



Vorbereitungshilfe Operationsverstärker

Inhaltsverzeichnis

0	Einleitung	2
0.1	Das Experimentierboard	2
0.2	Idealer Operationsverstärker / Die 3 goldenen Regeln	3
0.3	Prinzipschaltbild des Operationsverstärkers $\mu A741$	3
1	Emitterschaltung eines Transistors	6
1.1	Einstufiger Transistorverstärker	8
1.2	Dreiecksspannung (bei 1 kHz)	9
1.3	Entfernen des Emitterkondensators	9
1.4	Frequenzabhängigkeit der Verstärkung	10
2	Nichtinvertierende Grundsaltung	11
2.1	Nichtinvertierender Verstärker mit $v \approx 10$	12
2.2	Nachweis hoher Eingangswiderstand / kleiner Ausgangswiderstand	13
2.3	Verstärkung in Abhängigkeit der Frequenz	14
3	Invertierende Grundsaltung	15
3.1	Invertierender Verstärker mit $v \approx 10$	15
3.2	Addierer für zwei Eingangssignale	16
3.3	Integrierer	16
3.4	Differenzierer	17
4	Komplexere Schaltungen mit Operationsverstärkern	18
4.1	Einweggleichrichtung	18
4.2	Generator für Dreieck- und Rechtecksignale	19
4.3	Programmierte Differentialgleichung 2. Ordnung	20

0 Einleitung

Diese Vorbereitungshilfe soll einen Überblick über den Versuch „Operationsverstärker“ und dessen Hintergründe geben. Sie ist nicht als Vorlage für eine Vorbereitung gedacht und dazu auch nicht geeignet, da sie stellenweise viel zu tief ins Detail geht und andernorts auf gewisse Feinheiten gezielter Fragestellungen des Versuchs nicht näher eingeht.

Die folgenden Themen sollten in der Vorbereitung behandelt werden:

- Transistor: Was ist Stromgegenkopplung? Gleichstromgegenkopplung? Unterschied?
- Operationsverstärker: Idealer OPV, Goldene Regeln
- Wozu braucht man Gegenkopplung?
- Warum kann ein OPV Spannungen addieren?
- Herleitung der Verstärkungsformeln beim (nicht)invertierenden Verstärker
- Herleitung der Formeln für Addierer, Integrierer, Differenzierer

Alle weiteren in diesem Dokument behandelten Themen sollen zum tieferen Verständnis dienen. Eventuell werden diese beim Abfragen angesprochen, schriftlich brauchen sie jedoch nicht abgehandelt werden.

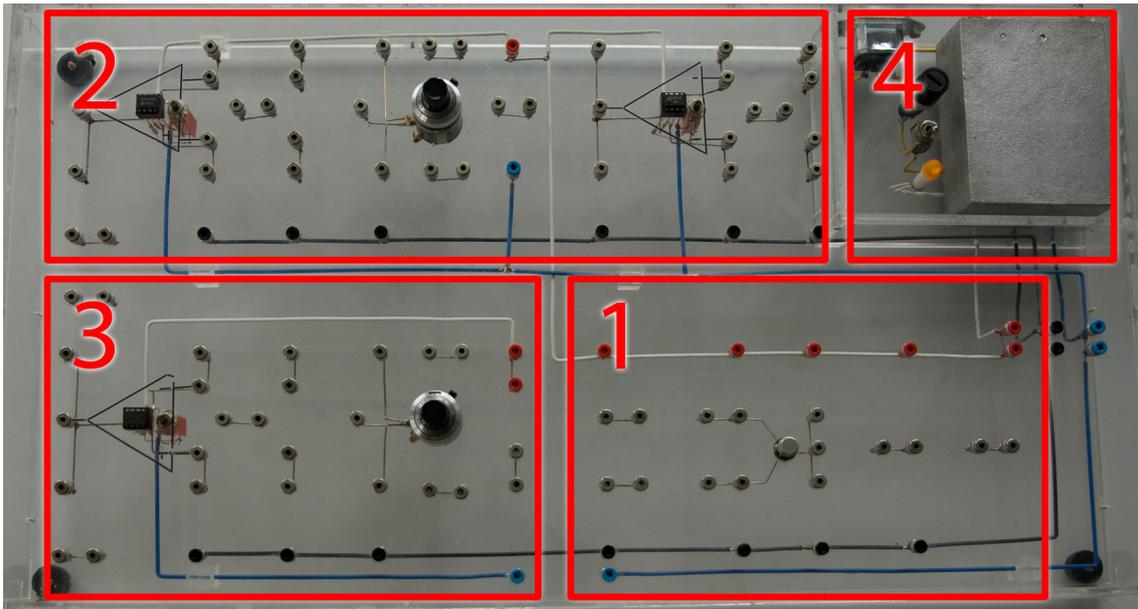
Die Nummerierung der Kapitel orientiert sich an der der Aufgabenstellung des Versuchs. Am Ende jedes Kapitels sind zur Überprüfung des Erlernten ein paar Fragen zusammengestellt, die man danach beantworten können sollte. Die Fragen dienen nur zur Selbstkontrolle und müssen nicht schriftlich in der Vorbereitung beantwortet werden!

Geschichte des OPV

Operationsverstärker wurden zur Zeit des zweiten Weltkriegs, zunächst auf Röhrenbasis, entwickelt. Mit Voranschreiten der Technik konnten schließlich statt den Röhren Transistoren verwendet werden, was die Produktionskosten, Stromverbrauch und Schaltzeiten deutlich senkte (Ende der 1950er). Mit der Einführung Integrierter Schaltkreise (ICs - ca. 1960) konnten alle nötigen Elemente des OPV auf einem einzigen Chip untergebracht werden. 1968 wurde bei Fairchild Semiconductor der $\mu A741$ entwickelt, der auch heute noch produziert und eingesetzt wird (zum Beispiel hier im Praktikum). Bei diesem Modell handelt es sich sozusagen um den Urvater heutiger Operationsverstärker - Stromverbrauch und Stabilität wurden natürlich weiter verbessert, aber der grundsätzliche Aufbau ist der gleiche. Aufgrund ihrer vielseitigen Einsetzbarkeit wurden Operationsverstärker zu einem der wichtigsten Bauteile in der analogen Elektronik.

0.1 Das Experimentierboard

In allen Versuchsteilen werden Schaltungen auf diesem Experimentierboard aufgebaut:



Die einzelnen Bereiche sind:

1. Transistor: Hier wird die Emitterschaltung aus Aufgabe 1 aufgebaut.
2. Operationsverstärker 1- und 2: In diesem Bereich werden die Aufgaben 2.1 - 4.2 aufgebaut. Links und rechts befindet sich jeweils ein bereits an die Spannungsversorgung angeschlossener Operationsverstärker. In der Mitte ist ein $10\text{ k}\Omega$ Potentiometer angebracht.
3. Operationsverstärker 3: Dieser OPV ist nicht an die Spannungsversorgung angeschlossen, so dass er für die Zusatzaufgabe 5.1 verwendet werden kann.
4. Spannungsversorgung: Hier ist das Netzteil untergebracht, das die OPV mit $\pm 15\text{ V}$ versorgt (blau: -15 V , weiß: $+15\text{ V}$, schwarz: $0\text{ V} - \text{GND}$).

