42,31
19	30,14	36,19	43,82
20	31,41	37,57	45,31
21	32,67	38,93	46,80
22	33,92	40,29	48,27
23	35,17	41,64	49,73
24	36,42	42,98	51,18
25	37,65	44,31	52,62
26	38,89	45,64	54,05
27	40,11	46,96	55,48
28	41,34	48,28	56,89
29	42,56	49,59	58,30
30	43,77	50,89	59,70

v	χ^2_b															
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0
1	100	65	53	44	37	32	27	24	21	18	16	14	12	11	9,4	8,3
2	100	82	67	55	45	37	30	25	20	17	14	11	9,1	7,4	6,1	5,0
3	100	90	75	61	49	39	31	24	19	14	11	8,6	6,6	5,0	3,8	2,9
4	100	94	81	66	52	41	31	23	17	13	9,2	6,6	4,8	3,4	2,4	1,7
5	100	96	85	70	55	42	31	22	16	11	7,5	5,1	3,5	2,3	1,6	1,0
6	100	98	88	73	57	42	30	21	14	9,5	6,2	4,0	2,5	1,6	1,0	0,6
7	100	99	90	76	59	43	30	20	13	8,2	5,1	3,1	1,9	1,1	0,7	0,4
8	100	99	92	78	60	43	29	19	12	7,2	4,2	2,4	1,4	0,8	0,4	0,2
9	100	99	94	80	62	44	29	18	11	6,3	3,5	1,9	1,0	0,5	0,3	0,1
10	100	100	95	82	63	44	29	17	10	5,5	2,9	1,5	0,8	0,4	0,2	0,1
11	100	100	96	83	64	44	28	16	9,1	4,8	2,4	1,2	0,6	0,3	0,1	0,1
12	100	100	96	84	65	45	28	16	8,4	4,2	2,0	0,9	0,4	0,2	0,1	—
13	100	100	97	86	66	45	27	15	7,7	3,7	1,7	0,7	0,3	0,1	0,1	—
14	100	100	98	87	67	45	27	14	7,1	3,3	1,4	0,6	0,2	0,1	—	—
15	100	100	98	88	68	45	26	14	6,5	2,9	1,2	0,5	0,2	0,1	—	—
16	100	100	98	89	69	45	26	13	6,0	2,5	1,0	0,4	0,1	—	—	—
17	100	100	99	90	70	45	25	12	5,5	2,2	0,8	0,3	0,1	—	—	—
18	100	100	99	90	70	46	25	12	5,1	2,0	0,7	0,2	0,1	—	—	—
19	100	100	99	91	71	46	25	11	4,7	1,7	0,6	0,2	0,1	—	—	—
20	100	100	99	92	72	46	24	11	4,3	1,5	0,5	0,1	—	—	—	—
22	100	100	99	93	73	46	23	10	3,7	1,2	0,4	0,1	—	—	—	—
24	100	100	100	94	74	46	23	9,2	3,2	0,9	0,3	0,1	—	—	—	—
26	100	100	100	95	75	46	22	8,5	2,7	0,7	0,2	—	—	—	—	—
28	100	100	100	95	76	46	21	7,8	2,3	0,6	0,1	—	—	—	—	—
30	100	100	100	96	77	47	21	7,2	2,0	0,5	0,1	—	—	—	—	—

Tabelle 1: (aus Taylor: Fehleranalyse) Hier wird die Wahrscheinlichkeit in Prozent dafür angegeben, daß eine angenommene Verteilungsfunktion die beobachteten Daten richtig beschreibt. Die erste Spalte gibt die Anzahl der Freiheitsgrade an; in der obersten Zeile steht der Wert für $\chi^2_b = \chi^2 / v$.

Man erkennt zum Beispiel, daß bei einem χ^2 -Wert von $1/v$ eine 45-prozentige Wahrscheinlichkeit besteht, dass die Funktion die richtige ist. Um eine Funktion signifikant abzulehnen, wird eine Wahrscheinlichkeitsgrenze von 5% vereinbart.

Beispiel: wer bei 10 Freiheitsgraden ein $\chi^2 = 18$ ermittelt hat (=5,5%), kann die Funktion noch akzeptieren, während $\chi^2 = 20$ (=2,9%) bedeutet, dass die Funktion zu verwerfen ist. Die tabellierte Irrtumswahrscheinlichkeit α aus der vorherigen Tabelle gibt die Akzeptanzgrenze mit $\chi^2 = 18,31$ an.

W. Jüngst(9.10.83)
(updated Sep-01-pb)
(updated Mai-14-hjs)

Version: Mai.14