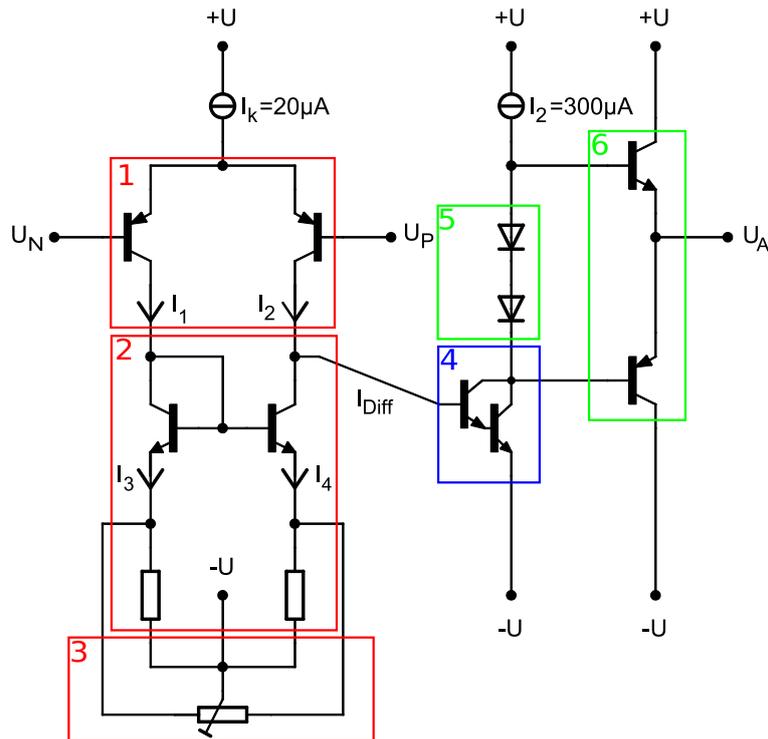
0.2 Idealer Operationsverstärker / Die 3 goldenen Regeln

Um Ein- und Ausgangsspannung einfacher Schaltungen überschlagsmäßig berechnen zu können, geht man zunächst von einem idealisierten Operationsverstärker aus. Die folgenden Annahmen sind auch als die „drei goldenen Regeln“ bekannt:

1. $v \rightarrow \infty$: Die Verstärkung des idealen OPV ist unendlich. (Daraus folgt $U_N \approx U_P$, da sonst der Ausgang übersteuern würde.)
2. $R_E \rightarrow \infty$: Der Eingangswiderstand ist unendlich groß, d.h. es fließt kein Strom in den OPV.
3. $R_A \rightarrow 0$: Der Ausgangswiderstand ist Null, d.h. die Ausgangsspannung ist unabhängig von der Last (also vom Ausgangsstrom I_A). Dies gilt, solange $I_A < I_{A_{\max}}$.

0.3 Prinzipschaltbild des Operationsverstärkers $\mu A741$

Der Schaltplan des Operationsverstärkers $\mu A741$ ist relativ umfangreich (er besteht aus 20 Transistoren, 11 Widerständen und einem Kondensator, siehe Anhang). Daher wird seine Funktionsweise zunächst an einem vereinfachten Prinzipschaltbild erläutert, das die drei wichtigsten Schaltungselemente enthält:



Im Folgenden wird o.B.d.A. angenommen, dass für die beiden (jeweils positiven) Eingangsspannungen U_N , U_P gilt:

$$U_N > U_P$$

I. Eingangsstufe (rot) :

Differenzverstärker (1): Durch die beiden pnp-Transistoren verteilt sich der Strom antiproportional zu deren Kollektor-Emitter-Widerstand und damit zum anliegenden Potential. Hohes Potential am Eingang \Rightarrow niedrige Spannungsdifferenz zwischen Basis und Emitter \Rightarrow hoher Kollektor-Emitter-Widerstand \Rightarrow niedriger Strom durch den Transistor. Da beide Äste von einer gemeinsamen Stromquelle gespeist werden, ist der Gesamtstrom begrenzt.

In unserem Beispiel ($U_N > U_P$) ist die Basis-Emitter-Spannung des rechten Transistors größer und damit dessen Kollektor-Emitterwiderstand niedriger. Hierdurch ist $I_2 > I_1$.

Stromspiegel (2): Der Stromspiegel ist aus zwei identischen npn-Transistoren aufgebaut, welche auf einem Chip hergestellt wurden um die Serienstreuung zu minimieren. Da beide an ein gemeinsames Basispotential und identisches Emitterpotential (identische Widerstände in der Emitterleitung) angeschlossen sind, ist ihre Basis-Emitter-Spannung und folglich auch der Basisstrom identisch. Dadurch fließt durch beide der gleiche Kollektorstrom, es ist also $I_3 = I_4$. Sind die Ströme I_1 und I_2 unterschiedlich (ungleiche Eingangspotentiale, siehe oben) so fließt deren Differenz als I_{Diff} ab. In unserem Beispiel ($U_N > U_P$) ist $I_2 > I_1$ und somit fließt der Differenzstrom $I_{\text{Diff}} = I_2 - I_1$ zur Verstärkerstufe.

Nullpunktseinstellung (3): Durch den regelbaren Widerstand lässt sich das Emitterpotential der beiden Transistoren des Stromspiegels nachjustieren um Fertigungsunterschiede oder sonstige Serienstreuung auszugleichen. Oft ist dieser regelbare Widerstand gar nicht im OPV verbaut, sondern kann an dafür vorgesehenen Anschlüssen als externes Bauteil angeschlossen werden (so auch hier im Praktikum).

Der Differenzverstärker ermittelt folglich die Spannungsdifferenz der Eingänge und gibt diese in Form eines Differenzstroms I_{Diff} an die Verstärkerstufe weiter. Beim beschriebenen Aufbau erreicht man eine sehr gute Gleichtaktunterdrückung, d.h. die Zunahme des Differenzstroms ist bei gleichzeitiger Erhöhung beider Eingänge extrem gering. Bei guten Operationsverstärkern ist diese ungewollte Zunahme um Faktoren bis zu 10^9 unterdrückt.

II. Verstärkerstufe (4, blau): Um hohe Verstärkungen zu erreichen, verwendet man in dieser Emitter-schaltung zwei hintereinander geschaltete npn-Transistoren so dass sich deren Verstärkungsfaktoren multiplizieren, einen sogenannten Darlington-Transistor. Mit diesem lassen sich Verstärkungen im Bereich 10^4 erreichen. Das Problem einer solchen Schaltung ist, dass ihre Verstärkung von der angeschlossenen Last abhängig ist. Wäre dies schon der Ausgang des OPV, so würde die Verstärkung beim Anschließen eines geringen Lastwiderstands sehr stark absinken. Um dies zu vermeiden, benötigt man am Ausgang zusätzlich einen Impedanzwandler.

III. Endstufe (grün) :

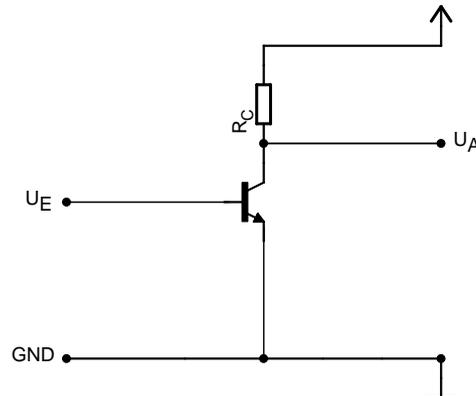
Spannungsteiler (5): Die beiden Dioden werden benötigt, um die Arbeitspunkte der beiden komplementären Transistoren des Emitterfolgers (6) auf das richtige Potential zu heben. Die Eingangskennlinie eines Transistors entspricht der einer Diode, darum fällt am komplementären Emitterfolger (6) auch genau zweimal eine Diodenknickspannung ab. Also muss das Basispotential des oberen Transistors auch genau um zwei Diodenknickspannungen höher liegen als das des unteren. Dies wird durch diese beiden Dioden gewährleistet.

komplementärer Emitterfolger (6): Der Wirkungsgrad einer normalen Kollektorschaltung (= Emitterfolger) beträgt ca. 6,5%, da ein großer Teil des Stromes immer am Widerstand „verheizt“ werden muss. Verwendet man jedoch zwei komplementäre Transistoren, die an Versorgungsspannungen unterschiedlichen Vorzeichens angeschlossen sind, von denen - je nach Eingangssignal - immer einer „offen“ und der andere „gesperrt“ ist, so lässt sich ein Wirkungsgrad von bis zu 78% erreichen. Die sonstigen Eigenschaften dieser auch „komplementärer Emitterfolger“ genannten Schaltung sind analog zur normalen Kollektorschaltung: Ihr Eingangswiderstand ist sehr hoch und der Ausgangswiderstand extrem niedrig, es handelt sich also um einen Impedanzwandler. Diese Schaltung belastet durch ihren hohen Eingangswiderstand die Verstärkerstufe nicht, und ermöglicht somit große Verstärkungen. Weiterhin kann der Operationsverstärker durch ihren niedrigen Ausgangswiderstand hohe Ausgangsströme liefern.

Fragen

- Was ist ein Stromspiegel?
- Was ist ein Darlington Transistor?
- Wieso 3 Stufen?
- Was ist eine komplementäre Kollektorschaltung?

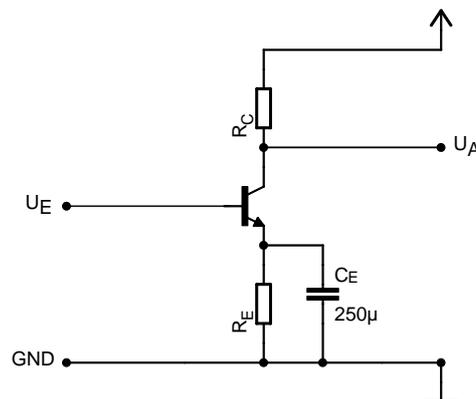
1 Emitterschaltung eines Transistors



Die Emitterschaltung ist die Transistorgrundschaltung mit der höchsten Strom- und Spannungsverstärkung. Diese sind:

$$v_i = \beta \quad v_u = -\beta \cdot \frac{R_C}{r_B}$$

mit r_B : Eingangswiderstand des Transistors. Beide sind von dem Verstärkungsfaktor β des jeweiligen Transistors abhängig, welcher einer großen Serienstreuung unterworfen ist. Dies ist ein Nachteil dieser Schaltung, da beim Austauschen des Transistors, auch wenn man wieder das gleiche Modell verwendet, nicht vernachlässigbare Änderungen in Strom- und Spannungsverstärkung auftreten. Weiterhin ist der Zusammenhang zwischen angelegter Eingangsspannung und daraus resultierendem Basisstrom bei dieser Schaltung vom Basis-Emitter-Widerstand des Transistors abhängig, welcher relativ stark von der Temperatur beeinflusst wird. Hierdurch ist der Ausgangsstrom ebenfalls in hohem Maße durch die Temperatur des Transistors beeinflussbar. Diese Eigenschaften machen die Schaltung in den meisten Fällen nicht in dieser „reinen“ Form nutzbar, gängige Veränderungen sind ein Widerstand in der Basisleitung oder Strom- bzw. Spannungsgegenkopplungen.



Um die Abhängigkeit der Spannungsverstärkung vom Verstärkungsfaktor des Transistors zu beseitigen, wird ein Widerstand R_E in die Emitterleitung eingefügt. Legt man nun am Eingang ein höheres Potential an, so fließt ein größerer Basisstrom und damit auch einen größerer Strom durch den Kollektor und den „neuen“ Widerstand. An diesem Widerstand fällt hierdurch eine höhere Spannung

ab, wodurch das Emitterpotential angehoben wird, was zu einer Absenkung der Spannungsdifferenz zwischen Basis und Emitter führt. Dies wirkt dem Anstieg des Ausgangsstroms entgegen \Rightarrow Stromgegenkopplung.

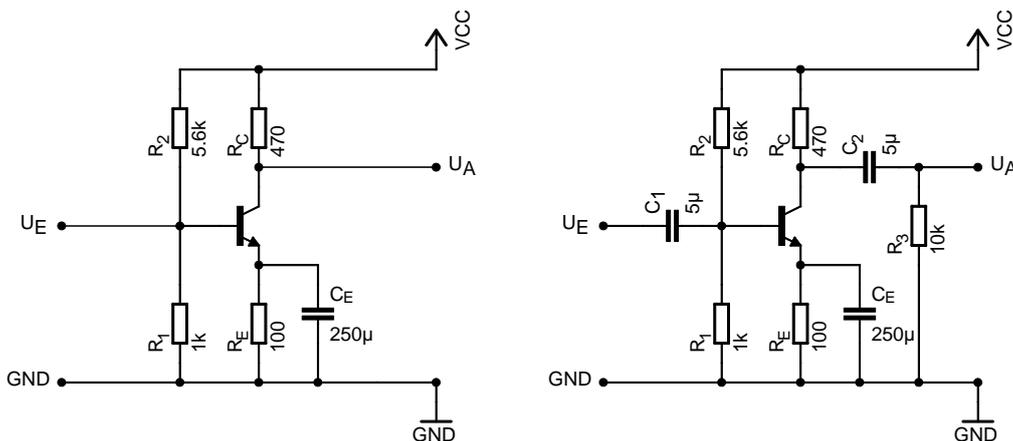
Durch die Stromgegenkopplung wird die Spannungsverstärkung reduziert, gleichzeitig aber stabilisiert und unabhängig von den Eigenschaften des Transistors gemacht:

$$v_u = -\frac{R_C}{R_E}$$

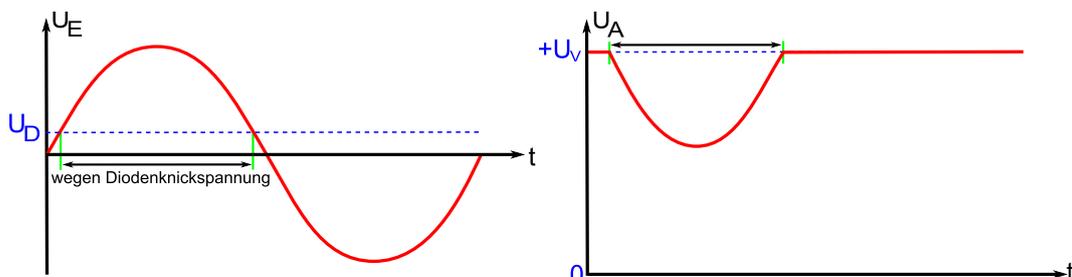
Bei schnell veränderlichen Signalen lassen sich die Vorteile der „reinen“ und der „stromgegekoppelten“ Schaltung kombinieren. Der Widerstand R_E wird durch einen Kondensator C_E überbrückt, so dass Gleichstromanteile oder langsame Veränderungen wieder durch die Gegenkopplung unterdrückt werden, sich schnell ändernde Signale aber eine sehr große Verstärkung erfahren. Dies ist möglich, da die Impedanz eines Kondensators abhängig von der Frequenz ist:

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

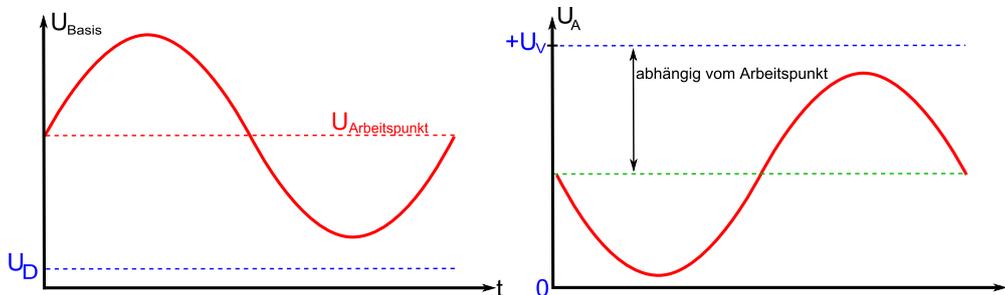
Für den Gleichstromanteil $\omega \ll 1$ ist seine Impedanz sehr groß und die Schaltung verhält sich wie ohne Kondensator. Wechselanteile mit $\omega \gg 1$ werden sehr stark verstärkt, da die Impedanz hier sehr gering ist und sich die Schaltung dadurch ähnlich der „reinen“ Emitterschaltung verhält.



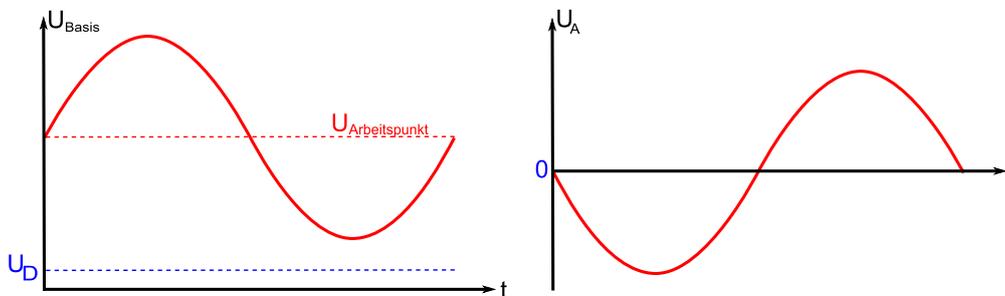
Linke Schaltung: Über den Spannungsteiler (R_1, R_2) wird das Potential des Eingangssignals angehoben und damit der Arbeitspunkt eingestellt. Dies ist vor allem dann wichtig, wenn bipolare Signale angelegt werden, da ein npn-Transistor nur positive Eingangssignale verarbeiten kann. Betrachtet man dies noch genauer, so stellt man fest, dass ein Transistor sich eingangsseitig wie eine Diode verhält und somit an ihm die Diodenknickspannung U_D abfällt und er somit nur auf positive Signale oberhalb von U_D reagiert. Von einem am Eingang angelegten Sinussignal wird daher nur die positive Halbwelle oberhalb von U_D verstärkt.



Durch die Arbeitspunkteinstellung wird das Potential des Emitters angehoben, so dass nur noch positive Signale oberhalb der Diodenknickspannung anliegen. Die negative Halbwellen des Eingangssignals wird somit vom Transistor als ein Absinken des positiven Eingangssignals registriert. Hierdurch kann das gesamte Eingangssignal weitgehend ungestört verstärkt werden. Allerdings ist am Ausgang ein positiver, vom eingestellten Arbeitspunkt abhängiger Gleichspannungs-Offset messbar.



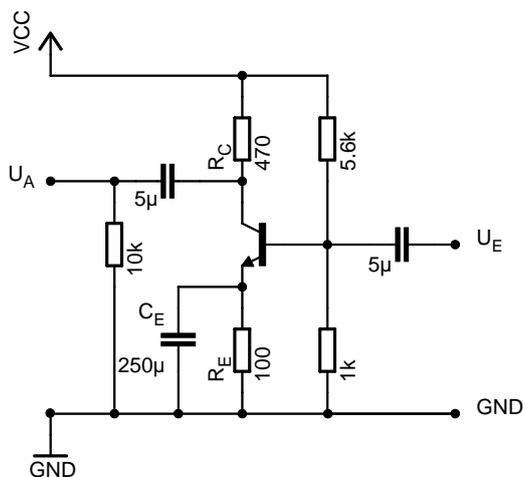
Rechte Schaltung: Die Kondensatoren C_1 , C_2 dienen zur Potentialtrennung. Sie lassen nur die Wechselanteile des Eingangs- bzw. Ausgangssignals durch. Hierdurch wird der negative Offset des Ausgangs unterdrückt.



Gleichzeitig wird der Eingang vom Potential der Signalquelle getrennt.

1.1 Einstufiger Transistorverstärker

Da der Transistor auf dem Schaltboard um 180° gedreht eingesetzt wird, ist der folgende Schaltplan zum einfacheren Aufbau der Schaltung gespiegelt abgebildet:

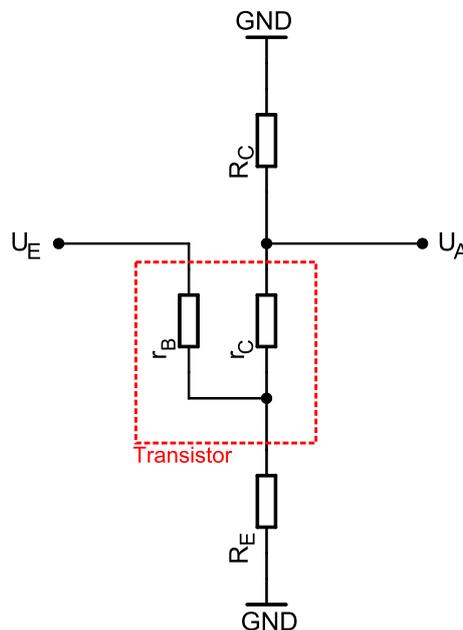


1.2 Dreiecksspannung (bei 1 kHz)

Am Eingang U_E wird eine Dreiecksspannung bei ca. 1 kHz angelegt. Die Dreiecksspannung bietet den Vorteil, dass Verzerrungen des Ausgangssignals leichter als bei einer Sinusspannung erkannt werden können. Die Amplitude der Eingangsspannung wird am Frequenzgenerator so eingestellt, dass sich eine Ausgangsspannung von $U_A = 1 V_{SS}$ bzw. $U_A = 10 V_{SS}$ ergibt. Hierbei sollten allen Feinregler des Oszilloskops auf den Rechts- Anschlag gedreht sowie eine Abschwächung von 40 dB am Funktionsgenerator eingestellt sein. Durch Vergleich des Ausgangs- und des Eingangssignals lässt sich die Verstärkung bestimmen. Die Verstärkung lässt sich bei dieser gleichstromgegekoppelten Schaltung nicht so einfach rechnerisch bestimmen, da diese von der anliegenden Frequenz abhängig ist.

1.3 Entfernen des Emitterkondensators

Durch Entfernen des Emitterkondensators wird die gleichstromgegekoppelte Schaltung stromgegekoppelt. Um den Verstärkungsfaktor herzuleiten, bedienen wir uns des Kleinsignalverhaltens. Das Kleinsignalverhalten ist eine vereinfachte Beschreibung komplexer Schaltung durch Netzwerke linearer Bauelemente. Hierbei werden alle Potentialquellen auf Masse gelegt betrachtet und lineare Ersatzschaltungen für nichtlineare Bauelemente wie Transistoren und Dioden eingeführt. Dies ist möglich, wenn nur sehr kleine Signale verwendet werden, so dass die nichtlineare Kennlinie durch eine Tangente im Arbeitspunkt ersetzt werden kann. Ein Transistor wird beispielsweise durch zwei Widerstände dargestellt, einen sehr kleinen Basiswiderstand r_B und einen sehr großen Kollektorwiderstand r_C . Für die stromgegekoppelte Grundschaltung ergibt sich daher folgendes Ersatzschaltbild (die Spannungsteiler zur Anhebung des Basispotentials wurde nicht berücksichtigt, da sie keinen nennenswerten Einfluss haben und die Rechnung nur unnötig komplizieren). Für die Widerstände gilt: $r_B \ll$ alle anderen und $r_C \gg$ alle anderen.



So lässt sich die Eingangsimpedanz der Schaltung anhand des Ersatzschaltbilds näherungsweise bestimmen. Hierbei bedeutet $R_1 + R_2$ eine Reihenschaltung von R_1 und R_2 sowie $R_1 || R_2$ deren Parallelschaltung. Bei Reihenschaltung überwiegt der größte Widerstand, bei Parallelschaltungen der kleinste, wodurch sich die Formel der Impedanz von innen nach außen (bei der innersten Klammer beginnend) vereinfachen lässt.

Für die Eingangsimpedanz betrachten wir die Impedanz der möglichen „Wege“ eines kleinen Signals welches am Eingang angelegt wurde.

$$\begin{aligned} Z_E &= r_B + (R_E \parallel r_C) \cdot (\beta + 1) \\ &\approx r_B + R_E \cdot (\beta + 1) \\ &\approx R_E \cdot (\beta + 1) \end{aligned}$$

Analoges Vorgehen ist für die Ausgangsimpedanz möglich:

$$\begin{aligned} Z_A &= R_C \parallel (r_C + (R_E \parallel \frac{r_B}{\beta})) \\ &\approx R_C \parallel (r_C + \frac{r_B}{\beta}) \\ &\approx R_C \parallel r_C \\ &\approx R_C \end{aligned}$$

Hieraus kann man nun die Verstärkung ermitteln:

$$\begin{aligned} \left| \frac{U_A}{U_E} \right| &= \frac{Z_A \cdot I_A}{Z_E \cdot I_E} \\ &= \frac{R_C \cdot I_A}{R_E \cdot (\beta + 1) \cdot I_E} \end{aligned}$$

Setzt man nun noch die Stromverstärkung $v_I = \frac{I_A}{I_E} = \beta$ ein, so lässt sich die Spannungsverstärkung ausdrücken als:

$$\begin{aligned} \left| \frac{U_A}{U_E} \right| &= \frac{R_C \cdot I_E \cdot \beta}{R_E \cdot (\beta + 1) \cdot I_E} \\ |v_u| &= \frac{R_C}{R_E} \cdot \frac{\beta}{\beta + 1} \\ &\approx \frac{R_C}{R_E} \end{aligned}$$

Kombiniert mit dem Vorwissen, dass die Emitterschaltung eine invertierende Schaltung ist, ergibt sich:

$$v_u = -\frac{R_C}{R_E}$$

Bei der gegebenen Dimensionierung sollte sich eine Verstärkung von

$$v_u \approx -\frac{R_C}{R_E} = -\frac{470 \Omega}{100 \Omega} = -4,7$$

ergeben.

1.4 Frequenzabhängigkeit der Verstärkung

Zwei unterschiedliche Effekte tragen zu einer Veränderung der Verstärkung in Abhängigkeit der Frequenz bei:

- Die Kopplungskondensatoren an Ein- und Ausgang fungieren als Hochpass und lassen daher sehr niederfrequente Signale kaum passieren. Dies sorgt für eine sehr niedrige Verstärkung für ganz kleine Frequenzen. Dieser Effekt tritt sowohl an der gleichstromgegekoppelten als auch an der stromgegekoppelten Emitterschaltung auf.
- Zusätzlich nimmt die Verstärkung an der gleichstromgegekoppelten Schaltung für größere Frequenzen stark zu, da die Impedanz des Emittorkondensators immer kleiner und somit die Gegenkopplung aufgehoben wird. Dieser Effekt ist natürlich bei der stromgegekoppelten Schaltung nicht zu beobachten, deren maximale Verstärkung liegt bei den berechneten $v_u \approx -4,7$.

Um die Aufgabe sinnvoll beantworten zu können, ist es daher am besten zwei Messreihen aufzunehmen, eine für die gleichstromgegekoppelte und eine zweite ohne den Kondensator C_E für die stromgegekoppelte Schaltung. Hierbei empfiehlt es sich von 1 kHz und 500 Hz ausgehend die Frequenz durch Drücken der Frequenzbereichstasten (10/100/1k/10k/100k) am Funktionsgenerator in Zehnerpotenzen zu erhöhen und zu verringern. Wir erwarten bei sehr niedrigen Frequenzen gleiche Verstärkungsfaktoren und stark zunehmende Verstärkungen zu hohen Frequenzen hin bei der gleichstromgegekoppelten Schaltung. Die stromgegekoppelte Schaltung sollte über den gesamten Frequenzbereich eine annähernd konstante Verstärkung aufweisen. Bei beiden Messreihen werden bei sehr hohen Frequenzen starke Verzerrungen des Ausgangssignals auftreten.

Es sollte also die Spannungsverstärkung mit und ohne Kondensator jeweils bei folgenden Frequenzen aufgenommen werden:

$$f = 10 \text{ (mit analogem Oszi kaum möglich) } | 50 | 100 | 500 | 1k | 5k | 10k | 50k | 100k \text{ [Hz]}$$

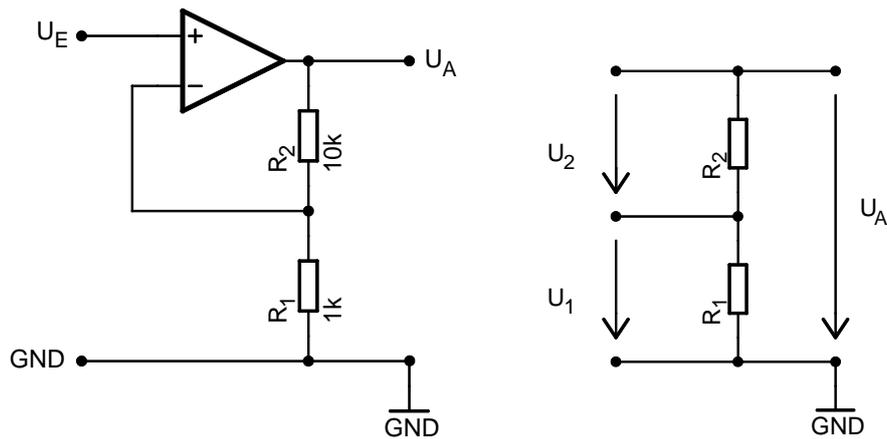
Fragen

- Was sind die Vorteile der Emitterschaltung?
- Welche Nachteile hat diese?
- Was versteht man unter Stromgegenkopplung?
- Frequenzverhalten: ohne Gegenkopplung, Stromgegenkopplung und Gleichstromgegenkopplung?
- Was bringt der Spannungsteiler an der Basis?
- Was versteht man unter Impedanz?

2 Nichtinvertierende Grundsaltung

Wegen der extrem großen Verstärkung kann ein OPV ohne Rückkopplung oder mit Mitkopplung immer nur als Schalter bzw. Komparator verwendet werden. Um ihn als Verstärker einsetzen zu können, muss man ihn mit Gegenkopplung betreiben. Ein Teil des Ausgangssignals wird mit invertiertem Vorzeichen so auf den Eingang zurückgekoppelt, dass Veränderungen des Eingangssignals entgegengesteuert wird. Legt man beispielsweise als Eingangssignal eine positive Flanke an, so wird eine negative zurückgekoppelt. Bei allen Verstärkerschaltung wird daher immer auf den invertierenden Eingang (-) zurückgekoppelt.

Bei der nichtinvertierenden Grundsaltung handelt es sich um eine Verstärkerschaltung, bei der das Ausgangssignal die gleiche Polarität wie das Eingangssignal aufweist.



Die Verstärkung kann mit Hilfe der „Goldenen Regeln“ hergeleitet werden: Nach der zweiten goldenen Regel ist die Verstärkung des OPV unendlich, folglich muss, wenn man am Ausgang nicht immer nur den maximalen Ausschlag registrieren möchte, die Spannungsdifferenz der Eingänge Null sein.

Ausgehend von dieser Voraussetzung lässt sich nun die Ausgangsspannung in Abhängigkeit der Eingangsspannung setzen. Wir wissen, dass am nichtinvertierenden Eingang (+) U_E anliegt, hierdurch liegt nach der ersten goldenen Regel auch am invertierenden Eingang (-) U_E an. Über den Spannungsteiler berechnen wir nun die Ausgangsspannung:

Am Spannungsteiler (**rechtes Bild**) fallen die Spannungen entsprechend dem Verhältnis der Widerstände ab:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

Für die Gesamtspannung gilt $U_A = U_1 + U_2$. Erweitern wir obige Gleichung mit 1:

$$\begin{aligned} \frac{U_1}{U_1} + \frac{U_2}{U_1} &= 1 + \frac{R_2}{R_1} \\ \frac{U_1 + U_2}{U_1} = \frac{U_A}{U_1} &= 1 + \frac{R_2}{R_1} \end{aligned}$$

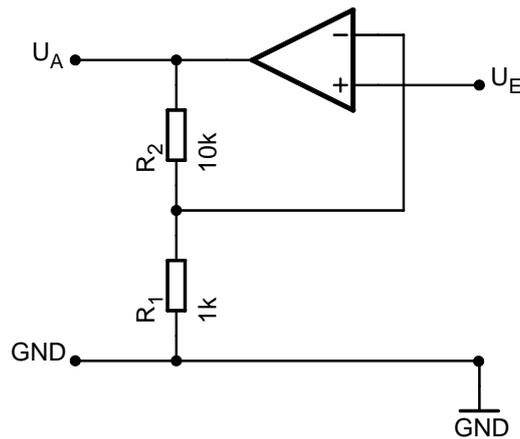
gilt mit $U_1 = U_E$ daher:

$$\begin{aligned} \frac{U_A}{U_E} &= 1 + \frac{R_2}{R_1} \\ U_A &= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot U_E \\ v_u &= 1 + \frac{R_2}{R_1} \end{aligned}$$

Setzen wir nun noch die Widerstandswerte $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ein, so erhalten wir eine Verstärkung von $v_u = 11$.

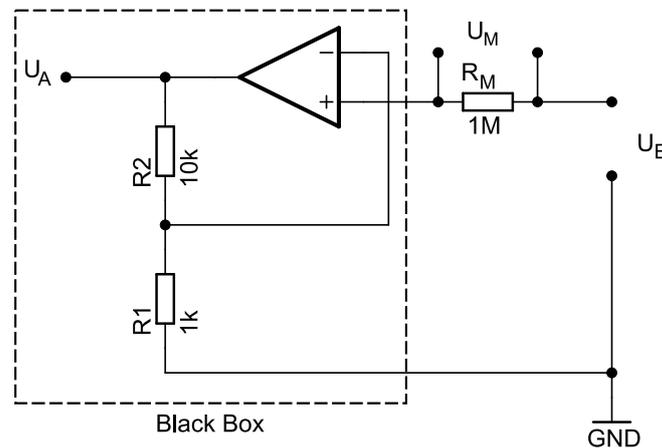
2.1 Nichtinvertierender Verstärker mit $v \approx 10$

Da die Operationsverstärker auf dem Experimentierboard mit der Spitze nach links eingebaut sind, wurden die nachfolgenden Schaltbilder dieser Orientierung angepasst, um den Aufbau der Schaltungen zu erleichtern. Üblich ist jedoch, die Spitze nach rechts zeigen zu lassen, wie im obigen, äquivalenten Schaltbild des nichtinvertierenden Verstärkers.



2.2 Nachweis hoher Eingangswiderstand / kleiner Ausgangswiderstand

Der Eingangswiderstand des Operationsverstärkers lässt sich einfach bestimmen. Hierzu schließt man einen Messwiderstand seriell in die Eingangsleitung und bestimmt die Gesamteingangsspannung U_E und den am Messwiderstand R_M abfallende Anteil U_{R_M} .

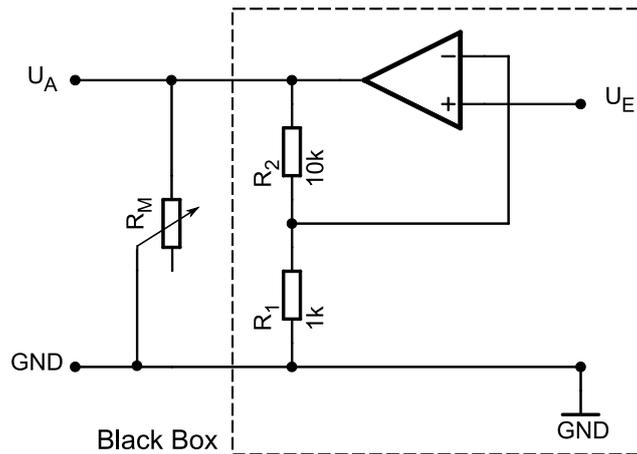


Der Eingangswiderstand X folgt dann nach analoger Rechnung wie im vorigen Aufgabenteil aus dem Verhältnis:

$$\frac{U_E}{U_{R_M}} = \frac{X + R_M}{R_M}$$

$$X = R_M \cdot \left(\frac{U_E}{U_{R_M}} - 1 \right)$$

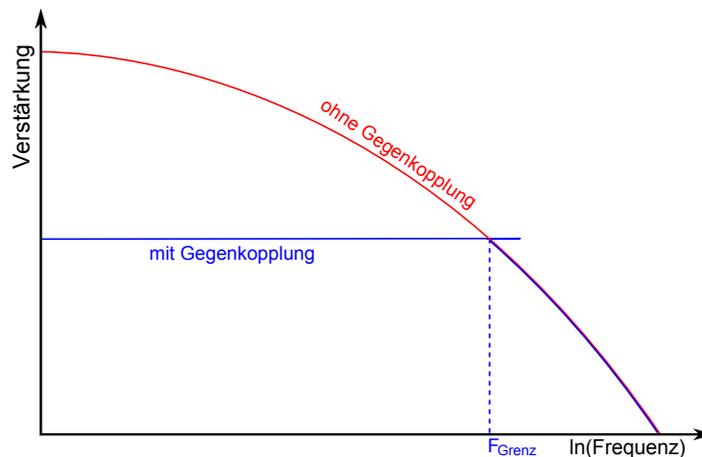
Da der Operationsverstärker intern immer „nachregelt“, kann man die Ausgangsimpedanz nicht so einfach bestimmen. Relativ einfach ist jedoch eine grobe Abschätzung durchführbar. Schließt man parallel zum Ausgang ein Potentiometer und verkleinert stetig dessen Widerstand R_M , so ist, solange die Ausgangsspannung nicht absinkt, der Innenwiderstand deutlich kleiner als der Widerstand des Potentiometers. Sinkt das Ausgangssignal auf die Hälfte, so entspricht der Ausgangswiderstand des Operationsverstärkers näherungsweise der aktuellen Einstellung des Potentiometers.



Hinweis: Falls der Widerstand des Potentiometers mit dem Multimeter ermittelt wird, muss die Schaltung abgezogen werden, da diese sonst die Widerstandsmessung beeinflussen würde.

2.3 Verstärkung in Abhängigkeit der Frequenz

Die Verstärkung eines Operationsverstärkers nimmt bei zunehmender Frequenz stetig ab. Durch Gegenkopplung lässt sich dieser Effekt kompensieren, da durch die Rückkopplung der Verstärkungsfaktor reduziert wird und die Frequenzabhängigkeit erst bei sehr hohen Frequenzen zu tragen beginnt.



Es ist sinnvoll die Messung analog zu Aufgabe 1.4 durchzuführen. Ausgehend von 1 kHz und 500 Hz die Frequenz durch die Bereichstasten (1/10/100/1k/10k Hz) am Funktionsgenerator in Zehnerpotenzen zu erhöhen bzw. zu verringern und jeweils den Spitze-Spitze-Wert des Ausgangssignals notieren. Zu erwarten ist eine über einen großen Frequenzbereich konstante Verstärkung, welche zu sehr hohen Frequenzen ab der Grenzfrequenz f_{Grenz} stark einbricht. Bei hohen Frequenzen ist außerdem von einer starken Verzerrung des Ausgangssignals auszugehen.

Fragen

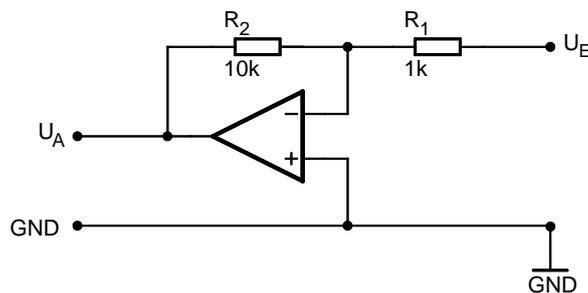
- Goldene Regeln?
- Wie verhalten sich Spannungen am Spannungsteiler?
- Wieso arbeiten die Verstärkerschaltungen immer nur mit Gegenkopplung?

- Was ist unter Rückkopplung, Gegenkopplung und Mitkopplung zu verstehen?
- Wie lässt sich die Verstärkung des nichtinvertierenden Verstärkers herleiten?
- Warum nimmt die Verstärkung des OPV zu großen Frequenzen hin ab?

3 Invertierende Grundsaltung

Mit dem nichtinvertierenden Verstärker aus Aufgabe 2 haben wir bereits eine mögliche Realisation einer Verstärkerschaltung mit einem OPV kennen gelernt. Die viel verbreitetere Variante ist jedoch der invertierende Verstärker.

3.1 Invertierender Verstärker mit $v \approx 10$



Zur Berechnung der Verstärkung machen wir auch hier wieder von der dritten goldenen Regel Gebrauch:

$$U_N = U_P (= \text{GND hier})$$

Der Operationsverstärker (OPV) regelt den Ausgang so nach, dass die Differenzspannung zwischen seinen Eingängen Null wird. Somit liegt der negative Eingang U_N auf dem Nullpotential GND (man spricht hierbei auch von *virtueller Masse*). Die gesamte Eingangsspannung fällt demnach am Widerstand R_1 ab. Wir drücken nun die Ein- und Ausgangsspannung durch ihren Strom und Widerstand aus:

$$U_E = R_1 \cdot I_E \quad \rightarrow \quad I_E = \frac{U_E}{R_1}$$

Da die Eingänge des idealen OPV einen unendlich hohen Widerstand haben, kann der gesamte Strom I_E nur über R_2 zum Ausgang weiterfließen. Daher gilt für die Ausgangsspannung:

$$U_A = R_2 \cdot I_A = -R_2 \cdot I_E$$

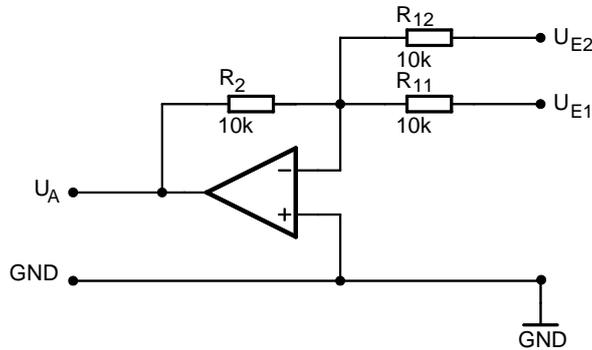
Das Minuszeichen kommt daher, dass die beiden Ströme I_E , I_A in die entgegengesetzte Richtung gemessen werden - jeweils vom positiven Pol zur zuvor festgelegten gemeinsamen Masse - daher gilt $I_E = -I_A$. Setzen wir nun I_E von oben in U_A ein, bekommen wir die Verstärkung der Schaltung in Abhängigkeit der Widerstände:

$$U_A = -R_2 \cdot I_E = -R_2 \cdot \frac{U_E}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_E = v \cdot U_E$$

Für die hier verwendeten Widerstände $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ist die Verstärkung also genau $v = -10$.

3.2 Addierer für zwei Eingangssignale

Diese Schaltung ist eng mit dem invertierenden Verstärker verwandt, sie wurde lediglich um einen zusätzlichen Eingang erweitert:



Durch unterschiedliche Dimensionierung der Eingangswiderstände R_{1i} lässt sich der Beitrag der Eingänge U_{Ei} gewichten. In unserem Beispiel sind beide Eingänge gleichgestellt. Nach identischer Überlegung wie im vorigen Aufgabenteil kommt man für die Ausgangsspannung auf:

$$U_A = -R_2 \cdot \left(\frac{U_{E1}}{R_{11}} + \frac{U_{E2}}{R_{12}} \right)$$

Hätte man den Widerstand R_2 größer gewählt, würde zudem noch eine Verstärkung der Summe der Eingangsspannungen stattfinden. Da jedoch alle Widerstände gleich groß sind, vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$U_A = -(U_{E1} + U_{E2})$$

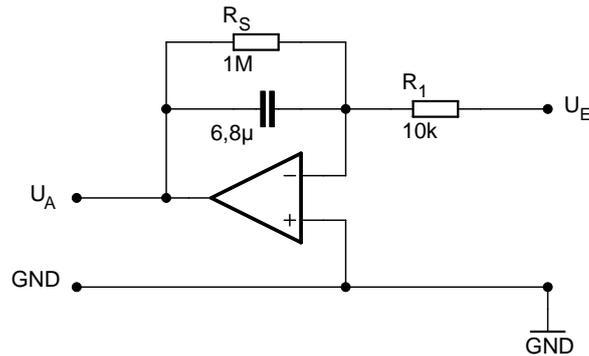
Es bleibt noch anzumerken, dass genau genommen nicht von einem Addierer gesprochen werden kann, da die negierte Summe der Eingänge ausgegeben wird. Dennoch hat sich im Laufe der Zeit dieser Name für die Schaltung eingebürgert.

Mit solch einem Addierer lassen sich die Spannungen von mehreren Quellen addieren, auch wenn diese nicht entkoppelt sind.

Beispiel: Drei Batterien lassen sich, da sie voneinander völlig entkoppelt sind, einfach in Reihe schalten um ihre Spannungen zu addieren. Jedoch ist dies mit drei Netzgeräten nicht möglich, da diese ein gemeinsames Erdungspotential besitzen. Jedes Netzgerät liefert seine Spannung in Bezug zu diesem Null-Potential. Schaltet man diese drei Netzgeräte hintereinander so ergibt sich als Gesamtspannung nicht der Summe der Einzelspannungen. Mit dieser Operationsverstärkerschaltung wäre es jedoch möglich, die einzelnen Spannungen der drei Netzgeräte zu addieren. Dies funktioniert, da jedes Netzteil an die „virtuelle Masse“ (\Rightarrow invertierenden Eingang) angeschlossen ist und es so zu keinen Beeinflussungen der Netzgeräte untereinander kommt.

3.3 Integrierer

Auch der Integrierer ist nahe mit dem invertierenden Verstärker verwandt, hier wird jedoch über einen Kondensator anstelle eines Widerstands rückgekoppelt:



Ausgehend vom idealen Operationsverstärker - $U_N = U_P$ - befindet sich der negative Eingang auf Nullpotenzial (virtuelle Masse). Für die Ausgangsspannung U_A gilt daher mit $Q = C \cdot U$:

$$U_A = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t I_C(t) dt + Q_0$$

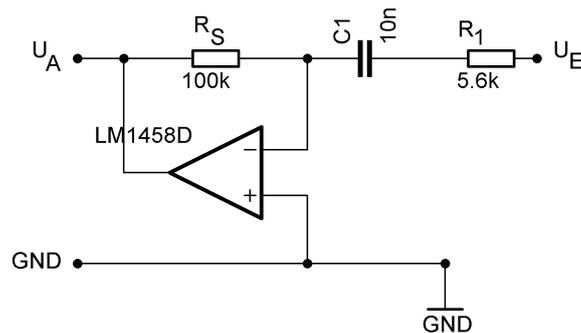
Q_0 ist dabei die Ladung, die sich zu Beginn der Integration bereits im Kondensator befunden hat. Setzen wir nun noch den Strom $I_C = -I_E$ ein:

$$U_A = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot \int_0^t U_E(t) dt + U_A(0) \quad \text{mit} \quad \frac{1}{R \cdot C} = \tau$$

Es wird also die Eingangsspannung integriert und die Negation davon ausgegeben. Der zum Kondensator parallele Widerstand R_S wurde in der Rechnung nicht berücksichtigt, da er unter idealen Bedingungen unnötig wäre. Falls man jedoch ein nicht perfekt symmetrisch um Null schwingendes Eingangssignal verwendet, lädt sich der Kondensator immer stärker auf und das Ausgangssignal „wandert“ stetig in eine Richtung bis dessen Maximum bzw. Minimum erreicht wird. Dies kann durch den Widerstand R_S verhindert werden, da er ein Entladen des Kondensators ermöglicht.

3.4 Differenzierer

Durch Vertauschen des Widerstands und Kondensators beim Integrierer erhält man den Differenzierer:



Nach analogen Überlegungen wie beim Integrierer kommen wir wieder auf $I_A = -I_E$. Für U_A gilt:

$$U_A = R_S \cdot I_A = -R_S \cdot I_E$$

Auf I_E kommt man durch einfache Umformung von $Q = C \cdot U$:

$$Q = C \cdot U_E \Rightarrow \dot{Q} = I_E = C \cdot \frac{dU_E}{dt}$$

Womit wir schließlich die Ausgangsspannung U_A in Abhängigkeit der Eingangsspannung U_E angeben können:

$$U_A = -R_S \cdot C \cdot \frac{dU_E}{dt}$$

Die Ausgangsspannung entspricht also der negativen Ableitung der Eingangsspannung. $R_S \cdot C$ wird als Zeitkonstante τ bezeichnet.

Fragen

- Was ist das besondere am Addierer?
- Lassen sich mit Varianten der invertierenden Grundsaltung auch Multiplikationen durchführen?
- Welche Funktion obliegt dem zum Kondensator parallelen Widerstand beim Integrierer?
- Wieso wird dieser Widerstand in der Rechnung nicht berücksichtigt?

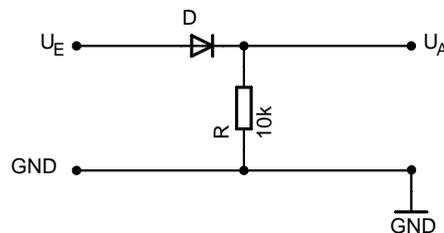
4 Komplexere Schaltungen mit Operationsverstärkern

4.1 Einweggleichrichtung

Mit der Einweggleichrichtung wird aus einem bipolaren Signal ein unipolares, indem nur die Anteile eines bestimmten Vorzeichens durchgelassen werden.

Einfacher Einweggleichrichter

Der einfachste Gleichrichter lässt sich aus einer Diode und einem Widerstand mit $R_{\text{Durchlass}} \ll R \ll R_{\text{Sperr}}$. Je nach aktuellem Vorzeichen des Eingangssignals fällt dies daher abwechselnd überwiegend an der Diode D oder am Widerstand R ab. Durch Abgreifen am Widerstand oder an der Diode erhält man das gleichgerichtete Signal.

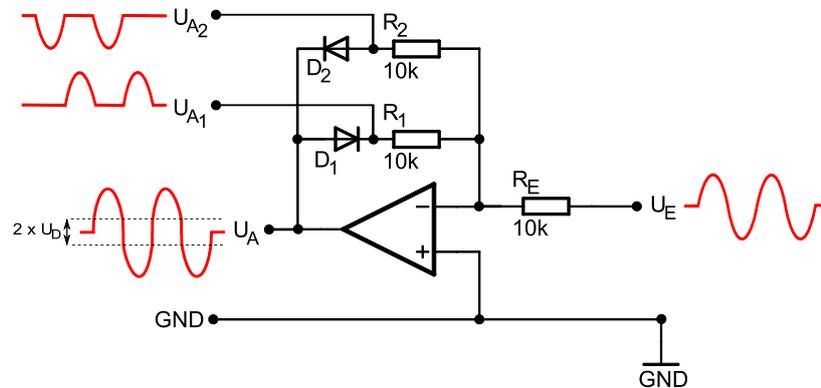


In diesem Aufbau ist die Diode für die Komponenten des Eingangssignals mit positivem Vorzeichen in Durchlassrichtung gepolt. Diese Anteile können die Diode daher passieren und fallen am Widerstand R ab. Komponenten mit negativem Vorzeichen hingegen können die gesperrte Diode nicht passieren und fallen an ihr ab. Am Ausgang messen wir daher nur die positive Halbwelle.

Dieser einfache Gleichrichter hat aber einen Nachteil, es wird nicht die komplette Halbwelle ausgegeben, da an der Diode immer die Diodenknickspannung, je nach Diode zwischen 0,3 V und 0,7 V abfällt.

Idealer Einweggleichrichter

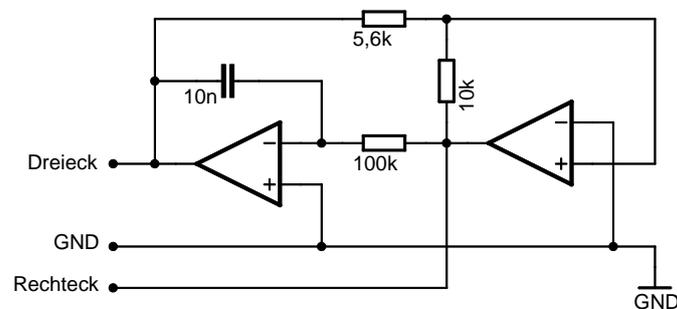
Bei einem idealen Einweggleichrichter kann die komplette Halbwelle passieren; es geht nicht die Diodenknickspannung verloren.



Die Schaltung enthält zwei Gegenkopplungszweige, von denen je nach aktuellem Vorzeichen des Eingangssignals immer nur einer aktiv ist. Bei positivem Vorzeichen der Eingangsspannung sind R_1 , D_1 leitend, bei negativem R_2 , D_2 . Die Spannung U_A am Ausgang des Operationsverstärker steigt solange, bis R_1 bzw. R_2 gerade den Eingangsstrom führt, was eine „Überhöhung“ von U_A um zweimal die Diodenknickspannung U_D hervorruft. Da an den Dioden immer genau diese Überhöhung abfällt, lässt sich an U_{A_1} die komplette negative Halbwelle und an U_{A_2} die positive abgreifen.

4.2 Generator für Dreieck- und Rechtecksignale

Bei diesem Generator handelt es sich um eine selbsterregende Schaltung, es entstehen periodische Ausgangssignale obwohl nur Gleichspannung anliegt. Hierbei arbeitet der linke Operationsverstärker als Integrator und der rechte als Schmitt-Trigger.



Der Schmitt-Trigger gibt je nach dem, ob die am invertierenden oder am nichtinvertierenden Eingang anliegende Spannung höher ist, -15 V bzw. $+15\text{ V}$ aus. Um die Schaltung zu verstehen, gehen wir von der Anfangsstellung -15 V am Ausgang des Schmitt-Triggers aus. Diese negative Spannung liegt über den $-100\text{ k}\Omega$ am invertierenden Eingang des Integrators an. Hierdurch wird der Kondensator positiv (positive Ladung links) aufgeladen. Das Potential auf der linken Seite des Kondensators steigt an. Sowohl dieses positive Potential - abgeschwächt am $-5,6\text{ k}\Omega$ Widerstand - als auch das negative Ausgangspotential des Schmitt-Triggers über den $-10\text{ k}\Omega$ wirken auf den nichtinvertierenden Eingang des Schmitt-Triggers. Zu Beginn überwiegt der negative Anteil und der Schmitt-Trigger hält seinen Betriebszustand bis sich der Kondensator so stark aufgeladen hat, dass der positive Anteil überwiegt. Geschieht dies, so schaltet der Schmitt-Trigger um und sein Ausgang liegt nun auf $+15\text{ V}$, wodurch

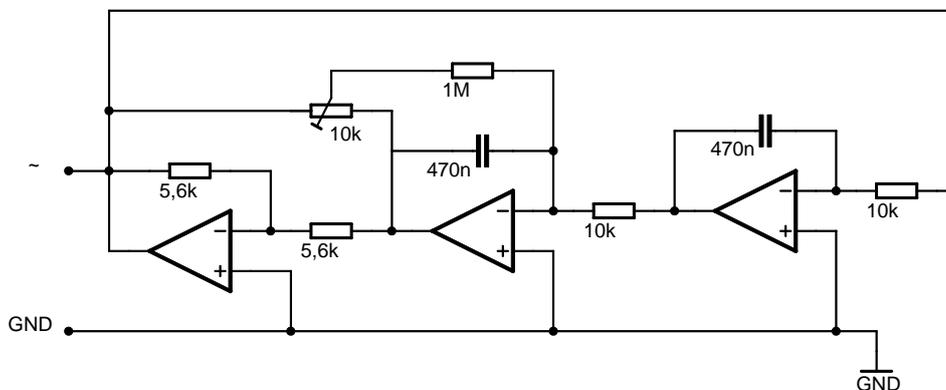
der Kondensator negativ geladen wird. Dieser Betriebszustand wird gehalten, solange am Eingang des Schmitt-Triggers dessen positives Ausgangspotential den negativen Einfluss vom Kondensator vollständig kompensieren kann. Ist dies nicht mehr gewährleistet, so stellt sich der ursprüngliche Betriebszustand wieder ein. Am Ausgang des Integrierers lässt sich nun eine Dreiecksspannung und am Ausgang des Schmitt-Triggers eine Rechteckspannung abgreifen.

4.3 Programmierte Differentialgleichung 2. Ordnung

Eine Differentialgleichung 2. Ordnung lässt sich durch

$$\ddot{x}(t) + 2\beta\dot{x}(t) = -\omega_0^2 x(t)$$

beschreiben. Um solch eine Gleichung mit elektrischen Bauelementen zu simulieren, werden zwei Integrationsglieder in der Hinleitung und ein negativ verstärkendes Glied in der Rückleitung benötigt. Der „Mittelabgriff“ zwischen den Integrationsgliedern sorgt für die $\sim \dot{x}(t)$ Komponente. Die Vorfaktoren ω_0^2 und 2β werden durch die verwendeten Widerstände und Kondensatoren festgelegt.



Diese Schaltung geht noch einen Schritt weiter, da der „Mittelabgriff“ zwischen den Integrationsgliedern ($\sim \dot{x}(t)$ -Komponente) durch ein Potentiometer angeschlossen ist, lässt sich dessen Vorfaktor verändern, so dass mit der DGL alle 3 Fälle: Schwingfall, Kriechfall und aperiodischer Grenzfall simulierbar sind.

Fragen

- Welches Problem tritt bei einem nicht idealen Gleichrichter auf?
- Wie wird dieses Problem bei der idealen Schaltung kompensiert?
- Was ist ein Schmitt-Trigger?
- Ließt überhaupt jemand diese Fragen?

